AS RESERVAS E O CASO DE BANDAS MÚLTIPLAS

Aloísio Araujo*

Cypriano L. Feijó Filho**

Resumo

O artigo aborda a questão do uso de frequentes intervenções do governo no mercado de câmbio na tentativa de estabilizá-lo. O problema é reduzido à comparação entre dois regimes cambiais. No primeiro, o governo intervém quando o câmbio atinge um determinado nível. No outro regime, as intervenções ocorrem em dois níveis de câmbio diferentes. Através de técnicas da literatura de Bandas de Câmbio, o artigo mostra que intervenções mais frequentes no mercado de câmbio estabilizam-no a curto prazo em detrimento da estabilidade futura.

Abstract

The paper addresses the issue of frequent government interventions in the exchange rate market in the attempt to stabilize the exchange rate. The problem is reduced to a simple comparison between two regimes. In the first one, the government intervenes at a single exchange rate level. In the other regime the intervention occurs at two different levels. Using techniques common to the Target Zone literature, the paper shows that more frequent interventions lead to short run stability at the expense of a more volatile exchange market afterwards.

Palavras-Chave: Bandas de câmbio, reservas, ataques especulativos

Código JEL: F31, F32

* Escola de Pós Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas & Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

** Doutorando pela Escola de Pós Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas

1. Introdução.

Neste artigo fazemos uma pequena resenha da literatura de bandas de câmbio e apresentamos um modelo que mostra, de maneira estilizada, que intervenções frequentes do governo na tentativa de estabilizar o câmbio geram maior estabilidade cambial a curto prazo em detrimento de uma maior instabilidade futura.

Na primeira seção apresentamos as hipóteses e equações básicas da literatura de bandas. Nesta seção, obtemos de maneira explícita as equações que relacionam a taxa de câmbio aos seus fundamentos, para diversos regimes cambiais.

Na seção seguinte apresentamos o modelo de Krugman e Rothemberg que procura explicar o papel das reservas no regime de câmbio em bandas. Nesse modelo, o simples fato de que o governo se compromete a intervir no mercado de câmbio vendendo suas reservas faz com que o câmbio seja mais estável relativamente à situação de câmbio livre.

O resultado mais importante desse modelo é o fato de que mesmo que o governo não tenha reservas em volume suficiente para impedir a desvalorização cambial além de um nível desejado, a sua decisão de intervir faz com que o câmbio se estabilize a curto prazo e também consegue retardar no tempo o momento em que o câmbio ultrapassa o nível desejado.

Quando o volume de reservas é pequeno, o governo perde todas as suas reservas num ataque especulativo na primeira vez que o mercado "testa" o governo, i.e., na primeira vez que o câmbio atinge o nível máximo desejado pelo mesmo. Em outras palavras, o governo vende todas as suas reservas na tentativa de conter o câmbio, mas não consegue fazê-lo. Em suma, com poucas reservas o governo se vê diante de duas alternativas:

i) anuncia que irá intervir no mercado de câmbio caso este atinja um determinado nível máximo; com isso retarda a desvalorização, estabiliza o câmbio a curto prazo, mas perde toda as reservas num ataque especulativo;

ii) governo não intervém: mantém suas reservas, mas o mercado cambial segue seu rumo irrestrito.

Quando as reservas são suficientemente grandes, os resultados são basicamente os apresentados acima com as qualificações que se consegue retardar a desvalorização por mais tempo e que o ataque especulativo, com o governo perdendo todas as suas reservas, não acontece na primeira vez que o mercado "testa" o governo.

Quão grandes as reservas têm que ser para evitar o ataque especulativo depende inversamente do nível máximo desejado para câmbio: quando maior o nível máximo, i.e., menos restritiva é a ação do governo, menor pode ser o volume inicial de reservas. O motivo disto é que quanto maior o câmbio no momento da intervenção, maior é a contração monetária decorrente da venda de reservas e, portanto, mais fácil o controle cambial. Na primeira parte do relatório obtemos explicitamente o nível crítico de reservas: para reservas maiores que o nível crítico, não temos ataque especulativo na primeira vez que o mercado "testa" o governo; para reservas inferiores ao nível crítico, temos o ataque.

Poder-se-ia argumentar que a estratégia do governo de somente intervir no momento em que o câmbio atinge o nível desejado pela primeira vez é pouco realista, já que, na prática, o governo iria fazer intervenções em níveis intermediários entre os níveis corrente e máximo desejado, ou seja, o governo interviria mais frequentemente.

Na terceira seção, investigamos que modificações seriam introduzidas nos resultados anteriores quando passamos para uma nova regra de intervenção nos moldes descritos acima, consideramos o seguinte modelo estilizado. O governo se compromete a intervir no mercado de câmbio em dois momentos: quando o câmbio atinge o nível máximo desejado (segundo momento) e quando atinge um determinado nível (primeiro momento), anunciado aos agentes econômicos, intermediário entre o nível corrente e o nível máximo desejado.

Os resultados principais obtidos são que, com a nova regra, o câmbio é mais instável a curto prazo (até atingir o nível intermediário) e passa a ser mais instável em seguida, em comparação com a regra inicial. Além disso, o tempo total do programa de defesa cambial (tempo até que o nível máximo desejado seja superado) é reduzido com a nova regra. Portanto, intervenções mais frequentes estabilizam momentaneamente a taxa de câmbio em detrimento da estabilidade futura.

Por fim, a última seção conclui o artigo.

2. O modelo básico.

A equação básica da literatura de Bandas de Câmbio é a seguinte:

$$x(t) = f(t) + \alpha E[dx \mid \phi(t)] \,/\, d(t) \tag{1}$$

onde $x(t)$ é o logaritmo da taxa de câmbio à vista, no tempo t; $f(t)$ denota um conjunto de fundamentos macroeconômicos; $\phi(t)$ é o conjunto de informação, comum a todos os agentes, no tempo t. $\phi(t)$ engloba o valor corrente dos fundamentos, bem como as regras de intervenção da política cambial; α é um parâmetro positivo; "E" denota o operador esperança matemática e

$$E[dx \mid \phi(t)] \,/\, dt \equiv \lim_{s \to 0} E[x(t+s) - x(t) \mid \phi(t)] \,/ s.$$

A equação (1) possui uma interpretação bastante clara: o câmbio (seu logaritmo) é determinado por fundamentos macroeconômicos mais um termo especulativo.

A especificação dos fundamentos f é genérica e a força dos modelos de Bandas de Câmbio reside justamente no fato de que, como mostraremos mais tarde, desde que sigam determinadas propriedades, quaisquer que sejm os fundamentos, $x(t)$ possui algumas características bem definidas, independentemente do fundamento escolhido, i.e., não precisamos identificar os fundamentos.

Em geral, a interpretação de f é feita através do modelo monetário usual com preços flexíveis. As equações do modelo são:

$$m(t) - p(t) = \alpha_0 + \alpha_1 y(t) - \alpha i(t) + v(t); \quad \alpha_1, \alpha > 0 \qquad (2.a)$$

$$m^*(t) - p^*(t) = \alpha_0^* + \alpha_1^* y^*(t) - \alpha i^*(t) + v^*(t); \quad \alpha_1^* > 0 \qquad (2.b)$$

$$x(t) = p(t) - p^*(t) + q(t) \qquad (2.c)$$

$$i(t) = i^*(t) + E[dx \mid \phi(t)] \, / \, dt + \rho(t) \qquad (2.d)$$

onde $m(t)$, $p(t)$ e $y(t)$ são, respectivamente, os logaritmos da oferta doméstica de moeda, do índice de preços doméstico e da renda real; $i(t)$ é a taxa de juros nominal e $v(t)$ é uma variável aleatória denotando choques na demanda por ou na oferta de moeda. O asterisco indica as correspondentes variáveis para o resto do mundo. $q(t)$ é um choque exógeno no câmbio real e $\rho(t)$ é o prêmio de risco. Observe que α, a semi-elasticidade da demanda por moeda em relação à taxa de juros é a mesma para o país em consideração e para o resto do mundo.

