Comentários sobre o Artigo
Modelos Alternativos para Extração da
Volatilidade de Ativos: um Estudo Comparativo

João Victor Issler

1. Resumo do Artigo de Pereira et alii (1999)

Pereira et alii (1999) se propõem a estimar a volatilidade do retorno de 3 ativos comumente transacionados em mercados brasileiros – a taxa de câmbio R$/US$, o título de dívida brasileira Cbond, e a ação da Telebrás[1] – usando duas técnicas distintas: modelos $ARCH$, inspirados no trabalho inicial de Engle (1982), e modelos de Volatilidade Estocástica, inspirados no trabalho inicial de Taylor (1980). Para cada retôrno, os respectivos modelos estimados são escolhidos combinando-se o uso de Critérios de Informação (AIC e BIC) ao uso de Testes de Diagnóstico (Estatística Q para autocorrelação serial dos resíduos e resíduos quadrados).

Após estimadas as volatilidades por diferentes modelos tanto da classe $ARCH$ quanto da classe de Volatilidade Estocástica, estes são comparados usando-se as seguintes medidas: (i) precisão da previsão um passo a frente com os coeficientes estimados a partir do uso de toda a amostra (i.e., precisão da previsão dentro da amostra), e (ii) precisão da previsão um passo a frente com os coeficientes estimados aumentando-se recursivamente a amostra (i.e., precisão da previsão fora da amostra). No cômputo da precisão dentro da amostra, quatro funções de perda distintas são usadas (Hamilton e Susmel (1994)). Para a precisão fora da amostra, usa-se a maior aderência ao inter-

[1] Os Editores da Revista de Econometria disponibilizaram quatro séries para todos os autores, embora a maioria tenha optado por não modelar todas. A série adicional foi a do retôrno do CACAU (uma commodity).

valo de confiança de 95% como critério de ordenação dos modelos estimados.

A implementação empírica das estimativas de ambas as classes de modelos têm algumas peculiaridades que merecem ser notadas. Primeiro, como as séries de retôrno financeiro brasileiras estão sujeitas a movimentos bruscos de alta ou de baixa, i.e., contém diversas observações aberrantes, os autores optaram pelo uso de variáveis *dummies* na modelagem das mesmas. Esse expediente tem sabidamente dois efeitos: (i) evita a grande influência que aquelas observações teriam sobre as estimativas dos parâmetros, e (ii) reduz o erro de previsão do modelo estimado para aquelas observações onde as *dummies* estão ativas. O critério de escolha das possíveis observações aberrantes não está explicitado, o que leva a crer que um critério subjetivo (puramente visual) foi utilizado na escolha destas.[2] Dependendo da série a ser modelada, as *dummies* consideradas podem entrar tanto na média condicional do retôrno quanto na variância condicional deste. Segundo, técnicas de simulação (*Markov-Chain Monte Carlo – MCMC*) são usadas em alguns casos para obter estimativas de máxima verossimilhança. Esse procedimento visa facilitar a obtenção do ótimo da função de verossimilhança, como também conseguir estimativas mais precisas para a matriz de variância-covariância dos estimadores. Terceiro, existe uma certa assimetria na modelagem de cada classe: $ARCH$ *vs* Volatilidade Estocástica. Para a segunda, usa-se algumas vezes modelos mais ricos para a variância que não são sequer cogitados para a primeira classe. Por exemplo, por suspeitar que haja diferenças na volatilidade da segunda-feira *vis-a-vis* à do resto da semana, os modelos de Volatilidade Estocástica da Telebrás e do Cbond usam *dummies* para o dia da semana na modelagem da variância. Já para os modelos da classe $ARCH$ não se encontra nenhuma especificação semelhante para a modelagem dos retôrnos de Telebrás e do Cbond.

[2] A exceção parece ser o retôrno do R$/US$; ver a nota de rodapé nº 6.

Pereira et alii identificaram os seguintes *outliers* nas séries financeiras brasileiras: as observações de 10/3/95 e 27/10/97 (i.e., 2 observações) para o retôrno de Telebrás, de 9/1/95, 12/1/95, 27/10/97, 28/10/97, e 29/10/97 (i.e., 5 observações) para o retôrno do Cbond, e de 1/7/94 *até* 30/6/95 (i.e., 250 observações) para o retôrno da taxa de câmbio R$/US$. Os autores mencionam explicitamente no texto que usaram *dummies* na modelagem de Telebrás e do Câmbio, embora nada seja mencionado sobre o Cbond, o que leva a crer que não foram usadas *dummies* na modelagem do retôrno do último.

