

Maximização de lucros e controle de preços

Dionísio D. Carneiro *

1. Embora a lógica dos controles de preços em uma economia inflacionária só possa ser examinada em um contexto dinâmico, uma vez que o *rationale* econômico dos controles diretos baseia-se na possível "perversidade" dos processos de ajustamento sob condições de informação imperfeita, é de se esperar que a prática dos controles de preços como rotina em uma economia seja incorporada nas decisões empresariais e se venha a refletir nos valores de equilíbrio das variáveis sob controle das firmas. Na medida em que estes valores de equilíbrio constituam pontos de referência de alguma relevância para a análise de fenômenos econômicos do mundo real, como de resto está suposto implicitamente na maioria dos esforços de teorização em economia, vale a pena tentar construir alguma intuição econômica sobre as possíveis formas de comportamento da firma controlada a partir de modelos estáticos simples. A utilidade deste esforço depende, naturalmente, da possibilidade de extrapolação dos resultados

* Professor de economia da EPGE.

essenciais obtidos, para construções que aproximem de forma mais aderente o comportamento de firmas no mundo real.

Ao escolhermos o tipo de ambiente de mercado no qual estudaremos o comportamento da firma controlada, podemos observar que, em mercados competitivos, os efeitos interessantes da tentativa de controlar preços são essencialmente pertinentes ao *mercado*. Formas alternativas ao racionamento via preços têm de ser examinadas e as conseqüências dos controles de preços em tais mercados não constituem novidade para a maioria dos economistas.¹

Neste trabalho nos concentraremos nos efeitos sobre mercados imperfeitos, nos quais o comportamento das firmas ocupam o centro de toda a ação. Dado, por outro lado, que é difícil conceber “política de preços” por parte de uma firma sem que suponhamos alguma forma de poder de mercado, parece-nos justificado que nos ocupemos dos efeitos do controle de preços sobre firmas que têm o poder de afetar significativamente o preço de venda através de decisões sobre quantidades.

A literatura econômica contemporânea contém exemplos de tratamentos de problemas semelhantes aos que agora nos interessam. Nos EUA, podemos mencionar os trabalhos de John K. Galbraith² e Martin Bronfenbrenner³ como típicos da literatura que se seguiu à experiência americana com controle de preços durante a II Guerra Mundial.

O interesse desses autores relaciona-se em geral com a exploração de alguns efeitos do controle de preços em mercados não competitivos, e a eles devemos a eliminação de argumentos simplistas acerca da “impossibilidade” de se controlar preços ou de que “controles de preços devem ser relaxados a fim de que possamos aumentar a produção”. O economista contemporâneo por certo não tem o direito de transplantar tais argumentos — válidos em mercados competitivos — para mercados não-competitivos.

Um aspecto importante dos tratamentos daquela época, porém, é que enquanto admitiam que poderia ser vantajosa, para firmas com poder de mercado, a criação de “escassez forçada” como reação a um preço muito

¹ Para um tratamento não trivial dos efeitos do controle de preços em mercados competitivos, ver Hicks, John R. 1946. esp. cap. 8, p. 110-1 e cap. 11, p. 265-9. Para um tratamento recente, ver Browning, E. K. Culbertson, C. 1974.

² Galbraith, J. K. 1952.

³ Bronfenbrenner, M. 1947.

baixo (como o preço p' da figura 1), não exploraram a possibilidade de uma reação, por parte das firmas, no sentido da adoção de técnicas de produção diferentes das correspondentes ao caminho de expansão. Certamente, quando o problema da firma é a maximização do lucro restrita somente pela tecnologia, preço de fatores e curva de receita média, pode-se tratar como “dadas” as curvas de custo total obtidas a partir da solução do problema de minimizar os custos de produzir uma quantidade qualquer. Isso porém só é legítimo em situações em que o preço máximo a ser permitido é independente do nível de custos da firma, ou seja, quando o problema de maximização de lucros pode ser tratado em duas etapas sucessivas: a) a escolha da técnica mais eficiente para a produção de cada quantidade produzida, que é o problema cuja solução é o chamado caminho de expansão, sendo daí derivadas as curvas de custo independentemente de considerações relacionadas com o mercado de produto enfrentado pela empresa; b) escolha da quantidade a ser oferecida no mercado.