As equações (2.a) e (2.b) são equações de equilíbrio nos mercados monetários doméstico e externo, respectivamente. A equação (2.c) supõem a validade da paridade do poder de compra a menos de um choque exógeno $q(t)$ no câmbio real e (2.d) supõem perfeita mobilidade de capitais, i.e., os títulos domésticos e estrangeiros são perfeitos substitutos, a menos de um prêmio de risco.

Após alguns algebrismos com (2), recuperamos a equação (1) com

$$\begin{aligned} f(t) = {} & m(t) - m^*(t) - q(t) + \alpha_1^* y^*(t) - \alpha_1 y(t) + \alpha \rho(t) + \\ & + v^* - v(t) + \alpha_0^* - \alpha_0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Usualmente, costuma-se distinguir dentre os fundamentos aqueles que são usados pelo governo para implementar uma intervenção no câmbio, daqueles que não se prestam a essa função. Estes últimos, os fundamentos livres, serão denotados por $k(t)$. O governo é suposto controlar a oferta da moeda, que dessa forma se constitui na variável de intervenção sobre o mercado cambial. Denotando-se o logaritmo da oferta monetária por $m(t)$, temos então:

$$f(t) = m(t) + k(t). \tag{4}$$

Os fundamentos livres são supostos seguir um movimento browniano com "drift" μ e variância instantânea σ^2:

$$dk = \mu dt + \sigma dW \tag{5}$$

onde $W(t)$ é um processo de Wiener.

Das propriedades do processo de Wiener, temos que $k(\tau)$ é normalmente distribuída com média $k(t) + \mu(\tau - t)$ e variância $(\tau - t)\sigma^2$, condicional à informação (t). Observe que $E[k(\tau) \mid \phi(t)]$ é crescente em $k(t)$, i.e., quanto maior é o nível do fundamento livre hoje, maior é o seu nível esperado no futuro.

A variável de intervenção $m(t)$ somente se modifica, como o próprio nome indica, quando ocorre uma intervenção. Na ausência desta:

$$df = dk. \tag{6.a}$$

Quando ocorre intervenção:

$$df = dm + dk \tag{6.b}$$

onde o termo dm varia de acordo com a regra de intervenção considerada.

Há três regimes cambiais básicos a considerar: câmbio fixo, câmbio livre e câmbio em bandas. No primeiro regime o termo especulativo em (1) é nulo e temos:

$$x = f. \tag{7}$$

Nessas circunstâncias, se o governo deseja fixar o câmbio em x', terá que intervir de modo a fazer com que $df = 0$, i.e., $dm = -dk$.

No regime de câmbio livre, o governo deixa que o mercado livremente determine a cotação do câmbio, de maneira que $dm = 0$. A equação do câmbio nesse caso, equação (11), será obtida mais tarde.

Por fim, suponha que o governo anuncie que não permitirá que a taxa de câmbio ultrapasse os limites superior e inferior Xs e Xi, respectivamente, o que implica que $x_i \leq x \leq x_s$, onde $x_i = \ln[Xi]$ e $x_s = \ln[Xs]$. Como posteriormente mostraremos, teremos uma equação relacionando x a f, de acordo com a regra de intervenção escolhida.

O termo "dm" varia com o tipo de intervenção, podendo ser infinitesimal ou discreto. O artigo seminal de Krugman (1991) considera a primeira possibilidade. Flood e Garber (1991) extendem os resultados para a intervenção discreta.

Nosso objetivo nessa seção é responder à seguinte questão: dadas uma regra de intervenção, a equação (1) básica e as hipóteses (4) e (5) sobre os fundamentos, podemos obter $x = G(f)$?

Podemos proceder de duas maneiras. A primeira mostra que o câmbio à vista é a soma infinita dos fundamentos futuros esperados, descontados até o presente, incorporando-se na previsão dos fundamentos toda a informação disponível, o que inclui a regra de intervenção governamental e o comportamento dos fundamentos livres como em (4) e (5). Embora muita intuitiva, esta abordagem apresenta grandes dificuldades para a obtenção da equação $x = G(f)$ (veja Flood and Garber (1983), e Froot and Obstfeld (1991, Econometrica)).

A segunda maneira é de natureza mais técnica e nos permite obter a equação desejada explicitamente. Mais do que isso, esta abordagem nos fornece uma família de soluções e aquelas específicas são obtidas escolhendo-se condições de contorno apropriadas.

A proposição abaixo enuncia o resultado obtido através do primeira técnica.

Proposição 1. Em equilíbrio de expectativas racionais sem bolhas especulativas, existe uma única trajetória de equilíbrio para $x(t)$ que satisfaz a (1) dada por

$$x(t) = 1/\alpha \int_t^\infty \exp[(t-\tau)/\alpha] E[f(\tau) \mid \phi(t)]\, d\tau. \tag{8}$$

Demonstração: Defina $z(t+s) = E[x(t+s) \mid \phi(t)]$ e $H(t+s) = E[f(t+s) \mid \phi(t)]$. Então,

$$dz/dt = \lim_{s\to 0}[z(t+s) - z(t)]\,/\,s = E[dx \mid \phi(t)]\,/\,dt.$$

A equação (1) pode ser reescrita como:

$$dz/dt - (1/\alpha)\, z = (1/\alpha)\, H \tag{9}$$

já que $E[x(t) \mid \phi(t)] = x(t)$ e $E[f(t) \mid \phi(t)] = f(t)$.

Multiplicando (9) pelo coeficiente de integração $\exp[-t/\alpha]$ e efetuando alguns cálculos chegamos a:

$$x(t) = 1/\alpha \int_t^\infty \exp[(t-\tau)/\alpha] H(\tau) d\tau + \lim_{\tau\to\infty} \exp[(t-\tau)/\alpha] z(\tau).$$

O último termo à direita não contém fundamentos, i.e., é uma bolha. Denotemo-o por $B(t)$. Claramente $dB/dt = (1/\alpha)\ B$, o que mostra que $B(t)$ é solução da equação homogênea com (9) que, de fato, não está relacionada aos fundamentos. A expressão geral para uma bolha é $B(t) = B_0 \exp(-t/\alpha)$, onde B_0 é uma constante arbitrária.

Na presença de bolhas o câmbio cresceria espontâneamente, sem nenhuma relação com os fundamentos. Por hipótese, as bolhas estão excluídas. Usando as definições de $z(t+s)$ e de $H(t+s)$, a equação (9) recai em (8). □

A hipótese de ausência de bolhas é essencialmente uma condição de não arbitragem quando a moeda que está desaparecendo é parcialmente lastreada em ativos reais[1]: com o câmbio indo para infinito a uma taxa superior a do desconto $1/\alpha$, a moeda do país nada valeria para os agentes econômicos, enquanto claramente seu valor não pode ser nulo, já que o ativo real que o lastreia possui valor de mercado.

A equação (8) nos diz que o câmbio é uma média ponderada do valor esperado dos fundamentos, com pesos decrescentes com o tempo dados por $(1/\alpha)\exp[(t-\tau)/\alpha]$. Esta interpretação será muito útil quando falarmos da situação onde governo utiliza duas barreiras superiores para restringir a oscilação cambial. Em particular, uma contração dm da moeda anunciada para o futuro reduz tanto mais o câmbio quanto mais próxima da data corrente for a data da contração.

