Influência dos fatores decisórios na percepção evidenciados pela aplicação da Teoria da Detecção do Sinal *

PAUL STEPHANECK **

1. Introdução; 2. Características formais do modelo; 3. Aplicação da TDS na percepção de ângulos em campo aberto.

O presente artigo tem como objetivo expor e discutir os postulados que permitiram desenvolver o modelo matemático da Teoria da Detecção do Sinal (TDS). Coloca-se em evidência que o modelo constitui um caso particular de um corpo de conhecimentos mais amplo que é a Teoria da Decisão. Propõe-se mostrar que a vantagem principal da TDS consiste na separação por dedução matemática do componente sensorial e decisório na resposta do sujeito. O operador humano é concebido como um receptor de sinais que tenta otimizar a freqüência da detecção usando o critério da razão da verossimilhança. Para fins ilustrativos, apresenta-se uma aplicação: analisam-se os resultados de um sujeito, dando ênfase maior às técnicas de experimentação e da exemplificação dos procedimentos de cálculo que permitem estabelecer a curva da função de eficiência do receptor (ROC curve).

1. Introdução

Desde as origens da psicofísica, há mais de um século, suspeita-se que os processos sensoriais medidos sejam influenciados por fatores parasitos tais como: atitude, motivação ou variáveis ligadas à personalidade do sujeito, etc. A Teoria da Detecção do Sinal (TDS) permitiu mostrar e isolar o efeito de variáveis não sensoriais na percepção e ofereceu a possibilidade de fundamentar estes problemas dentro de um quadro teórico mais geral, ligando os processos perceptivos à Teoria da Decisão. Esta conceituação levou à elaboração de um modelo

* Artigo apresentado à Redação em 17.12.81.

** Do Laboratório de Ergonomia do Departamento de Psicologia da Universidade de São Paulo — Campus, Ribeirão Preto. (Endereço do autor: Av. dos Bandeirantes s.n. — Ribeirão Preto, SP.)

matemático que abrange e dá uma nova ênfase aos problemas da psicofísica, memória de reconhecimento, psicoacústica, construção de escalas de sensação de magnitudes físicas, etc.

A TDS teve como fonte de inspiração os problemas levantados pela construção de sensores muito precisos. O problema que se apresentou consistia em determinar as características formais de um sensor eletrônico que toma decisões a partir das informações que ele "percebeu". Os primeiros trabalhos a este respeito foram elaborados por Peterson, Birdsall & Fox (1954) da Universidade de Michigan, por Van Meter & Middleton (1954) do Massachusetts Institute of Technology e, independente dos precedentes e ao mesmo tempo, pelos pesquisadores do Bell Telephone Laboratories, Munson & Karlin (1954). Foi reconhecida, logo depois, a analogia com os processos perceptivos do observador humano, e rapidamente apareceram as primeiras aplicações em psicologia, divulgadas através do trabalho de revisão e de síntese de Green & Swets (1966).

Na primeira parte deste trabalho serão examinados os postulados que serviram como base para a construção do modelo matemático e também será exposto o desenvolvimento do modelo, o qual permite derivações concernentes ao comportamento do observador. Na segunda parte apresenta-se um exemplo concreto de aplicação da TDS no estudo da percepção de ângulos em campo aberto, dando ênfase maior às técnicas de experimentação e exemplificação dos procedimentos de cálculo.

2. Características formais do modelo

2.1 Descrição geral dos fundamentos da TDS

A novidade da teoria consiste em que faz distinção explícita entre dois aspectos da função do observador: a) como sensor; b) como tomador de decisão, que por sua vez está influenciado por seus valores, crenças, suas expectativas e atitudes. O efeito de dois mecanismos correspondentes aos aspectos da função acima citados são confundidos no desempenho do sujeito nos experimentos executados pelos métodos da psicofísica clássica.

O protótipo dos sensores estudados pelos engenheiros é o radar, que é destinado em maior parte do tempo, como se sabe, a "perceber" a presença de um avião no espaço aéreo. O radar, todavia, não substitui o observador humano e é preciso ainda um operador que completa a detecção feita pelo aparelho por outras funções psicológicas importantes para uma boa confiabilidade do sistema. O exemplo do radar é bastante familiar para o leitor e pode servir como ilustração do raciocínio que fundamenta a formalização do modelo matemático da TDS.

As características principais da tarefa do operador foram descritas por Kennedy (1962) da seguinte maneira:

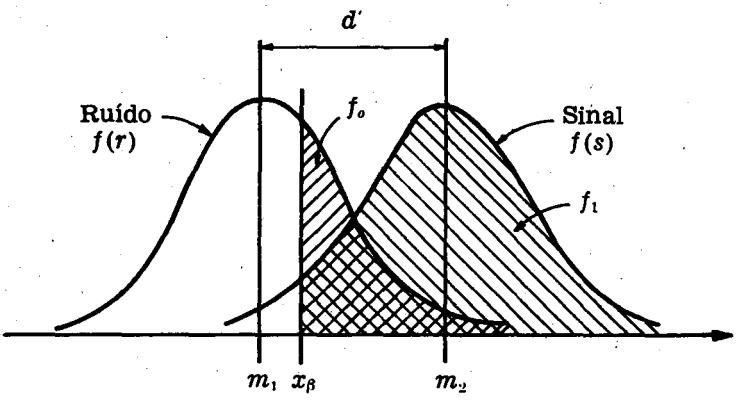
"A invenção do radar possibilitou uma extraordinária extensão da capacidade individual de detectar à longa distância. A ampliação desta capacidade foi entretanto obtida por um certo custo. Em lugar de um 'objeto' com todo o seu conteúdo informativo, o homem tra-

balha atualmente frente a uma tela de osciloscópio catódico, no qual os objetos estão representados por manchas pequenas que se movem sobre uma superfície quadriculada representando as coordenadas geográficas. Estas manchas podem ser produzidas por uma grande variedade de circunstâncias. Todavia, elas não são mais objetos, são apenas símbolos e as características próprias do objeto original (tais como: tamanho, forma, tipo, velocidade, direção, nacionalidade, etc.) devem ser *atribuídas* aos símbolos por um complicado *processo de inferência,* envolvendo comunicações com outras pessoas ou organizações."

Este processo de inferência do observador do radar pode ser descrito, esquematicamente, da maneira seguinte: na tela se apresentam manchas mais ou menos apagadas e cintilação de diferentes sinais parasitos, fenômeno este que se chama ruído de fundo. Sobre este ruído se manifestam, em momentos aleatórios, objetos que deverão ser detectados (avião, foguete, submarino, etc.). O problema para o observador consiste em decidir, no momento em que perceber uma mancha, se a imagem representa um objeto (sinal) ou somente o ruído de fundo. Uma tal situação, em termos de decisão estatística, pode ser representada pela figura 1.

Figura 1

Curvas hipotéticas ilustrando a distribuição do ruído e do sinal. O ponto x_β representa o critério de decisão do sujeito



O modelo admite que a "magnitude" (x) do efeito provocado pelo estímulo (ruído ou sinal) flutua de maneira aleatória, segundo uma distribuição normal. Isto representa o fato de que toda variação de energia física provoca ao nível dos órgãos sensitivos uma mudança, mas todo estímulo se sobrepõe a um fundo de estimulação já existente. Assim, a probabilidade de se detectar um estímulo depende de sua intensidade relativa a respeito do ruído do fundo. Considera-se que a intensidade média do ruído (m_1) é inferior à intensidade média do sinal (m_2). Quando o sujeito recebe um estímulo que provoca um efeito, cuja intensidade x situa-se na extrema esquerda do eixo, ele

está certo de que se trata de ruído; ao contrário, quando x situa-se na extrema direita ele reconhece facilmente a presença de um sinal. Mas como decidir nos casos em que os valores são intermediários? Neste caso o observador poderá usar uma estratégia, escolhendo um critério de decisão x_β. Considerará ruído quando o valor de x for inferior a este limiar; considerará sinal, em caso contrário. Adotando tal estratégia, o observador terá detecções exatas na proporção f_1, representada pela área sombreada na distribuição do sinal, mas aceitará o risco de fazer detecções falsas correspondentes à proporção f_0 da área sombreada na distribuição do ruído.

Pode-se constatar que o modelo admite que a resposta do sujeito depende de dois fatores. Em primeiro lugar, da distância d', que corresponde à diferença entre a intensidade média do ruído e a do sinal, e que depende da sensibilidade de discriminação do observador (*sensitivity*). Em segundo lugar, depende da atitude ou do critério escolhido pelo sujeito, designado pelo valor x_β. Pode-se ver assim que, com uma mesma discriminação sensorial, o sujeito poderá dar respostas exatas em proporções diferentes, dependendo de seu critério que pode ser mais ou menos rigoroso e varia em função das condições experimentais. Estes dois parâmetros (d' e x_β) podem ser deduzidos, matematicamente, a partir das respostas dadas pelos sujeitos. Uma das maiores vantagens deste modelo é que *permite separar por dedução matemática o componente sensorial do componente decisório,* fatores estes que influenciam o sujeito na formulação de sua resposta. Esta é a razão pela qual a psicofísica moderna sugere abandonar o conceito de limiar sensorial e substituí-lo pelo conceito de limiar de resposta.

Os construtores do modelo preocuparam-se em evidenciar qual seria o comportamento "ótimo" de escolha de um sujeito colocado em uma situação representada pelo modelo. Suponhamos que o sujeito tenha um conhecimento explícito das duas distribuições e recebe um sinal de magnitude x. Se a probabilidade condicional de x, dado que um sinal foi emitido, $p(x|s)$, for maior que a probabilidade condicional de x, sabendo que o ruído foi emitido $p(x|r)$, o sujeito terá interesse em responder sim, em caso contrário dizer não. Este interesse é entendido no sentido de que o sujeito tende a "otimizar" seu comportamento, esforçando-se para manter os erros de detecção a um nível mínimo que se acha compatível com o maior número de acertos possíveis numa dada situação. Como dizem Coombs, Dawes & Tversky (1970, p. 181) "o receptor ideal não é aquele que faz 100% de acertos e nenhum alarma falso, mas sim aquele que utiliza toda informação disponível com a maior eficiência".