Quando existem restrições extramercado impostas por alguma forma de controle de preços, entretanto, não se justifica que examinemos o processo de maximização de lucros desta forma bietápica, pois a menos que a agência controladora disponha de meios para garantir que a primeira etapa — de minimização de custos totais para cada quantidade — seja obedecida, o que tipicamente não corresponde à realidade, é de se esperar que o comportamento racional das firmas levem-nas a “descobrir” possibilidades de aumento de lucros através do recurso a técnicas que não correspondem aos custos mínimos. Na linguagem da teoria, o caminho de expansão sob condições de restrição de preços máximos pode não corresponder ao caminho de expansão sob restrição apenas do mercado.

Fenômenos desta natureza têm sido estudados na literatura relativa à regulamentação dos serviços de utilidade pública — notadamente produção e distribuição de energia elétrica, gás, transportes, televisão por transmissão direta (*cable TV*) e comunicações. Dado o caráter de monopólio natural destas atividades, elas são geralmente exercidas diretamente por empresas públicas ou por concessão governamental a empresas privadas sujeitas a regulamentações diretas quanto aos preços cobrados pelos serviços. Ordinariamente, como os preços máximos permitidos relacionam-se de alguma forma com os custos incorridos pelos estabelecimentos produtores, é natural imaginar-se que se rompa a independência entre a primeira e a segunda etapa do mencionado processo de maximização de lucros. A literatura da chamada *economics of regulation* contém

exemplos abundantes desse rompimento, e nela buscamos inspiração para uma visão de conjunto dos problemas relativos ao comportamento da firma sujeita a controle de preço.

2. Para explorar os efeitos das fórmulas de reajuste de preço que envolvem restrição à margem de *mark-up* sobre custos podemos começar pela investigação de um caso simples. A idéia é trabalhar inicialmente com uma firma monoprodutora, que enfrenta uma curva de receita média decrescente com a quantidade produzida, e busca maximizar os lucros no período corrente.⁴ Temos dois objetivos, com este esquema analítico: buscar a construção de alguma intuição econômica sobre as reações da firma e um tratamento que seja passível de generalização.

O programa de operações da empresa neste esquema deve ser adequado para permitir que a firma: a) possa provocar "escassez", produzindo quantidade inferior à que pode ser vendida ao preço escolhido; b) possa incorrer em produção ineficiente, isto é, a custos superiores ao mínimo para o nível de produção escolhida. Este é o caso de *cost-padding*⁵ (literalmente "acolchoamento de custos").

Com tais objetivos em mente, podemos começar pela revisão do problema de otimização de um monopolista monoprodutor, cuja curva de procura é dada por $q = f(p)$ e cuja curva de custos (eficientes) é dada por $C = C(q)$, onde q é a quantidade produzida do bem. A configuração de preço-quantidade de equilíbrio para o monopolista é dada pelo programa:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } pq - C^1 \\ & \text{sujeitos a } q \leq f(p) \\ & C^1 \geq C(q) \\ & p \geq 0, q \geq 0 \end{aligned} \tag{I}$$

⁴ Poderíamos chegar a resultados equivalentes se trabalhássemos com uma função objetivo que envolve expectativas estacionárias sobre a curva de receita total, sobre a taxa de juros a que devem ser descontados valores em pontos diferentes do tempo, e cujos investimentos precedam os períodos de produção. Em suma, se maximizássemos:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \left[R(q) - W'V \right] (1+r)^{-t} - P'K$$

Na análise que se segue, tomaremos como dada a curva de custos totais da empresa, determinada pela combinação de fatores sobre o chamado "caminho de expansão". Pode-se observar que o esquema analítico explorado neste item presta-se ao exame do problema de "acolchoamento" (*cost-padding*) ou "inflação" dos custos correntes.

