

A PRODUTIVIDADE MARGINAL NO SISTEMA MARXISTA E O TEOREMA DE EULER

DJACIR MENEZES *

I — O problema na Economia Marginalista

1. A função de produção
2. Lei dos rendimentos decrescentes e produtividade marginal
3. Um exemplo de Samuelson e um incidente pícaro.

II — O problema na Economia Marxista

4. Novais, Marx e a controvérsia da imputabilidade
5. A isóclina do marxismo
6. As análises de Leontief e Marx
7. Capital variável e custo do trabalho
8. Conclusão

I — O PROBLEMA NA ECONOMIA MARGINALISTA

1. A função de produção

Generalizando a interpretação que se elabora, a partir de Turgot, através das obras de West, de Malthus, de Ricardo e seus epígonos, pretendeu-se formular que, em dadas circunstâncias da produção, a quantidade de um bem P depende das quantidades dos fatores empregados:

$$(1,1) \quad P = f(u_1, u_2, \dots, U_n)$$

O incremento infinitésimo dos fatores, na hipótese de sua proporcionalidade, seria expresso por

$$(1,2) \quad dP = f'(u_1) \frac{\delta u_1}{u_1} + f'(u_2) \frac{\delta u_2}{u_2} + \dots + f'(u_n) \frac{\delta u_n}{u_n} = \\ = [f'(u_1) + f'(u_2) + \dots + f'(u_n)] \frac{\delta u_k}{u_k}$$

(*) Professor das Faculdades Nacional de Ciências Econômicas e de Filosofia.

NOTA: A palestra acima, realizada a 5 de novembro passado no Conselho Técnico da Confederação Nacional do Comércio, foi mais breve e ainda mais suges-

onde k é um fator arbitrário e todos os $\delta u_k / u_k$ são iguais. Então

$$(1,3) \quad P \cdot \frac{\frac{dP}{P}}{\frac{du_k}{u_k}} = f'(u_1) + f'(u_2) + \dots + f'(u_n) = \epsilon P$$

O lado esquerdo da igualdade é denominado por Ragnar Frish de *coeficiente de conversão*, estabelecendo-se, como facilmente se verifica, importante relação entre êste e as produtividades marginais dos fatores. Ora, conforme demonstrou aquêle grande economista, o coeficiente de conversão de quaisquer combinação de fatores sendo igual a 1, a lei de produção é homogênea do 1.º grau, vale dizer, na sua terminologia, uma *lei homotética*. Postular, pois, a igualdade $\epsilon = 1$ é estabelecer, preliminarmente, que os fenômenos obedecerão ao teorema de Euler. Mas não antecipemos.

Se a função (1) é homogênea linear, multiplicando-se cada fator por uma constante λ , a função, de acôrdo com propriedade conhecida, será também multiplicada:

$$(1,4) \quad f(\lambda u_1, \lambda u_2, \dots, \lambda u_n) = \lambda f(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

No caso particular de duas variáveis (Wicksteed exemplificou, de início, com a hipótese singela de dois fatores, "terra" e "trabalho"), a função de produção seria (1,5) $P = f(u_1^k, u_2^{d-k})$, pressupondo-se $a = 1$.

Douglas tomou a mesma função especial $P = au_1^k, u_2^{d-k}$ (empregando nossos símbolos) para exemplificar economêtricamente a lei de correspondência. Na fórmula, a , k e α são constantes, o que nos dá o tipo mais simples de função exponencial. Com a coleta de dados estatísticos de P , u_1 , e u_2 em várias regiões dos Estados Unidos, Austrália e Nova Zelândia, organizou séries temporais, encontrando, a grosso modo, os valores de $k = 3/4$ e $\alpha = 1/4$. Estabeleceu assim a equação de produção:

tivamente desalinhada do que agora se publica. O autor pretendeu desenvolvê-la, introduzindo algumas fórmulas, nas páginas que seguem, apresentando-se, todavia, a reconhecer falhas, erros e obscuridades, que outros, melhor capacitados, poderão corrigir ou desmanchar de vez. Em qualquer das hipóteses, o autor não ficará amargurado nem interromperá o estudo.
— D.M.

$$P = au_1^{3/4} \cdot u_2^{1/4} = a \sqrt[4]{u_1^3 \cdot u_2}$$

que lhe sugeriu a idéia de que a distribuição do produto nacional se fazia na proporção de 3/4 para o trabalho e 1/4 para o capital.

