A LEI DE SAY E O EFEITO LIQUIDEZ REAL

MÁRIO HENRIQUE SIMONSEN

1 — INTRODUÇÃO

As equações walrasianas do equilíbrio geral dos preços numa economia munida de papel-moeda caracterizavam-se pela presença do chamado "postulado de homogeneidade": a economia podia dividir-se em dois compartimentos distintos, um setor real e um setor monetário. O setor real era descrito pelas funções de demanda excedente de mercadorias, o setor monetário pela função demanda excedente de moeda. Como as funções de demanda excedente de mercadorias se supunham homogêneas de grau zero em relação aos preços monetários,[1] as equações do setor real determinavam apenas os preços relativos das mercadorias. A equação do setor monetário, desligada das demais, determinava o nível geral de preços. A determinação dos preços absolutos naturalmente resultava da conjugação dessas duas partes independentes. O sistema, no entanto era dicotômico, a teoria do valor fornecendo apenas os preços relativos, e a teoria quantitativa indicando o nível geral dos preços.

Tôda a teoria neoclássica se desenvolveu sôbre essa linha de idéias, conquanto Wicksell se mostrasse muito cuidadoso em relacionar o setor real com o setor monetário através do seu famoso mecanismo cumulativo. Don Patinkin parece ter sido o primeiro economista sèriamente preocupado em reformular as equações de Walras isentando-as da dicotomia original. Em linhas gerais, há na obra de Patinkin[2] duas idéias básicas: em primeiro lugar a demonstração

1) Isto é, a demanda não se alteraria se os preços de todos os bens variassem na mesma proporção.

2) Principalmente em *Money, Interest and Prices*.

da incompatibilidade do postulado de homogeneidade com o funcionamento e uma economia monetária e, em particular, com a teoria quantitativa; em segundo lugar, a reconstituição da coerência do sistema pela introdução de um elo (o efeito liquidez real) entre as equações do setor real e a do setor monetário. De passagem Patinkin identifica a lei de Say com o postulado de homogeneidade, considerando-a, dessarte, incompatível com qualquer teoria monetária. A economia neoclássica, que se desenvolvera com o emprêgo simultâneo da lei de Say e da teoria quantitativa da moeda, apresentaria assim grave inconsistência lógica.

O objetivo do presente artigo consiste em mostrar que essa inconsistência só se verifica quando se dá à lei de Say uma formulação matemática inadequada.[3] E que, na realidade, entre as equações do equilíbrio geral baseadas na lei de Say e as baseadas no efeito liquidez real há uma distância muito menor do que pode parecer à primeira vista: ambos não passam de soluções particulares de um mesmo problema. E, mais ainda, que o sistema dicotômico de equações do equilíbrio geral dos preços pode ser considerado perfeitamente consistente desde que se lhe dê a interpretação devida.

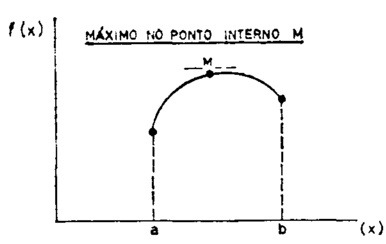
Como a discussão que segue é essencialmente analítica, vale a pena começar por uma analogia matemática. A teoria marginalista, como se sabe, não é muito mais do que um conjunto de exercícios derivados parciais calcados em hipóteses de comportamento econômico bastante simples. Os maiores problemas por ela abordados são, em geral, questões de máximos ou mínimos condicionados, como ocorre com o consumidor que trata de maximizar sua utilidade, respeitadas as limitações de seu orçamento, etc. As grandes conclusões, como a da proporcionalidade no equilíbrio entre utilidades marginais e preços, resumem-se, quase sempre, em traduções verbais de aplicações simples do multiplicador de Lagrange, ou de técnicas semelhantes.

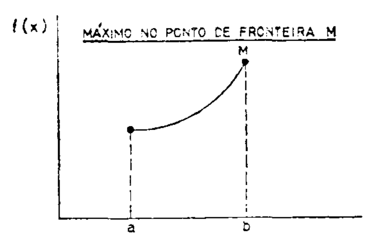
Ocorre que, na realidade, a maioria dos problemas da teoria marginalista, não são problemas de maximização condicionada por equações e sim de maximização condicionada por *equações e desigualdades*. Estas últimas costumam corresponder a certas restrições econômicamente óbvias, como a imposição de que determinadas variáveis não assumam valôres negativos, etc. O tratamento analítico

3) Muitas das idéias aqui expostas se encontram no artigo de S. Valavanis-Kiklos (1955), pp. 351-68.

dessas desigualdades inseridas no problema é algo de pouco confortável porque exige a substituição da técnica dos multiplicadores de Lagrange pela da programação não linear. Os economistas clássicos quase sempre procuraram fugir ao problema, admitindo que as desigualdades fôssem automàticamente satisfeitas. Infelizmente essa atitude, se contornou certas dificuldades analíticas, levou ao descuido de importantes problemas de fronteira.

A significação dêsses problemas de fronteira pode ser percebida por um exemplo simples. Admitamos que se deseje procurar o máximo de uma certa função real f (x). Se essa função aparecesse num texto tradicional de economia, é provável que a discussão se resumisse na pesquisa de um ponto em que a derivada da função se anulasse e a derivada segunda fôsse negativa. Será êsse um processo lícito de análise? Òbviamente é preciso admitir, de início, que a função seja derivável em todo seu campo de definição, mas ainda que isso ocorra, há outra questão: se a função só é definida num determinado intervalo $a \leq x \leq b$, ou, mais genèricamente, se os valôres da variável independente são condicionados por uma ou por algumas desigualdades, o máximo da função não necessàriamente se encontra num ponto em que a derivada da função se anula: pode, eventualmente, encontrar-se num dos extremos do intervalo de definição. As figuras 1 e 2 abaixo ilustram êsse ponto. Na figura 1 o máximo da função f (x), definida no intervalo [a, b] se verifica num ponto interno do intervalo, no qual a derivada se anula. Já na figura 2, o máximo ocorre num dos pontos de fronteira do campo de definição, onde a derivada está longe de se tornar paralela ao eixo das abcissas.





O exemplo acima representa o que há de mais elementar em matéria de programação não linear, mas já dá uma idéia analítica do que são os problemas de maximização condicionada por desigualdades. De um modo geral, a ocorrência de um máximo num ponto de fronteira exclui a possibilidade da aplicação das regras tradicionais do cálculo diferencial.

É fácil encontrar inúmeros exemplos econômicos onde a discussão dos problemas de fronteira assume considerável importância. Tomemos a proposição clássica que afirma que na posição de máxima satisfação do consumidor a utilidade marginal de um bem qualquer dividida pelo seu preço p deve ser igual à utilidade marginal da moeda. A demonstração dessa proposição pode fazer-se ou pelo apêlo aos multiplicadores de Lagrange ou pelo emprêgo de um raciocínio verbal equivalente bastante simples. Êste último prova que não se poderia estar na posição de máxima satisfação se a utilidade marginal do bem dividida pelo seu preço p fôsse superior à utilidade marginal da moeda, pois neste caso o consumidor, dentro de suas limitações orçamentárias, poderia melhorar de situação desfazendo-se de p unidades de moeda e comprando mais uma unidade do bem em questão. Do mesmo modo se prova a impossibilidade da desigualdade inversa.