⁵ Para uma exploração gráfica do problema do *cost-padding* ver Westfield, 1974.

onde C^1 é o valor monetário dos custos efetivamente realizados pela firma. A única diferença entre o programa (I) e a apresentação usual dos livros de texto é que permitimos a ocorrência dos casos descritos (a) e (b). É fácil verificar que sob as hipóteses usuais sobre as curvas de custo total (ou variável, caso se deseje trabalhar explicitamente em “curto prazo”) as condições necessárias para o máximo

$$C' (q) = p \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = R' (q)^6$$

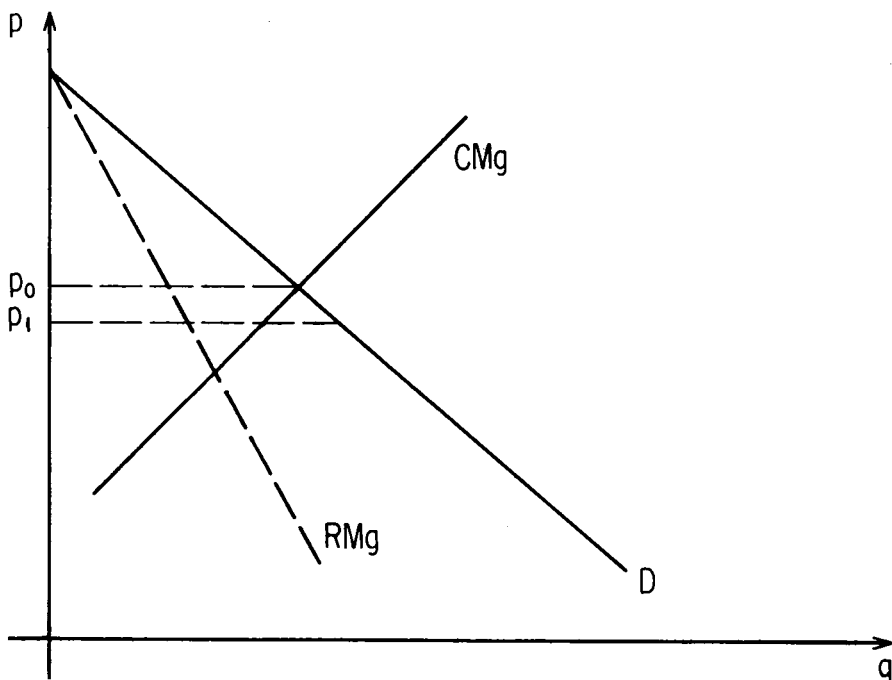
$$q = f (p)$$

$$C^1 = C (q)$$

supondo-se que as funções $C (q)$ e $f (p)$ sejam diferenciáveis até pelo menos a segunda ordem.

Figura 1

Caso clássico de desequilíbrio provocado por controle de preços



Podemos agora introduzir a restrição do controle de preços do tipo limitação do *mark-up*

$$\frac{pq - C^1}{C^1} \leq m_0$$

ou seja, fazendo-se

$$\gamma = \frac{1 + m_0}{1}$$

podemos reescrever o programa (I):

$$\text{Maximizar } pq - C^1$$

Sujeito a

$$q \leq f(p) \tag{1}$$

$$(II) \quad C^1 \geq C(q) \tag{2}$$

$$C^1 \geq \gamma pq \tag{3}$$

$$p \geq 0, \quad q \geq 0$$

Podemos iniciar explorando as soluções de "interior relativo", isto é, as condições necessárias para que as três desigualdades sejam satisfeitas com igualdades. Neste caso, designando-se respectivamente por

$$\lambda \geq 0$$

$$\nu \geq 0$$

$$\mu \geq 0$$

os valores das variáveis auxiliares ("multiplicadores de Lagrange") associadas às desigualdades (1), (2) e (3), respectivamente, podemos escrever as condições:

$$q - \lambda f' - \mu \gamma q = 0 \tag{i}$$

$$p + \lambda - \nu C'(q) - \mu \gamma p = 0 \tag{ii}$$

$$-1 + \nu + \mu = 0 \tag{iii}$$

* Onde $\epsilon = -\frac{pf'}{q}$, a elasticidade de demanda e $R'(q)$ significa receita marginal. Para estas condições serem suficientes, é claro que

$$R''(q) < C''(q)$$

Caso 1:

Podemos observar que se na ausência de controles, e portanto com

$$C^1 = C \quad (q)$$

a restrição (3) for trivialmente satisfeita, teremos que:

$$\mu = 0 \quad ^7$$

e por (iii)

$$v = 1$$

e naturalmente retornamos ao caso do programa (I).