A equação (8) também permite uma caracterização bastante simples da equação $x = G(f)$ quando o regime é de câmbio livre e não há intervenções. Nessa situação vale (6) e:

$$E[f(t) \mid \phi(t)] = E[k(t) \mid \phi(t)] + m(t) = f(t)$$
$$E[f(\tau) \mid \phi(t)] = E[k(\tau) \mid \phi(t)] + m(t) = k(t) + \mu(\tau - t) + m(t)$$

i.e.

$$E[f(\tau) \mid \phi(t)] = f(t) + \mu(\tau - t). \tag{10}$$

Substituindo (10) em (8) e resolvendo a integral resultante por partes obtemos:

$$x(t) = f(t) + \alpha\mu \tag{11}$$

[1] O argumento original é devido a Obstfeld e Rogoff (1983), que trabalham num contexto de hiperinflação. Bertola (1991) chama a atenção para o fato de que, num modelo com paridade de poder de compra, o argumento vale tanto para preços quanto para a taxa de câmbio.

i.e., o câmbio é linear nos fundamentos.

No regime de câmbio livre, o câmbio herda a volatilidade dos fundamentos, já que $dx = df$.

Quando consideramos intervenções das autoridades monetárias através de $m(t)$ de maneira a manter $x_i \leq x \leq x_s$, $\forall t$, a obtenção da equação $x = G(f)$ fica muito complexa através da equação (8).

Podemos, de fato, assegurar que x seja função apenas de f, ou mais explicitamente, que não depende de t como numa formulação do tipo $x = F(f,t)$. Isto decorre da hipótese (5) que faz com que a distribuição de $f(\tau)$ condicional à $\phi(t)$ dependa apenas de $f(t)$, μ e σ^2, e do fato de que todos os termos à direita em (8) serem funções de $f(\tau)$.[2] Pelo lema de Itô:

$$dG = \left[1/2\,\sigma^2 \partial^2 G/\partial f^2 + \mu \partial G/\partial f\right]\, dt + \sigma \partial G/\partial f dW. \tag{12}$$

Logo:

$$E[dG \mid \phi(t)]/dt = 1/2\,\sigma^2 \partial^2 G/\partial f^2 + \mu \partial G/\partial f. \tag{13}$$

Substituindo (13) em (1) obtemos a seguinte equação diferencial de segunda ordem:

$$\alpha/2\sigma^2 \partial^2 G/\partial f^2 + \alpha\mu \partial G/\partial f - G = f. \tag{14}$$

A solução particular de (14) tomando-se G linear em f fornece $G = f + \alpha\mu$, a equação do câmbio livre.

A soluçâo geral é dada por:

$$G(f) = f + \alpha\mu + A \exp[\lambda_1 f] + B \exp[\lambda_2 f] \tag{15}$$

onde $\lambda_1 > 0$ e $\lambda_2 < 0$ são as raízes da equação característica

$$\alpha\sigma^2/2\lambda^2 + \alpha\mu\lambda - 1 = 0 \tag{16}$$

2 Veja Bertola (1991)

e A e B são constantes a serem determinadas de acordo com a regra de intervenção do governo sobre o mercado cambial.

A equação (15) nos diz que o efeito da introdução da regra de intervenção é adicionar não-linearidades à relação entre o câmbio e os fundamentos.

Observe também que, qualquer que seja a regra de intervenção, $A < 0$ e $B > 0$ se a regra é tal que $x_i \leq x \leq x_s$. Com efeito, quando f tende a infinito, o último termo em (15) tende a zero e, a menos que $A < 0$, x tende a infinito. Quando f tende a menos infinito, o termo do meio em (15) tende a zero e, a menos que $B > 0$, x tende a menos infinito.

Quando temos apenas um limitante superior para o câmbio, ou seja, $x \leq x_s$, $B = 0$. Com efeito, para f suficientemente pequeno a probabilidade de que haja intervenção do governo num futuro próximo é muito pequena, de maneira que a relação entre o câmbio e os fundamentos é quase linear, i.e., estamos quase em câmbio livre. Isso significa que B não pode ser negativo. Mas B também não pode ser positivo, pois para f suficientemente pequeno o câmbio divergiria para infinito, o que é um contra-senso em vista de (8). Claramente $A < 0$.

Quando temos apenas um limitante inferior, $A = 0$ e $B > 0$ por motivos análogos.

Os resultados acima estão sumariados na proposição 2 a seguir.

Proposição 2. Valendo (5), enquanto não ocorre intervenção do governo, a equação do câmbio é dada por:

$$x = \begin{bmatrix} f + \alpha\mu + A\exp[\lambda_1 f] + B\exp[\lambda_2 f] \ \text{ se } \ x_i \leq x \leq x_s & (15) \\ f + \alpha\mu + A\exp[\lambda_1 f] \ \text{ se } \ x \leq x_s & (15.a) \\ f + \alpha\mu + A\exp[\lambda_2 f] \ \text{ se } \ x \geq x_i & (15.b) \end{bmatrix}$$

onde $\lambda_1 > 0$ e $\lambda_2 < 0$ são as raízes de (16) e A e B são constantes a serem determinadas de acordo com a regra de intervenção adotada.

3. O Modelo de Krugman-Rothemberg.

Este modelo desenvolvido em Krugman e Rothemberg (1991) torna explícito o papel das reservas do governo na defesa de uma paridade cambial.

Suponha que o governo deseje restringir o câmbio de maneira que x não ultrapasse o limitante superior x' (usaremos x' ao invés de xs por mera comodidade de notação). Para tal, quando x atinge x', o governo vende reservas apenas o suficiente para que x não ultrapasse x', ou seja, a intervenção é marginal. Por hipótese, enquanto x é inferior a x' o governo não intervém.

Seja k' o nível do fundamento livre tal que quando x atinge x' pela primeira vez, k atinge k' também pela primeira vez.

Defina $U(t) = \sup_{\tau \leq t} k(t)$. $U(t)$ é o maior nível atingido pelo fundamento livre até o tempo t. Para $U(t) < k'$, m está fixo em seu valor inicial. Por comodidade de notação, escreveremos λ no lugar de λ_1.

Seja B_0 a base monetária inicial, x' a cotação do câmbio onde o governo vende reservas e R_0 o estoque inicial de reservas. Defina $m_0 = \ln(B_0)$ e $m_1 = \ln(B_0 - x'R_0)$.