O resultado da comparação dos modelos de ambas as classes ($ARCH$ e Volatilidade Estocástica – VE) pelos critérios descritos acima levam os autores a concluir o seguinte (seção 5):

> Podemos afirmar que se o critério de escolha for alguma função perda o modelo VE é superior aos outros, exceto para os critério (sic) MSE. Observe também que a classe VE é a melhor se conjugarmos os critérios de função perda e percentual de valores fora do intervalo de confiança ...

2. Analisando os Resultados de Pereira et alii (1999)

2.1 Erros e omissões

Dado o pouco tempo que os autores tiveram para preparar seus manuscritos para esse número especial da *Revista de Econometria* é natural que a apresentação dos mesmos antes da revisão final não seja ideal, contendo erros e omissões. Entretanto, no caso de Pereira et alii, os erros cometidos mudam algumas das conclusões apresentadas no artigo, e por isso merecem ser discutidos aqui. Os erros aos quais me refiro estão contidos nas tabelas 4.7 e 4.9, e fazem a ordenação (ranqueamento) dos modelos $ARCH$ e Volatilidade Estocástica mudar. Consultando-se as tabelas 4.2 e 4.4 respectivamente, nota-se que

há erros nas colunas de MSE e MAE das tabelas 4.7 e 4.9. Estes, se corrigidos, nos dariam os seguintes resultados, reportados a seguir nas tabelas 1 e 2 respectivamente:[3]

Tabela 1
Melhor Classe de Modelos – Telebrás
Correção da tabela 4.7 de Pereira et alii (1999)

Classe/ Critério	PI	PII dentro	PII fora	MSE	MAE	LE^2	$\|LE\|$	LR	Geral
GARCH	2^o	3^o	3^o	1^o	1^o	3^o	2^o	-	2^o
VE	1^o	1^o	1^o	2^o	2^o	1^o	1^o	-	1^o
SWARCH	3^o	2^o	2^o	3^o	3^o	2^o	3^o	-	3^o

Tabela 2
Melhor Classe de Modelos – Cbond
Correção da tabela 4.9 de Pereira et alii (1999)

Classe/ Critério	PI	PII- dentro	PII fora	MSE	MAE	LE^2	$\|LE\|$	LR	Geral
GARCH	2^o	1^o	2^o	1^o	2^o	2^o	2^o	-	1^o
VE	3^o	3^o	1^o	3^o	1^o	1^o	1^o	-	2^o
SWARCH	1^o	2^o	3^o	2^o	3^o	3^o	3^o	-	3^o

Tabela 3
Melhor classe de Modelos – Câmbio.
Inclusão da tabela 4.10 de Pereira et alii (1999)

Classe Critério	PI	PII- dentro	PII fora	MSE	MAE	LE^2	$\|LE\|$	LR	Geral
GARCH	1^o	2^o	1^o	2^o	2^o	2^o	2^o	-	2^o
VE	3^o	3^o	1^o	1^o	1^o	1^o	1^o	-	1^o
SWARCH	2^o	1^o	3^o	3^o	3^o	3^o	3^o	-	3^o

[3] O critério LR listado em Pereira et alii (1999) não foi usado nas comparações entre diferentes classes de modelos, pois não se aplica aos modelos de Volatilidade Estocástica. O critério de escolha dos melhores modelos foi baseado na menor soma dos postos obtidos por estes.

Os resultados análogos para a taxa de Câmbio foram omitidos da versão preliminar que recebi. Consultadas as tabelas 4.5 e 4.6, pode-se compor uma tabulação análoga para o retôrno dessa variável como segue:[4]

2.2 Dummies

Essa seção discute criticamente o uso de variáveis *dummy* em modelos de regressão. A relevância do tema na discussão do trabalho de Pereira et alii é imediata, pois (i) várias das regressões estimadas por estes usam *dummies*, e, (ii) a maioria dos modelos com alta precisão na previsão da variância condicional usa esse tipo de regressor.

O uso de variáveis *dummy* em econometria sempre foi muito comum em trabalhos aplicados, embora sua justificativa teórica seja questionável. A princípio, o uso de *dummies* é um último recurso de modelagem, quando fica evidente que o modelo estimado sofre de deficiências que somente podem ser sanadas alternativamente a um custo muito alto em termos de tempo.