Suponhamos, então, que a condição (3) é restritiva, isto é, que

$$\mu > 0$$

Podemos usar que (iii) para eliminar a variável v das relações (i) e (ii) e obtemos:

$$\lambda f' = [1 - \mu \gamma] q \quad (i)$$

$$\lambda = (\mu \gamma - 1) p + (1 - \mu) C' \quad (ii)$$

Finalmente, eliminando λ , obtemos, após conveniente rearranjo de termos:

$$\frac{\mu - 1}{\mu \gamma - 1} C^1 = R' \quad (q) \quad (4)$$

Como em geral $\gamma < 1$ (desde que a agência de controle permita algum lucro) e $\mu < 1$ (pois $v > 0$), podemos concluir que o efeito do controle de margem de lucro será fazer a receita marginal menor que o custo marginal. Podemos concluir, por este primeiro resultado, que:

a) sob as hipóteses usuais sobre as funções de custo e de procura, se a firma controlada permanece "eficiente" então deverá produzir uma quantidade maior e portanto vender a um preço menor;

b) se o órgão controlador tem capacidade para verificar que não há diminuição da eficiência (por exemplo, aplicando uma medida de produtividade física), este teorema permite um teste para a eficácia do controle;

⁷ No que se segue faremos uso livre das chamadas "condições de Kuhn-Tucker". Para uma referência, veja-se, por exemplo, Hadley, G. 1964.

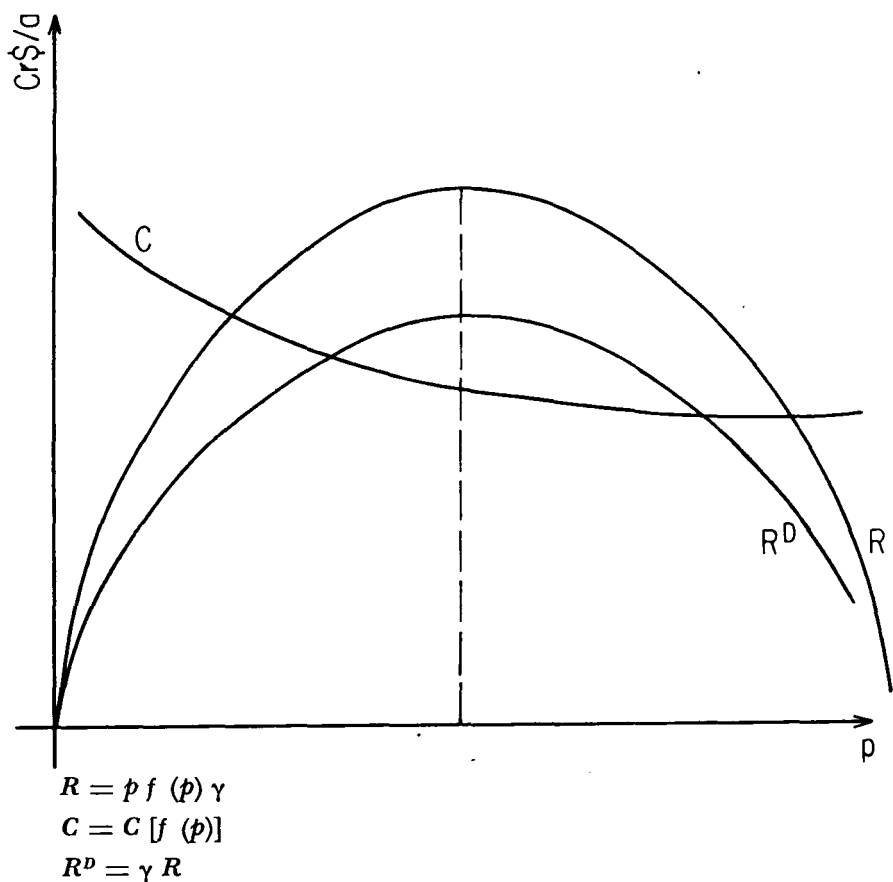
c) o conjunto particular de hipóteses sob as quais trabalhamos até este ponto – controle restritivo ($v > 0$) mercado em equilíbrio, sem “escassez” ($\lambda > 0$) e ausência de “acolchoamento” de custos (*cost-padding*), ($\mu > 0$) poderá ser observado na realidade se $R'(q) > 0$, isto é, se a solução das equações (i), (ii) e (iii) for um par (p, q) na porção elástica ($\epsilon > 1$) da curva de procura.