Voltando às considerações gerais sôbre as relações (1,5), deve-

mos notar que os produtos marginais do capital $\frac{kP}{u_1}$ e do trabalho $\frac{(1-k)P}{u_2}$ decrescem se as derivadas parciais segundas forem

inferior a zero. Esta "axiomaticidade" dependerá da divisibilidade e substituibilidade infinitas daqueles fatores.

Nas condições de concorrência pura e admitindo a homogeneidade da função, a equação (1,4), fazendo-se

$$u'_1 = \lambda u_1, u'_2 = \lambda u_2 \dots u'_n = \lambda u_n,$$

torna-se:

$$f(u'_1, u'_2 \dots u'_n) = \lambda f(u_1, u_2, \dots u_n)$$

cujas derivadas parciais em relação a λ são:

$$(1,6) \quad \frac{\delta f}{\delta u'_1} \cdot \frac{\delta u'_1}{\delta \lambda} + \frac{\delta f}{\delta u'_2} \cdot \frac{\delta u'_2}{\delta \lambda} + \dots + \frac{\delta f}{\delta u_n} \cdot \frac{\delta u'_n}{\delta \lambda} =$$

$$= \lambda f(u_1, u_2 \dots u_n)$$

isto é

$$u_1 \frac{\delta f}{\delta u_1} + u_2 \frac{\delta f}{\delta u_2} + \dots + u_n \frac{\delta f}{\delta u_n} = \lambda f(u_1, u_2 \dots u_n)$$

que é um caso especial do *teorema de Euler*. Em linguagem econômica pode-se ler: *o produto total P é igual à soma dos fatores multiplicados pelos produtos marginais respectivos*. Será mesmo? Houve

sempre certa desconfiança e debate à volta da afirmação sôbre a homogeneidade da função de produção. A aplicação do teorema generalizado, onde o hessiano da função homogênea linear é idênticamente zero dá-nos custos marginais sempre constantes, com a impossibilidade do equilíbrio estável para firma sob regime de competição pura. Na opinião de Samuelson, os economistas receiaram as contradições que destruiriam a simetria teórica da produtividade marginal — e não tiveram coragem de recusar o axioma da homogeneidade. Por sua vez, a soma das quantidades marginais dos fatores será correspondente ao incremento do produto.

$$(1,7) \quad dP = \sum_{i=1}^n \frac{dP}{du_i} du_i$$

Na definição de Ragnar Frisch, o fator contínuo é aquêlo cuja produtividade marginal é função contínua de sua quantidade:

$$\delta f du_i = g(u_i)$$

Dizer, portanto, que uma “lei de produção comporta fatores contínuos é o mesmo que estabelecer que a função de produção tem derivadas parciais contínuas de primeira ordem”.

2 — LEI DOS RENDIMENTOS DECRESCENTES E PRODUTIVIDADE MARGINAL

Foi Edgeworth quem primeiro, com fina intuição, distinguiu entre a função homogênea linear e a natureza dos fatos a serem interpretados, comentando, levemente irônico, o que a respeito havia escrito Wicksteed. A propósito do mesmo aspecto, Schumpeter observou que multiplicar todos os fatores por λ é uma coisa; e ver se a produção real se comportaria multiplicada por λ é outra coisa. A relação euleriana, que é pressuposta, implicaria na condição essencial da substituíbilidade perfeita dos fatores, que Marshall proclamou “a grande lei de Von Thünen”.

Permanecendo no campo da matemática, não há objeções a fazer.

Ao aceitar $\frac{\delta f}{\delta u_1}, \frac{\delta f}{\delta u_2}, \dots, \frac{\delta f}{\delta u_n}$ como *graus marginais dos fatores*

produtivos, postulamos a exaustão do produto no intervalo, nas condições de competição pura e no ponto de equilíbrio. Outrossim, implicitamente se presume, *como provado nos fatos*, que qualquer acréscimo de um fator aumentará o produto. Ainda por volta de 1768, Turgot, comentando uma memória premiada pela Sociedade Real de Agricultura de Limoges, estabelece, em linguagem ordinária,

que a taxa inicial é de $\frac{\delta^2 f}{\delta u^2} > 0$: ao atingir o *maximum*, torna-se

inferior a zero. Desde então os economistas mais fiéis à linha ricardiana, não lograram discernir rigorosamente entre *rendimento médio* e *rendimento marginal* de cada fator, distinção que somente ressaltaria a plena luz no tratamento matemático. Há um ponto da curva em que o rendimento médio de u_1 declina; — e o que é mais sutil —

as derivadas mistas $\frac{\delta^2 f}{\delta u_i \delta u_j} > 0$ mostram que, se se aumenta a quan-

tidade de u_1 , a sua própria produtividade marginal decresce, enquanto aumentam as produtividades marginais de todos os outros fatores.