Consultados os livros-texto de econometria sobre o assunto variáveis *dummy*, nota-se que o espaço ocupado por este é relativamente pequeno. De fato, manuais mais recentes como Davidson e McKinnon (1993) sequer listam o nome *Dummy* no índice de Matérias Tratadas. Consultado um Dicionário de Inglês Britânico (Oxford Advanced Learner's Dictionary (1991:376)), de Inglês Americano (The American College Dictionary (1968:373)), e um dicionário Inglês-Português (Nôvo Michaelis Inglês-Potuguês, Dicionário Ilustrado (1969:335)) obteve-se respectivamente as seguintes definições para esta palavra:

[4] É impossível, dada a última coluna da tabela 4.5, distingüir a melhor classificação para o exercício de previsão II - fora da amostra. Por esta razão, a classe VE e $GARCH$ estão empatadas em primeiro lugar.

Dummy: thing that appears to be real but is only an imitation.

Dummy: counterfeit; sham; imitation.

Dummy: simulado, postiço, contrafeito, falsificado.

Dadas as definições acima, cabe perguntar o que uma variável *dummy* imita ou falsifica? No caso de análise de regressão, a variável *dummy* tenta fazer com que um modelo com erro de especificação passe nos testes de especificação. É essa exatamente a argumentação em Pereira et alii (e.g. seção 3.1.1). Busca-se que o modelo de imitação (com *dummies*) seja uma aproximação aceitável do Processo Gerador dos Dados. Com relação à imitação de um possível Processo Gerador dos Dados, os autores nos dão uma pista ao comentarem sobre o uso de *dummies* para o retôrno do Câmbio (seção 3.1.3):

> O comportamento da série é um até a observação 250 e outro completamente diferente daí em diante. [Isso faz que não seja plausível um modelo que não controle por este feito... [Uma forma de contornar este problema é incluir uma *dummy* tanto na especificação da média quanto da variância condicional... [Assim se permite que o modelo apresente duas médias e duas variâncias condicionais, uma para cada período.

Ora, se o comportamento da série de Câmbio é um até a observação 250 e outro completamente diferente daí em diante, talvez esta esteja sujeita a regimes distintos nesses dois períodos. Especificamente nesse caso, uma possível explicação seria a mudança do regime de bandas largas no início do plano Real para o regime de mini-bandas. Dada essa possibilidade, não seria mais razoável buscar um modelo com médias e variâncias diferentes ao invés de se falsificar um modelo que não tem essas propriedades? Será que um modelo de diferentes regimes não seria uma aproximação mais razoável para o Processo Gerador dos Dados?

Além de não serem um substituto adequado a modelos mais complexos em alguns casos, a implementação de variáveis *dummy* no contexto usado por Pereira et alii tem os seguintes problemas:

(a) Como identificar períodos com observações aberrantes? Pereira et alii usaram um procedimento *ad-hoc* baseado em inspeção visual para identificar *outliers*. Pode-se perguntar, por exemplo: porque indentificou-se apenas as observações de 10/3/95 e 27/10/97 como *outliers* para o retôrno de Telebrás, e não algum outro ponto contíguo adicionalmente? Porque apenas os dois maiores retôrnos são *outliers* e não os três maiores, ou apenas o maior? Suponha que se use alternativamente um modelo sem dummies para indentificar *outliers*. Se este não for estimado de forma robusta, como podemos confiar nestas estimativas para construirmos um intervalo de confiança para observações aberrantes?

(b) A identificação de *dummies* para uso num modelo posterior constitui-se num pré-teste do modelo com *dummies*. Porém, pré-testes afetam as propriedades do modelo usado posteriormente. Nesse caso, quais seriam as propriedades estatísticas dos modelos finais (com *dummies*)? Dado que se faz em várias instâncias testes de hipótese usando-se modelos com dummies, como assegurar que os intervalos de confiança para tais testes estão corretos sem considerar esta questão?