A figura 2 poderá ajudar a ilustrar as observações feitas. Nela representamos as curvas de receita total e custo total no domínio dos preços, isto é:

$$R = p f(p) \quad \text{e} \quad C = C[f(p)]$$

Figura 2

O “Acolchoamento” de custos



O preço P_0 seria o resultado da maximização não-condicionada pelo controle de margem de lucro. Na figura 2 é evidente a possibilidade de que o monopolista aumente seus lucros “acolchoando” os custos, isto é, abandonando R^c (a curva de receita total permitida, dada à curva de custos C) e usando a curva de custos “ineficiente” $R^D = \gamma R$. A medida monetária da “ineficiência” induzida pelo controle da margem de lucros, é dada pela distância vertical $R^D - C$.

Portanto, caso decisões eficientes de produção sejam incompatíveis com a situação de lucro máximo (em virtude de implicarem receita marginal negativa), a firma poderá melhorar de situação, preferindo criar alguma escassez do que “estragar” o mercado. Neste modelo, há dois caminhos abertos para a manipulação de escassez: vender uma quantidade abaixo da que o mercado pode absorver ao preço estabelecido ou “inflar” os custos de produção, incorrendo em ineficiência. Para examinar as duas alternativas, devemos retornar às equações (i), (ii) e (iii) e verificar as características das soluções implicadas por $\lambda = 0$ e $v = 0$, respectivamente.

Caso 2:

Se $\lambda = 0$ obtemos

$$\begin{aligned} q - \mu \gamma q &= 0 \\ p - v C'(q) - \mu \gamma p &= 0 \\ -1 + v + \mu &= 0 \end{aligned}$$

Neste caso, as condições necessárias reduzem-se a $v C' = 0$, ou seja, o comportamento eficiente da firma é incompatível com a maximização dos lucros se os custos marginais são positivos, como se espera. Podemos concluir então, que o único caso interessante de criação de escassez será através de custos “inflados”, caso que examinaremos a seguir.

Caso 3:

Para examinar esta possibilidade, consideremos as implicações de $C' > C(q)$, ou seja, $v = 0$. As condições necessárias podem ser escritas:

$$\begin{aligned} q - \lambda f' - \mu \gamma q &= 0 & \text{(i)} \\ p + \lambda - \mu \gamma p &= 0 & \text{(ii)} \\ \mu &= 1 & \text{(iii)} \end{aligned}$$

A solução deste sistema resume-se na equação

$$q - (\gamma - 1) p f' - \gamma q = 0$$

ou seja,

$$\frac{p f'}{q} = -1$$

Em outras palavras: se o órgão de controle não tiver meios de evitar a ineficiência induzida pelo controle da margem de *mark-up*, levará a empresa sob controle à configuração de preço-quantidade correspondente ao ponto da curva de procura com elasticidade unitária. Esta situação será naturalmente a de lucros máximos para a firma sempre que a solução da equação

$$C(q) = \gamma R(q)$$

for uma quantidade produzida que corresponda ao ramo inelástico da curva de procura. Este resultado, uma vez obtido pela exaustão das opções abertas à firma sujeita ao controle, pode ser interpretado de forma bem simples. O tipo de controle aqui examinado implica que, dada a curva de procura ou, equivalentemente, a curva de receita total, $R = R(q)$, as opções de produção são restritas a aquelas que correspondem a lucros totais

$$\pi(q) = R(q) - \gamma R(q)$$

Sob as condições igualmente supostas, de curva de receita total côncava na região relevante, a condição lucro máximo implica simplesmente receita total máxima (correspondente ao preço p_2 na figura 2). Presionada a apresentar análises de custos aos órgãos de controle, a firma deverá, agindo racionalmente em busca de lucros máximos, incorrer em produção ineficiente de modo a que

$$C^1 = \gamma R(q) > C(q)$$

Os resultados obtidos neste item servirão de base para considerações importantes sobre as implicações de formas alternativas de controle de preços.