A regra de decisão enunciada acima pode ser expressa da seguinte forma:

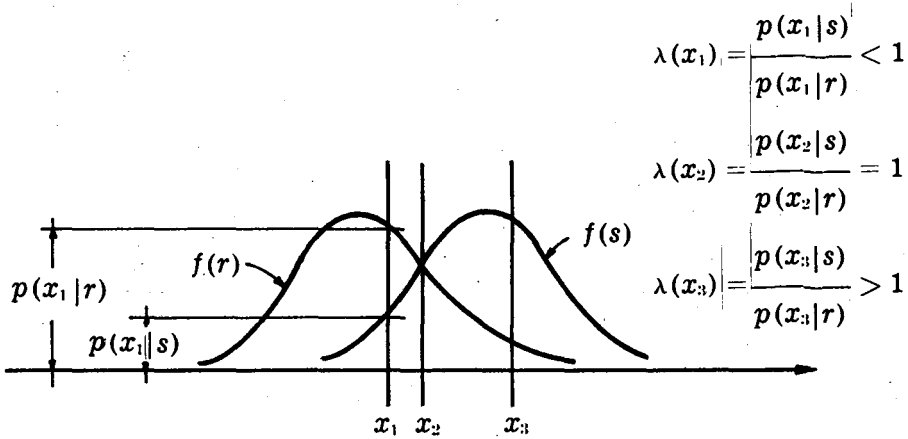
$$\lambda(x) = \frac{p(x|s)}{p(x|r)}$$

fração esta chamada de *razão de verossimilhança.* As probabilidades condicionais representadas pelo numerador e pelo denominador correspondem à altura das ordenadas da curva normal no ponto da

abscissa x, na distribuição do sinal $p(x|s)$ ou na distribuição do ruído $p(x|r)$ como mostra a figura 2.

Figura 2

Gráfico representando três critérios de decisão que correspondem a três valores de verossimilhança $\lambda(x)$



No caso em que o sujeito tenta otimizar suas respostas no sentido descrito acima, ele responderá *sim* se o valor de $\lambda(x)$ for maior que 1, em caso contrário responderá *não*. Pode-se dizer, de maneira geral, que na medida em que $\lambda(x)$ cresce, aumenta a probabilidade de que o efeito de x seja provocado pelo sinal.

A conclusão importante que se pode chegar neste momento é que o experimentador manipulando a emissão do sinal e a do ruído poderá determinar *a priori* o valor de $\lambda(x)$ para situações diferentes e ver em que medida as respostas do sujeito conformam-se à razão de verossimilhança. Segundo Coombs e outros (1970, p. 171), o aspecto essencial da aplicação da TDS em psicologia é que o *observador humano é concebido como um receptor funcionando segundo o princípio da razão de verossimilhança.*

2.2 A maximização da esperança matemática

A TDS é uma aplicação particular de um conjunto de conhecimentos mais geral que constitui a Teoria da Decisão. As idéias fundamentais desta teoria gravitam em torno dos conceitos de *utilidade* e de probabilidade subjetiva, que são as variáveis que desempenham um papel fundamental na maioria dos modelos de decisão. Desde que Daniel Bernoulli (1738) levantou o problema, a hipótese básica continua em discussão — a saber, se um homem em uma situação de escolha, que implica risco, tende a escolher em função da "esperança matemática máxima".

Sem entrar na discussão dos méritos das diferentes posições a respeito desta controvérsia (ver Edwards, 1954, 1960 e 1961; Savage,

1954; Stephaneck & Donadi, 1981), vamos descrever uma situação de escolha simples, segundo o esquema de Bernoulli: sejam duas possibilidades de ação A e B, entre as quais um indivíduo deve fazer escolha. Cada uma dessas ações pode dar lugar a duas conseqüências a_1, a_2, e b_1, b_2, que podem aparecer com as probabilidades $p(a_1)$, $p(a_2)$, $p(b_1)$ e $p(b_2)$. Representam-se da seguinte maneira as esperanças matemáticas relativas à escolha de cada linha de ação:

$$E(A) = p(a_1) \cdot a_1 + p(a_2) \cdot a_2$$

$$E(B) = p(b_1) \cdot b_1 + p(b_2) \cdot b_2$$

A hipótese fundamental é de que o homem *racional* escolherá a linha de ação A, se $E(A) > E(B)$. De maneira geral, o princípio da maximização da esperança matemática consiste em escolher a modalidade de ação cujo valor calculado é maior segundo a expressão $\Sigma p_i \cdot v_i$, que define o modelo chamado EV (Expected Value).

Vamos examinar em seguida de que maneira inserem-se estes conceitos no modelo da TDS. Vimos já que num experimento típico de detecção o sujeito faz uma observação de um estímulo de intensidade x, tendo que decidir, dizendo "sim, eu vi um sinal", ou "não, isto era só um ruído". As quatro possibilidades seguintes podem ser assim apresentadas:

		Estímulo s	Estímulo r
Resposta	S	*DE* $p(S\|s)$	*AF* $p(S\|r)$
	N	*FD* $p(N\|s)$	*RE* $p(N\|r)$

a) um sinal foi emitido e o sujeito respondeu *sim*. *Detecção exata:* $DE = p(S|s)$;

b) só o ruído foi emitido e o sujeito respondeu *sim*. Isto corresponde a um *alarma falso:* $AF = p(S|r)$;

c) um sinal foi emitido e o sujeito respondeu *não*. Isto é uma *falta de detecção:* $FD = p(N|s)$;

d) só o ruído foi emitido e o sujeito respondeu *não*. Situação que corresponde a uma *rejeição exata:* $RE = p(N|r)$.

O experimentador pode recompensar ou punir estas quatro eventualidades de maneira diferente. O valor positivo ou negativo de cada resposta pode modificar a atitude ou o critério que influenciará a escolha pelo sujeito do ponto x_β no eixo de decisão x. Vamos simbolizar os valores destas diferentes respostas pela seguinte "matriz de imputação" (*payoff matrix*: as variáveis v_{11} $-v_{12}$, etc. representam os va-

lores de cada resposta (positivos no caso da detecção e rejeição exata, negativos no caso de respostas erradas).

	S	r
S	v_{11}	$-v_{12}$
N	$-v_{21}$	v_{22}

Desta maneira, temos agora os valores diferentes que correspondem às v_i da fórmula da esperança matemática representada anteriormente ($\Sigma p_i \cdot v_i$). Todavia, para maximizar o valor esperado, devemos calcular as probabilidades p_i associadas a estas quatro eventualidades. Estas p_i, neste caso, serão as probabilidades condicionais; por exemplo, $p(s|x)$, a probabilidade de existência do sinal, dada a observação x, ou $p(r|x)$ para as probabilidades do ruído, no caso da recepção de um estímulo de magnitude x. O valor esperado (esperança matemática) da decisão sim, no caso de uma observação x, vai ser o seguinte:

$$E(S|x) = p(s|x) \cdot v_{11} - p(r|x) \cdot v_{12}$$

De modo semelhante, o valor esperado de uma resposta *não* será

$$E(N|x) = p(r|x) \cdot v_{22} - p(s|x) \cdot v_{21}$$

No caso em que o sujeito comporta-se em sua escolha segundo a maximização do valor esperado, ele deverá responder *sim* se

$$E(S|x) \geqslant E(N|x) \qquad (1)$$

em caso contrário, ele responderá *não*. O fato de ele comportar-se conforme este modelo vai ser deduzido de suas respostas, dadas durante o experimento que serve para validar o modelo.

2.3 Avaliação das probabilidades condicionais: aplicação do Teorema de Bayes

Para estabelecer os dois valores esperados, aquele que resulta da escolha de resposta *sim*, $E(S|x)$, e aquele da resposta *não*, $E(N|x)$, podemos definir vários valores para v_i a fim de recompensar ou punir os sujeitos nas diferentes eventualidades. Mas, para calcular os valores esperados $E(S|x)$ e $E(N|x)$, falta-nos o conhecimento das probabilidades condicionais que vão ser avaliadas no que se segue.

Substituindo as expressões equivalentes na desigualdade (1), temos

$$p(s|x) \cdot v_{11} - p(r|x) \cdot v_{22} \geqslant p(r|x) \cdot v_{22} - p(s|x) \cdot v_{21}$$

Transferindo as probabilidades para a esquerda do sinal de desigualdade e os valores de diferentes eventualidades a direita, obtém-se

$$\frac{p(s\ x)}{p(r\ x)} \geqslant \frac{v_{22} + v_{12}}{v_{11} + v_{21}} \qquad (2)$$

Todavia, as probabilidades condicionais representadas no lado esquerdo da expressão (2) são desconhecidas. O numerador $p(s|x)$ representa a probabilidade de um sinal dada a observação x. Isto deve ser distinguido do $p(x|s)$, probabilidade de uma observação x conhecendo o sinal, ou do $p(x|r)$, probabilidade condicional de uma observação x, dado que o ruído foi emitido. Ora, estes últimos valores são necessários para estabelecer a razão da verossimilhança como já vimos anteriormente. A relação entre estas probabilidades condicionais e aquela do lado esquerdo da expressão (2) é definida pelo Teorema de Bayes que permite calcular as probabilidades condicionais desconhecidas.

