

Algumas considerações sôbre o ensino da Geometria *

AMAURY PEREIRA MUNIZ

1 — O ENSINO DA GEOMETRIA

A Geometria tem uma particular e excepcional importância como disciplina das escolas de nível médio, seja pelo fato de constituir-se num dos mais notáveis e vigorosos exemplos de ciência dedutiva; seja por oferecer excelente oportunidade de estabelecer relações entre o mundo exterior e um mundo ideal formado pelos entes geométricos e os juízos que expressam as suas propriedades e os relacionam entre si; seja pela riqueza e variedade de suas aplicações práticas; seja, enfim, pelo fascínio que os seus temas podem exercer sôbre a inteligência dos alunos e pelo desenvolvimento que podem propiciar à sua capacidade inventiva.

O ensino da Geometria tem sido, no entanto, uma das maiores, senão a maior, dificuldade que os professôres de Matemática têm encontrado no exercício de sua função, principalmente no que se refere ao início do estudo da Geometria Dedutiva, que os antigos programas de nossa escola secundária localizavam na terceira série ginasial.

Nos encontros de professôres de Matemática, nas comissões de estudos, nos vários cursos de aperfeiçoamento organizados para professôres dessa disciplina, a preocupação quanto ao ensino da Geometria Racional é uma constante fâcilmente perceptível no espírito da maioria dos participantes. Ainda agora vimos de ministrar um desses cursos

* A primeira parte do presente artigo foi retirada do prefácio que escrevemos para o livro *Introdução ao Estudo da Geometria Plana*, do Dr. Lucas N. H. Bunt, publicado pela Editôra Fundo de Cultura em cooperação com o Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos.

e quando procedemos ao levantamento das dificuldades que mais embaraços traziam aos nossos colegas, a introdução aos estudos geométricos apareceu com uma grande freqüência.

O fenômeno, porém, não é tipicamente brasileiro, pois se percorrermos a literatura especializada de outros países localizaremos a mesma dificuldade, objeto de um tão copioso número de artigos, notas e comentários, que já se observou alhures estar-se falando muito mais sôbre o assunto do que fazendo um esfôrço para dar-lhe solução favorável.

É, no entanto, estranhável que uma disciplina tão excitante e rica como a Geometria possa trazer tantas dificuldades àqueles que devem ensiná-la, e uma pergunta ocorre-nos prontamente: como se poderá explicar êsse fato?

As causas próximas são de natureza psicopedagógica e as remotas se prendem à antiguidade com que a Geometria foi estabelecida como ciência, e se converteu em uma importante matéria do ensino tradicional, profundamente respeitada e quase intangível durante tantos séculos.

De fato, desde 300 A. C., o genial Euclides no seu famoso livro "Os Elementos" sistematizou os estudos realizados por vários dos grandes sábios gregos que o precederam, constituindo um conjunto de conhecimentos sistemáticos, lógicos e abstratos, portentoso repositório de pensamento que muito dignifica a espécie humana. Êsse livro procede de cursos universitários professados pelo ilustre matemático e sua grande importância consiste em haver estabelecido de modo claro que o ideal da Geometria é alcançar um encadeamento lógico perfeito das propriedades peculiares às diversas figuras geométricas.

Entretanto, desde priscas eras, passou-se a usar a obra euclidiana, geralmente algo modificada, mas sem perder a sua feição lógica e abstrata, como um livro-texto para principiantes de Geometria. Resultado: em vez dos conhecimentos geométricos tornarem-se um deleite para os estudantes, transformaram-se em um tormento para êles

e seus mestres. Certamente que a opinião do próprio EUCLIDES teria sido outra, mas a verdade é que os esforços de alguns estudiosos e investigadores para romperem com a tradição foram baldados, pois o ensino da Geometria em sua feição clássica atravessou o tempo e, ainda hoje, é o mais encontrado, originando os erros psicopedagógicos, anteriormente citados.

Ensinar de maneira mais ou menos uniforme, de acordo com uma seqüência milenarmente estabelecida, é antes de mais nada desconhecer o sujeito a quem se ensina. Acontece porém que hoje ensino e aprendizagem são apenas duas facetas diferentes de um mesmo fenômeno, o que implica em dizer que a verdadeira missão do professor é dirigir a aprendizagem dos seus alunos e levá-los ao domínio do assunto. É fácil concluir, portanto, a impossibilidade de ensinar para quem pretende, consciente ou inconscientemente, ignorar o aluno.