O raciocínio claramente abstrai qualquer problema de fronteira, e é fácil verificar que a sua validade só pode ser garantida se, na posição de máxima utilidade, o consumidor mantiver alguma quantidade tanto do bem quanto da moeda. Com efeito, quando se demonstra a impossibilidade da desigualdade supramencionada pela afirmação de que "o consumidor melhoraria de situação desfazendo-se de p unidades de moeda e comprando mais uma unidade do bem" é preciso supor que o consumidor disponha das p unidades de moeda para delas se desfazer. Isso ocorrerá necessàriamente? Não, se a posição de máxima utilidade do consumidor se encontrar num ponto de fronteira no qual não lhe reste nenhuma quantidade de moeda. E nesse caso não se pode garantir que a utilidade marginal do bem dividida pelo seu preço será igual à utilidade marginal da moeda, mas apenas que será *maior ou igual*.[4]

A finalidade dêste artigo consiste precisamente em mostrar que a diferença entre o sistema de equação do equilíbrio geral das trocas baseado no efeito liquidez real, e o fundamento na lei de Say, não é maior do que a distinção entre os máximos internos e os máximos de fronteira das funções condicionadas por desigualdades. O ingre-

4) É interessante observar que Wicksell percebeu essa questão ao arrolar entre as exceções a teoria da utilidade marginal os bens cujo consumo se anula pelo fato de seu preço se tornar excessivamente alto.

diente básico dessa demonstração será apenas a introdução, nas equações de Patinkin, de uma desigualdade restritiva que, em síntese, equivale a dizer que há um limite para a velocidade de circulação da moeda. Quando a posição de equilíbrio se encontrar num ponto interno do conjunto de soluções, valerão as equações interligadas pelo efeito liquidez real. Na fronteira da desigualdade, vigorarão a lei de Say.

2 — AS EQUAÇÕES DE WALRAS E O POSTULADO DE HOMOGENEIDADE

Suponhamos uma economia de trocas, isto é, uma economia na qual os indivíduos afluem ao mercado com quantidades exógenas de mercadorias para serem trocadas entre si. (Não importa, para efeito de análise que essas mercadorias tenham caído do céu ou que tenham sido produzidas artesanalmente; neste último caso, todavia, é preciso supor que os indivíduos não tivessem outras alternativas de produção.) O equilíbrio dos preços relativos, numa tal economia, pode descrever-se fàcilmente em têrmos das funções de demanda excedente a seguir descritas.

Tomemos um indivíduo que aflua ao mercado com quantidades $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n$ dos diversos bens (admite-se inicialmente que na economia não exista nada de parecido com papel-moeda). Êsses bens serão cotados por preços iguais a $p_1, p_2 \ldots, p_n$, preços êsses que, supõe-se, nenhum indivíduo, isoladamente, terá capacidade de afetar. O indivíduo em análise trocará êsses bens por outros, de forma a alcançar o máximo de satisfação compatível com as suas limitações orçamentárias.[5] Designaremos por $x_1, x_2, \ldots, x_n$. As quantidades finais que o consumidor resolve conservar em seu poder.

A determinação dessas quantidades pode-se fazer pelas conhecidas equações do equilíbrio do consumidor. Em primeiro lugar, a despesa do indivíduo deve igualar a sua renda, isto é:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n = p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \ldots + p_n \bar{x}_n \qquad 1$$

Em segundo lugar, devem ser respeitadas as condições de maximização da utilidade dentro da limitação orçamentária do consu-

5) Admitiremos, como de hábito, que as superfícies de indiferença tenham sua convexidade voltada para a origem, a fim de assegurar as condições de segunda ordem de maximização.

midor. Abstraindo, no bom estilo neoclássico, os problemas de fronteira, tais condições se resumem à proporcionalidade entre utilidades marginais e preços

$$\frac{U_1\ (\ )}{p_1} = \frac{U_2\ (\ )}{p_2} = \ldots\ldots = \frac{U_n\ (\ )}{p_n} \qquad 2$$

O símbolo ( ) lembrando que as utilidades marginais são funções das quantidades.

As n equações acima permitem determinar as quantidades finais $x_1, x_2, \ldots, x_n$ que o consumidor reterá das diversas mercadorias. Também permitem, em conseqüência, determinar as demandas excedentes $d_1, d_2, \ldots, d_n$ dos diversos bens, definidas como a diferença entre as quantidades finais conservadas e as quantidades iniciais possuídas pelo indivíduo, isto é:

$$d_i = x_i - \bar{x} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad 3$$

Òbviamente as demandas excedentes dependerão dos preços dos bens, das quantidades inicialmente possuídas pelo indivíduo e da sua escala de preferências. Como no modêlo walrasiano do equilíbrio das trocas as quantidades iniciais e as escalas de preferências se supõem exógenas, interessar-nos-emos apenas pela relação funcional entre as demandas líquidas e preços. Escreveremos assim:

$$d_i = f_i\ (p_1, p_2, \ldots, p_n)\ (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad 4$$

Das equações do equilíbrio do consumidor inferem-se duas propriedades fundamentais das funções de demanda excedente: em primeiro lugar a da sua homogeneidade de grau zero em relação aos preços, isto é:

$$f_i\ (p_1, p_2, \ldots, p_n) = f_1\ (\lambda\ p_1, \lambda\ p_2, \ldots, \lambda\ p_n) \qquad 5$$

o que quer dizer, em outras palavras, que as demandas excedentes não se alteram quando todos os preços variam na mesma proporção. Em segundo lugar, a soma algébrica das demandas excedentes multiplicadas pelos respectivos preços é igual a zero, qualquer que seja o sistema de preços, isto é:

$$p_1\ d_1 + p_2\ d_2 + \ldots + p_n\ d_n \equiv 0 \qquad 6$$

A passagem do equilíbrio do consumidor individual para o do sistema em seu conjunto não envolve qualquer dificuldade. Definindo-se a demanda — excedente total D_i do i ésimo bem como sendo a soma algébrica das demandas excedentes de todos os indivíduos, ter-se-á:

$$D_i = F_i\ (p_1, p_2\ \ldots, p_n) \qquad 7$$

as funções totais de demanda excedente òbviamente conservando as mesmas propriedades das funções individuais.

Essas funções totais permitem a determinação do equilíbrio dos preços relativos do sistema. Se o conjunto dos indivíduos representa um sistema isolado, o sistema de preços de equilíbrio deve ser tal que as demandas excedentes totais se anulem tôdas, isto é:

$$\begin{aligned} D_1 &= F_1\ (p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0 \\ D_2 &= F_2\ (p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0 \\ D_n &= F_n\ (p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0 \end{aligned} \qquad 8$$

As equações acima não são independentes, já que entre elas se verifica a relação conhecida como "lei de Walras"

$$p_1\, D_1 + p_2\, D_2 + \ldots + p_n\, D_n \equiv 0 \qquad 9$$

e que significa apenas que o valor total das compras é igual ao valor total das vendas. Sendo as funções de demanda — excedente homogêneas de grau zero em relação aos preços, é fácil verificar que o sistema de aquações do equilíbrio determina apenas os preços relativos — o que era de se esperar, em se tratando de preços de conta. A escolha de uma mercadoria para numerário (a n ésima, por exemplo) permitiria a determinação dos preços absolutos, pela definição de $p_n = 1$.