A fim de compreender a aplicação deste teorema, deve-se partir da definição das probabilidades condicionais que se enuncia da seguinte maneira: "A probabilidade condicional de um acontecimento s (conseqüente) relativo a um outro acontecimento x (antecedente) é o quociente da probabilidade composta caso se realizem os dois $p(sx)$, pela probabilidade do antecedente" (Castro, 1959). Em nosso caso, temos a probabilidade de s dado x,

$$p(s|x) = \frac{p(sx)}{p(x)} \qquad (3a)$$

ou a probabilidade de x dado s,

$$p(x|s) = \frac{p(sx)}{p(s)} \qquad (3b)$$

Daí, podem-se deduzir duas expressões equivalentes da probabilidade composta

$$\begin{aligned} p(sx) &= p(s|x)\ .p(x) \\ &= p(x|s)\ .p(s) \end{aligned}$$

e pode-se escrever a igualdade

$$p(s|x)\ .p(x) = p(x|s)\ .p(s)$$

que permite obter uma expressão nova para a probabilidade condicional (3a)

$$p(s|x) = \frac{p(x|s)\ .p(s)}{p(x)} \qquad (4)$$

equação designada freqüentemente como a Regra de Bayes. Da mesma maneira pode-se estabelecer a equação equivalente para

$$p(r|x) = \frac{p(x|r)\ .p(r)}{p(x)} \qquad (5)$$

A razão obtida pela divisão de (4) por (5) permite escrever uma expressão correspondente à fração representada pelo termo esquerdo da desigualdade (2):

$$\frac{p(s\ x)}{p(r\ x)} = \frac{p(x\ s)}{p(x\ r)} \cdot \frac{p(s)}{p(r)} \qquad (6)$$

As três proporções representadas na equação (6) são designadas pelos termos seguintes: a fração $p(s)/p(r)$ é a razão das probabilidades *a priori*, que multiplica a fração $p(x\ s)/p(x\ r)$ já conhecida como sendo a razão de verossimilhança para a observação de x, e a fração de lado esquerdo representa a razão das probabilidades *a posteriori*.

Substituindo a equação (6), na expressão (2), obtém-se

$$\frac{p(x\ s)}{p(x\ r)} \cdot \frac{p(s)}{p(r)} \geqslant \frac{v_{22} + v_{12}}{v_{11} + v_{21}}$$

e transferindo a razão das probabilidades *a priori* $p(s)/p(r)$ para o lado direito, temos

$$\frac{p(x\ s)}{p(x\ r)} \geqslant \frac{p(r)}{p(s)} \cdot \frac{v_{22} + v_{12}}{v_{11} + v_{21}} \qquad (7)$$

Sabemos já que o lado esquerdo é a razão de verossimilhança $\lambda\ (x)$ e simbolizando o lado direito por β, podemos escrever:

$$\lambda\ (x) \geqslant \beta \qquad (8)$$

Vemos assim que β é um valor particular da razão de verossimilhança e no cálculo de seu valor intervêm as probabilidades que permitem maximizar os valores esperados, levando-se em conta os ganhos e as perdas representadas na matriz de imputação. Vemos também que seu valor deve ser necessariamente inferior ou igual a $\lambda\ (x)$ no caso normal em que a matriz de imputação recompensa melhor o sujeito para responder sim quando o sinal for apresentado do que responder não. A um dado valor de $\lambda\ (x)$ corresponde, em um ponto dos x o ponto x_β, que se torna assim valor limite para responder "sim, eu percebi um sinal". Compreende-se, agora, por que se fala em limiar de resposta em lugar de limiar sensorial, no contexto da TDS.

Nota-se que o numerador da segunda fração do lado direito da expressão (7) é designado, às vezes, como a "importância do ruído" e o denominador como a "importância do sinal". No caso particular em que a importância do sinal e do ruído são iguais e o sinal e ruído são eqüiprováveis, o valor particular da razão de verossimilhança é

$$\beta = \frac{p(x|s)}{p(x|r)} = 1$$

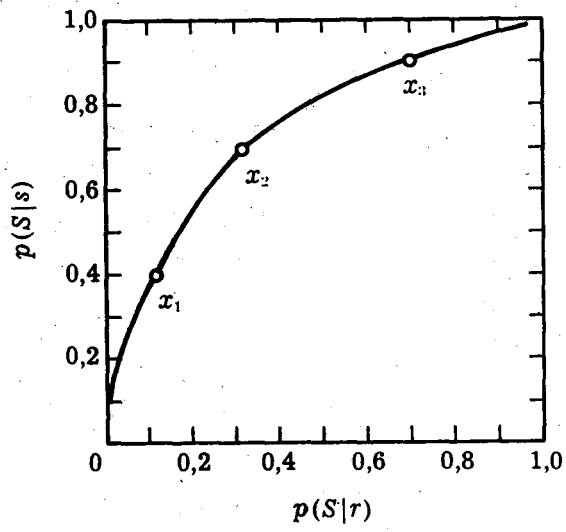
Nesta eventualidade, o sujeito que se comporta segundo o modelo responderá *não*, quando o valor percebido for inferior a 1, e *sim* no caso em que for superior.

2.4 Função de eficiência do receptor

Quando se examina com atenção a expressão (7), pode-se constatar que os valores indicados do lado direito estão sob controle do experimentador. Ele pode variar a probabilidade do sinal $p(s)$, a probabilidade do ruído $p(r)$ e, também, os valores contidos na matriz de imputação. Controlando estas diferentes variáveis, pode-se definir β e conseqüentemente induzir o sujeito a escolher o x_β que corresponde a este valor na abscissa das duas distribuições. O experimentador pode registrar, a partir das respostas do sujeito, as proporções de resposta sim quando um sinal foi emitido $p(S|s)$, e, também as das respostas afirmativas no caso da emissão de um ruído $p(S|r)$, chamada falso alarma. Estas proporções servem para estimar as probabilidades correspondentes e, evidentemente, as probabilidades complementares. O desempenho de todo observador humano, que age conforme o modelo, pode ser completamente descrita em termos destas probabilidades e ser representada por uma curva chamada *"função de eficiência do receptor"* ou curva ROC (Receiver Operating Characteristic curve), ou ainda, segundo Luce (1963, p. 131), curva de *isossensibilidade.* O experimentador varia os valores contidos na equação (7), da maneira descrita acima, e registra as respostas dadas pelo sujeito. No fim do experimento, coloca em abscissa $p(S|r)$, a proporção de alarma falso e em ordenada $p(S|s)$, a proporção de detecção exata, obtida na mesma condição. Para cada valor de x_β, obtém-se um ponto x_i; ligando estes pontos, obtém-se a curva ROC, representada na figura 3.

Figura 3

Um exemplo ilustrativo de uma curva de eficiência do receptor (ROC curve); x_1, x_2 e x_3 representam pontos empíricos da curva



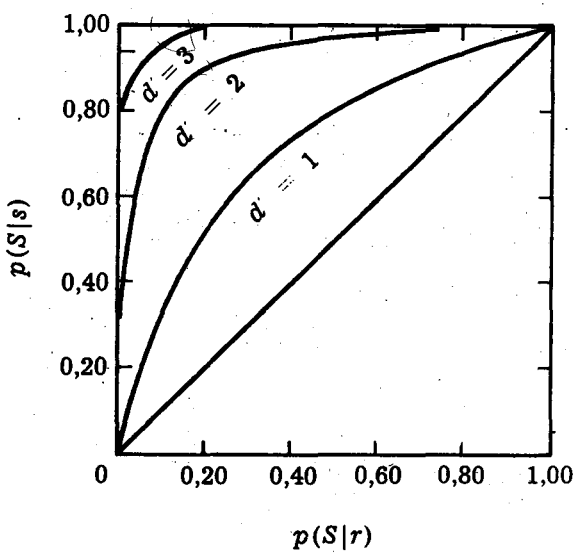
Examinando as distribuições hipotéticas representadas pela figura 1, imaginamos que o ponto x_β desloca-se da extrema direita do eixo x para a esquerda. No início, vamos ter uma proporção muito pequena de alarma falso (f_0), mas também, proporção relativamente fraca de detecção exata (f_1). Deslocando o ponto x_β mais para esquerda, a proporção de alarma falso cresce, mas cresce também a proporção de detecção exata. Cada conjunto de condições experimentais (uma intensidade de sinal, uma dada proporção de sinal-ruído e uma matriz de imputação definida) determina um valor para β que corresponde a um novo ponto empírico da curva ROC (figura 3).

2.5 O índice de discriminabilidade do sinal d'

Examinemos, agora, qual a forma da curva ROC no caso em que acrescentamos à média m_2 do sinal uma constante, mantendo a média do ruído e a forma das distribuições como estão. Se deixamos o x_β em seu lugar, a proporção de alarma falso permanece a mesma, porém a proporção dos acertos vai aumentar. Nesta nova disposição, deslocando gradualmente x_β da direita para a esquerda, vamos produzir uma nova curva ROC que se situará acima da curva precedente. Podemos produzir, assim, uma família de curvas ROC (ver figura 4),

Figura 4

Curvas de eficiência do receptor (ROC curves) correspondendo a vários valores de d'



cada uma correspondendo a uma distância diferente $m_2 - m_1$. Esta distância é aquela que define a diferença da magnitude entre o ruído e o sinal e, conseqüentemente, determina o índice de discriminabilidade do sinal (d') para um dado sujeito. Este parâmetro relativo a cada uma destas curvas é representado por

$$d' = \frac{m_2 - m_1}{\sigma_r}$$

isto é, a diferença entre as médias da distribuição do sinal e do ruído, definida em unidades de desvio-padrão do ruído (σ_r). Estas curvas são simétricas a respeito da diagonal negativa, no caso em que as duas distribuições, aquela do sinal e do ruído, são normais e de variâncias iguais. A diagonal positiva representada no gráfico corresponde ao caso em que o sujeito responde completamente ao acaso. Nesta eventualidade, a proporção de acertos é igual à proporção de falsos alarmas qualquer que seja a posição do critério x_β do sujeito. Isto só é possível quando as distribuições do sinal e do ruído se sobrepõem completamente e por conseqüência $d' = 0$. Por esta razão, quanto mais afasta-se a curva ROC da diagonal, tanto maior é o valor de d', e conseqüentemente a sensibilidade de discriminação do sujeito.