Suponha que na primeira vez que x atinja x', ocorra o ataque especulativo com o mercado comprando todo o estoque de reservas do governo. Após o ataque estamos em câmbio livre:

$$x = m_1 + k + \alpha\mu. \tag{17}$$

O nível do fundamento livre k' onde ocorre o ataque tem que ser compatível com (17), i.e.,

$$k' = x' - m_1 - \alpha\mu. \tag{18}$$

Enquanto $U(t) < k'$, o câmbio segue a equação abaixo, de acordo com (15.a):

$$x = m_0 + k + \alpha\mu + A\exp[\lambda(k + m_0)]. \tag{19}$$

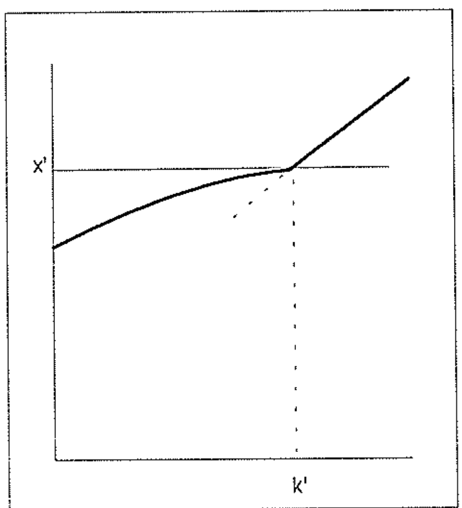
Como a ação do governo é plenamente antecipada, a taxa de câmbio não pode dar um salto discreto em k', senão teríamos oportunidades de arbitragem. Assim:

$$x' = m_1 + k' + \alpha\mu = m_0 + k' + \alpha\mu + A\exp[\lambda(k + m_0)]$$
$$A = -(m_0 - m_1)\exp[-\lambda(k + m_0)] < 0.$$

Dessa forma:

$$x = \begin{bmatrix} m_0 + k + \alpha\mu - (m_0 - m_1)\exp[-\lambda(k - k')] & U(t) < k' \\ m_1 + k + \alpha\mu & U(t) \geq k'. \end{bmatrix} \tag{20}$$

O gráfico a seguir ilustra a equação (9).



Uma vez que as reservas são perdidas, mesmo que os fundamentos livres se contraiam para um nível inferior à k', o câmbio se reduz caminhando pela reta do câmbio livre e não mais pela curva côncava através da qual inicialmente atingira k'.

Para que o ataque especulativo seja factível, devemos ter para $U(t) < k'$, $\partial x(k')/\partial k \geq 0$, pois caso contrário já teríamos atingido x' antes. De (20):

$$x = \begin{bmatrix} 1 - \lambda(m_0 - m_1)\exp[-\lambda(k - k')] & U(t) < k' \\ 1 & U(t) \geq k' \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} 1 - \lambda(m_0 - m_1) &\geq 0 \\ m_0 \leq m_1 + 1/\lambda &\equiv m^*. \end{aligned} \tag{22}$$

Ou de outra forma:

$$x' R_0 / B_0 \leq 1 - \exp(-1/\lambda) \tag{22}$$

i.e., $x'R_0/B_0$ tem que ser suficientemente pequeno.

Podemos enunciar a seguinte proposição:

Proposição 3. Na regra de intervenção marginal, se $m_0 \leq m^*$, i.e., $x'R_0/B_0 \leq 1 - \exp(-1/\lambda)$, então a equação cambial é dada por (20).

Observe que (22) implica que (21) seja sempre positiva, somente se anulando para $m_0 = m^*$ e $k = k'$. Note também que, para $U(t) < k'$, x é uma função côncava de k.

Ainda supondo $m_0 \leq m^*$, vejamos qual o efeito de um aumento de reservas, mantidos B_0 e x'. Claramente m_1 cai e k' aumenta. Como o governo possui mais reservas e, consequentemente, é capaz de gerar maior contração monetária, devemos esperar que os agentes ao anteciparem isso, façam com que o câmbio seja mais estável e menor relativamente ao caso de reservas menores. Adicionalmente, como k' é maior e a barreira dura até que se atinja k', temos que o tempo esperado de duração da mesma também aumenta. Vejamos, para $U(t) < k'$:

$$\partial[\partial x/\partial k]/\partial R_0 = \lambda \partial x/\partial R_0.$$

A igualdade acima mostra que um aumento de reservas ou reduz e estabiliza o câmbio simultaneamente (derivadas negativas), ou o aumenta e o torna mais volátil. Em termos gráficos, ou a nova curva do câmbio em função de k se desloca para baixo da curva original e se torna menos inclinada que esta, ou se desloca para cima e se torna mais íngreme.

Como k' aumenta com R_0, segue que ambas as derivadas acima são negativas para todo k.

Proposição 4. Na regra de intervenção marginal, se $m_0 \leq m^*$, então as derivadas parciais $\partial[\partial x/\partial k] \,/\, \partial R_0$ e $\partial x/\partial R_0$ são negativas.

Suponhamos agora que R_0 seja grande o suficiente para que, dados B_0 e x', $m_0 > m^*$. Nessas circunstâncias, quando x atingir x' pela primeira vez não mais teremos um ataque especulativo com o governo perdendo todas as suas reservas; teremos apenas o governo intervindo no mercado de reservas, vendendo-as para contrair a oferta monetária num volume tal que exatamente compense o aumento de k além de k'.

Nessa nova situação, a perda de reservas do governo é gradual até que m caia ao nível m^*, quando, então, voltamos ao caso de ataque especulativo. Agora há que se distinguir entre o nível de k onde x atinge x' pela primeira vez e aquele onde passamos a ter o regime de câmbio livre. O primeiro nível denotaremos por k_0, enquanto que para o segundo manteremos a notação k', de maneira que a equação (18) permanece válida.

Entre k_0 e k' o governo perde reservas gradualmente até que $m = m^*$. Dessa forma:

$$k_0 = k' - (m_0 - m^*). \tag{23}$$

Substituindo (18) em (23) e usando a definição em m^* em (22):

$$k_0 = x' - m_0 - \alpha\mu + 1/\lambda. \tag{24}$$

Observe que k_0 independe de R_0 para B_0 e x' fixos. Isso significa que desde que $R_0 > 1/x'[B_0[1-\exp(-1/\lambda)]]$, qualquer que seja R_0, o tempo esperado de se x atingir x', i.e., o tempo esperado de k atingir k', não se modifica.

Como mostraremos adiante, para $U(t) < k_0$, a curva $x = G(k)$ é tangente à x'. Como Krugman e Rothemberg (1991) chamam a atenção, a condição de "smooth-pasting" emerge numa situação onde as reservas são suficientemente grandes.

Observe que k_0 é exatamente o valor onde a derivada de $x = G(k)$ se anula, para o caso limite de ataque especulativo onde $m_0 = m^*$. Dessa forma a evolução do nível de fundamento livre ao qual x atinge x' pela primeira vez, relativamente ao volume de reservas, é o seguinte: para "pequenas" reservas um aumento das mesmas eleva esse nível até um máximo dado por k_0; para reservas "grandes" esse efeito desaparece e permanecemos em k_0. A intuição desse resultado é que uma vez que a barreira seja crível, maiores reservas não conferem maior credibilidade à mesma no sentido de retardar o momento em que x atinge x' pela primeira vez.

No entanto, k' é uma função crescente em R_0, mantidos x' e B_0 fixos. Assim, sejam as reservas "grandes" ou "pequenas", um aumento das mesmas sempre eleva o tempo esperado de se romper a barreira, mudando-se para o regime de câmbio livre.

Obtenhamos agora a função $x = G(k)$ para o caso $m_0 > m^*$. Para o caso $U(t) < k_0$, a derivação da equação é inteiramente análoga ao que foi feito antes no caso $m_0 \leq m^*$:

$$x = m_0 + k + \alpha\mu - (1/\lambda)\exp[-\lambda(k - k_0)]. \tag{25}$$

Note que $dx(k_0)/dk = 0$. Observe também que enquanto $U(t) < k_0$, x ainda não atingiu x' e o governo ainda não interviu. Isso significa que o logaritmo da base monetária m continua fixo em $m = m_0$.

No entanto, enquanto $k_0 \leq U(t) < k'$, na medida em que o governo intervém vendendo suas reservas, o logaritmo da base monetária é contraída no montante $U(t) - k_0$, de maneira que

$$m(t) = m_0 - [U(t) - k_0]. \tag{26}$$

Isso faz com que o fundamento regulado f não ultrapasse $f' = m_0 + k_0$.