Êsse é, numa versão didática, o sistema walrasiano de equações para a determinação dos preços numa economia de trocas sem papel-moeda. A introdução dêste último, tanto na versão original de Walras, quanto na maioria dos tratamentos neoclássicos é feita sob duas hipóteses. Supõe-se, em primeiro lugar, que o papel-moeda não entre nas escalas de utilidade dos indivíduos, dada a sua incapacidade de satisfazer a qualquer de suas necessidades diretas; isso evita a introdução da moeda nas equações do setor real acima descritas.

Admite-se, por outro lado, que os indivíduos desejem manter estoques de moedas proporcionais à sua renda nominal. Analìticamente, isso equivale a acrescentar ao sistema 8 a equação seguinte:

$$M = k\ (p_1 \bar{X}_1 + p_2 \bar{X}_2 + \ldots + p_n \bar{X}_n) \qquad 10$$

onde M representa a oferta de moeda, $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots, \bar{X}_n$ o total das quantidades disponíveis dos diversos bens, e k uma constante igual a fração da renda que os indivíduos desejariam manter como estoque de moeda.

Com a exclusão da moeda das escalas de utilidade e com a introdução da equação quantitativa, igualando a oferta de moeda à *encaisse desirée,* o sistema walrasiano de determinação dos preços numa economia de trocas com papel-moeda se torna absolutamente dicotômico: as equações do setor real, independentes das quantidades de moeda, determinam os preços relativos. E, num outro compartimento estanque, a equação quantitativa fixa a posição de equilíbrio do nível geral dos preços.

3 — A CRÍTICA DE DON PATINKIN

O cerne da crítica de Don Patinkin à dicotomia das equações walrasianas do equilíbrio dos preços numa economia de trocas reside na sua demonstração de que o postulado de homogeneidade é incompatível com o funcionamento de uma economia monetária. A argumentação de Patinkin é bastante extensa, mas pode ser resumida no seguinte: Suponhamos uma economia de trocas onde existam *n* mercadorias e mais o papel-moeda. Designemos por $D_1 = F_1 (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, $D_2 = F_2 (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, $D_n = F_n (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ as demandas excedentes totais das diversas mercadorias, e por $D_M = G (p_1, p_2, \ldots, p_n)$ a demanda excedente de papel-moeda. Então, qualquer que seja a forma das funções de utilidade, deve prevalecer a lei de Walras:

$$p_1 D_1 + p_2 D_2 + \ldots + p_n D_n + D_M \equiv 0 \qquad 11$$

É fácil daí concluir, argumenta Patinkin, que se as demandas excedentes das mercadorias são homogêneas de grau zero em relação aos preços, êstes serão necessàriamente indeterminados. Com efeito, admitamos um conjunto de preços para o qual as demandas excedentes das mercadorias se anulem tôdas; isso implicará, pela equação de Walras, na nulidade, para êsse sistema de preços, da demanda excedente de papel-moeda — o que equivale a dizer que o setor monetário estará em equilíbrio. Alteremos agora todos os preços na mesma proporção; pela hipótese de homogeneidade, as demandas excedentes das mercadorias continuarão nulas e, pela equação de Walras, também a de papel-moeda. Logo, o sistema continuará em equilíbrio com os novos preços. Mas isso equivale a afirmar que os preços monetários são indeterminados — o que é a antítese de qualquer teoria monetária.

É importante perceber claramente o sentido da "inconsistência" demonstrada por Patinkin. Não se prova, em nenhum momento, que as equações dicotômicas do equilíbrio dos preços numa economia de trocas com papel-moeda sejam matemàticamente incompatíveis, no sentido da inexistência de um sistema de preços capaz de satisfazê-las simultâneamente. O que Patinkin realmente demonstra é que num modêlo de economia de trocas, onde se verifique o postulado da homogeneidade, e onde se considere condição suficiente de equilíbrio a nulidade das demandas excedentes de tôdas as mercadorias e do papel-moeda, os preços monetários são necessàriamente indeterminados.

Essa observação torna as conclusões de Patinkin menos contundentes do que o que parece à primeira vista. Com efeito, não se tendo demonstrado a incompatibilidade matemática do sistema dicotômico da teoria neoclássica, pode-se imaginar a possibilidade de uma reinterpretação econômica capaz de torná-lo perfeitamente consistente. Veremos, mais adiante, que isso é efetivamente possível, sob certas hipóteses. Por outro lado, se se desenvolver um modêlo teórico onde a nulidade das demandas excedentes seja considerada condição necessária mas não suficiente de equilíbrio, de nada vale a argumentação de Patinkin relativa ao postulado de homogeneidade.

Isso não significa, todavia, que as objeções levantadas pelo autor de *Money, Interest and Prices* possam ser postas de lado. Há, na realidade, várias proposições importantes que se podem provar dentro da linha de raciocínio acima apresentada. Assim, por exemplo, é natural entender-se que a teoria quantitativa afirme que a demanda excedente de moeda é expressa por:

$$D_M = (p_1 \overline{X}_1 + p_2 \overline{X}_2 + \ldots + p_n \overline{X}_n) - M \qquad 12$$

É possível agora provar rigorosamente que essa interpretação da teoria quantitativa da moeda (embora não necessàriamente a teoria quantitativa da moeda) é incompatível com o postulado de homogeneidade. Com efeito, se as demandas excedentes de tôdas as mercadorias são homogêneas de grau zero, em relação aos preços, a demanda excedente de moeda deverá, pela lei de Walras, ser homogênea de grau um.[6] Ora, êsse requisito não é obedecido pelo segundo membro da equação 12.[7]

Há um outro tipo de argumentação ainda mais conclusivo contra o sistema dicotômico. Tomemos um consumidor que vá ao mercado com quantidades $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n$ e $\bar{m}$ dos bens e da moeda, e que volte com quantidades $x_1, x_2, \ldots, x_n, m$. A equação $p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \ldots + p_n \bar{x}_n + \bar{m} = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n + m$ é um perfeito truísmo. Todavia, nas equações de Walras costuma-se partir da equação $p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \ldots + p_n \bar{x}_n = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n$. Isso equivale a postular que a demanda excedente de moeda seja nula, qualquer que seja o sistema de preços. Essa hipótese (que Lange admite representar a lei de Say) é claramente incompatível com o funcionamento de uma economia monetária, já que sob nenhum sistema de preços os indivíduos serão convencidos a alterar seus encaixes monetários. Diga-se de passagem, é tomando essa formulação de Lange[8] que Patinkin aponta a incompatibilidade entre a lei de Say e a teoria quantitativa da moeda.

Em resumo, são êsses os principais pontos da crítica de Patinkin às equações dicotômicas do equilíbrio dos preços numa economia de trocas com papel-moeda. A crítica vale, sobretudo, pela observação de que a maioria dos economistas neoclássicos (com algumas exceções, principalmente Wicksell) foi incapaz de interligar o setor real com o setor monetário; com isso forneceram-se muitas demonstrações algébricas, mas poucas explicações econômicas de porque um aumento da quantidade de dinheiro provocaria uma elevação nos preços.

É de se observar, todavia, que na apreciação das equações neoclássicas, o autor de *Money, Interest and Prices* foi levado a

6) Isto é, aumentando-se proporcionalmente todos os preços, a demanda excedente de moeda deveria crescer na mesma proporção.

7) O segundo membro da equação 12 é homogêneo em relação aos preços e à quantidade de moeda, mas não em relação ùnicamente aos preços.