Suponho que se deve a Edgeworth a lição de que a *lei dos rendimentos decrescentes tem duas interpretações diferentes*, que não podem transparecer claramente na obra dos clássicos. Na primeira, o conceito de rendimento marginal se enlaça diretamente à teoria dos *maxima*; na segunda, à lei dos rendimentos médios, que no seu entender, é mais geral, envolvendo rendimentos crescentes e decrescentes.

É verdade, como acentua Robinson, que tudo isso se aplica à produtividade marginal em regime de competição perfeita. E em caso de competição oligopolística, na produção de larga escala? E a

controvertida explicação da produtividade marginal do “fator-empresa”?

Robinson acha que o problema suscitado na última pergunta deve ser posto neste quesito: os benefícios *earnings* auferidos pelo empresário correspondem à produtividade marginal que se lhe atribui? Emprega-se o teorema de Euler para demonstrar que, numa indústria de rendimentos físicos constantes, a produção total é igual à soma das quantidades dos fatores multiplicados respectivamente por seus produtos físicos marginais. As relações internas entre os fatores e respectivos produtos marginais, em termos de quantidades físicas ou de valores monetários, parecem fugir à condição de função homogênea linear. Recorde-se ainda a reflexão de Bresciani-Turroni: a produtividade marginal de um fator depende também da quantidade dos fatores complementares — e ter-se-á uma intuição da maleabilidade do real ante a textura das fórmulas. A conclusão do ensaio de Robinson exala “espírito satírico” (ela maliciosamente o confessa) quando pretendia ser “comentário sobre os que crêem que uma proposição pode ser matematicamente correta e contudo não ser verdadeira”. Entretanto — dizemos nós — a questão de sua veracidade ou falsidade não está nos enunciados matemáticos, e sim na *tradução matemática dos dados experientialmente colhidos*.

A análise de Robinson incide particularmente nas relações entre o lucro normal, os custos marginal e médio no processo de competição imperfeita, quanto à produtividade marginal do empresariado. Será que a intervenção dirigente e decisória, que caracteriza o fator empresarial, possui “produtividade marginal específica” ou os fatores, por ele coordenados, exaurem o produto, como suspeitava Edgeworth?

Robinson o nega. Wicksteed disse que o empresário, em regime de competição perfeita, recebia mais do que a produtividade física marginal. Pareto saiu-lhe no encaço e ele hesitou em tirar as conseqüências de sua afirmação. Dez anos antes, Wicksteed entrevira as promessas de socialização da produção através dos fenômenos de concentração do capital organizador de monopólio, o que lhe parecia evidenciar o papel da propriedade na coordenação das leis da distribuição.

3 — UM EXEMPLO DE SAMUELSON E UM INCIDENTE PÍCARO

O exemplo figurado por Samuelson oferece outras modalidades, que comentaremos *en passant*, em caráter ilustrativo. Seja a produção P , resultante da combinação de dois fatores (*inputs*) u_1, u_2 , presumindo-se ainda que as decisões técnicas se limitam a opção entre quatro processos. Cada processo é definido, respectivamente, por um par de coeficiente que traduzem as proporções em que se conjugam. Assim, por exemplo, na escala de produção de rendimentos constantes, o coeficiente rs indicaria o emprêgo da quantidade do fator r para o produto s . Neste caso especial, sendo $r = 1,2$ e $s = 1,2,3,4$:

$$(3,1) \quad \begin{array}{cccc} u_{11} = a_{11}p & u_{12} = a_{12}p & u_{13} = a_{13}p & u_{14} = a_{14}p \\ u_{21} = a_{21}p & u_{22} = a_{22}p & u_{23} = a_{23}p & u_{24} = a_{24}p \end{array}$$

Cada processo está representado, destarte, por um vetor de três elementos, 1, — a_{1s} , — a_{2s} .