Usando a definção de k_0 em (23):

$$m(t) = k' + m^* - U(t). \tag{27}$$

Como $m(t)$ dado por (26), o governo somente pode perder reservas no volume $m(t) - m^*$. O nível do fundamento livre k_m, enquanto $x = x'$, imediatamente antes de ocorrer o ataque especulativo é dado por:

$$k_m = k' - (m - m^*) \tag{28}$$

ou dado (27):

$$k_m = U(t). \tag{29}$$

Assim, para $k_0 \leq U(t) < k'$ a equação do câmbio é obtida por argumentos idênticos àqueles usados em (25) e se expressa por:

$$x = m(t) + k + \alpha\mu - (1/\lambda)\exp[-\lambda(k - k_m)].$$

Substituindo (27) e (29) na equação acima:

$$x = k' + m^* - U(t) + k + \alpha\mu - (1/\lambda)\exp[-\lambda(k - U(t))].$$

Substituindo (18):

$$x = x' + 1/\lambda + k - U(t) - (1/\lambda)\exp[\lambda(k - U(t))]. \tag{30}$$

Os resultados para $m_0 > m^*$ podem ser resumidos na proposição a seguir:

Proposição 5. Na regra de intervenção marginal, se $m_0 > m^*$ então a equação cambial é dada por:

$$x = \begin{cases} m_0 + k + \alpha\mu - (1/\lambda)\exp[-\lambda(k - k_0)] & U(t)<k_0 \\ x' + 1/\lambda + k - U(t) - (1/\lambda)\exp[-\lambda(k - U(t))] & k_0 \leq U(t)<k' \\ m_1 + k + \alpha\mu & U(t) \geq k'. \end{cases} \tag{31}$$

4. Duas Barreiras Superiores.

Vejamos agora o caso em que o governo anuncia que, além de defender o câmbio em x', comprometerá parte de suas reservas tentando estabilizá-lo, pelo menos temporariamente, num nível x'' menor que x'. Seja R_1 o montante de reservas que o governo dedica a este propósito, de maneira que lhe restam $R_0 - R_1$ reservas para defender o câmbio em x'. Admita também que o governo somente intervenha no mercado cambial em x'' e x': enquanto $x < x''$ ou $x'' < x < x'$ ele se afasta do mercado.

Defina $m_1'' = \ln(B_0 - x''R_1)$ e $m_1' = \ln[B_0 - x''R_1 - x'(R_0 - R_1)]$. As variáveis m_1'' e m_1' são, respectivamente, os logaritmos da base monetária após o governo concluir suas intervenções em x'' e x'. Mantendo-se a notação para o caso em que temos apenas uma barreira superior x', temos $m_1 = \ln(B_0 - x'R_0) < m_1'$.

Suponha inicialmente que temos ataque especulativo quando x atinge x'' e x' pela primeira vez. Para que isso aconteça em x' basta que a seguinte condição, análoga à (22), seja verificada:

$$m_1'' \leq m_1' + 1/\lambda \equiv m^{*\prime}. \tag{32}$$

Observe que em realidade (22) implica em (32) uma vez que $m_0 > m_1'' > m_1' > m_1$.

Usando as definições de m_1'' e m_1' a equação (32) pode ser reescrita de duas maneiras:

(i) $R_0 \leq R_1 + 1/x'[B_0 - x''R_1]\,[1 - \exp(-1/\lambda)]$, i.e., dados B_0, x'', x' e R_1, R_0 tem que ser suficientemente pequena;

(ii) $R_1 \leq R_1'$ onde

$$R_1' = \frac{B_0 - \exp(1/\lambda)[B_0 - x'R_1]}{x'' + \exp(1/\lambda)(x' - x'')} \tag{33}$$

i.e., dados B_0, x'', x' e R_0, R_1 tem que ser suficientemente grande (de maneira que temos um reduzido escopo para contrair a base em x'.

Quanto à condição para o ataque especulativo em x'', esta será obtida mais tarde. Por hora basta lembrar que tal condição garante que x seja sempre uma função crescente de k.

Sejam kd'' e kd' ("d" de duas barreiras) os níveis do fundamento livre a partir dos quais ultrapassamos x'' e x', respectivamente. A equação do câmbio é dada por:

$$x = \begin{cases} m_0 + k + \alpha\mu + A\exp[\lambda(k + m_0)] & U(t) < kd'' \\ m_1'' + k + \alpha\mu + A_1\exp[\lambda(k + m_1'')] & kd'' \leq U(t) < kd' \\ m_1' + k + \alpha\mu & U(t) \geq kd'. \end{cases} \tag{34}$$

onde A e A_1 são constantes a serem determinadas.

Como as intervenções do governo são plenamente antecipadas, não podemos observar saltos discretos do câmbio em kd'' e kd'. Este último é trivialmente determinado pela equação do câmbio livre:

$$kd' = x' - m_1' - \alpha\mu. \tag{35}$$

Como $m_1 < m_1'$, $kd' < k'$, i.e., a introdução de uma intervenção intermediária reduz o tempo esperado em se atingir x'. Isso se deve ao fato do governo vender parte de suas reservas a uma cotação inferior a x'. Assim, a capacidade do governo em contrair a base monetária é menor no caso de duas barreiras.

Da inexistência de salto em kd' obtemos a expressão do câmbio para $kd'' \leq U(t) < kd'$ de maneira análoga ao realizado na seção anterior:

$$x = m_1'' + k + \alpha\mu - (m_1'' - m_1') \exp[\lambda(k - kd')]. \tag{36}$$

Note a semelhança com a equação (20).

Quanto à kd'', este é obtido implicitamente substituindo $x = x''$ e $k = kd''$ na equação acima:

$$x'' = m_1'' + kd'' + \alpha\mu - (m_1'' - m_1') \exp[\lambda(kd'' - kd')]. \tag{37}$$

Para determinarmos a constante A, usamos a condição de inexistência de salto em kd'':

$$\begin{aligned} x'' &= m_1'' + kd'' + \alpha\mu - (m_1'' - m_1') \exp[\lambda(kd'' - kd')] = \\ &= m_0 + kd'' + \alpha\mu + A \exp[\lambda(kd'' + m_0)]. \end{aligned}$$

Proposição 6. Na regra de intervenção marginal com duas barreiras superiores, se ocorre ataque especulativo na primeira vez que x atinge x'' (veja a condição (41), a seguir) e $m'' \leq m^{*\prime}$, então a equação cambial é dada por:

$$x = \begin{cases} m_0 + k + \alpha\mu - (m_0 - m_1'') \exp[\lambda(k - kd'')] - \\ \quad - (m_1'' - m_1') \exp[\lambda(k - kd')] & U(t) < kd'' \\ m_1'' + k + \alpha\mu - (m_1'' - m_1') \exp[\lambda(k - kd')] & \\ & kd'' \leq U(t) < kd' \\ m_1' + k + \alpha\mu & U(t) \geq kd'. \end{cases} \tag{38}$$

Quanto à derivada em relação a k:

$$\partial x/\partial k = \begin{cases} 1 - \lambda(m_0 - m_1'')\exp[\lambda(k - kd'')] - \\ \qquad - \lambda(m_1'' - m_1')\exp[\lambda(k - kd')] & U(t) < kd'' \\ 1 - \lambda(m_1'' - m_1')\exp[\lambda(k - kd')] & kd'' \leq U(t) < kd' \\ 1 & U(t) \geq kd'. \end{cases} \tag{39}$$

Observe que para um dado k, as derivadas crescem à medida que as barreiras vão sendo superadas. Em outras palavras, o câmbio vai ficando mais instável.