8) O. Lange — "Say's Law: A Restratement and Criticism", em *Studies in Mathematical Economic and Econometrics*.

alguns exageros. A inconsistência do postulado de homogeneidade é mais pròpriamente uma inconsistência didática do que uma inconsistência lógica. A contradição entre a lei de Say e a teoria quantitativa só é demonstrável quando se parte de uma formulação matemática, sob muitos aspectos inadequada, para aquela lei. A solução encontrada por Patinkin para eliminar a inconsistência da dicotomia walrasiana é lògicamente correta, mas econômicamente incompleta: a moeda é adequadamente tratada nas suas funções de unidade de valor e de reserva de valor, mas é esquecida na sua função de meio de pagamento. Dentro desta última função poder-se-ia ter encontrado uma outra solução para a eliminação da inconsistência do postulado de homogeneidade numa economia monetária. Por último, seria possível provar que o sistema dicotômico das equações walrasianas pode ser tornado perfeitamente consistente, desde que devidamente reinterpretado.

4 — A REFORMULAÇÃO DE PATINKIN

A solução imaginada por Patinkin para eliminar a dicotomia entre o setor real e o setor monetário nas equações de Walras consistiu na introdução do chamado "efeito liquidez real" nas escalas de preferência dos indivíduos. Especìficamente, Patinkin supõe que as funções utilidade envolvam não apenas as quantidades dos bens e serviços disponíveis, mas também a liquidez real, isto é, o valor real dos ativos monetários.

Especìficamente, suponhamos que um indivíduo traga ao mercado quantidades $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, ..., $\bar{x}_n$, $\bar{M}$ dos bens e do papel-moeda. Designemos por x_1, x_2, ..., x_n, M as quantidades dos bens e da moeda com as quais o indivíduo volta do mercado. Sejam p_1, p_2, ..., p_n os preços dos bens e $P = w_1 p_1 + w_2 p_2 + \ldots + w_n p_n$ o nível geral de preços (w_1, w_2 ..., w_n designando coeficientes de ponderação predeterminados, òbviamente de soma igual a 1). Então o indivíduo determinará as quantidades finais x_1, x_2, ... x_n, M de modo a

"maximizar $U\left(x_1, x_2, \ldots, x_n, \dfrac{M}{P}\right)$

com a restrição orçamentária: 13

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n + M = p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \ldots + p_n \bar{x}_n + \bar{M}$$

e ainda $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$; ... $x_n \geq 0$; $M \geq 0$"

A solução dêsse problema de máximo (que, na ausência de problema de fronteira, leva à proporcionalidade entre utilidades marginais e preços) permite a determinação das quantidades finais bem como das demandas excedentes dos *n* bens e da moeda. Totalizando-se as demandas excedentes individuais obter-se-ão n + 1 funções de demanda excedente totais, ligadas entre si pela identidade de Walras. A condição de nulidade dessas demandas excedentes permite determinar os *n* preços monetários. (Patinkin não discute o problema de existência e unicidade das soluções, limitando-se, como de hábito se faz, a contar as equações, excluindo a òbviamente redundante.)

É fácil ver que, com a introdução do efeito liquidez real, a dicotomia das equações do equilíbrio dos preços fica absolutamente eliminada. As funções de demanda excedente, em virtude da forma da restrição orçamentária, são homogêneas de grau zero em relação ao conjunto dos preços e dos estoques de moeda, mas não em relação apenas aos preços, como no caso walrasiano. Por outro lado, a demanda excedente de moeda não mais possui natureza fundamentalmente distinta da demanda excedente das mercadorias e serviços, como ocorria no esquema walrasiano.

É fácil modificar a teoria de Hicks-Slutsky referente ao equilíbrio do consumidor de modo a incluir a liquidez real nas escalas de utilidade. Essencialmente, na análise das variações de preços, além do efeito renda e do efeito substituição há a incluir o efeito liquidez real. Êsse efeito lança novas luzes sôbre o mecanismo de atuação das quantidades de moeda sôbre os preços. Suponhamos, por exemplo, que o sistema se encontre em equilíbrio. Sùbitamente, admitamos que as quantidades de moeda inicialmente possuídas pelos consumidores aumentem. O efeito liquidez real provocará a ruptura do equilíbrio no mercado dos produtos, criando uma demanda excedente positiva para todos os bens não inferiores. A pressão dessa demanda excedente provocará a alta dos preços, a qual reduzirá a liquidez real dos indivíduos, até se chegar à nova posição de equilíbrio. Essa explicação é certamente muito mais elucidativa do que a maioria dos tratamentos neoclássicos sôbre a matéria, excetuados talvez os de Wicksell

Inicialmente, Patinkin chama a atenção sôbre a necessidade de reinterpretação da hipótese neoclássica da proporcionalidade, *coeteris paribus*, entre a demanda de moeda e os preços (hipótese da elasticidade unitária da demanda de moeda, numa denominação complicada). Não há nada que indique que, dobrando-se os preços a quantidade procurada de moeda dobre, se as quantidades iniciais de moeda permanecem inalteradas. O que se pode afirmar, isso sim, é que se as quantidades iniciais de moeda e os preços dobram, então a demanda de moeda também dobra. Pràticamente isso pode parecer sem maior importância, pois, para as posições de equilíbrio do mercado continua prevalecendo, *coeteris paribus,* a proporcionalidade entre a quantidade de moeda e os preços. Há, todavia, significativa diferença conceitual. A teoria de Patinkin leva-nos a distinguir duas curvas: a da demanda de moeda em função dos preços (mantidos inalterados os estoques iniciais de moeda), e a das posições de equilíbrio da quantidade de moeda em função do nível geral dos preços. A diferença resulta do fato de que um aumento da oferta de moeda provoca o deslocamento para a direita da curva da demanda de moeda, via efeito liquidez real.

Tais são as linhas mestras da reformulação feita por Don Patinkin para as equações do equilíbrio geral dos preços numa economia de trocas com papel-moeda. Há consideráveis méritos nessa reformulação, mas o modêlo esquece que a moeda, além de unidade e reserva de valor, serve também de meio de pagamento. Como tal, a procura de moeda não resulta apenas da utilidade da manutenção de reservas para o futuro, mas também do fato de que os indivíduos não ganham e gastam sua renda simultâneamente. A introdução, no modêlo de Patinkin, da função da moeda como meio de pagamento é o que se tentará desenvolver no próximo parágrafo.

5 — REFORMULAÇÃO DO MODÊLO DE PATINKIN

O modêlo que se segue procura reformular o sistema de equações de equilíbrio das trocas proposto por Don Patinkin, levando em conta a função de meio de pagamento desempenhada pela moeda.

Como de hábito se admite na descrição de uma economia de trocas, suporemos que os indivíduos afluem ao mercado com quantidades exógenas de n bens e de papel-moeda. Além dos indivíduos, admitiremos que exista um govêrno que pode comprar bens e emitir dinheiro ou vice-versa. Com a introdução do govêrno, as demandas excedentes do conjunto dos indivíduos, na posição de equilíbrio, não mais terão que ser iguais a zero, mas poderão assumir quaisquer valôres arbitrados pelo Govêrno, desde que consistentemente com a identidade de Walras.[9]

Como no modêlo de Patinkin, admitiremos que as superfícies de indiferença tenham sua convexidade voltada para origem, e que a liquidez real integre as escalas de utilidade dos indivíduos. Os preços, no mercado, supõe-se determinados numa espécie de leilão ajustado pelo processo walrasiano do *tatonnement*.