Dois sujeitos testados nas mesmas condições experimentais podem gerar uma curva ROC idêntica se eles tiverem a mesma sensibilidade de discriminação (daí o termo "curva de isossensibilidade", de Luce). É evidente que eles não terão necessariamente as mesmas proporções de acertos e alarmas falsos, porque isto depende de suas atitudes ou estratégias pessoais. Os pontos obtidos serão diferentes para os dois sujeitos, mas eles estarão situados sobre a mesma curva. No caso contrário, em que os dois sujeitos têm uma sensibilidade de discriminação diferente, eles vão produzir pontos que se situam em curvas diferentes, cada uma tendo seu parâmetro d' próprio. A diferença entre os dois d' designará a diferença de sensibilidade de discriminação dos dois indivíduos.

Vemos, assim, que a vantagem fundamental deste modelo é que o mesmo *permite separar os dois componentes da percepção, o da capacidade discriminativa e o do critério de decisão* que o sujeito utiliza para responder afirmativa ou negativamente, quando percebe um sinal de certa intensidade.

2.6 Estimativa de β e de d'

Como acabamos de mostrar, o desempenho de cada sujeito pode ser caracterizado completamente pelo parâmetro d'. A curva ROC é ge-

rada experimentalmente, registrando a proporção de acertos e de alarmas falsos para os diferentes valores de β. Estes últimos podem ser predeterminados pelo experimentador variando-se a proporção dos sinais e do ruído, assim como os valores da matriz de imputação.

As diferentes proporções $p(S|s)$ e $p(S|r)$ são transformadas em notas reduzidas z_s e z_r respectivamente. Estes valores são colocados sobre um gráfico cujas abscissa e ordenada são definidas em escalas de *probit* (os intervalos de escala da abscissa e da ordenada correspondem ao de uma superfície de tamanho constante abaixo da curva normal, delimitada por dois valores correspondentes de z). Colocando z_r na abscissa e z_s na ordenada, os pontos deverão dar uma reta (z-ROC curve) com a condição de que as distribuições do sinal e do ruído sejam gaussianas. No caso em que as variâncias das duas distribuições sejam iguais, a reta terá uma inclinação de 45º. Quando a inclinação é inferior a este valor, isto indica que a variância do sinal é superior à do ruído (ver figura 7).

O ajustamento desta reta aos pontos empíricos apresenta alguns problemas. Richards & Thorton (1970) elaboraram um método baseado nos quadrados mínimos. No entanto, esta maneira de agir é criticável porque os dois eixos da curva ROC são suscetíveis a variações aleatórias. Ora, o método dos quadrados mínimos supõe que os valores de uma das duas variáveis sejam definidos em magnitudes fixas (isto é, não suscetíveis de variações aleatórias). A maioria dos autores, segundo Green & Swets (1966, p. 404), aplica um ajustamento visual, traçando a reta com uma régua, de modo que ela passe o mais próximo possível dos pontos. Em grande parte dos experimentos, a correlação entre as duas variáveis do z-ROC é bastante alta, de maneira que este ajustamento visual não acarreta um erro considerável. Foram feitas outras tentativas (Abrahamson & Levitt, 1969; Dorfman & Alf, 1969; Grey & Morgan, 1972; Oglivie & Creelman, 1968) para elaborar um método, todas baseadas no princípio de máxima verossimilhança, mas parece que este problema não recebeu ainda uma solução satisfatória.

Após ter-se ajustado a reta, através de uma das maneiras descritas acima, para se obter uma curva ROC, ela é transposta para um gráfico de escala linear, onde a abscissa e a ordenada representam as probabilidades de alarma falso e de acertos, respectivamente.

Para ilustrar os procedimentos acima descritos, vamos examinar duas curvas ROC obtidas experimentalmente por Tanner, Swets e Green (reproduzidas em Green & Swets, 1966) a partir das respostas de dois sujeitos colocados nas mesmas condições experimentais (ver figuras 5 e 6). O sinal era um som puro sobreposto a um ruído branco e os sujeitos foram induzidos a modificar suas estratégias e de critério de decisão, pela variação da proporção $p(r)/p(s)$, sendo mantida igual à unidade o valor da matriz de imputação.

Curvas de eficiência do receptor (ROC curves) produzidas empiricamente pela apresentação de um som puro sobreposto a um ruído branco. O sinal e o ruído são gaussianos e de variâncias iguais na curva de cima (figura 5) e de variâncias diferentes na curva de baixo (figura 6)

Figura 5

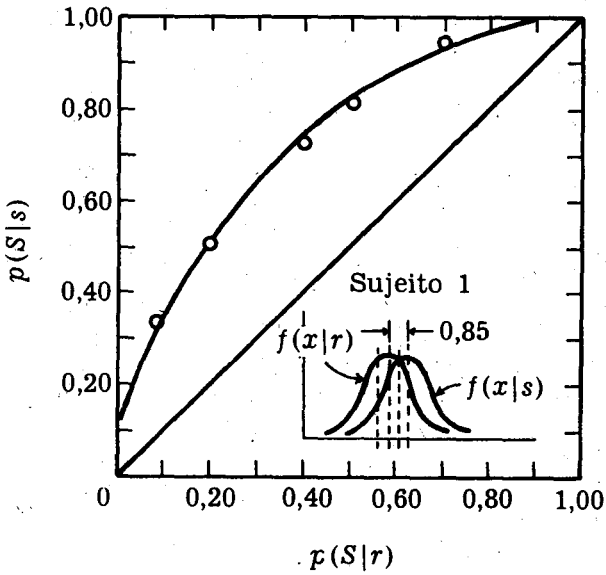
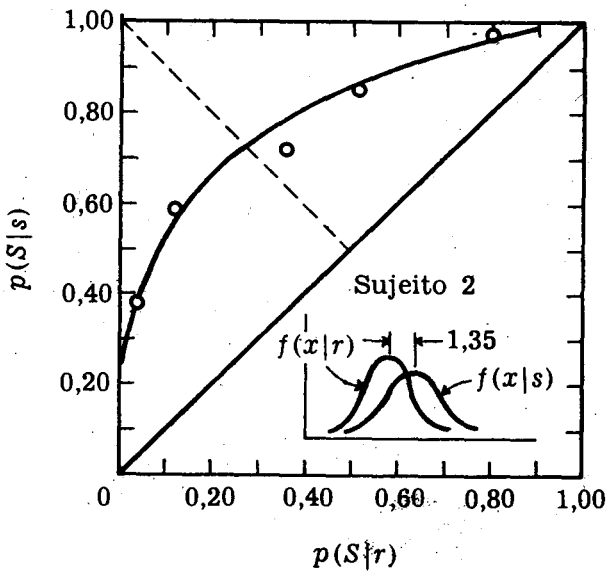


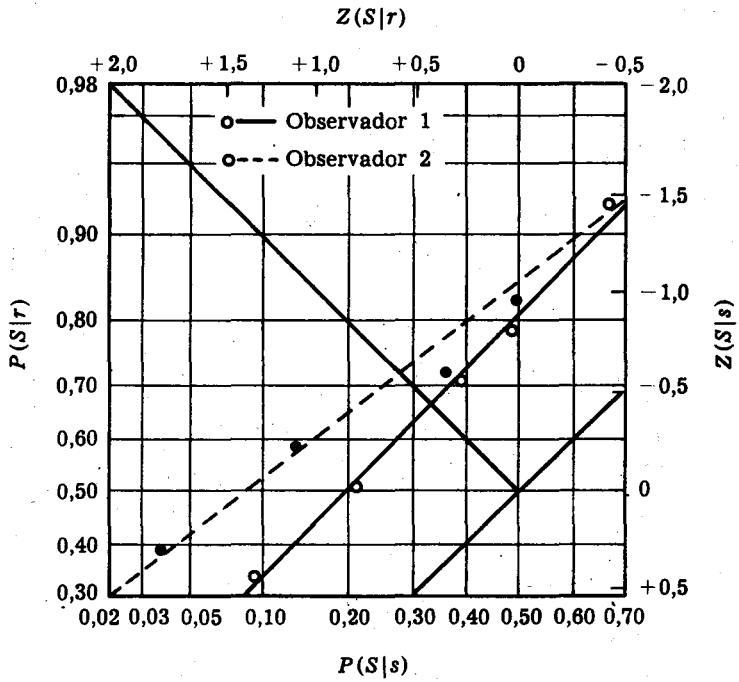
Figura 6



As retas em gráfico dupla-*probit* que correspondem a estas duas curvas são representadas pela figura 7.

Figura 7

Gráfico em coordenadas dupla-*probit* mostrando as retas correspondentes às curvas da figura 5 (reta contínua) e da figura 6 (reta pontilhada). O ajustamento dos pontos empíricos à reta mostram a conformidade da distribuição à função normal. O inverso do coeficiente angular das retas é igual à razão do desvio-padrão da distribuição do sinal, pelo desvio-padrão do ruído; σ_s/σ_r



Fonte: Dados de Green & Swets, 1966.

Quando as variâncias da distribuição do sinal e do ruído são iguais, a reta tem 45° e é paralela à diagonal positiva; o valor de *d'* correspondente ao valor absoluto da diferença entre z_s e z_r que permanece constante qualquer que seja o ponto da reta ROC considerada.

No caso em que o ângulo da reta afasta-se de 45°, isto é, quando as variâncias do sinal e do ruído não são iguais, a diferença absoluta $|z_s - z_r|$ não permanece constante. Precisa-se então uma convenção para medir o afastamento sempre no mesmo ponto e isto implica a necessidade de ter dois parâmetros para descrever completamente a reta. A medida é proposta em tal eventualidade por $D(\Delta m, s)$, onde Δm corresponde à diferença das médias e s é o coeficiente angular da reta. O valor recíproco $1/s$ é igual a σ_s/σ_r. Escolha-se como unidade de medida o desvio-padrão do ruído, $\sigma_r = 1$, e neste caso $1/s = \sigma_s$. O

valor de Δm é lido no gráfico do z-ROC no ponto, onde $p(S|s) = 0{,}50$ ou, de um modo equivalente, onde $z(S|s) = 0$.