Comparemos a equação do câmbio com duas barreiras em (38) com aquela quando temos apenas uma em (20). Por conveniência de notação, iremos escrever xd para o câmbio da equação (38). De (20), (21), (38) e (39) temos, para $U(t) < kd''$:

$$\partial xd/\partial k - \partial x/\partial k = \lambda(xd - x). \tag{40}$$

A introdução de duas barreiras ou estabiliza e reduz o câmbio (ambos os termos negativos), ou o torna mais volátil e maior. Em outros termos as curvas xd e x não podem se cruzar para $U(t) < kd''$.

Mostremos que a primeira alternativa é a correta. Tudo que precisamos mostrar é que kd'' é crescente em $R1$, o que será feito mais tarde no artigo. Com efeito, o regime de uma única intervenção pode ser interpretado como o caso limite do regime de dupla intervenção quando $R1$ vai a zero. Para $R1$ próximo de zero o nível k^* onde o regime de única intervenção atinge x'' praticamente coincide com kd''. Com kd'' crescente em $R1$, temos que para $R1$ positivo faz com que $kd'' > k^*$, o que implica em $x(kd'') > x(k^*) = xd(kd'')$. Dessa forma, a curva xd está abaixo da curva x.

Assim, o câmbio é menor e mais estável no caso com duas barreiras. Isso significa que, embora os agentes saibam que a capacidade do governo em contrair a base monetária seja menor no caso com duas barreiras, o fato de que parte dessa contração seja realizada num momento mais próximo do que no caso de apenas uma barreira mais do que contrabalança o primeiro efeito.

No entanto, após x superar x'', ou seja, para $kd'' \leq U(t) < kd'$, o câmbio fica mais instável relativamente ao caso de uma barreira. Para tal mostremos que $\partial xd/\partial k - \partial x/\partial k > 0$:

$$\partial xd/\partial k - \partial x/\partial k = \lambda \left[(m_0 - m_1)\exp[\lambda(k-k')] - \right.$$
$$\left. -(m_1'' - m_1')\exp[\lambda(k - kd')]\right].$$

Usando (18) e (35), a expressão para $\partial xd/\partial k - \partial x/\partial k$ é dada por:

$$C\left[(m_0 - m_1)\exp[-\lambda(m_1'' - m_1)] - (m_1'' - m_1')\exp[-\lambda(m_1'' - m_1')]\right]$$

onde $C = \lambda \exp[\lambda(k - x' + \alpha\mu + m_1'')] > 0$. Como $m_0 > m_1'' > m_1' > m_1$:

$$\partial xd/\partial k - \partial x/\partial k = C\left[(m_1'' - m_1)\exp[-\lambda(m_1'' - m_1)] - \right.$$
$$\left. - (m_1'' - m_1')\exp[-\lambda(m_1'' - m_1')]\right].$$

Mostremos que o termo entre chaves é positivo. Considere a função $h(y) = y\exp(-\lambda y)$. Claramente, $dh/dy > 0$ para $y \leq 1/\lambda$. Pela hipótese (32), $m_1'' \leq m_1' + 1/\lambda$, o que demonstra o resultado.

Quanto à condição para que tenhamos ataque especulativo na primeira vez que a barreira intermediária é atingida, esta é simplesmente que a derivada do câmbio em $k = kd''$ seja não negativa:

$$1 - \lambda(m_0 m_1'') - \lambda(m_1'' - m_1')\exp[\lambda(kd'' - kd')] \geq 0. \qquad (41)$$

Enunciemos os resultados relativos à mudança de regime na proposição seguinte:

Proposição 7. Considere a intervenção marginal. Seja x o logaritmo do câmbio quando temos apenas intervenção numa barreira e xd o análogo de x quando temos a dupla intervenção. Então, valendo a relação (41) e supondo $m'' \leq m^{*\prime}$ temos que, para $U(t) < kd''$, $\partial xd/\partial k < \partial x/\partial k$ e $xd < x$. Para $kd'' \leq U(t) < kd'$, $\partial xd/\partial k > \partial x/\partial k$.

Observe que valendo (41), o que de fato ocorre por hipótese, o câmbio é sempre crescente e côncavo em k, para $U(t) < kd''$.

Estudemos agora o que ocorre no regime de duas barreiras quando aumentamos as reservas utilizadas na defesa da barreira intermediária. Investiguemos inicialmente o efeito de uma variação de $R1$ sobre kd'' e kd'. Defina $b = kd'' - kd'$. A equação (37) pode ser reescrita como:

$$x'' = m_1'' + b - kd' + \alpha\mu - (m_1'' - m_1')\exp(\lambda b).$$

Diferenciando-se a equação acima em relação a R_1 obtemos:

$$\partial b/\partial R_1 = D\,[\partial m_1'/\partial R_1 - \partial m_1''/\partial R_1]$$

onde

$$D = \frac{1 - \exp(\lambda b)}{1 - \lambda(m_1'' - m_1')\exp(\lambda b)} \geq 1$$

já que $\lambda(m_1'' - m_1') \leq 1$ por hipótese. Assim:

$$\partial b/\partial R_1 \geq [\partial m_1'/\partial R_1 - \partial m_1''/\partial R_1] \tag{42}$$

$$\begin{aligned} \partial kd''/\partial R_1 &= \partial b/\partial R_1 + \partial kd'/\partial R_1 = \partial b/\partial R_1 - \partial m_1'/\partial R_1 \\ &\geq -\partial m_1''/\partial R_1 > 0 \end{aligned}$$

kd'' é crescente em R_1 para $m_1'' \leq m_1' + 1/\lambda$.

De (38) e (39), para $U(t) < kd''$:

$$\partial[\partial x/\partial k]\,/\,\partial R_1 = \lambda \partial x/\partial R_1$$

e por motivos já discutidos, ambos os termos são negativos para todo k. Assim, o câmbio fica mais estável e menor. De (39), para $kd'' \leq U(t) < kd'$ vale:

$$\partial[\partial x/\partial k]\,/\,\partial R_1 =$$
$$= -\lambda \exp[\lambda(k - kd')]\,[\partial m_1''/\partial R_1 - \partial m_1'/\partial R_1[1 - \lambda(m_1'' - m_1')]]\,.$$

Por (42), o termo entre chaves acima é negativo e o câmbio passa a ser mais instável

Proposição 8. No regime de dupla intervenção, valendo a relação (41) e supondo $m'' \leq m^{*\prime}$ temos para $U(t) < kd''$ que $\partial[\partial x/\partial k]\,/\,\partial R_1 < 0$ e $\partial x/\partial R_1 < 0$. Para $kd'' \leq U(t) < kd'$, $\partial[\partial x/\partial k]\,/\,\partial R_1 > 0$.

Vejamos agora uma extensão do modelo anterior onde não temos ataque especulativo imediatamente quando a barreira superior é atingida. Quanto à barreira, mantemos o ataque na primeira vez em que é atingida. Seja k_0' o nível de fundamento livre no qual x é igual a x' pela primeira vez. Quanto a kd' e kd'', estes retêm a definição do modelo anterior.

Por hipótese, $m_1'' > m^{*\prime}$ e analogamente a (23):

$$k_0' = kd' - (m_1'' - m^{*\prime}). \tag{43}$$

Usando as definições de kd' em (35) e de $m^{*\prime}$ em (32):

$$k_0' = x' - \alpha\mu - m_1'' + 1/\lambda. \tag{44}$$

Calculemos o efeito de um aumento de R_1, mantido tudo o mais constante. De (44), $\partial k_0'/\partial R_1 = -\partial m_1''/\partial R_1 > 0$. De (35), $\partial k'/\partial R_1 = -\partial m_1'/\partial R_1 < 0$.

