Rotações para uma matriz-alvo*

EVA NICK**

Este estudo apresenta alguns exemplos de aplicação da técnica de rotação de Jöreskog, com o objetivo de demonstrar sua viabilidade e eficácia.

Uma vez obtido um conjunto de cargas fatoriais, o próximo passo consiste em tentar interpretá-lo de modo a extrair um resumo significativo dos dados originais. Sabemos, contudo, que o conjunto de cargas — quando o número de fatores comuns excede a unidade — não representa uma solução única e que transformações ortogonais deste conjunto conduzem a outros equivalentes. Este problema que leva ao estudo dos critérios e técnicas de rotação dos eixos, que podem ser aplicados tanto em um contexto de análise exploratória quanto em um de análise confirmatória.

Autores como Harman (1976), Lawley & Maxwell (1971), Mulaik (1972) e Nunnally (1978) têm chamado a atenção para um conjunto de técnicas denominadas, por alguns, *rotações Procrustes.* Lawley e Maxwell (1971) consideram que as técnicas usadas, quando é possível postular um padrão fatorial no qual as posições das cargas nulas ou quase nulas são especificadas antecipadamente, são "procedimentos de transformação essencialmente aproximados e exploratórios (...) cuja utilização principal deveria ser a de capacitar o pesquisador a formular hipóteses a respeito do possível conteúdo de suas variáveis" (p. 72). Entretanto, a nosso ver, tais técnicas representam um progresso em relação à aplicação cega do critério da estrutura simples de Thurstone, mediante rotações gráficas ou analíticas. Mesmo que não sejam utilizadas em um contexto plenamente confirmatório, elas permitem ao pesquisador fazer uso de seu conhecimento prévio a respeito da natureza das variáveis cujas intercorrelações deseja estudar.

* Artigo apresentado à Redação em 24.7.87.

** Professora titular no Instituto de Psicologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e professora titular no Centro de Pós-Graduação em Psicologia (CPGP) da FGV. (Endereço da autora: Rua Aristides Espínola, 43/403 — Leblon — 22.440 — Rio de Janeiro, RJ.)

Este artigo objetiva expor tais técnicas, considerando que os modernos recursos de computação as tornam facilmente exeqüíveis e que representam alternativas para os investigadores que têm feito uso das rotações analíticas, por não terem fácil acesso a outros programas computacionais, a não ser os inseridos nos "pacotes de *software*" até agora disponíveis, como é o caso, por exemplo, do SPSS (1975).

Devemos a Jöreskog (1968, 1969, 1970, 1979) a elaboração de uma técnica de rotação para uma matriz-alvo na qual os coeficientes nulos de uma matriz-estrutura são antecipadamente especificados.

Seja A uma matriz M x R a ser transformada, e B uma matriz-alvo M x R com a seguinte forma:

$$
\begin{matrix}
x & 0 & 0 \\
x & 0 & 0 \\
0 & x & 0 \\
x & x & 0 \\
0 & x & 0 \\
0 & 0 & x \\
0 & 0 & x \\
0 & 0 & x \\
x & 0 & 0
\end{matrix}
$$

Deseja-se achar uma matriz de transformação igual a TR x R, a ser aplicada a A de tal maneira que:

a) a soma dos quadrados dos elementos de AT que correspondem aos elementos nulos de B seja um mínimo;

b) diag $T'T - I = 0$

A fim de aplicar a técnica de Jöreskog, monta-se uma matriz As ($s = 1 \ldots r$) constituída apenas das linhas da matriz A correspondentes aos elementos nulos da coluna Bs da matriz B. No exemplo anterior, teríamos as matrizes $A1$, $A2$ e $A3$ (correspondentes às três colunas da matriz B) apresentadas na tabela 1.

Tabela 1

Matrizes As correspondentes às três colunas da matriz B

$A1$			$A2$			$A3$		
a31	a32	a33	a11	a12	a13	a11	a12	a13
a51	a52	a53	a21	a22	a23	a21	a22	a23
a61	a62	a63	a61	a62	a63	a31	a32	a33
a71	a72	a73	a71	a72	a73	a41	a42	a43
a81	a82	a83	a81	a82	a83	a51	a52	a53
			a91	a92	a93	a91	a92	a93

Para cada matriz *As* obtém-se o produto *A'SAS*, ou seja, no exemplo anterior, *A'1A1*, *A'2A2* e *A'3A3*. Obtém-se *TS* (*s*-ésima coluna da matriz *T*) escolhendo-se o *eigenvetor* correspondente ao *menor* eigenvalor de *A'SAS*. A aproximação à matriz *B* será, então, o produto *AT*, sendo *T* formada pelos vetores de *TS*.

Como exemplo, calculamos *AT* para a matriz de cargas fatoriais obtidas pela técnica da máxima verossimilhança (tabela 2), a partir da matriz de covariância padronizada dos dados analisados por Emmett e apresentados por Lawley & Maxwell (1971).