3. Os controles de preços em condições de inflação caracterizam-se por condicionar autorizações de aumentos de preços à comprovação, por parte das firmas, de aumentos de custos. O controle de preços impõem, assim, quando efetivo, em uma restrição à rentabilidade das firmas, sendo pois

comparável a outras formas de regulamentação que impõem limites extra-mercado aos lucros, como no caso das regulações a que estão sujeitas empresas de serviços públicos anteriormente mencionadas. A principal diferença entre as duas formas de controle parece residir, na prática quotidiana, no fato de que enquanto os controles de preços costumam limitar o *mark-up*, as fixações de tarifas de serviços de utilidade pública costumam procurar garantir uma certa rentabilidade “adequada” para os investimentos realizados. No jargão da literatura especializada, a diferença pode ser vista em termos do que constitui a chamada “base” da tarifa, ou seja, quais os custos que serão levados em consideração para o cálculo dos preços (ou aumentos de preços) a serem utilizados.

A fim de que possamos melhor comparar os efeitos das duas formas de controle, será conveniente considerar-se uma empresa monoprodutora que utilize na produção do bem em questão quantidades V_1, V_2, \dots, V_n de fatores variáveis, adquiridos a preços unitários W_1, W_2, \dots, W_n . Consideremos as quantidades V_1, V_2, \dots, V_n como fluxos de bens intermediários adquiridos durante o período de produção. Além disso, a atividade produtiva requer também a existência de estoques de meios de produção geralmente denominados de “bens de capital” que podem ser associados aos investimentos fixos da firma. Denotaremos por (K_1, K_2, \dots, K_m) o vetor de bens de capital da firma, avaliados aos preços P_1, P_2, \dots, P_m , respectivamente. Finalmente, denotaremos por q a quantidade do bem produzida em cada período de produção e, por p o seu preço de venda. Finalmente, designaremos por L o excesso da receita total $p q$ sobre os “custos correntes” (correspondentes aos pagamentos pelos fluxos V_1, \dots, V_m); L é a chamada quase-renda, ou lucro de curto prazo, se ignorarmos impostos e o custo de capital para a firma (o lucro bruto puro seria $L - i P K$, onde i é o custo de oportunidade do capital).

Com a notação definida, podemos expressar a conta de lucros e perdas da empresa: ⁸

$$pq = W' V + L$$

As práticas de controle de preços costumam utilizar dois tipos de medida para a lucratividade das empresas, dado o fato elementar das dificuldades em se comparar simplesmente os valores *absolutos* de L para duas empresas ou para a mesma empresa em diferentes situações. Estes

* No que se segue, $V = (V_1, \dots, V_n)$, $W = (W_1, \dots, W_n)$, $P = (P_1, \dots, P_m)$, $K = (K_1, \dots, K_m)$.

dois tipos de medida são o *mark-up* sobre custos correntes e a rentabilidade bruta sobre o estoque de capital, ou seja:

$$m = \frac{L}{W'V} \quad \text{e} \quad r = \frac{L}{P'K}$$

Evidentemente, ao usarmos r como medida de rentabilidade, estamos ignorando as complicações trazidas pela existência de capital de terceiros. A extensão da análise que se segue para se admitir a existência de capital de débito (*debt capital*) comprometeria a simplicidade de exposição sem contudo modificar fundamentalmente as conclusões.

Utilizando as duas medidas citadas, podemos reescrever a identidade entre débito e crédito da conta de lucros e perdas em duas formas alternativas:⁹

$$p q = W' V (1 + m)$$

$$p q = W' V + r P' K$$

Estas duas identidades nos permitem estabelecer uma relação simples entre os dois conceitos de rentabilidade:

$$r = \frac{W' V}{P' K} m \quad (5)$$

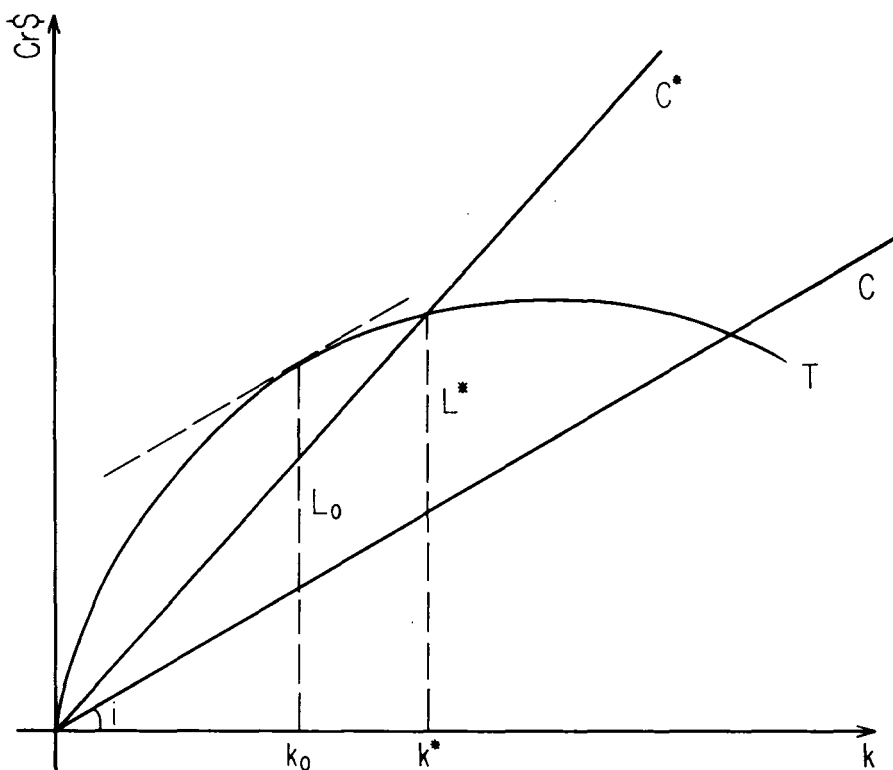
A partir desta relação podemos ter uma visão geral dos efeitos dos controles de preços sobre o comportamento das empresas. O controle com base na rentabilidade sobre o estoque de capital, utilizado tradicionalmente no controle de empresas de serviços públicos, impõe um limite máximo ao valor de r . Se a empresa controlada tem liberdade para escolher os insumos V e K , um resultado tradicional da literatura da *economics of regulation* é o chamado efeito Averch-Johnson-Wellisz (AJW).¹⁰ Em termos sintéticos, este efeito consiste na supercapitalização induzida pela forma de limitação imposta aos lucros, que leva as firmas a utilizarem o fator capital além do ponto em que o valor do seu produto marginal iguala seu custo unitário. O *rationale* econômico de tal efeito é que quando a restrição imposta à taxa de rentabilidade sobre o estoque de capital é efetiva, cada acréscimo de despesa de capital além do ponto de

⁹ Esta forma de apresentar a relação entre m e r inspirou-se em Lopes, Francisco L. 1974.

¹⁰ Ver Averch & Johnson. 1962, Wellisz. 1963 e Westfield. 1965.

ótimo irrestrito, se diminui o lucro auferido, tem o efeito de aumentar o máximo de lucro permitido pela restrição imposta a r . Na figura 3, seguindo a explicação de Westfield para a supercapitalização, podemos identificar os fatos subjacentes ao efeito AJW.¹¹ A curva T_k corresponde ao chamado “produto líquido total do capital”, obtido a partir da maximização da receita líquida $R(q) - W'V$, para cada valor de $k = P'K$.