O sinal negativo significa que se trata de um insumo (*input*) no processo. Deduz-se a seguinte matriz como sinópse das condições técnicas da empresa, denominada por Samuelson de *tecnologia da firma*:

$$(3,2) \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ - a_{11} & - a_{12} & - a_{13} & - a_{14} \\ - a_{21} & - a_{22} & - a_{23} & - a_{24} \end{array} \right|$$

Samuelson explica-nos como passar dêsse caso singelo aos mais complexos, onde se representam m processos optativos e n fatores operativos. Então se nos depara a faina epistemológica, por assim dizer, de averiguar o *grau de fidelidade* do formalismo matemático no captar as correlações econômicas implicadas no processo real. O exame das “proporções variáveis”, apartando-se dêsse ponto de vista, tomaria rota diferente. O conceitualismo marginalista, mobilizado pelos economistas do último quartel do século passado, nos modelos de Wicksteed, Wicksell e Edgeworth, e os de maiores afinidades marshallianas — e walrasianas, cedem lugar a especulação analítica. E, de maneira cada vez mais absorvente, dirigem a atenção para o tema da exaustão do produto, inquirindo se a imputação dos acréscimos aos fatores produtivos esgota o produto. Haverá remanescente residual ou plena exaustão? Surgem ainda dúvidas quanto à produtividade marginal do “fator-empresa”, já o referimos.

Em tórno do ponto, registrou-se, na última década do século XIX, minúsculo incidente que tem saborosa malícia e requer comentário picaresco. Na terceira edição de seus "*Elements d'Economie politique pure*", Leon Walras após uma nota aborrecida, hostilizando o trabalho de Wicksteed, que se lhe antecipara na análise da produtividade marginal dos fatores. Walras critica Wicksteed com vaidoso entono (Robinson fala em "empavonado orgulho"), acusando-o de plagiário na forma de expor a teoria ricardiana da renda. Walras pretendia ter estabelecido primeiro as equações gerais da produção, sistema de equivalências entre custo de produção e preços. A equação de Wicksteed.

$$(3,3) \quad P = \frac{P}{A} \cdot A + \frac{P}{B} \cdot B + \frac{P}{C} \cdot C + \dots$$

estaria, segundo sua declaração, compreendido no seu sistema. E a verdade é que tal não acontecia. Stigler demonstrou que a sinonímia entre $\delta P/\delta A$ não figurara jamais nos trabalhos precedentes de Walras. Tanto assim que, passado o primeiro assômo, Walras retirou sorratamente a zangada nota das edições ulteriores. Sentencia Stigler, cásticamente:

"Walras não tratou da teoria da produtividade marginal antes de aparecer o opúsculo de Wicksteed. Walras, portanto, não podia sustentar e não poderia provar que a renda, como resíduo, é igual à renda como produto marginal. Caridosamente, podemos atribuir-lhe ter crido, um tanto confuso, estar na posse de uma teoria da produtividade marginal, porém sua acusação de plágio (evidentemente impossível à luz do caráter de Wicksteed) pode ser qualificada apenas de grosseira impertinência".

Ignoramos se Barone sabia do incidente. Teve, entretanto, a precaução de aproximar-se dos dois corifeus de Lausanne *chapeau bas*, com mesuras de discípulo, formando ao lado dêles: trazia sua crítica à obra de Wicksteed e foi-lhe dispensada acolhida lisonjeira; era um grande aliado que recrutavam.

II — O PROBLEMA NA ECONOMIA MARXISTA

4. Novais, Marx e a controvérsia da imputabilidade

Talvez existam tentativas de análise matemática do marxismo pelo ângulo wicksteed-wickseliano, com aplicação do teorema de Euler; é, contudo, ainda oportuno insistir nos aspectos esquecidos. Entre nós, o luminoso espírito de Otacílio Novais andou nas cercanias do problema. Deixou-nos, graças à dedicação de um dos seus mais altos discípulos, o prof. Nogueira de Paula, pequeno estudo que só indiretamente se prende ao assunto. Novais deteve-se, de passagem, na análise marxista da formação do capital, enunciando dois impecáveis teoremas sobre o valor de mercadorias de produção limitada e ilimitada. O saudoso mestre, que falava a linguagem analítica com a espontaneidade dos privilegiados, não apurou suficientemente o exame relacionado com os fundamentos marxistas do problema. E, confiando nesse marxismo de ouvido, não traduziu exatamente os conceitos elaborados por Karl Marx para formulação de seu pensamento. De maneira que, ao discriminar o valor em $V = s + d + m$, onde s seria o “justo salário”, d , os custos de fabricação e m , o preço da matéria empregada, Novais comete uma grave distorção da teoria marxista, que é inteiramente diversa:

$V = c + v + m$, onde c é o capital constante, v , o capital variável e m , a mais valia. Na tradução dos “dados” para o simbolismo analítico está o erro fundamental, que deturpa desde a raiz a interpretação marxista: e daí avante o que está a refutar não é mais aquela interpretação, mas outra que foi posta no seu lugar. Os dois teoremas de Novais, embora válidos na elegância de sua demonstração, não roçam sequer a “lei” marxista do valor. Citamos o fato para comprovar a dificuldade em traduzi-la analiticamente, como se evidenciará mais claramente na crítica a seguir.

Primeiramente, deve-se reconhecer a distinção elementar, que está no intróito da teoria de Marx: a distinção entre produtividade de valor (que denominaremos P_v) e *produtividade física* (que indicaremos por P_y). O litígio sobre a imputabilidade dos fatores em termos de valor, Marx soluciona-o desferindo um golpe sobre o nó górdio: postula que só o trabalho cria o valor. Não coincide com

o conceito empregado na análise econômica. Como exemplo, tome-se a definição de Panfaleone: "O valor, sendo a razão de troca das coisas, não existe senão no momento em que ocorre uma troca, precisamente como a utilidade de uma coisa só existe no instante em que ela é consumida ou fruída". A definição se filia na linguagem clássica, que Marx alterou. Para ele valor é sinônimo de esforço humano socialmente cristalizado, medido pelo tempo, como se pode ler em numerosas passagens do *Kapital*. Repete a expressão *eine Gallärte unterschiedsloser menschlicher Arbeiter*, que deu na versão inglesa fiscalizada por Engels — *mere homogeneous congelations of indifferntiated labour*. Às vezes fala na "cristalização da substância social", na "substância criadora do valor" (*als Kristalle dieser ihnen gemeinschaftlicher gesellschaftlichem Substanz, ou na wertbindenden Substanz*) "simples congelação do trabalho homogêneo" (*blosse gleichartige Arbeitsgallerten*), "massa de tempo de trabalho congelado" (*Masse festgeronnener Arbeitszeit*) — para citar apenas o que colhemos em primeiro lançamento.

A natureza metafórica dessas frases fez certo efeito no campo do proselitismo político — mas sempre despertou alguma desconfiança entre os que estavam mais familiarizados com o método científico de par com a educação filosófica do hegelianismo. Sem partir da distinção primordial entre o *volume da produção*, medido por unidades fisicamente determinadas, e o *valor da produção*, medido pelo tempo socialmente dispendido (avaliado em médias aritméticas nas exemplificações do primeiro volume do *Kapital*) — tais metáforas nada significariam.

No tocante ao valor, a função de produção P_w se reduz a uma variável; tôdas as demais, incluídas na categoria do *capital constante*, passam a constantes matemáticas. Neste caso, o valor do fator "fôrça-de-trabalho" (chamemo-lo T) será o responsável único da produção marginal, isto é, corresponde a todo valor criado acrescido, quer o pago em salário (v), quer o não pago (m), que é a mais valia. De sorte que a função P_w teria uma só variável que, presumivelmente, poderia não obedecer a lei homotética e ser de grau superior:

$$(4,1) \quad P_w = \rho (T)^k$$

cujo rendimento marginal seria

$$(4,2) \quad dP = k T^{k-1} \cdot dT$$

que seria o produto marginal, com a "aceleração de produção"

$$k(k-1) T^{k-2}$$

Como exprimir T senão em tempo de trabalho (horas, dias meses)? Em termos monetários seria $v + m$. Então, em linguagem marxista:

$$(4,3) \quad P_w + dP_w = f(T + dT) = v \frac{\delta f}{\delta v} + m \frac{\delta f}{\delta m}$$

onde m exprime o lucro. Mas o lucro, limitado pelo valor de T , varia inversamente à totalidade dos salários. Marx exprime a relação entre

$$m$$

ambos com sua taxa de mais-valia $\frac{m}{v}$. (Marx observou: “Renda, juro,

$$v$$

lucro industrial são apenas nomes diferentes para diferentes partes da mais-valia ou trabalho não-pago realizado e derivam igualmente da mesma fonte e sòmente dela”).