Assim, qualquer que seja m_1'', o nível do fundamento livre a partir do qual passamos para o câmbio livre é estritamente decrescente em

R_1, refletindo o fato de que, quanto mais reservas são gastas na defesa da banda intermediária, menores as reservas para a defesa da barreira superior e maior a base monetária no longo prazo.

Já o nível de k aonde x atinge x' pela primeira vez é crescente em R_1 para $m_1'' > m^{*\prime}$ e decrescente em R_1 para $m_1'' \leq m^{*\prime}$ (lembre que nessa circunstância $k_0' = kd'$. Dessa forma, k_0' atinge um máximo quando $m_1'' = m^{*\prime}$, ou seja, quando $R_1 = R_1'$ (equação (33)). Para $R_1 \geq R_1'$, aumentos de R_1 reduzem k_0'; para $R_1 < R_1'$ vale o contrário.

Obtenhamos a expressão de kd''. Do desenvolvimento da seção anterior obtemos a expressão do câmbio para $kd'' \leq U(t) < k_0'$:

$$x = m_1'' + k + \alpha\mu - 1/\lambda \exp[\lambda(k - k_0')]. \tag{45}$$

A expressão de kd'' é obtida implicitamente da equação acima no ponto $k = kd''$:

$$x'' = m_1'' + kd'' + \alpha\mu - 1/\lambda \exp[\lambda(kd'' - k_0')]. \tag{46}$$

Analogamente ao que foi feito para obtermos (31) e (38):

$$x = \begin{cases} m_0 + k + \alpha\mu - (m_0 - m_1'')\exp[\lambda(k - kd'')] - \\ \quad - 1/\lambda \exp[\lambda(k - kd')] & U(t) < kd'' \\ m_1'' + k + \alpha\mu - 1/\lambda \exp[\lambda(k - kd')] & kd'' \leq U(t) < k_0' \\ x' + 1/\lambda + k - U(t) - 1/\lambda \exp[\lambda(k - U(t))] & \\ & k_0' \leq U(t) < kd' \\ m_1' + k + \alpha\mu & U(t) \geq kd'. \end{cases} \tag{47}$$

Proposição 9. Na regra da intervenção marginal com duas barreiras superiores, valendo a relação (41) e $m'' > m^{*\prime}$, então a equação cambial é dada por (47).

Quanto derivada em relação a k:

$$x = \begin{cases} 1 - \lambda(m_0 - m_1'')\exp[\lambda(k - kd'')] - \exp[\lambda(k - kd')] & \\ & U(t) < kd'' \\ 1 - \exp[\lambda(k - kd')] & kd'' \leq U(t) < k_0' \\ 1 - \exp[\lambda(k - U(t))] & k_0' \leq U(t) < kd' \\ 1 & U(t) \geq kd'. \end{cases} \tag{48}$$

Vejamos o que ocorre com o câmbio quando aumentamos R_1. Como será mostrado a seguir, valem os resultados usuais: para $U(t) < kd''$ o câmbio é mais estável e menor e para $kd'' \leq U(t) < k_0'$ este é mais instável.

Derivando (46) em relação a R_1 e lembrando que $\partial k_0'/\partial R_1 = -\partial m_1''/\partial R_1 > 0$ obtemos $\partial kd''/\partial R_1 = -\partial m_1''/\partial R_1 > 0$. Note que esse resultado implica que $\partial[kd'' - k_0]/\partial R_1 = 0$. Dessa forma, para $m_1'' > m^{*\prime}$, kd'' é crescente em R_1. Como isso também vale para $m_1'' \leq m^{*\prime}$, concluímos que kd'' é sempre crescente em R_1.

De (47) e (48) temos que, para $U(t) < kd''$:

$$\partial[\partial x/\partial k] \,/\, \partial R_1 = \lambda \partial x/\partial R_1$$

e por motivos já discutidos, ambos os termos são negativos para todo k. De (48), para $kd'' \leq U(t) < k_0'$ vale que $\partial[\partial x/\partial k] \,/\, \partial R_1 = \lambda \exp[\lambda(k - kd')]\, \partial kd''/\partial R_1 > 0$.

Proposição 10. No regime de dupla intervenção, valendo a relação (41) e supondo $m'' > m^{*\prime}$ temos para $U(t) < kd''$ que $\partial[\partial x/\partial k] \,/\, \partial R_1 < 0$ e $\partial x/\partial R_1 < 0$. Para $kd'' \leq U(t) < k_0'$, $\partial[\partial x/\partial k] \,/\, \partial R_1 > 0$.

5. O Tempo de Duração Esperado.

Como visto nas seções anteriores, o programa de defesa cambial com limite superior x' termina quando k atinge k', definido em (20), pela primeira vez, no caso de intervenção apenas em x'; ou quando k atinge kd', definido em (35), também pela primeira vez.

Para obtermos o tempo esperado de duração do programa de defesa cambial, basta calcularmos o tempo esperado dos fundamentos livres atingirem k' ou kd', dado que seu nível corrente é k^*.

Suponha $a \leq k^* \leq b$. O tempo $T(k^*, a, b)$ esperado dos fundamentos livres atingirem a ou b pela primeira vez é expresso por[3]:

$$T(k^*, a, b) = \begin{cases} \dfrac{b-a}{\mu} \left[\dfrac{\exp(-2a\mu/\sigma^2) - \exp(-2k^*\mu/\sigma^2)}{\exp(-2a\mu/\sigma^2) - \exp(-2b\mu/\sigma^2)} - \dfrac{k^*-a}{b-a} \right] & \mu \neq 0 \\ (b-k^*)(k^*-a)/\sigma^2 & \mu = 0 \end{cases} \tag{49.a}$$

que pode ser convenientemente rearranjado como:

$$T(k^*, a, b) = \begin{cases} \dfrac{b-a}{\mu} \left[\dfrac{\exp(-2b\mu/\sigma^2) - \exp(-2k^*\mu/\sigma^2)}{\exp(-2a\mu/\sigma^2) - \exp(-2b\mu/\sigma^2)} + \dfrac{b-k^*}{b-a} \right] & \mu \neq 0 \\ (b-k^*)(k^*-a)/\sigma^2 & \mu = 0. \end{cases} \tag{49.b}$$

Fazendo "a" tender a menos infinito na equação acima, obtemos o tempo esperado de k atingir b pela primeira vez:

$$T(k^*, b) = \begin{cases} (b-k^*)/\mu & \mu > 0 \\ \infty & \mu \leq 0. \end{cases} \tag{50}$$

[3] Karlin e Taylor (1975), páginas 345-355, demonstram a equação (69.a), assim como outras propriedades relativas à primeira vez que um movimento browniano atinge a um determinado nível.

Usando (18) e (35), o tempo esperado de duração do programa de defesa cambial é obtido substituindo b por k' em (50):

Proposição 11. Seja k' o nível de fundamento livre onde o programa de defesa cambial com uma só barreira superior colapsa. Seja kd' o análogo de k' para a intervenção com duas barreiras superiores. O tempo esperado de duração do programa de defesa cambial é dado por

$$T(k^*, b) = \begin{cases} (x' - m_1 - k^*)/\mu - \alpha & b = k',\ \mu > 0 \\ (x' - m_1' - k^*)/\mu - \alpha & b = kd',\ \mu > 0 \\ \infty & \mu \leq 0. \end{cases} \tag{51}$$

A equação acima mostra que se $\mu \leq 0$ a defesa da banda superior é esperada durar indefinidamente e teremos, dessa forma, o câmbio sempre mais estável do que no câmbio livre.