Introduziremos agora uma hipótese nova, e que não encontra equivalente no modêlo de Patinkin. Suporemos que a liquidação das operações contratadas pelos participantes do mercado se realize por intermédio de uma câmara de compensação onde as operações obedeçam à seguinte seqüência:

I) — Os indivíduos entregam à Câmara as mercadorias que trouxeram ao mercado;

II) — Os indivíduos pagam à Câmara, em dinheiro, o valor das compras que resolveram efetuar;

III) — Os indivíduos recebem da Câmara as mercadorias que compraram;

IV) — Os indivíduos recebem da Câmara o pagamento em dinheiro das suas vendas.

Por mais artificial que pareça o funcionamento dessa Câmara, o modêlo de trocas adquire muito maior realismo com a sua introdução. Pode-se julgar irracional a existência de que os indivíduos paguem antecipadamente tôdas as suas compras, ao invés de liquidar apenas os seus saldos devedores. Ocorre que, numa economia monetária, os compradores e vendedores não costumam encontrar-se todos juntos num leilão geral como o que se imagina no modêlo sem a Câmara: há falta de simultaneidade entre a realização de despesas e a percepção de rendimentos — o que é a razão da procura de moeda para transações. Essa ausência de sincronização, característica de uma economia monetária, é o que se procurou introduzir no modêlo, com o regulamento da Câmara de liquidação.[10]

9) O Govêrno do modêlo não arrecada impostos, mas se limita a comprar e a vender bens e serviços, e a emitir ou recolher papel-moeda.

10) Poder-se-ia imaginar que os indivíduos, reagindo ao regulamento da Câmara, resolvessem só lhe entregar as suas ofertas excedentes e só encomendar-lhe as demandas excedentes. Mais uma vez, essa forma de escape seria irrelevante num modêlo realista que levasse em conta o fato de que numa economia com abundante divisão do trabalho cada indivíduo só consome uma parcela ínfima das mercadorias que êle próprio produz.

Procuremos reformular as equações do equilíbrio dos preços no nôvo modêlo. Comecemos pela análise de um indivíduo que aflui ao mercado com quantidades $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n$ e $\bar{M}$ das *n* mercadorias e de papel-moeda, respectivamente. Designemos por $x_1, x_2, \ldots, x_n$, M as quantidades que o consumidor traz de volta ao mercado. Como na análise de Patinkin suporemos que o indivíduo determine essas quantidades de modo a maximizar a sua utilidade $U\left(x_1, x_2, \ldots, x_n, \frac{M}{P}\right)$, com a restrição orçamentária $p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n + M = p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \ldots + p_n \bar{x}_n + \bar{M}$. Há agora, todavia, uma nova restrição. Como o regulamento da Câmara de liquidação exige que cada indivíduo pague as suas compras antes de ser reembolsado pelas suas vendas, o valor total daquelas compras não poderá exceder o estoque inicial de moeda possuído pelo indivíduo, isto é:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n \leq M \qquad 14$$

O significado dessa desigualdade numa economia monetária é de fácil percepção: dada a falta de sincronismo entre pagamentos e recebimentos, a moeda não pode circular com velocidade acima de um certo limite.

Com a introdução dessa nova restrição, o problema do equilíbrio do consumidor passa a assumir a forma:

$$\text{maximizar} \quad U\left(x_1, x_2, \ldots, x_n, \frac{M}{P}\right)$$

com as restrições:

$$\begin{aligned} & p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n + M = p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \ldots + p_n \bar{x}_n + \bar{M} \\ & p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n \leq \bar{M} \qquad 15 \\ & x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ \ldots;\ x_n \geq 0;\ M \geq 0 \end{aligned}$$

Êsse nôvo enunciado é o de um problema de programação não linear, e sua diferença em relação ao do problema 13 tratado por Patinkin reside precisamente na introdução da desigualdade 14. A presença dessa desigualdade reabre a discussão sôbre máximos internos e máximos de fronteira esboçada na introdução a êste artigo. Bàsicamente o problema comporta dois tipos de solução:

A) — *O equilíbrio interno* — Consideremos a combinação de mercadorias e moeda (x_1, x_2, ..., x_n, M) que maximiza a utilidade do indivíduo dentro do enunciado do problema 13 (enunciado de Patinkin). Se essa combinação satisfizer à desigualdade 14, então òbviamente será essa a posição de equilíbrio do consumidor no problema 15. Êsse é o que denominamos *caso de equilíbrio interno*. Em têrmos concretos isso corresponde à situação em que a utilidade marginal da liquidez real é suficientemente alta para convencer o indivíduo a gastar menos do que aquilo que seria compatível com o limite da velocidade de circulação da moeda. Nesse caso vale integralmente a teoria de Patinkin, sem que haja necessidade de qualquer reformulação.

B) — *O equilíbrio de fronteira* — Suponhamos que a combinação de mercadorias e moeda (x_1, x_2, ..., x_n, M) que maximize a utilidade de indivíduo dentro do enunciado do problema de Patinkin desobedeça à desigualdade 14. Isso corresponde à situação em que os gastos do indivíduo, em vez de serem barrados pelo desejo de conservar liquidez real o são pela limitação inevitável da velocidade de circulação da moeda. Pode-se demonstrar fàcilmente que nesse caso a posição de máxima utilidade do consumidor dentro das restrições do problema 15 obedecerá à relação:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n = \bar{M}$$

isto é, se encontrará na fronteira da desigualdade 14. Êsse é o caso que denominaremos *equilíbrio de fronteira*. Quando tal situação ocorre é fácil verificar que a utilidade marginal da liquidez real dividida pelo nível geral de preços, é inferior à relação comum entre utilidades marginais e preços das mercadorias com as quais o indivíduo volta do mercado.

O dualismo de soluções acima descrito pode ser descrito gràficamente na forma que se segue. Suponhamos que exista apenas uma mercadoria além do papel-moeda, e tomemos o caso de um consumidor que aflui com quantidades $\bar{x}$ da mercadoria e $\bar{M}$ do papel-moeda. Admitamos conhecidas as curvas de indiferença do indivíduo entre a posse do bem e a da liquidez real, e designemos por *p* o preço da mercadoria (que, no caso, coincidirá com o nível geral dos preços). Analiticamente, o problema da escolha das quantidades x e M (do bem e da moeda, respectivamente) com as quais o consumidor volta do mercado resolve-se de modo a "maximizar $\quad U\left(x, \dfrac{M}{P}\right)$

com restrições:

$$px + M = \bar{p}x + \bar{M}$$
$$px \leq \bar{M}$$
$$x \geq 0; \bar{M} \geq 0".$$

Suponhamos que a situação do indivíduo seja a descrita na figura 3. As abcissas indicam as quantidades do bem, os ordenados a liquidez real. A reta AB representa a linha do orçamento do consumidor, isto é, a linha $px + M = p\bar{x} + M$. A linha CR indica o máximo de quantidade do bem que o indivíduo pode comprar tendo em vista seu estoque inicial de moeda, isto é, $x = \dfrac{\bar{M}}{\bar{P}}$. No ponto P, a linha do orçamento tangencia uma curva de indiferença entre a posse do bem e a da liquidez real. No caso P representa uma posição de equilíbrio interno do consumidor. Como P está à esquerda da reta CR, a limitação da velocidade de circulação da moeda é automàticamente obedecida, vigorando a teoria de Patinkin. Trata-se do caso de "equilíbrio interno".