A controvérsia sòbre a imputação dos fatores se reduziu, por definição do valor, a uma variável T — e, portanto, suprimiu-se a dificuldade, do ponto de vista marxista. A análise feita na linguagem ordinária não permitia aprofundar o exame para apreender a lei das interdependências marginais. Tudo se reduziu, pois, a relação de médias aritméticas. O problema teórico da produção, função de vários fatores, simplificava-se: considerando-se parâmetros os outros fatores, quedava apenas o fator T , como variável. Observaremos, todavia,

$$\delta P$$

que $\frac{\delta P}{\delta T}$ (produtividade marginal do trabalho) não se modificaria

$$\delta T$$

sòmente ao variar a quantidade de trabalho; na realidade, a mudança na combinação fatorial determina também variações na produtividade, mesmo conservando-se constante a quantidade de trabalho T . Que nos provaria isso? Que, do ponto de vista da criação do valor, a combinação de fatores, influi nas produtividades marginais de P_w , que se imputariam a c e também T .

O tempo de trabalho socialmente condensado em c não teria papel neutro no aumento da produtividade física senão por obediência à condição imposta nas premissas de *Marx*. Chamariamos a tal condição o *axioma da parametricidade do capital*. O valor dos fatores não-trabalho incluem-se no valor total do produto na sua magnitude originária, nada adicionando além disso. Escreveu *Marx*:

“o valor das mercadorias é uma razão inversa à produtividade do trabalho”. Comenta Joseph M. Gillman: “a máquina exalta a produtividade física do trabalho, porém não sua produtividade de valor”. Daí sua divisão do capital em duas partes: $C = c + v$ — isto é, o capital físico, meios de produção (*capital constante*) e o capital fundo de salário (*capital variável*), conceito que reconsideraremos adiante.

5. A isóclina do marxismo

c

Marx denominou de composição orgânica do capital a relação —,

v

isto é, a relação entre capital *constante* e capital *variável*. Sob a expressão “capital constante”, porém, existe possibilidade de infinitas combinações de fatores (ou subfatores, para não forçar as categorias marxistas) que introduzem, na correlação funcional estudada, um sem-número de alterações na lei de correspondência que se pretendeu afirmar com o axioma da parametricidade. Para uma análise mais rigorosa, torna-se imprescindível romper o esquematismo, que não incentiva maior aproximação aos fatos, a fim de atingir mais fielmente o mecanismo íntimo das relações entre fatores, na função da produção. O leitor de certo percebeu que se introduzem condições novas, contrárias ao pensamento marxista — e daqui por diante a crítica se move em plano mais amplo. Nosso objetivo, no momento, é discutir a função valor $P_w = f(T, c)$, cujas produtividades marginais são positivas na combinação bi-dimensional considerada. Já mencionamos a hipótese, que agora vamos ampliar, da substituíbilidade dos fatores. Vale dizer, entre T e c existe uma relação que permite aumentar (ou diminuir), c de um Δc simultaneamente à diminuição (ou aumentar) de T de um ΔT tal que a produtividade marginal de P fique constante. A curva fatorial, que exprime essa combinação, que seria paralela a muitas outras, em novas combinações, é uma *isóclina*, que se representa pela *relação de substituição* $f'_T(P)/f'_c(P_w)$ e indica o grau de substituíbilidade entre os dois fatores sem alteração da quantidade marginal do produto. Noutros termos, entre dT e dc estabelece-se a relação

$$(5,1) \quad f'_T dT + f'_c dc = 0$$

ou

$$(5,2) \quad \frac{dc}{-dT} = \frac{f'_T}{f'_c}$$

que define a isóclina, que é a *produtividade marginal relativa*. Nesta altura, a interpretação analítica já transpôs o limite que circunscrevia o pensamento marxista dentro do axioma da parametricidade do capital, que redundava no atribuir a produtividade do valor exclusivamente ao fator T . Objetar-se-á que foi o formalismo matemático da técnica da derivação parcial que encaminhou a solução do problema, restando verificar se os fatos, no processo produtivo real, confirmam o resultado. Responder-se-á que 'os outros resultados formulados por Marx sobre a "coordenação do tempo social de trabalho" como "valor" é ainda uma metáfora explosiva de alto poder político, mas de dubitável alcance científico.