(c) É fato que o uso de *dummies* pode levar um modelo com erros de especificação a passar em testes de especificação. Tal procedimento visa garantir um comportamento aceitável do modelo com *dummies* dentro da amostra. Nesse caso, o procedimento é como o de uma autópsia, i.e., elege os *outliers* que são a *causa-mortis* do modelo que não passa em testes desta natureza. Entretanto, isso não garante que o modelo transformado (com *dummies*) terá um bom comportamento fora da amostra! O melhor dos

exemplos pode ser dado com o modelo de Pereira et alii para o Câmbio. Como é sabido, o regime de bandas estreitas de câmbio terminou em janeiro de 1999, dando lugar a um regime de câmbio flutuante. Sem modificações, as previsões dos modelos XARCH e de Volatilidade Estocástica de Pereira et alii seriam de que, no regime flutuante, a volatilidade do Câmbio teria reversão para a mesma média que vigorou no regime de mini-bandas, o parece uma possibilidade absurda, dado que, no regime flutuante, a volatilidade do câmbio é muito maior do que a do regime de mini-bandas.

3. Comparações entre Classes de Modelos em Bases Iguais

Como dito anteriormente, o uso de variáveis *dummy* tem dois efeitos: (i) evita a grande influência que outliers teriam sobre as estimativas dos parâmetros, e (ii) reduz o erro de previsão do modelo estimado para aquelas observações onde as *dummies* estão ativas. Nessa nota não discutiremos os efeitos das *dummies* sobre os coeficientes estimados; ver Mendes e Duarte Jr. (1999).[5] Entretanto, dado que o critério de comparação entre modelos de diferentes classes é um menor valor para a função de perda, e as *dummies* certamente reduzem a última, seria interessante que as diferentes classes de modelos fossem comparadas controlando-se pela influência das *dummies* usadas nas regressões. Nesse caso, proporciona-se ao leitor da *Revista de Econometria* uma visão melhor das potencialidades das diferentes técnicas apresentadas nesse Número Especial.[6]

[5] Nos abstemos também de examinar qual deve ser o conjunto de informação a ser usado na classe VE para permitir comparabilidade com a classe $ARCH$: se as variâncias filtradas, suavizadas ou algum outro tipo de previsão com um conjunto de informação distinto.

[6] A idéia básica dos Editores da *Revista de Econometria* para esse Número Especial era a seguinte. A volatilidade das séries brasileiras de retôrno seria modelada por quatro técnicas diferentes – modelos $ARCH$, modelos de *Volatilidade Estocástica*, modelos com heterocedas-

Como a inclusão de uma variável *dummy* (de impulso) para o controle de *outliers* reduz virtualmente a zero o erro de previsão do modelo para aquela observação aberrante, uma forma natural de se considerar a inclusão de *dummies* em modelos de regressão (sem reestimá-los) seria excluir o erro de previsão para os *outliers* em questão. Para qualquer regressão, listados os *outliers* em ordem decrescente de magnitude (em módulo), pode-se perguntar o seguinte: quantas variáveis *dummy* são necessárias em uma regressão para que esta gere previsões melhores (segundo alguma função de perda) do que uma outra regressão qualquer, i.e., quantos *outliers* devem ser excluídos da regressão até que esta apresente uma função de perda menor que um determinado valor. Em geral, como na área de Finanças o interesse de previsão é na variância condicional dos retôrnos, e não no log desta, implementa-se a seguir o exercício descrito acima considerando-se as funções de perda de Erro Quadrático Médio (MSE) e Erro Absoluto Médio (MAE), pois estas consideram como alvo da previsão a variância condicional do retôrno dos ativos. Os resultados são apresentados na tabela 4.

A tabela 4 apresenta um estudo comparativo dos resultados obtidos pelos modelos da classe $ARCH$ (inclui modelos $SWARCH$) estimados em Issler (1999) e da classe de Volatilidade Estocástica estimados por Pereira et alii (1999). Responde-se à seguinte pergunta: dado que as regressões em Issler não incluiram *dummies* de espécie alguma, quantas *dummies* de impulso devem ser incluídas nas regressões estimadas por este para que os seus respectivos modelos tenham funções de perda (MSE e MAE) menores do que as obtidas por Pereira et alii? Os resultados mostram que, na maioria dos ca-

---

ticidade usando *Estimação Robusta*, e modelos com heterocedasticidade usando *Inferência Bayesiana* – com técnicas e resultados descritos em quatro artigos distintos. Os resultados finais das estimativas das volatilidades seriam comparados seguindo-se a proposta de Hamilton e Susmel (1994), onde usa-se a previsão um-passo-a-frente (dentro da amostra) e quatro funções de perda distintas para ordenar diferentes modelos de volatilidade.

sos, necessitou-se de um número igual ou menor de observações com dummies nas regressões do que o usado em Pereira et alii para obter um modelo que vencedor do concurso de previsão a-um-passo. A exceção é o retôrno de Cbond para o critério MAE.[7]