Um método freqüentemente aplicado consiste na leitura do índice de discriminação (que corresponde a Δm) a partir do ponto onde a reta z-ROC corta a diagonal negativa e tomar como parâmetro a diferença absoluta $|z_s - z_r|$ neste ponto. Esta medida, designada por d'_e ou, às vezes, por d'_s dá um peso igual aos dois desvios-padrão (σ_s e σ_r). As duas medidas são ligadas pela função:

$$\Delta m = \frac{d'_e}{2}\left(\frac{1}{s}\right)\frac{d'_e}{2}$$

$$\text{ou } d'_e = 2\Delta m\left(\frac{s}{1+s}\right)$$

Grey & Morgan (1972) propuseram um outro índice:

$$d_+ = \sqrt{(\Delta m)^2 s}$$

Nota-se bem que todas estas medidas estão baseadas em alguma convenção, que consiste em ponderar Δm com um valor que é proporcional a s.

Os valores de d' e de Δm para cada curva ajustada aos pontos experimentais são indicados em cada gráfico (figuras 5 e 6). Na parte direita inferior são mostradas as distribuições normais subjacentes a cada curva ROC. Vemos, assim, que o parâmetro d' do sujeito do gráfico superior é igual a 0,85 e o do sujeito do gráfico inferior é $\Delta m = 1{,}35$; os parâmetros são definidos tomando-se como unidade o desvio-padrão da distribuição do ruído.

Pode-se constatar também que a curva ROC da figura 5 é simétrica com relação à diagonal negativa e, conseqüentemente, as variâncias das duas distribuições são iguais. Este não é o caso do sujeito da figura 6, onde a curva é assimétrica, indicando que a variação do sinal é maior do que a do ruído, como já foi visto na curva z-ROC correspondente. Segundo Green & Swets (1966, p. 98) obtêm-se curvas simétricas no caso em que o sujeito tem um conhecimento exato do sinal, isto é, quando ele conhece sua freqüência, amplitude, duração, intervalo de apresentação, etc. As curvas são assimétricas no caso em que o sujeito não tem capacidade de aproveitar a informação a respeito de uma ou mais características do sinal. Aqueles autores salientam que os resultados obtidos, até o presente, parecem indicar que sinais visuais, quase sem exceção, produzem curvas assimétricas. Sinais auditivos geram freqüentemente curvas assimétricas; existe, porém, certo número de sujeitos que produzem curvas simétricas, neste caso. De maneira geral, os experimentos realizados até o presente parecem indicar que a forma das curvas ROC dependem, ao mesmo tempo, da modalidade sensorial e em certos casos do sujeito.

2.7 *O método de julgamentos de confiança*

O experimentador, como vimos, dispõe de duas maneiras para manipular o valor de β; variando as probabilidades *a priori* ou dando va-

lores diferentes aos acertos e erros representados por uma matriz de imputação. Desta maneira precisa-se de um grande número de respostas em cada condição para definir um só ponto da curva ROC e o experimentador tem que repetir o experimento para obter pontos empíricos em número suficiente a fim de determinar os parâmetros da curva com uma exatidão aceitável.

Pollack e Egan, com seus colaboradores (Pollack & Decker, 1958; Egan & Clark, 1956), elaboraram um outro procedimento que permite reduzir consideravelmente o trabalho de experimentação sem perder muito da exatidão. Este método, chamado julgamentos de confiança (*confidence rating technics*), exige dos sujeitos respostas mais diferenciadas do que dizer sim ou não, como no caso da escolha binária. Durante a aplicação deste método, o sujeito, além da resposta afirmativa ou negativa, tem que emitir um julgamento de confiança a respeito de sua própria resposta segundo uma escala preestabelecida. Uma tal escala, constituída por cinco categorias, poderia ser: 1 = ruído com certeza; 2 = ruído com incerteza; 3 = incerteza total; 4 = sinal com incerteza; 5 = sinal com certeza. Desta maneira, quando se tem n categorias, pode-se estabelecer uma matriz de decisão de dimensão $n \times 2$, que permitirá definir $n-1$ pontos da curva ROC, da seguinte maneira: a partir das respostas dadas nas diferentes categorias, calcula-se a proporção destas respostas nos casos do sinal e

Tabela 1

Fases sucessivas do cálculo de pontos empíricos da curva ROC: *A*, freqüências de respostas; *B*, freqüências acumulativas. C_1, C_2, C_3 e C_4 são as matrizes de decisão representando as probabilidades condicionais das respostas

		5	4	3	2	1
A	*s*	0,26	0,34	0,25	0,10	0,05
	s	0,05	0,10	0,25	0,45	0,15

B	*s*	0,26	0,60	0,85	0,95	1,00
	r	0,05	0,15	0,40	0,85	1,00

C_1 C_2 C_3 C_4

	S	*N*
s	0,26	0,74
r	0,05	0,95

C_1

	S	*N*
s	0,65	0,35
r	0,20	0,80

C_2

	S	*N*
s	0,85	0,15
r	0,40	0,60

C_3

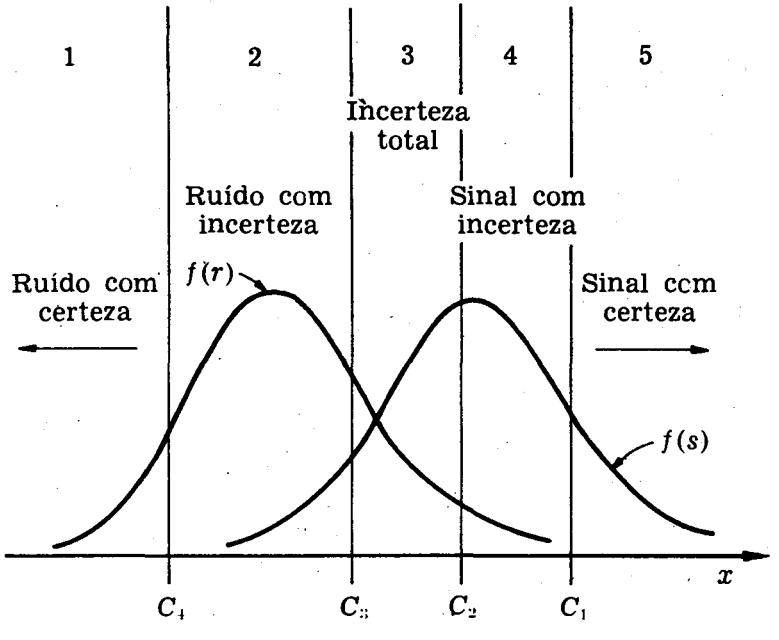
	S	*N*
s	0,95	0,05
r	0,85	0,15

C_4

do ruído (matriz *A*, tabela 1). Na matriz *B*, as proporções são acumuladas da maior confiança até a menor. A partir daí, podemos estabelecer quatro matrizes de probabilidades condicionais de respostas (matrizes de decisão) de C_1 a C_4, indicando as proporções de detecção exata (*DE*) e alarma falso (*AF*), que permitem determinar quatro razões de verossimilhança e, conseqüentemente, quatro pontos da curva ROC. Estes quatro pontos no eixo de discriminabilidade (x) são esquematizados na figura 9 e permitem calcular o valor do parâmetro d', a partir dos diferentes valores de x_β (visto que cada valor de x_β corresponde a uma relação de verossimilhança (ver equação 8).

Figura 8

Limites de diferentes valores de x_β, definido pelas quatro matrizes de decisão C_1, C_2, C_3 e C_4



Note-se bem que a matriz de decisão C_1 corresponderia ao caso em que o sujeito age, segundo a instrução de responder sim, quando está absolutamente certo da existência do sinal; a matriz C_4, quando ele tem uma leve impressão de ter percebido o sinal; as outras matrizes representam posições intermediárias.

Diferentes verificações experimentais mostram que a curva ROC permanece invariante quando se aplica o método de julgamento de confiança. A tabela 2 mostra os resultados obtidos por Egan, Schulman & Greenberg (1959) em um experimento de detecção auditiva, onde um som era apresentado sobre um fundo de ruído branco.

Tabela 2

Comparação dos valores de Δ_m e σ_s/σ_r obtidos por decisão binária e por julgamentos de confiança. Δ_m é o índice de discriminabilidade que corresponde à diferença entre as médias do sinal e do ruído; σ_s/σ_r é a razão de desvio-padrão do sinal pelo desvio-padrão do ruído

Observador	Δ_m		σ_s/σ_r	
	Binar.	Julgam.	Binar.	Julgam.
1	1,30	1,42	1,03	1,11
2	1,52	1,36	1,06	1,13
3	1,85	1,82	1,36	1,06
Média	1,56	1,53	1,15	1,10

Fonte: Egan, Schulman & Greenberg, 1959.

Os dados da tabela permitem constatar que os resultados obtidos pelos dois métodos são bastante semelhantes. A maior diferença entre as duas estimativas de Δm é de 0,16. Foi mostrado, além disso, que Δm é proporcional à intensidade do sinal e os experimentadores calcularam que uma diferença de $\Delta m = 0{,}16$ equivale, em intensidade sonora de 0,5 decibel.

2.8 A generalidade da TDS

Vimos nas páginas anteriores que a aplicação do modelo da TDS permite isolar analiticamente dois parâmetros a partir dos dados experimentais e que um entre eles (d') caracteriza a sensibilidade de discriminação do sujeito e o outro β leva em conta a atitude ou estratégia pessoal do indivíduo que se manifesta pela escolha do critério de decisão. Este fato sugere que o limiar sensorial da psicofísica clássica tem um valor duvidoso e é influenciado por fatores parasitos não sensoriais. Este fato foi salientado por Green & Swets (1966, p. 118), quando disseram: "Foi óbvio, desde o início, que o valor calculado do limiar sensorial era fortemente influenciado por fatores não sensoriais. A história da psicofísica consiste, em grande parte, na crítica analítica e experimental inspirada por este problema." Todavia, parece intuitivamente plausível que possa existir uma relação entre o parâmetro d' e o limiar sensorial. Este fato foi estudado por Thorton (1969), que evidenciou uma relação matemática entre a constante K de Weber e o parâmetro d' da TDS. Ele cita os trabalhos de Geldard (apud Thorton, 1969) que verificou experimentalmente esta mesma relação com uma aproximação aceitável.