Tabela 2

Cargas fatoriais obtidas pela técnica da máxima verossimilhança

Variáveis	I	II	III
1	0,664	0,321	0,074
2	0,689	0,247	−0,193
3	0,493	0,302	−0,222
4	0,837	−0,292	−0,035
5	0,705	−0,315	−0,153
6	0,819	−0,377	0,105
7	0,661	0,396	−0,078
8	0,458	0,296	0,491
9	0,766	0,427	−0,012

Os resultados obtidos, apresentados na tabela 3, representam uma excelente aproximação da matriz-alvo *B* (onde zero representa uma carga fatorial nula e 1 uma carga fatorial não-nula, de valor não-especificado):

$$
\begin{matrix}
x & 0 & x \\
x & 0 & x \\
x & 0 & x \\
x & x & x \\
x & x & 0 \\
0 & x & x \\
x & 0 & x \\
x & 0 & x \\
0 & 0 & x \\
x & 0 & x
\end{matrix}
$$

Tabela 3

Cargas fatoriais obtidas após rotação pela técnica de Jöreskog

Variáveis	I	II	III
1	0,3859	0,0339	0,2940
2	0,5394	0,0862	0,0350
3	0,5208	−0,0562	−0,0359
4	0,1569	0,6439	0,1425
5	0,1779	0,5918	0,0000
6	0,0000	0,7232	0,2582
7	0,5376	−0,0474	0,1598
8	0,0000	0,0000	0,6333
9	0,5483	−0,0197	0,2550

O mesmo procedimento foi aplicado à matriz fatorial da tabela 4, obtida através de uma análise dos resultados de uma amostra de 292 crianças em um conjunto de 10 testes de aptidão intelectual, tendo os fatores sido extraídos pela técnica da máxima verossimilhança (Lawley & Maxwell, 1971).

Matriz-alvo B

Variáveis	I	II	III
1	x	0	0
2	0	x	0
3	x	x	0
4	x	0	0
5	0	x	0
6	0	0	x
7	0	0	x
8	0	x	x
9	0	0	x
10	0	x	x

Tabela 4

Cargas fatoriais para um conjunto de 10 testes de aptidão intelectual

Variáveis	I	II	III
1	0,759	0,329	0,289
2	0,340	0.849	0,274
3	0,633	0,450	0,327
4	0,657	0,345	0,397
5	0,370	4,453	0,276
6	0,464	0,263	0,615
7	0,485	0,332	0,561
8	0,183	0,472	0,684
9	0,354	0,209	0,754
10	0,409	0,423	0,514

Obtivemos a matriz fatorial constante da tabela 5 após multiplicar a matriz fatorial *A* pela matriz de transformação.

Tabela 5

Matriz de cargas fatoriais obtidas mediante aplicação da técnica de Jöreskog

Variáveis	I	II	III
1	0,47	−0,03	−0,07
2	−0,03	0,61	−0,02
3	0,31	0,13	0,00
4	0,33	0,01	0,07
5	0,10	0,24	0,04
6	0,09	0,00	0,35
7	0,11	0,05	0,28
8	−0,24	0,29	0,48
9	−0,05	−0,03	0,53
10	0,04	0,17	0,25

Os fatores obtidos, assim como os do exemplo anterior, são oblíquos. Para a segunda transformação, a matriz de intercorrelações entre os fatores é a constante da tabela 6.

Tabela 6

Matriz de intercorrelações entre os fatores

	I	II	III
I	1,00	0,54	0,64
II	0,54	1,00	−0,12
III	0,64	−0,12	1,00

Evidentemente, existem técnicas que permitem fazer a rotação para uma matriz-alvo usando fatores ortogonais, assim como outras que permitem especificar parcial ou totalmente as cargas fatoriais da matriz-alvo. O leitor interessado poderá consultar as referências bibliográficas apresentadas no final deste artigo.

Nossos cálculos foram efetuados em um microcomputador FPC-XT, utilizando o sistema APL-Plus para o PC da STSC, Inc. (1986).

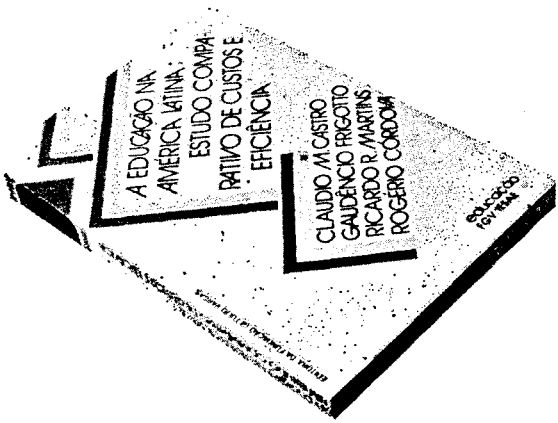
Abstract

This paper illustrates some applications of Jöreskog's method of rotation to a target matrix, in order to demonstrate its feasibility and usefulness.

Referências bibliográficas

Harman, H. H. *Modern factor analysis*. 3. ed. Chicago, University of Chicago Press, 1976.
Jöreskog, K. G. Testing a simple structure hypothesis in factor analysis. *Psychometrika, 31*:165-78, 1968.
———. Some contributions to maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika, 32*: 443-89, 1969.
———. A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika, 34*:183-202, 1970.
——— & Lawley, D. N. New methods in maximum likelihood factor analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 21*:85-96, 1979.
Lawley, D. N. & Maxwell, A. E. *Factor analysis as a statistical method*. 2. ed. London, Butterworths, 1971.
Mulaik, S. A. *The foundations of factor analysis*. New York, McGraw-Hill, 1972.
Nunnally, J. C. *Psychometric theory*. 2. ed. New York, McGraw-Hill, 1978.
SPSS: statistical package for the social sciences. 2. ed. New York, McGraw-Hill, 1975.
STSC, Inc. *APL-plus system for the PC*. Reference manual. 1986.

UMA PESQUISA AMBICIOSA



Nas livrarias da FGV:
Rio - Praia de Botafogo, 188
Av. Presidente Wilson, 228-A
São Paulo - Av. Nove de Julho, 2029
Brasília - CLS 104, Bloco A, loja 37

Ou pelo Reembolso Postal
À FGV/Editora - Divisão de Vendas
Caixa Postal, 9052
20.000 - Rio de Janeiro - RJ