Tabela 4
Comparação em Bases Iguais dos Resultados de Issler (1999)
com os de Pereira et alii (1999):
Melhores Modelos *ARCH* em Issler (1999) Incluindo "Dummies"

Séries	Critérios para Melhor Modelo *ARCH* (Número de Dummies em Issler)		Critérios para Melhor Modelo VE (Número de Observações com Dummies em Pereira et alii)	
	MSE	MAE	MSE	MAE
Retôrno do R$/US$	0.039556 (5)	0.04337 (62)	0.041636 (250)	0.043699 (250)
Retôrno do Cbond	173.8946 (0)	3.3701 (2)	176.100 (0)	3.5340 (0)
Retôrno de Telebrás	243.62 (2)	8.633 (2)	249.70 (2)	8.815 (2)

Feitas as comparações em bases iguais, conclui-se exatamente o oposto do que concluem Pereira et alii: [Não] "Podemos afirmar que ... o modelo VE é superior aos outros". De fato, baseados no exercício aima, podemos afirmar que a classe *ARCH* é superior a de Volatilidade Estocástica. Por fim, cabe lembrar a máxima de D. Hendry a respeito de competições de previsão: "A lousy model can win a forecasting competition". A meu ver, dada a discussão da seção anterior, o que faz os modelos serem "lousy" é a inclusão

[7] A comparabilidade não é perfeita no caso do retôrno do Câmbio pois Pereira et alii não usam *dummies* de impulso, i.e., apesar de usarem apenas duas *dummies* (uma na média e outra na variância), fazem com que estas cubram 250 observações. Um outro ponto que prejudica as comparações em alguns casos é o uso de dummies de dia de semana por Pereira et alii, não utilizadas em Issler.

de *dummies* nas regressões somente visando ganhar uma competição de previsão. Entretanto, note que, na única instância em que não se inclui *dummies* nas regressões estimadas, e as classes classe $ARCH$ e de Volatilidade Estocástica são comparadas nas bases propostas por Pereira et alii, a melhor classe é a $ARCH$; ver o resultado para o retôrno do Cbond reportado na tabela 2.

Como discutido na seção anterior, uma alternativa ao uso de *dummies* é o uso de modelos de regimes alternados (*switching-regimes*); ver Hamilton e Susmel (1994). Estes, entretanto, apesar de promissores, não se constituem numa panacéia para a modelagem dos retôrnos dos ativos brasileiros. Algumas dificuldades desta classe de modelos ainda têm que ser contornadas: (i) o fato dos regimes serem apenas na variância e não na média e na variância, e, (ii) o fato de que, analogamente a discussão $ARCH$ *vs* $GARCH$, muitas defasagens do erro quadrático podem ser necessárias para captar a dinâmica da volatilidade dos modelos de regimes alternados, o que pode requerer um termo de volatilidade defasada na equação da variância. Isso entretanto, viola a propriedade de *Markov* para a regressão do retôrno quadrático, o que é um problema para essa classe de modelos.

Referências Bibliográficas

Davidson, R. & MacKinnon, J. (1993). "*Estimation and Inference in Econometrics*". New York, Oxford University Press.

Engle, Robert F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation". **Econometrica**, *50*, 987–1008.

Hamilton, James D. & Susmel, Raul. (1994). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime". *Journal of Econometrics*, **64**, 307–333.

Issler, J.V. (1999). "Estimating and Forecasting the Volatility of Brazilian Finance Series Using ARCH Models". *Revista de Econometria*, Número Especial.

Mendes, B.V.M. & Duarte Jr., A.M. (1999). "Robust Estimation for ARCH Models". *Revista de Econometria*, Número Especial.

Nôvo Michaelis Inglês-Potuguês, Dicionário Ilustrado. São Paulo: Melhoramentos, 1969.

Oxford Advanced Learner's Dictionary. Oxford: Oxford University Press, 1991.

Pereira, P.L.V.; Hotta, L.K.; Souza, L.A.R. & Almeida, N.M.C.G. (1999). "Modelos Alternativos para Extração da Volatilidade de Ativos: um Estudo Comparativo". *Revista de Econometria*, Número Especial.

The American College Dictionary. New York: Prentice Hall, 1968.

Taylor, S.J. (1980). "Conjectured Models for Trend in Financial Prices, Tests and Forecasts". *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, **143**, 338–362.