De um outro lado, Green & Swets (1966, p. 54) analisaram longamente a relação entre a TDS e as chamadas leis de "julgamento comparativo" e o "julgamento categorial" de Thurstone. O conceito central destas leis é o "processo discriminativo" baseado na "dispersão discriminativa", que estabelece ter o efeito de estímulo um valor médio no *continuum* psicológico, mas que, devido a razões diversas, seu valor flutua em cada momento. Deste modo, a estimulação produz um efeito de distribuição que Thurstone postulou gaussiana, da mes-

ma maneira que o faz a TDS. Green & Swets (1966, p. 67) justificam a admissão da distribuição normal a partir de argumentos teóricos e práticos. O argumento teórico refere-se ao Teorema do Limite Central de Laplace-Lyapunof, segundo o qual a soma de variáveis aleatórias e independentes que têm a mesma distribuição, qualquer que seja a forma desta última, aproxima-se da distribuição normal tanto mais quanto maior é o número destas variáveis. Eles levaram em consideração que a percepção sensorial pode ser atribuída a uma grande quantidade de excitações independentes de mesma natureza e pode-se aceitar que as condições são reunidas para evocar o Teorema do Limite Central, a fim de justificar a distribuição normal. As razões práticas da escolha desta distribuição residem no fato de que a admissão desta hipótese permite deduzir conseqüências importantes e verificáveis que seriam muito difíceis, senão impossíveis de atingir se se supõe a existência de outros tipos de distribuições.

A equação de "julgamento comparativo" de Thurstone associa a probabilidade de escolha entre dois estímulos aos parâmetros da distribuição normal destes últimos. No caso de "julgamento categorial" a equação relaciona a probabilidade de escolher uma categoria aos parâmetros da distribuição dos estímulos e aos limites das categorias. Estas equações consideram o número de respostas em que o estímulo *A* foi confundido com o estímulo *B* para determinar a distância subjetiva média entre *A* e *B*, no *continuum* psicológico. Podemos constatar, assim, que a TDS e o procedimento de Thurstone admitem: 1. que estímulos semelhantes tendem a ser confundidos; 2. que distâncias podem ser definidas para representar similaridades. Não é surpreendente então que Lee (1971) conseguiu evidenciar a existência implícita de uma curva ROC nas escalas thurstonianas e mostrou que pode derivar, a partir do método de intervalos sucessivos de Thurstone, várias curvas idênticas à ROC.

Um exame mais recente feito por Baird & Noma (1978, p. 126) chegou à conclusão de que: "A TDS é similar aos clássicos modelos thurstonianos no sentido que eles admitem geralmente que um determinado estímulo induz uma distribuição normal dos eventos internos. A TDS admite, também, como fazia Thurstone, que os estímulos provocam distribuições parcialmente sobrepostas que servem como base para avaliar suas magnitudes."

As considerações relatadas mostram, com clareza suficiente, que a TDS oferece um quadro conceitual bastante abrangente, e as leis psicofísicas, assim como os métodos escalares de Thurstone podem ser vistos como casos particulares de uma teoria mais geral e que, talvez, todos estes processos psicológicos dependem de um só mecanismo central que governa os comportamentos perceptivos e decisórios do homem.

3. Aplicação da TDS na percepção de ângulos em campo aberto

Com o propósito de ilustrar de maneira mais concreta o método experimental usado na prática durante a aplicação da TDS, vamos relatar brevemente, nesta segunda parte, o experimento realizado por Stephaneck & Figueiredo (1976), bem como expor, com alguns detalhes, os procedimentos de cálculo usado, tomando para isso os dados de um

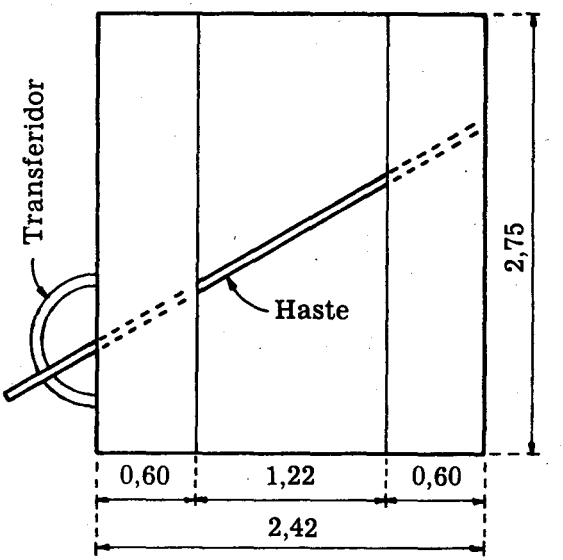
de seus sujeitos a respeito da capacidade de discriminação de ângulos apresentados de diferentes distâncias em campo aberto.

3.1 Experimento

O dispositivo experimental consistiu numa chapa de duratex, pintada de verde, medindo 2,75 × 1,22m. A chapa era delimitada por bordas laterais de cor marrom, de 0,60m de largura. O ângulo era apresentado através de uma haste metálica pintada de amarelo, contrastando com o verde da chapa colocada sobre o solo da pista plana de um campo experimental de 300m de comprimento. As extremidades da haste ficavam escondidas sob as bordas laterais (figura 9).

Figura 9

Esquema do dispositivo experimental



Um transferidor fixado na extremidade esquerda do conjunto permitia a regulagem do ângulo a ser apresentado. O sujeito permanecia sentado dentro de uma cabina com o queixo colocado num suporte, a 1,10m de altura do chão, para que a posição de sua cabeça permanecesse numa posição fixa. Foram submetidos ao experimento seis sujeitos, estudantes, cujas idades variaram entre 16 e 25 anos.

Duas condições experimentais foram estudadas: na primeira, o ângulo de 30° foi considerado como "sinal"; na outra o ângulo de 50°. A estes sinais foram associados ângulos pouco diferentes considerados como "ruído". Foram definidas duas séries de ruídos, r_1 e r_2, ou seja, ângulos inferiores aos sinais em 2°, 3° e 4° para a série r_1, e ângulos inferiores em 5°, 6° e 7°, para a série r_2. As distâncias estudadas foram 24, 32, 36 e 40m.

No início de cada sessão, o experimentador pedia aos sujeitos que observassem um dos ângulos considerados como sinal (30° ou 50°),

colocados na chapa numa das distâncias estudadas. Alguns instantes mais tarde, reapresentava-se o mesmo ângulo (sinal) ou um outro pouco diferente (ruído) segundo uma ordem ao acaso e o sujeito deveria responder se este ângulo era "igual" ou "diferente" do anterior, conforme sua percepção. Além disso ele teria que dar um julgamento de confiança a respeito de sua própria resposta, a fim de ser aplicado o método de julgamentos (*rating technics*) descrito na primeira parte deste artigo. O julgamento foi emitido, segundo uma escala de cinco valores, onde: 100 corresponde à certeza total; 75, muita certeza; 50, indecisa; 25, muita incerteza; zero, incerteza total.

Depois de ter dado a nota de julgamento, o sujeito era informado sobre a exatidão de sua resposta, para que ele mantivesse a posição do sinal correto na memória. Foram efetuadas, para cada condição, três sessões de 60 respostas, perfazendo um total de 180 julgamentos por sujeito.

3.2 Resultados

Examinaremos a seguir os dados parciais relativos ao ângulo de 30°, obtidos pelo sujeito 1, que permitem a análise de dois aspectos importantes na percepção dos ângulos em campo aberto: a) variações em função de diferença entre ruídos; b) variações em função da distância. Os resultados são representados na tabela 3.

Tabela 3

Tabela representando os índices de discriminação d'_e para o sujeito 1, nas distâncias de 24m e 32m, obtidos com ruídos de duas intensidades (r_1 e r_2) e com um ângulo de 30°

	24m	32m
r_1	1,38	0,85
r_2	2,21	1,84

Um exame rápido da tabela mostra que o índice de discriminação do sinal (d'_e) associado ao r_2 é maior; portanto, os ruídos menores foram mais difíceis de ser discriminados. Na distância de 24m, o d'_e é 1,6 vezes maior para r_2, comparado a r_1, e esta relação, na distância de 32m, é aproximadamente 2.

Quanto às variações em função das distâncias, pode-se constatar que o índice de discriminação d'_e é sistematicamente inferior na distância de 32m.

3.3 Procedimentos de cálculo

Os parâmetros foram calculados e as curvas construídas segundo o método elaborado por Murdock (1965). Para descrever este método vamos tomar como exemplo os resultados do sujeito 1, na condição de ângulo de 30°, 32m de distância, usando a série de ruído r_1.

As primeiras duas linhas da tabela 4 indicam as freqüências das respostas "igual" ou "diferente", obtidas nas diferentes categorias de julgamento de confiança, no caso da apresentação do sinal (s) e do ruído (r). As linhas 3 e 4 (s_c e r_c) mostram as mesmas freqüências

Tabela 4

Distribuição das freqüências de respostas obtidas segundo as diferentes categorias de julgamentos de confiança com indicação das probabilidades condicionais e as notas reduzidas correspondentes. Dados relativos ao sujeito 1, na cond. 30°, a 32m com r_1

	Diferente						Igual				Total
	100	75	50	25	0	0	25	50	75	100	
s	9	3	7	7	1	2	6	22	16	17	90
r	26	6	22	5	3	0	5	8	9	6	90
s_c	90	81	78	71	64	63	61	55	33	17	
r_c	90	64	58	36	31	28	28	23	15	6	
$P(R_i \mid s)$	0,900	0,867	0,789	0,711	0,700	0,678	0,611	0,367	0,189		
$P(R_i \mid r)$	0,711	0,644	0,400	0,344	0,311	0,311	0,256	0,167	0,067		
z_s	−1,28	−1,11	−0,80	−0,56	−0,52	−0,46	−0,28	0,34	0,88		
z_r	−0,56	−0,37	0,25	0,40	0,50	0,50	0,65	0,97	1,50		

em forma acumulativa no sentido da direita para a esquerda. As linhas 5 e 6 são compostas pelas probabilidades condicionais $p(R_i|s)$, probabilidade da resposta de categoria de confiança i ou superior, dado que o sinal foi emitido e $p(R_i|r)$, probabilidade homóloga no caso de ruído. Obtêm-se estas probabilidades dividindo a freqüência acumulada de cada categoria, pelo total da linha correspondente. Nas linhas 7 e 8 encontram-se as notas reduzidas z_s e z_r, correspondentes às probabilidades condicionais. A partir destas notas foi estabelecido o gráfico (ver figura 10), cujas coordenadas são definidas em unidades *probit* (z-ROC) estabelecida da maneira descrita na primeira parte deste artigo. Nota-se que as coordenadas z deste gráfico são orientadas no sentido contrário aos eixos cartesianos. Esta inversão de direção (os valores positivos colocados à esquerda e os negativos à direita) vem do fato de que as freqüências são acumuladas a partir da direita para esquerda, contrariamente ao sentido da integração habitual da função gaussiana.