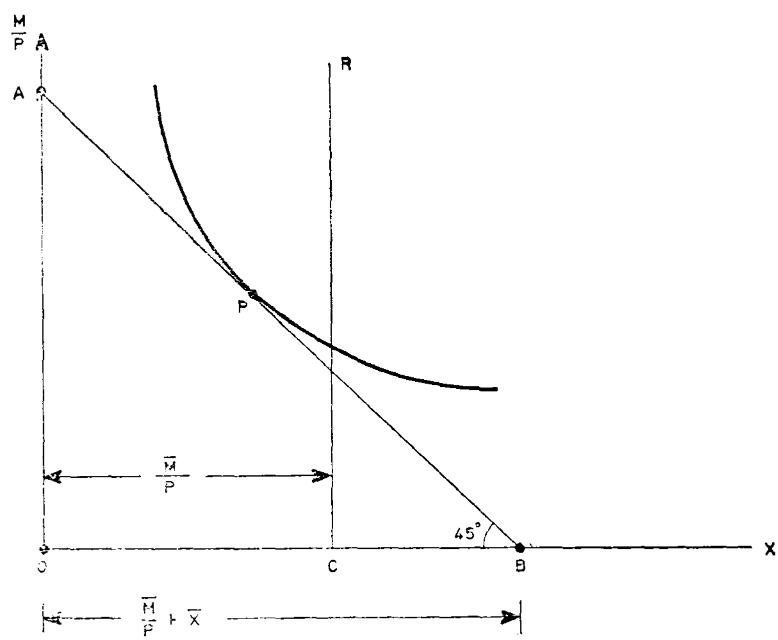


Fig. 3 — Equilíbrio interno

Admitamos agora que a situação do indivíduo seja a descrita na figura 4. Mantida a mesma simbologia, P indica a posição de equilíbrio na teoria de Patinkin, isto é, a posição em que a utilidade marginal da liquidez real iguala à da mercadoria em análise. Sucede que êsse ponto P estando à direita da reta CR, representa uma situação inacessível para o consumidor, dada a limitação de seu estoque monetário inicial. O máximo de utilidade que o consumidor pode alcançar corresponde ao ponto Q, situado sôbre a reta CR. Trata-se de um caso de *equilíbrio de fronteira*. Nesse ponto Q a linha de orçamento não mais tangencia a curva de indiferença correspondente, e o equilíbrio se dá numa posição em que a utilidade marginal da liquidez real é inferior à da mercadoria analisada.

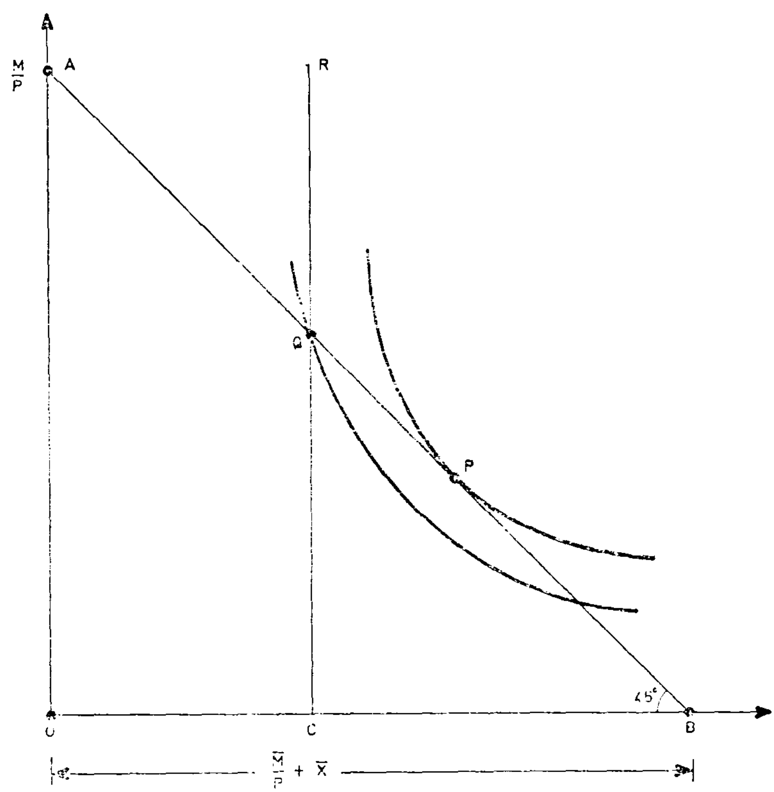


Fig. 4 — Equilíbrio de fronteira

A possibilidade do equilíbrio de fronteira confere ao modêlo em análise certas colorações neoclássicas que pareciam ausentes do modêlo de Patinkin. O que ocorre no caso é que os indivíduos têm suas pretensões de gastar barrados pela limitação das suas disponibilidades monetárias. Aumentando-se os estoques iniciais de moeda, os gastos nominais aumentam, o quanto permitem as limitações da velocidade de circulação da moeda. Essa situação corresponde estreitamente à descrição wickselliana da interação da expansão dos meios de pagamento e do incremento dos fluxos de despesa.

6 — A LEI DE SAY E O EQUILÍBRIO DE FRONTEIRA

Poucas proposições econômicas têm sido objeto de tantas dúvidas e controvérsias de interpretação quanto a lei de Say. Alguns autores entenderam a lei de Say como uma equação de equilíbrio e não como uma identidade. Essa concepção inegàvelmente confere à lei de Say considerável generalidade, mas, infelizmente, a transforma numa preposição irritantemente banal. Pois não é preciso possuir grande acuidade econômica para observar que numa posição de equilíbrio dos mercados não deve haver superprodução generalizada.[11]

Preferiremos aqui entender a lei de Say como a identidade que afirma, num aforismo, que a oferta cria sua própria procura ou, numa versão setorialmente menos dúbia, que os indivíduos gastam tôda a sua renda, jamais pensando em entesourar. Em têrmos mais sofisticados interpretaremos a lei de Say como equivalente à hipótese de que todo aumento de produto induza igual aumento da despesa global de bens e serviços.

Para esclarecer essa concepção verbal, é útil tentar traduzi-la em têrmos matemáticos. Uma tentativa bastante conhecida nesse sentido consiste na formulação de Lange. Como a lei de Say significa que os indivíduos gastam tôda a renda que recebem, Lange interpreta-a matemàticamente como equivalendo à proposição de que a demanda excedente de moeda é idênticamente nula.[12] Como assinalamos anteriormente, a lei de Say, nessa formulação, é incompatível com o funcionamento de uma economia monetária, já que os indivíduos jamais seriam convencidos a alterar seus encaixes.

Cabe, todavia, uma pergunta: pode considerar-se satisfatória a formulação de Lange para a lei de Say? Sob vários aspectos a

[11] Alguns autores, como Becker e Baumel, entendem a lei de Say como uma espécie de hipótese de existência de soluções de um sistema de equações de equilíbrio.