Por outro lado, levá-lo em conta é sentir as suas limitações no início da adolescência para as abstrações e os raciocínios puramente lógicos; é perceber a vantagem que a seqüência psicológica dos assuntos oferece, em geral, sobre a seqüência lógica para os jovens que estão naquela fase de sua vida; é valorizar imediatamente a sua participação no processo da aprendizagem que, eminentemente dinâmico, exige a adoção de métodos didáticos ativos; é fazê-lo perder a timidez e compreender que o seu êxito não é apenas um problema de inteligência, mas também de caráter, pois com interesse, paciência e sinceridade pode ser bem sucedido nas suas tarefas de classe.

Ora, um primeiro curso de Geometria lecionado de acordo com o estilo clássico, tem tudo para, ao contrário inibir o aluno, pois é um modelo pronto do raciocínio dedutivo, repleto de abstrações que não resultaram de suas experiências, porque na maior parte das vezes não tiveram oportunidade de fazê-las e recheado de demonstrações cujo verdadeiro sentido não alcançam, chegando muitas vezes a olhá-las como absolutamente dispensáveis porque, dizem, jamais discutiriam a autenticidade do ato que esta-

mos querendo provar. Isso mostra que êles não sentiram a “necessidade” lógica da prova, algo que não forma sentido porque está fora das suas vivências. Assim a Geometria se transforma em uma série de teoremas que se devem saber de memória e um conjunto de demonstrações sêcas, sem vida, porque não sentidas e verdadeiramente compreendidas.

Um curso de Geometria bem planejado tem que começar por estudos intuitivos, onde os meninos tenham a oportunidade de construir figuras; dar soluções a problemas usando a régua e o compasso; estimar grandezas geométricas e medi-las; comparar resultados; redescobrir propriedades; adquirir a técnica de uso da notação geométrica e desenvolver atitude favorável ao uso do pensamento independente e organizado, de modo a estabelecer condições que permitam a passagem gradual das experiências do tipo manipulativo aos processos mais lógicos e formais da Geometria Dedutiva.

2 — A GEOMETRIA COMO DISCIPLINA DA ESCOLA SECUNDÁRIA

Os programas vigorantes em nossa escola secundária quando foi sancionada a Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional, incluíam o estudo da Geometria, nas duas últimas séries do ginásio e na primeira do colégio, com uma visível intenção de desenvolvê-lo de um ponto de vista racional.

Os livros escritos na vigência de tais programas apresentavam a matéria com preocupações dedutivas, contendo desde as suas primeiras páginas definições formais e postulados, dos quais partiam para a demonstração de teoremas logicamente concatenados. Nas classes, muitas vezes, a orientação era a mesma, do que resultava para o aluno a ausência completa de um curso introdutório com caráter intuitivo, onde êle pudesse familiarizar-se com as figuras e as relações geométricas por meio de observações, medidas comparações e raciocínios que lhe dariam experiência muito mais rica e variada, despertando sua ima-

ginação e levando-o a redescobrir importantes propriedades.

Anteriormente, em torno do ano de 1950, os programas de Matemática oficialmente adotados previam um curso introdutório de Geometria Intuitiva. Em que pese a timidez com que foi introduzido, representava uma conquista, colocando-nos em caminho certo, já experimentado e seguido por vários países onde se oferece ensino de Matemática bem cuidada e eficiente.

Agora, no entanto, que a lei vigente deixou às escolas e, portanto, aos professôres a tarefa de organizar seus próprios programas de ensino, é o momento de pensarmos detidamente no assunto e, acreditamos, optarmos pela inclusão de algumas unidades de Geometria Intuitiva na primeira série do curso ginásial e outras na segunda série. Na terceira série, quando se perceber o amadurecimento da classe para o estudo da Geometria Dedutiva, uma análise da necessidade e do significado real das definições e das provas das propriedades, será de extraordinário valor para o jovem estudante. Os teoremas podem ser então apresentados e demonstrados, podendo o professor dispensar-se de retomar todos os fatos geométricos já aprendidos intuitivamente pelos alunos e demonstrá-los, pois o objetivo dêsse estudo é fazê-lo compreender a essência do sistema lógico-dedutivo e não convencê-lo de verdades que já deve dominar perfeitamente e aplicar com freqüência e sucesso não só na resolução de problemas de Matemática como, também, nos de Geografia, de Desenho ou de Artes Industriais.