A partir destes dados foi feita a estimativa dos parâmetros $\alpha = \sigma_s/\sigma_r$, Δm, o coeficiente angular s e d'_e das curvas ROC, segundo o método elaborado por Richards & Thorton (1970), indicado abaixo:

$$\alpha = \frac{N\ \Sigma z_r z_s \ -\ (\Sigma z_r)\ (\Sigma z_s)}{N\ \Sigma z_s^2 \ -\ (\Sigma z_s)^2}$$

$$\Delta m = \frac{(\Sigma z_r)\ (\Sigma z_s^2) \ -\ (\Sigma z_s)\ (\Sigma z_s z_r)}{N\ \Sigma z_s^2 \ -\ (\Sigma z)^2}$$

Tabela 5
Tabelamento dos dados para o cálculo dos parâmetros da curva ROC

z_r	z_s	$z_r z_s$	z^2_s
1,50	0,88	1,320	0,7744
0,97	0,34	0,330	0,1156
0,65	− 0,28	− 0,182	0,0784
0,50	− 0,46	− 0,230	0,2116
0,50	− 0,52	− 0,260	0,2704
0,40	− 0,56	− 0,224	0,3136
0,25	− 0,80	− 0,200	0,6400
− 0,37	− 1,11	0,411	1,2321
− 0,56	− 1,28	0,717	1,6384
3,84	− 3,79	1,682	5,2745

$$\alpha = \frac{9(1{,}682) \ -\ (3{,}84)\ (-3{,}79)}{9(5{,}2745) \ -\ (-3{,}79)^2} = 0{,}898 = \frac{\sigma_s}{\sigma_r}$$

onde o coeficiente angular da reta $s = 1/0{,}898 = 1{,}114$ que corresponde ao ângulo $\theta = 48^{o}09$.

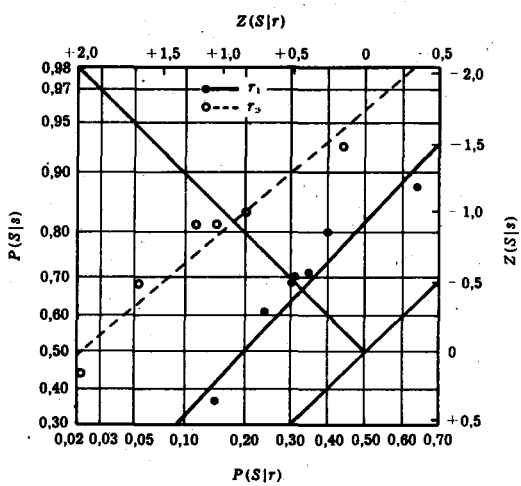
$$\Delta m = \frac{(3{,}84)\ (5{,}2745) \ -\ (-3{,}79)\ (1{,}682)}{9(5{,}2745) \ -\ (-3{,}79)^2} = 0{,}804$$

$$d' = 2\Delta m \left(\frac{s}{1 \cdot s} \right) \qquad 2(0{,}804) \frac{1{,}114}{2{,}114} \qquad 0{,}847$$

Estes parâmetros permitem traçar a curva *z*-ROC (figura 10), e a mesma curva encontra-se na figura 11 representando os mesmos dados em coordenadas lineares, indicando as proporções de alarma falso $p(S|r)$ e as proporções de detecção exata $p(S|s)$. Esta curva é a transposição da reta da figura 10. Por este fim escolha-se um número conveniente de pontos da reta, e os valores de z correspondentes são transformados em proporções $p(S|r)$ e $p(S|s)$. A curva do mesmo sujeito correspondente ao ruído r_2, obtida na mesma condição, foi calculada e traçada da mesma maneira. Ela é representada nos mesmos gráficos.

Figura 10

Gráfico representando os dados do sujeito 1, obtidos na condição de 30°, a 32m com ruídos r_1 e r_2. Representação em coordenadas dupla-*probit* (*z*-ROC)



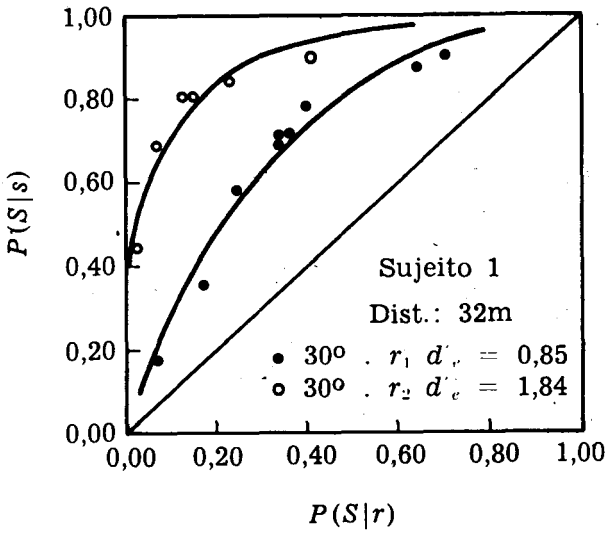
3.4 Teste de Marascuilo

Um exame rápido dos gráficos (figuras 10 e 11) permite constatar que a curva ROC relativa ao ruído maior (r_2) afasta-se nitidamente da outra (r_1) mostrando que sua discriminação é mais fácil. Lembramos que a curva confunde-se com a diagonal positiva no caso em que o sujeito não é capaz de diferenciar e, portanto, responde completamente ao acaso. Quanto mais a curva afasta-se desta diagonal, tanto maior é a capacidade discriminativa do sujeito.

Gourevitch & Galanter (1967) desenvolveram uma prova estatística de hipótese que permite testar a diferença entre dois parâmetros: $H_o = E(d'_1 - d'_2) = 0$. Inspirando-se nestes autores, Smith (1969) elaborou um método que serve para definir um intervalo de confiança

Figura 11

Curva ROC do gráfico **da** figura 10 representada em coordenadas lineares



para $\hat{\beta}$. Mais tarde Marascuilo (1970) generalizou estes métodos para testar a diferença global entre uma série de d'; H_{0k}: $d'_1 = d'_2 = \ldots = d'_k$ e criou um procedimento para testar os contrastes entre os d'_k comparando-os dois a dois, no caso em que a diferença global se revelasse significante.

Todos estes testes postulam a igualdade dos desvios-padrão $\sigma_r = \sigma_s$; todavia, Banks (1970) considerou que "os testes de Gourevitch & Galanter, assim como os de Marascuilo, são suficientemente *robustos* para serem usados nos casos em que existe um razoável afastamento da razão σ_r / σ_s da unidade".

Para saber se os elementos de uma série de índices de discriminação d'_k, obtidos em diferentes condições experimentais, são significativamente diferentes entre eles, Marascuilo (1970) indica como melhor estimativa

$$d'_k \qquad Z_{k1} \qquad Z_{k2}$$

onde z_{k1} é a nota reduzida que corresponde à probabilidade condicional $p(N|r)$, isto é, a probabilidade de dizer não quando o ruído foi apresentado na condição experimental k, e z_{k2} é a nota reduzida correspondente a $p(N\,s)$, probabilidade de dizer não dado que o sinal foi emitido na mesma condição experimental.

Ele mostrou também que o erro-padrão é igual a

$$s^2_{\hat{d}_k} = \frac{p_{k1}\,(1 - p_{k1})}{n_{k1}\ (\text{ord}\ z_{k1})^2} + \frac{p_{k2}\,(1 - p_{k2})}{n_{k2}\ (\text{ord}\ z_{k2})^2}$$

onde p_{k1} e p_{k2} são as proporções de respostas $p(N\ r)$ e $p(N\ s)$, ord z_{k1} e ord z_{k2} correspondem à ordenada da distribuição normal relativa às notas z_{k1} e z_{k2}; n_{k1} e n_{k2} são o número de respostas totais respectivas quando o ruído foi apresentado ou o sinal foi emitido.

Nestas condições a estatística

$$U'_{n} = \sum_{k=1}^{k} \hat{W}_k (\hat{d}'_k - \hat{d}'_n)^2$$

aproxima-se da distribuição χ^2 com $G.L. = k - 1$, sendo

$$\hat{W}_k = \frac{1}{s^2_{\hat{d}'_k}}$$

$$\hat{d}'_n = \frac{\sum_{k=1}^{k} \hat{W}_k \hat{d}_k}{\sum_{k=1}^{k} \hat{W}_k}$$

Aplicando estas fórmulas aos dados do sujeito 1 nas quatro condições experimentais com ângulo de 30°: C_1 = 24m, r_1; C_2 = 24m, r_2; C_3 = 32m, r_1 e C_4 = 32m, r_2, encontramos os valores indicados na tabela 6.