[12] Ou seja, é igual a zero, qualquer que seja o sistema de preços.

resposta parece ser negativa. Dizer que a demanda excedente de moeda é idênticamente nula certamente significa afirmar que tôda a renda é gasta. Mas significa ainda algo a mais: que tôda a renda é gasta no mesmo instante em que é percebida. Essa hipótese de sincronização é que parece inadequada a uma economia monetária (e não espanta, por isso, que a formulação em questão seja incompatível com o funcionamento de uma economia, onde exista a moeda). A formulação de Lange parece assim encerrar o mesmo defeito da teoria de Patinkin, qual seja, o esquecimento de que a moeda não serve apenas como unidade e reserva de valor, mas também como meio de pagamento.

Tentemos, pois, uma nova versão. Diremos que numa economia vigora a lei de Say quando os indivíduos gastam, em cada período, tôda a renda que perceberam no período anterior. Naturalmente a dinamização da definição traz alguns problemas, como o da duração do período, o da possibilidade de defasagens múltiplas (a defasagem simples da versão apresentada foi puramente inspirada em intenções didáticas), etc. Não obstante, a nova versão tem o mérito de lembrar que numa economia monetária os indivíduos não conseguem sincronizar integralmente seus recebimentos e pagamentos, tal como implìcitamente supõe a formulação de Lange.

Dentro da nova formulação, não há qualquer incompatibilidade entre a lei de Say e a existência de uma demanda excedente de moeda diferente de zero. Mais ainda, pode-se precisar um caso em que vigoram simultâneamente a lei de Say e a teoria quantitativa da moeda: o do equilíbrio de fronteira.

Suponhamos, com efeito, uma economia de trocas em que todos os indivíduos se encontram no equilíbrio de fronteira. Isso significa, vale lembrar, que os indivíduos têm seus gastos freados não pelo desejo de manter liquidez real, mas pelas limitações do seu estoque monetário e da velocidade de circulação do dinheiro. Dentro do modêlo apresentado, os indivíduos gastarão em cada período todo o dinheiro que trouxeram ao mercado, isto é, $p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_1 x_n = \bar{M}$. Isso naturalmente implica em que os indivíduos tragam de volta do mercado uma quantidade de moeda de igual valor ao das mercadorias levadas ao mercado (isto é, da renda dos indivíduos), ou seja, $M = p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2 + \dots + p_n \bar{x}_n$. Como no período seguinte os indivíduos levarão essa quantidade de dinheiro ao mercado e, por hipótese, gastarão integralmente, a despesa nesse nôvo período terá sido igual à renda do período anterior.* Isso significa que na economia em questão vale a lei de Say, dentro da nova versão apresentada.

Por outro lado o equilíbrio de fronteira implica na validade da teoria quantitativa da moeda. Com efeito, para cada indivíduo valerão as relações:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n + M = p_1 \overline{x_1} + p_2 \overline{x_2} + \ldots + p_n \overline{x_n} + \overline{M}$$

(equação do orçamento)

$\overline{M} = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n$ (equilíbrio de fronteira)

Somando-se membro a membro resulta:

$$M = p_1 \overline{x_1} + p_2 \overline{x_2} + \ldots + p_n \overline{x_M} \qquad 16$$

Essa relação, agregada para todos os indivíduos do sistema, é simplesmente a fórmula da teoria quantitativa referida a um período em que a velocidade de circulação da moeda seja igual a 1.

Como se vê, o equilíbrio de fronteira no sistema analisado implica na validade simultânea da lei de Say e da teoria quantitativa da moeda. Isso deixa claro que a freqüentemente alegada incompatibilidade entre a lei de Say e o funcionamento de uma economia monetária existe apenas quando se parte de uma formulação analítica pouco adequada para aquela lei. Com uma versão dinâmica, que se lembre do fato de que os indivíduos não podem chegar, numa economia monetária, à absoluta sincronização dos seus gastos com seus recebimentos, essa incompatibilidade desaparece.

---

* Com menos palavras e mais símbolos designemos por $D = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n$ a despesa do indivíduo, por $Y = p_1 \overline{x_1} + p_2 \overline{x_2} + \ldots + p_n \overline{x_n}$ a sua renda, por $\overline{M}$ a quantidade de moeda levada ao mercado, e por M a quantidade de moeda trazida do mercado. Introduzindo períodos tem-se:

$D_{t+1} = \overline{M}_{t+1}$ (hipótese do equilíbrio de fronteira)

$\overline{M}_{t+1} = M_t$ (o indivíduo traz ao mercado o dinheiro que levou no período anterior)

$M_t + D_t = Y_t + \overline{M}_t$ (equação do orçamento)

$\overline{M}_t = D_t$ (hipótese do equilíbrio de fronteira)

Somando membro a membro resulta:

$D_{t+1} = Y_t$

7 — O EQUILÍBRIO DE FRONTEIRA E O POSTULADO DE HOMOGENEIDADE

Há um caso especial em que o equilíbrio de fronteira pode levar a um sistema dicotômico de equações de determinação dos preços, tal como nas exposições neoclássicas do modêlo de uma economia de trocas com papel-moeda. A nova dicotomia, no entanto, é de sentido bem mais refinado, e passa pela prova de consistência com o funcionamento de uma economia monetária, como veremos, a seguir.

Para chegar ao caso em questão admitiremos três hipóteses:

a) que os indivíduos se comportem dentro dos padrões do equilíbrio de fronteira anteriormente descritos.

b) que, em todos os períodos, os indivíduos tragam ao mercado as mesmas quantidades de mercadorias.

c) que as escalas de preferência e o número de indivíduos não mudem no tempo.

Com as mesmas notações precedentemente utilizadas, poderemos exprimir as demandas excedentes individuais para as diversas mercadorias por:

$$\begin{aligned} d_1 &= f_1\ (p_1, p_2, \ldots, p_n, \overline{M}) \\ d_2 &= f_2\ (p_1, p_2, \ldots, p_n, \overline{M}) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ d_n &= f_n\ (p_1, p_2, \ldots, p_n, \overline{M}) \end{aligned} \qquad 17$$

e a demanda excedente de moeda por:

$$d_M = p_1\,\overline{x_1} + p_2\,\overline{x_2} + \ldots + p_n\,\overline{x_n} = \overline{M}$$

As demandas excedentes de mercadorias sendo homogêneas de grau zero em relação aos preços e à moeda (embora não homogêneas em relação apenas aos preços).

Se prevalece o equilíbrio de fronteira, a quantidade $\overline{M}$ de moeda que o indivíduo traz ao mercado deve ser igual, dentro do modêlo em análise, à sua renda no período anterior. Se designarmos por $q_1, q_2, \ldots, q_n$ os preços dêsse período anterior, como as quantidades físicas de mercadorias trazidas ao mercado foram, por hipótese, as mesmas, teremos:

$$M = q_1 x_1 + q_2 x_2 + \ldots + q_n x_n \qquad 18$$

Introduzindo essa expressão de $\overline{M}$ nas expressões da demanda excedente de mercadorias, anteriormente apresentadas chegamos à conclusão de que essas demandas excedentes e não homogêneas de grau zero em relação aos preços do período e do período anterior (isto é, duplicando-se os preços em ambos os períodos, as demandas excedentes não se alteram no último dêsses períodos). Podemos escrever assim:

$$\begin{aligned} d_1 &= g_1 \, (p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ d_2 &= g_2 \, (p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 19 \\ d_n &= g_n \, (p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n) \end{aligned}$$

para as mercadorias, e

$$d_M = p_1 \overline{x_1} + p_2 \overline{x_2} + \ldots + p_n \overline{x_n} - \overline{M}$$

para a moeda.