Figura 3
O efeito AJW



Observe-se que podemos utilizar o conceito de capital como agregado (fator composto) por estarmos supondo constantes os preços (P_1, P_2, \dots, P_m) dos diversos ativos que constituem os estoques da firma. Dado o custo de capital i para a firma, a maximização do lucro sem restrições levaria à posição K_0 na qual o custo de capital i é igual ao valor do produto mar-

¹¹ Cf. Westfield. 1965.

ginal, dado pela derivada da curva T . Para cada valor de K a rentabilidade sobre o estoque de capital é dada pela razão entre a diferença $T - C$ e K . Dada uma curva C e uma restrição $r \leq r^*$, podemos obter uma curva C^* formada pelos pontos (K, A) tais que $A = r^* P' K$, isto é, corresponde aos pontos de lucros permitidos dada a restrição da autoridade reguladora. Dado o custo de capital i , a firma procurará maximizar a diferença entre C^* e C , o que levará a adotar o estoque $K^* > K_0$.¹²

Em termos da relação (5), podemos interpretar os resultados obtidos no item 2 e compará-los com os relativos ao efeito AJW que acabamos de discutir. Partindo-se do pressuposto que a firma maximiza lucros, a restrição da rentabilidade sobre o estoque de capital pode ser obedecida por duas vias: diminuição pura e simples de L (o que os reguladores esperam obter via aumentos de produção e conseqüentemente diminuição de preços, mantendo-se a firma no caminho de expansão) ou diminuição de L com aumento em $P' K$, desviando-se a firma da alocação eficiente de recursos produtivos, o que, como vimos, pode ser de seu interesse. Por outro lado, se a firma sofre restrição de *mark-up*, fixado o valor máximo para m , o resultado obtido no item 2 pode ser interpretado como simétrico ao efeito AJW, no sentido de que haverá um incentivo à utilização de mais "fatores variáveis" (cujos pagamentos formam a base de "justificativa" para os preços) do que indicariam as fórmulas de produção correspondentes ao caminho de expansão. Em outras palavras, quando as firmas controladas comportam-se como maximizadoras de lucro, a direção das distorções alocativas provocadas por diferentes fórmulas de controle (via limitação de *mark-up* ou via controle de rentabilidade) pode ser obtida a partir da expressão (5). Dados os preços relativos dos dois tipos de insumos, se r for objeto de controle haverá uma tendência a utilizar mais capital do que o indicado pelo caminho de expansão, enquanto se m for controlado haverá uma tendência a se empregar mais fatores variáveis do que indicariam as regras usuais de eficiência produtiva. Os resultados obtidos podem, assim, ser vistos como uma generalização dos fenômenos denominados de "inflação da base da tarifa" na literatura especializada.

Na medida em que possamos associar insumos fixos com "capital" e insumos variáveis, com "mão-de-obra", os resultados obtidos parecem ser de alguma relevância para o exame da racionalidade econômica de algumas práticas de controle de preços em países ou em situações específicas

¹² Para os detalhes, o leitor interessado poderá consultar não só os artigos de Westfield e Averch Johnson já mencionados, como Kahn, Alfred E. 1971, cap. 2. A descrição citada seguiu a exposição de Westfield, 1965. p. 428 e segs.

em que um dos fatores seja reconhecidamente escasso. Neste nível de generalidade, as implicações de política são suficientemente óbvias para merecerem maiores comentários. A exploração mais detalhada das consequências de fórmulas alternativas de controle será apresentada em fases futuras do trabalho.

Bibliografia

Averch, Harvey & Johnson, Leland L. Behavior of the firm under regulatory constraint. *American Economic Review*, n. 52, p. 1052-60, Dec. 1962.

Bronfenbrenner, M. Price control under imperfect competition. *American Economic Review*, n. 37, p. 107-20, Mar. 1947.

Browning, E. K. & Culbertson, C. Theory of black markets under price control; competition and monopoly. *Economic Inquiry*, n. 12, June 1974.

Galbraith, J. K. *Theory of price control*. London, Oxford University Press, 1952.

Hadley, G. *Non-linear and dynamic programming*. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1964.

Hicks, John R. *Value and capital*. 2. ed. London, Oxford University Press, 1946.

Kahn, Alfred E. *The economics of regulation*. New York, John Wiley and Sons, 1971. v. 2.

Lopes, Francisco. *Controle de preço, rentabilidade e produtividade*. EPGE, 1974. mimeogr.

Wellisz, Stanislaw H. Regulation of natural gas pipeline companies: an economic analysis. *Journal of Political Economy*, Feb. 1963, n. 71, p. 36-43.

Westfield, Fred. Regulation and conspiracy. *American Economic Review*, n. 55, p. 424-43, June 1965.