Tabela 6

Tabelamento dos dados para aplicação do teste de Marascuilo

		Condições			
		C_1	C_2	C_3	C_4
Ruído	Sim (igual)	22	17	28	13
	Não (diferente)	68	73	62	77
	Total (n_{k1})	90	90	90	90
	$P(N\|r)$	0,75	0,81	0,69	0,86
	z_{k1}	0,67	0,88	0,50	1,08
	ord z_{k1}	0,3187	0,2709	0,3521	0,2227
Sinal	Sim (igual)	72	80	63	73
	Não (diferente)	18	10	27	17
	Total (n_{k2})	90	90	90	90
	$P(N\|s)$	0,20	0,11	0,30	0,19
	z_{k2}	−0,84	−1,23	−0,52	−0,88
	ord z_{k2}	0,2005	0,1872	0,3485	0,2709
$d'_k = z_{k1} - z_{k2}$		1,54	2,11	1,02	1,96
$s^2_{d'_k}$		0,065	0,054	0,038	0,050

$$\hat{d'}_o = \frac{\frac{1,54}{0,065} + \frac{2,11}{0,054} + \frac{1,02}{0,038} + \frac{1,96}{0,050}}{\frac{1}{0,065} + \frac{1}{0,054} + \frac{1}{0,038} + \frac{1}{0,050}} = \frac{128,81}{80,82} = 1,60$$

$$U'_o = \frac{(1,54 - 1,60)^2}{0,065} + \frac{(2,11 - 1,60)^2}{0,054} + \frac{(1,02 - 1,60)^2}{0,038} + \frac{(1,96 - 1,60)^2}{0,050} = 16,32$$

Temos portanto $U'_o > \chi^2_3$ (0,001 = 16,27 que permite rejeitar a hipótese de igualdade dos d'_k ao nível de $p < 0,001$.

Nos casos semelhantes em que a hipótese de igualdade global é rejeitada, pode-se testar as diferenças tomando os d'_k dois por dois. No caso particular representado acima pode-se testar $\binom{4}{3} = 6$ contrastes, rejeitando H_o quando:

$$\psi_i = \frac{\hat{\psi}_i}{s_{\hat{\psi}_i}} > \sqrt{\chi^2_{k-1}\ (1-\alpha)}$$

onde

$$\psi_i = d'_k - d'_{k'}$$

$$\hat{\psi}_i = \hat{d}'_k - \hat{d}'_{k'}$$

$$s_{\hat{\psi}_i} = \sqrt{s^2_{\hat{d}'_k} + s^2_{\hat{d}'_{k'}}}$$

Por exemplo, a diferença entre os ruídos r_1 e r_2 nas distâncias de 24m e 32m respectivamente:

$$\psi_1 = d'_1 - d'_2 = \frac{2,21 - 1,38}{\sqrt{0,065 - 0,054}} = \frac{0,83}{0,34} = 2,44$$

Sendo $k = 4$, $G.L. = k-1 = 3$, e $\sqrt{\chi^2_{k-1}\ (1-\alpha)} = \sqrt{\chi^2_3\ (0,05)} = \sqrt{7,82} = 2,80 > 2,44$ mostrando que a diferença entre r_1 e r_2 na distância de 24m não é significativa ao nível de $(1-\alpha) = 0,05$.

$$\psi_2 = d'_3 - d'_4 = \frac{1,84 - 0,85}{\sqrt{0,038 + 0,050}} = 3,34 > 2,80$$

portanto significante ao nível de $p < 0,05$.

Testando as diferenças entre distâncias de 24m e 32m nas condições de ruído r_1 e r_2, temos:

$$\psi_3 = d'_1 - d'_3 = \frac{1{,}38 - 0{,}85}{\sqrt{0{,}065+0{,}038}} = 1{,}65 < 2{,}80 \quad \text{N.S.}$$

$$\psi_4 = d'_2 - d'_4 = \frac{2{,}21 - 1{,}84}{\sqrt{0{,}054 + 0{,}05}} = 1{,}15 < 2{,}80 \quad \text{N.S.}$$

A verificação dos dois contrastes restantes ψ_5 e ψ_6, neste caso particular, não tem interesse.

No exemplo descrito foi aplicada a técnica de julgamentos de confiança. Como se pode observar, este número permite obter dados empíricos que se ajustam muito bem à curva ROC prevista pelo modelo. Todavia, o procedimento de cálculo baseado sobre a somação acumulativa das respostas dadas nas diferentes categorias de julgamento não permite explicitar as diferentes estratégias individuais. Isto só se torna possível pela aplicação de uma série de matrizes de imputação que faz com que o método seja muito custoso em tempo e também em dinheiro que serve geralmente para recompensar diferencialmente os acertos e erros do sujeito.

Summary

The objective of the present study was to present and discuss the assumptions that permitted the development of the mathematical model of Signal Detection Theory (SDT). It is pointed out that the model is part of a wider body of knowledge called Decision Theory. We intend to show that the main advantage of SDT resides in separating the sensory from the decisory component in the response of a subject by mathematical deduction. The human operator is conceived as a receiver of signals who tries to optimize the frequency of detection by using the likelihood-ratio criterion. An application is presented as an exemple: the results for a subject are analysed, with greater emphasis placed on the techniques of experimentation and exemplification of the calculating procedures that permit to construct the Receiver Operating Characteristic curve (ROC curve).

Referências bibliográficas

Abrahamson, I. G. & Levit, H. Statistical analysis of data from experiments in human signal detection. *J. Math. Psychol., 6*:391-417, 1969.

Bernoulli, D. Exposition of a new theory on the measurement of risk. Trad. orig. lat. 1738. In: Miller, G. A. *Mathematics and psychology*. New York, 1964. p. 36-51.

Baird, J. C. & Noma, E. *Fundamentals of scaling and psychophysics*. New York, Wiley & Sons, 1978.

Banks, W. P. Signal detection theory and human memory. *Psychol. Bull, 11:* 33-41, 1970.

Castro, G. de. *Elementos de estatística matemática.* Lisboa, Europa-América, 1959.

Coombs, C. H.; Dawes, R. M & Tversky, A. *Mathematical psychology;* an elementary introduction. New York, Prentice-Hall, 1970.

Dorfman, D. D. & Alf Jr. E., Maximum likelihood estimation of parameters of signal detection theory and determination of confidence intervals: rating method data. *J. Math. Psychol., 6:*487-96, 1969.

Edwards, W. The theory of decision making. *Psychol. Bull., 51*(4):380-417, 1954.

———. Measurement of utility and subjective probability. In: Guilliksen & Messick. *Psychological scaling: theory and applications.* New York, Wiley & Sons, 1960.

———. Behavioral decision theory. *Am. Rev. Psychol., 12:*473-98, 1961.

Egan, J P. & Clark, F. R. Source and receiver behavior in the use of a criterion. *J. Acoust. Soc. Am., 28:*1.267-9, 1956.

———; Schulman, A. I. & Greenberg, G. Z. Operating characteristics determined by binary decision and by ratings. *J. Acoust. Soc. Am., 31:*768-73, 1959.

Geldard, F. A. The human senses. Apud Thorton, C. L. Weber's law and signal detection theory. *Percept. & Mot. Skills, 28*(1):293-4, 1969.

Grey, D. R. & Morgan, B. J. Some aspects of ROC curve fitting: normal and logistic models. *J. Math. Psychol., 9*(1):128-39, 1972.

Gourevitch, V. & Galanter, E. A. A significance test for one parameter isosensitivity functions. *Psychometrica, 32:*25-33, 1967.

Green, M. D. & Swets, J. A. *Signal detection theory and psychophysics.* New York, Wiley & Sons, 1966.

Kennedy, J. L. Psychology and system development. In: Gagné, R. *Psychological principles in system development.* New York, Holt, 1962.

Lee, W. *Decision theory and human behavior.* New York, Wiley & Sons, 1971.

Luce, R. D. Detection and recognition. In: Luce, Bush & Galanter, ed. *Handbook of mathematical psychology,* New York, Wiley, 1963, v. 1.

Marascuilo, L. A. Extension of the significance test for one-parameter signal detection hypothesis. *Psychometrica, 35*(2):237-43, 1970.

Munson, W. A. & Carlin, J. E. The measurement of the human transmission characteristics. *J. Accoust. Soc. Am., 26:*542-53, 1954.

Murdock Jr., B. B. Signal-detection theory and short-term memory. *J. Exp. Psychol., 70:*443-7, 1965.

Oglivie, J. C. & Creelman, C. D. Maximum-likelihood estimation or receiver operating characteristic curve parameters. *J. Math. Psychol., 5:*377-91, 1968.

Peterson, W. W.; Birdsall, T. G. & Fox, W. C. The theory of signal detectability. *Trans. Profess. Group on Information Theory,* Inst. Rad. Engrs., PGIT-4, 171-212, 1954.

Pollack, I. & Decker, L. R. Confidence ratings, message reception, and the receiver operating characteristic. *J. Accoust. Soc. Amer., 30:*286-92, 1958.

Richards, B. L. & Thorton, C. L. Quantitative methods of calculating the *d'* of signal detection theory. *Educational & Psychological Measurement, 30*(4):855-9, 1970.

Savage, L. J. Historical and critical comments on utility. In: Savage. *The foundations of statistics.* New York, Wiley, 1954.

Smith, J. E. K. A note on the standard error of the estimates of TDS parameters from "yes-no" experiments. *Mathematical Psychol. Program, Tech. Rep. N.º 69-8.* Ann Arbor, University of Michigan, 1969.

Stephaneck, P. & Donadi, D. C. Essai d'appréciation de la gravité subjective des accidents du travail. Application dans deux milieux différents selon le niveau de développement industriel. *Le Travail Humain, 44*(2):242-50, 1981.

Stephaneck, P. & Castro Figueiredo, M. A. Algumas tentativas de aplicação da Teoria da Detecção do Sinal na percepção dos ângulos em campo aberto. *Estudos Cognitivos, 2*(2):5-25, 1977.

Thorton, C. L. Weber's law and signal detection theory. *Percept. & Mot. Skills, 28*(1):293-4, 1969.

Van Meter, D. & Middleton, D. Modern statistical approach to reception in communication theory. *Trans. Profess. Group in Information Theory,* Inst. Radio Engrs., PGIT-4, 119-45, 1954.