É fácil verificar que agora, apesar das aparências, o postulado de homogeneidade se tornou perfeitamente compatível com a teoria quantitativa da moeda. A demonstração usual de que a homogeneidade grau zero das demandas excedentes de mercadorias acarretaria, pela identidade de Walras, a homogeneidade de grau 1 da demanda excedente de moeda, não mais nos leva a qualquer inconsistência. Isso porque agora, a demanda excedente de moeda é homogênea de grau 1 em relação aos preços do período anterior, já que

$$\overline{M} = q_1 \overline{x_1} + q_2 \overline{x_2} + \ldots + q_n \overline{x_n}.$$

Êsse último aspecto merece ser cuidadosamente entendido. Na análise de Patinkin, a equação da demanda excedente de moeda $d_M = p_1 \overline{x_1} + p_2 \overline{x_2} + \ldots + p_n \overline{x_n} - \overline{M}$ era entendida como não homogênea em relação aos preços, já que só se consideravam como variáveis os preços do período. Na presente discussão as variáveis não são apenas êsses preços mas também os do período anterior, e os estoques iniciais de moeda não mais se podem considerar independentes dêstes últimos. Se os preços do período t-1 tivessem sido o dôbro, os indivíduos teriam trazido para cada nesse período também o dôbro de quantidade de moeda, e conseqüentemente, no período do *t*, compareceriam ao mercado com o dôbro do dinheiro.

As equações de demanda excedente, òbviamente podem ser somadas para todos os indivíduos do sistema, conservando as mesmas propriedades fundamentais de homogeneidade. Podemos pois exprimir as demandas excedentes totais por:

$$\begin{aligned} D_1 &= G_1 \ (p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ D_2 &= G_2 \ (p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ D_n &= G_n \ (p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, q_2, \ldots, q_n) \end{aligned} \qquad 20$$

para as mercadorias, e

$$D_M = p_1 \overline{X_1} + p_2 \overline{X_2} + \ldots + p_n \overline{X_n} - \overline{M}_t$$

para a moeda.

$\overline{M}_t$ designando o total de moeda que os indivíduos trazem ao mercado e $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_n$ os totais produzidos das diversas mercadorias.

O sistema acima é um conjunto de equação de diferenças finitas: pela sua resolução se determinam os preços em cada período, desde que conhecidos os preços do período inicial, e as demandas excedentes fixadas pelo Govêrno em cada período (consistentemente com a identidade de Walras, bem entendido).

Retiremos o Govêrno do circuito. As demandas excedentes devem agora ser iguais a zero para que a economia fique em equilíbrio. As soluções do sistema naturalmente dependerão dos preços do período inicial, êsses preços devendo ser compatíveis com a quantidade de moeda existente, de acôrdo com a teoria quantitativa. Em geral essas soluções são funções do tempo. Poderemos estar interessados, todavia, apenas na posição de equilíbrio estacionário, isto é, na solução do sistema que dá preços iguais em todos os períodos.[13] Nesse caso, o que temos que fazer é igualar os preços de cada período anterior, isto é, $p_1 = q_1$, $p_2 = q_2$, ... $p_n = q_n$. Com essa transformação, as equações de equilíbrio podem exprimir-se sob a forma:

[13] Omitimos do presente artigo a discussão da estabilidade do sistema, isto é, o exame de se as soluções dinâmicas convergem para a solução estacionária.

$$\begin{aligned} D_1 &= H_1\,(p_1, p_2\, \ldots, p_n) = 0 \\ D_2 &= H_2\,(p_1, p_2\, \ldots, p_n) = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ D_n &= H_n\,(p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0 \end{aligned} \qquad 21$$

para as mercadorias, e

$$D_M = p_1\, X_1 + p_2\, X_2 + \ldots + p_n\, \overline{X_n} - \overline{M}_T = 0$$

para a moeda.

As equações de demanda excedente das mercadorias são agora homogêneas de grau zero em relação aos preços, tal como na formulação neoclássica do problema. A dicotomização das equações é completa: as do setor real determinam apenas a estrutura dos preços relativos, a do setor monetário determina apenas o nível geral de preços. Todavia não mais existe qualquer inconsistência pois $p_1, p_2, \ldots, p_n$ não representam apenas os preços de equilíbrio de um período mas, *os preços de equilíbrio estacionário do período e dos precedentes*. Com essa interpretação, as provas de incompatibilidade usadas por Patinkin se tornam inaplicáveis, pois quando se formulam hipóteses do tipo "se num determinado período os preços dobrassem" há que lembrar que as equações 21 não mais se verificam.

Como se vê, é possível reconciliar a dicotomia das equações neoclássicas do equilíbrio geral dos preços com as condições de funcionamento de uma economia monetária, desde que essas equações se entendam como determinantes de uma posição de equilíbrio estacionário num sistema potencialmente dinâmico, que atenda a uma série de requisitos, como o da validade da lei de Say, etc. É de se pôr em dúvida que os economistas neoclássicos tenham pensado nessa versão sofisticada. Em todo o caso, a possibilidade de reinterpretação restringe consideràvelmente a profundidade da crítica de Patinkin.

SUMMARY

The main purpose of the article is to prove that it is possible to reconcile the neoclassic association of Say's law and the quantity theory of money with Patinkin's approach of the real cash balance effect, under a simple nonlinear programming scheme.

In the first part of the article, the author summarizes the dichotomized presentation of the Walrasian equations of the general equilibrium of a monetary economy one group of one group of

homogenous zero degree equations, in relation to the absolute prices determining the structure of the relative prices, and a final independent equation determining the general price level. Patinkin's well-known criticism of such a dichtomy, and the reformulation of the model through the introduction of the real cash balance effect are also described in the text. Lange's mathematical expression of Say's law making it equivalent to the assumption that the excessive demand for money would always be zero (for any price system), is also quoted, as well as its incompatibility with the working of a monetary economy.

The author then develops a simple dynamic reformulation of Patinkin's model, taking into account that the velocity of the circulation of money cannot exceed a certain limit, since there is a necessary time lag between the receipts and the payments made by any individual. This last condition is analitically equivalent to the introduction of an inequality in the usual consumer utility maximization problem, and thus the restrained maximum presentation must be replaced by a non-linear programming approach. The optimum solution may be found either in the interior or in the boundary of the feasible space. In the first case, expenditures are contained because individuals wish to keep a certain real cash balance, and the Patinkin theory fully prevails. In the second case, expenditures are simply barred by the natural limit to the velocity of the circulation of money. The latter situation bring us very close to the neoclassic explanations of the quantity theory of money.

Next, the author presents a modified dynamic version of Say's law, making this proposition equivalent to the assumption that all income earned over a period is spent in the following one, whatever the price system may be. This formulation is not more incompatible with the working of a monetary economy, and the velocity of such a version of Say's law is proved to equivalent to the case of boundary equilibrium in the non-linear programming model.

In the last section, the author shows that even the dichotomized presentation of the neoclassic equations of the general equilibrium can be reconciled with the working of the monetary equilibrium, provided that some assumptions are accepted and a special interpretation is given to the analytical system. The boundary case of optimization must prevail, and the equations must be understood as determining the stationary equilibrium solutions of a potentially dynamic system of absolute prices.