Com drift positivo, o tempo esperado de duração do programa é tanto maior quanto: (i) maior x'; (ii) menor μ; (iii) maior o estoque inicial de reservas R_0; (iv) menor a quantidade de reservas gastas na defesa da barreira intermediária, dado R_0.

Se interpretamos o "drift" μ como o financiamento via expansão monetária do deficit público, que o governo não pode reduzir, temos que quanto maior o deficit público menor o tempo esperado de duração do programa de defesa cambial.

Quanto ao tempo esperado para se superar a barreira intermediária, este é obtido substituindo-se b por kd''. Este é tão maior quanto menor μ e maiores x'', R_1 e R_0.

6. Comentários Finais, Conclusões e Sugestões.

A utilização apenas de reservas como instrumento de intervenção sobre os fundamentos pode parecer pouco realista. Com efeito, um país com acesso a crédito externo pode facilmente adquirir reservas no mercado internacional. Neste contexto, o estoque inicial de reservas R_0 é praticamente irrelevante. Esta observação sugere que o modelo aqui desenvolvido deve ser enquadrado numa situação de defesa unilateral da paridade superior, e não num contexto de um acordo bilateral ou multilateral de países em defesa de um conjunto de taxas de câmbio.

Entretanto, há outras formas do governo afetar os fundamentos sem utilizar reservas: basta colocar títulos públicos no mercado. Dessa forma o escopo da emissão de títulos públicos por parte do governo é fundamental na qualificação das reservas como únicos instrumentos de intervenção.

Além disso, podemos ter outros fatores determinando a duração do programa de defesa cambial. Taxas de juros elevadas podem gerar uma recessão politicamente inaceitável e o fim do programa. A manutenção do câmbio limitado superiormente por muito tempo pode causar a sobrevalorização do câmbio real e a perda da competitividade dos produtos nacionais.

O modelo aqui desenvolvido se adequa ao seguinte contexto: um governo sem crédito externo ou interno tentando conter movimentos "especulativos" no câmbio. A tentativa de antecipar a intervenção, de maneira a estabilizar o câmbio a curto prazo envolve a troca de um câmbio menor e mais estável a curto prazo por uma maior instabilidade futura. Além disso, a duração total esperada do programa de defesa cambial também é reduzida.

Submetido em Abril de 1995. Revisado em Outubro de 1995.

Referências

Bertola, Giuseppe. 1991. "Continuous-time models of exchange rates and intervention". Working Paper in International Economics G-91-01, Princeton University.

Bertola, Giuseppe & Ricardo J. Caballero. 1989. "Target zones and realigments". Working Paper 398, Centre for Economic Policy Research.

Buiter, Willem H. & Paolo A. Pesenti. 1990. "Rational speculative bubbles in an exchange rate target zone". Working Paper 3467, National Bureau of Economic Research.

Dixit, Avinash. 1991. *The Art of Smoothing Pasting.*

Flood, Robert P. & Peter M. Garber. 1983. "A model of stochastic process switching". *Econometrica*, **51**: 537-552.

Flood, Robert P. & Peter M. Garber. 1989. "The linkage between speculative attack and target zone models of exchange rates". *The Quarterly Journal of Economics*, November, 1367-1372.

Frenkel, Jacob A. & Harry G. Johnson. 1978. *The Economics of Exchange Rates.* MA: Addison-Wesley, Reading.

Froot, Kenneth A. & Maurice Obstfeld. 1991. "Exchange-rate dynamics under stochastic regime shifts - a unified approach". *Journal of International Economics*, **31**: 203-229.

Froot, Kenneth A. & Maurice Obstfeld. 1991. "Stochastic process switching: some simple solutions". *Econometrica*, **59**: 241-250.

Froot, Kenneth A. & Maurice Obstfeld. 1991. "Intrinsic bubbles: the case of stock prices". *The American Economic Review*, **81**: 1189-1214.

Leiderman, Leonardo & Elhanan Helpman. 1992. "Israel's exchange rate band". Tel Aviv University, mimeo.

Giovannini, Alberto. 1989. "How do fixed exchange-rate regimes work? Evidence from the gold standard, Bretton Woods and the EMS". Chapter 2 in *Blueprints for Exchange Rate Management*, Academic Press.

Grilli, Vittorio U. 1986. "Buying and selling attacks on fixed exchange rate systems". *Journal of International Economics*, **20**: 143-156.

Klein, Michael W. 1990. "Playing with the band: dynamics effects of target zones in an open economy". *International Economic Review*, **31**: 757–772.

Krugman, Paul R. 1979. "A model of balance-of-payments crises". *Journal of Money, Credit and Banking*. **11**: 311–325.

Krugman, Paul R. 1991. "Target zones and exchange rate dynamics". *Quarterly Journal of Economics*. **106**: 669–682.

Krugman, Paul R. & Julio Rotemberg. 1990. "Target zones with limited reserves". Working Paper 3418, National Bureau of Economic Research.

Lindberg, Hans & Lars E.O. Svensson & Paul Söderlind. 1991. "Devaluation expectations: the Swedish Coroa 1982–1991". Seminar Paper 495, Institute for International Economic Studies.

Miller, Marcus & Paul Weller. 1989. "Exchange rate bands and realigments in a stationary stochastic setting". Chapter 7 in *Blueprints for Exchange Rate Management*, Academic Press.

Miller, Marcus & Paul Weller. 1990. "Currency bubbles which affect fundamentals: a qualitative treatment". *The Economic Journal Supplement*, **100**: 170–179.

Miller, Marcus & Paul Weller. 1991. "Exchange rate bands with price inertia". *The Economic Journal*, **101**: 1380–1399.

Miller, Marcus & Paul Weller. 1991. "Currency bands, target zones and price flexibility". *IMF Staff Papers*, **38**: 184–215.

Minford, Patrick. 1989. "Exchange-rate regimes and policy coordinators". Chapter 9 in *Blueprints for Exchange Rate Management*, Academic Press.

Obstfeld, Maurice. 1984. "Balance-of-payments crises and devaluation". *Journal of Money, Credit and Banking*, **16**: 208–217.

Obstfeld, Maurice. 1986. "Rational and self-fulfilling balance-of-payments crises". *The American Economic Review*, **76**: 72–81.

Svensson, Lars E.O. 1990. "The foreign exchange risk premium in a target zone with devaluation risk". Working Paper 3466, National Bureau of Economic Research.

Svensson, Lars E.O. 1991. "Target zones and interest rate variability". *Journal of International Economics*, **31**: 27–54.

Svensson, Lars E.O. 1991. "The term structure of interest rate differentials in a target zone: theory and Swedish data". Discussion Paper 495, Centre for Economic Policy Research.

Svensson, Lars E.O. 1991. "Assessing target zone credibility: mean reversion and devaluation expectations in the EMS". Working Paper 3795, National Bureau of Economic Research.

Svensson, Lars E.O. 1991. "The simplest test of target zone credibility". *IMF Staff Papers*, **38**: 655-665.

Svensson, Lars E.O. & Giuseppe Bertola. 1991. "Stochastic devaluation risk and the empirical fit of target zone models". Working Paper 3576, National Bureau of Economic Research.

Welch, John & Darryl Mcleod. 1992. "El libre comercio y el peso". *Economia Mexicana*, Nueva Época, **1**: 193–235.