Dessa maneira o professor tem um ganho de tempo que deve usar na direção da aprendizagem dos seus alunos, propiciando-lhes inúmeras oportunidades de realizar estudos dirigidos em que tenham de resolver exercícios autênticos, de integração ou de fixação, capazes de despertar seu interesse, de fazê-los compreender o significado das demonstrações lógicas, de levá-los a adquirir efetivos métodos de trabalho, de desenvolver nêles a capacidade de julgar e criticar imparcialmente, de ensiná-los a avaliar e generali-

zar inteligentemente, de prepará-los para a descoberta de verdades novas e de habituá-los, finalmente, ao uso do rigor e da precisão matemáticos. Tais são os verdadeiros e mais importantes propósitos do ensino desse tipo.

3 — IMPORTÂNCIA DO LIVRO-TEXTO

É nítida a importância do livro-texto no processamento do ensino, pois que a palavra impressa tem sempre uma força sugestiva considerável.

Além disso, é necessário que o professor seja dotado de qualidades profissionais muito boas e tenha uma grande experiência docente para que possa ministrar um curso de Geometria independentemente de um livro-texto, ficando acima da mera apresentação de fatos e processos mais ou menos isolados e, por isso mesmo, de reduzida significação. Há ainda a considerar o problema do aluno, que necessita para sua orientação, de um compêndio que represente, ainda que aproximadamente, a orientação impressa pelo professor ao seu curso.

Por tudo isso é importante que o mestre possa dispor de um livro-texto bem elaborado, cabendo-lhe explorá-lo da melhor forma possível no seu trabalho de classe, incluindo novas explicações julgadas necessárias, dando exemplos novos, esclarecendo pontos obscuros, alertando os alunos para os pontos-chaves, fazendo enfim tudo o que é necessário para se tirar o máximo rendimento do seu uso, levadas em conta as condições e as características especiais da sua classe.

4 — ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DE UM BOM LIVRO TEXTO DE GEOMETRIA

É pois de grande utilidade para o professor de Matemática dos cursos secundários dispor de algumas normas, pela aplicação das quais possa escolher um compêndio que o ajude a obter no seu trabalho, os resultados que citamos anteriormente como desejáveis.

Apresentamos a seguir algumas características de um bom livro texto de Geometria que, para o professor secundário, poderão assumir aquêle papel normativo, auxiliando-o a realizar uma escolha favorável.

- I — Inicialmente o livro deve ter capítulos dedicados ao estudo de Geometria de um ponto de vista intuitivo, onde o aluno tenha que fazer uso de raciocínios concretos e não formal, devendo ter oportunidade de “provar” várias propriedades de forma empírica.
- II — A linguagem usada deve ser simples e acessível à compreensão dos estudantes que nêle vão estudar.
- III — Deve haver uma introdução informal, capaz de despertar o interêsse do aluno e aumentar a sua autoconfiança pela boa compreensão do texto e êxito nas aplicações dos assuntos aprendidos aos problemas e exercícios propostos.
- IV — Os capítulos não devem começar com definições formais e classificações, mormente os iniciais.
- V — Deve haver abundância de ilustrações.
- VI — O aluno deve ser levado a usar com frequência os instrumentos de desenho.
- VII — Devem ser focalizados diretamente e de modo bem claro os resultados que se pretende alcançar.
- VIII — Devem ser reduzidos, tanto quanto possível, o número de têrmos definidos, o número de proposições, o número e formalismo dos teoremas.

- IX — Devem ser aumentados, tanto quanto possível, as aplicações da teoria estudada e o número de exercícios.
- X — Os exercícios devem ser apresentados, nos capítulos iniciais de forma gráfica.
- XI — A atenção deve ser deslocada nos capítulos iniciais, do rigor lógico para as dificuldades de compreensão do aluno imaturo.
- XII — Deve dar atenção às diferenças individuais, apresentando exercícios optativos e material diversificado.
- XIII — É interessante o uso de notas gerais e certos dados históricos.
- XIV — É recomendável o uso de símbolos e abreviaturas, introduzindo gradativa e prudentemente os sistemas de notação usados na Matemática Moderna.
- XV — A existência de sumários é de grande importância.
- XVI — O uso das variedades tipográficas é necessário porque permite destacar os aspectos mais importantes.
- XVII — Devem ser usadas formas esquemáticas para efetuar cálculos e resolver exercícios, preparando o aluno para a prova de uma propriedade geométrica.
- XVIII — Deve haver noções de outros ramos da Matemática.
- XIX — É importante que dê ênfase ao uso do pensamento reflexivo e das capacidades de descobrir e generalizar verdades.
- XX — Deve introduzir o método dedutivo após a exposição empírica e ilustrativa da Geometria, possibilitando maior desenvolvimento do raciocínio lógico e da precisão, inclusive a de linguagem.