Conforme já se viu, não se trata em (5,2) de relação entre produtividades marginais. Como a multiplicação dos fatores por λ determina a multiplicação do produto por λ , de acôrdo com a citada "lei homotética" — designação da relação de Euler na terminologia de Frisch — (1,6), as produtividades marginais não se alteram. O mesmo acontece às produtividades médias nessa variação proporcional dos fatores. Por conseguinte, pode-se considerar as elasticidades marginais como quocientes entre produtividades marginais e médias. Também tais relações continuariam invariáveis:

$$(5,3) \quad \varepsilon_i = (\lambda u_1 \dots \lambda u_n) = \varepsilon_i (u_1 \dots u_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Quando vigora a lei hemotética, $\varepsilon = 1$. Para o caso da função-produtividade P_v , a análise frischiana está feita nos têrmos clássicos. Para o caso da função-valor marxista P_w , o esquema funcional carece de certas modificações na tradução analítica.

Se T representar o preço da "fôrça de trabalho" ($v + m$), por sua vez m é o lucro: produto de C no plano da distribuição (P_v) e produto de T no plano da produção (P_w). O mesmo conceito de *capital variável*, que está a favorecer o *qui-pro-quo*, é um conceito ambivalente, funcionando de modo equívoco, a título de exprimir um movimento dialético interno às fôrças produtivas, conceito hegeliano inapreendido no conceitualismo analítico. Porque o capital variável v é parte do capital $C = c + v$. onde se soma ao total; mas, v , como preço total pago de T (fôrça de trabalho, isto é, totalidade empregada em salários), ao parcelar-se, escapa daquela categoria, significando já parte do outro fator T , onde Marx reconhece a fôrça genetriz do valor. É *capital que varia*, isto é, cujo valor cria valor? Não. É parte do trabalho, parte de T que foi paga, totalidade

de salários; negou-se, pois, como capital, tornou-se a sua antítese, para falar hegelianamente.

Por vêzes, intervém uma distinção que é necessário considerar. Marx atribui a criação do valor ao “trabalho abstrato”, que é a essência do esforço humano comum a tôdas as formas de atividade, diferenciando-o do *trabalho concreto*, que é uma determinada forma da força de trabalho em exercício (o trabalho do ferreiro, do lavrador, do carpinteiro). Marx observa que não tem sentido falar no valor do trabalho, pois corresponderia a falar no *valor do valor*. Não se trata, porém de abstrações vazias, pois são *inferidas de um desenvolvimento histórico real que traduz um desenvolvimento lógico* dos conceitos do plano fenomenal para o plano mais abstrato do “essencial”. Para êle, a distinção entre “fixo” e “circulante”, como categorias do capital, decorre de uma composição aparente (*fenomenal*) do custo de produção na esfera da distribuição; a distinção entre “constante” e “variável”, contudo, só é captável no processo de produção, onde “o preço da força de trabalho aparece num dos pólos sob forma modificada de salário e no pólo oposto, a “mais-valia” — que lhe aparece sob forma modificada de lucro”. Assim, o capital é visto na transfiguração que vai de “sua vida orgânica interna às condições de existência exterior”. Estamos em pleno Hegel: a passagem do “total concreto às determinações abstratas e regresso ao concreto como rica totalidade de relações, marcha historicamente seguida pela Economia política” — conforme estudo feito por Bocara na revista *Economie et Politique*, fevereiro de 1961.

Tais “metamorfoses”, no pensamento de Marx, são transfigurações dialéticas das categorias, que se flexibilizam no curso das demonstrações e tornam possíveis as demonstrações. É nesse ponto que os adversários tergiversam, não indo combatê-lo no mesmo terreno em que êle se entrincheira. O fato é que o léxico habitual do “economista vulgar” sofre uma profunda distorção e as categorias descoincidem. Ao mesmo tempo, compreende-se a apregoada obscuridade de certas passagens de *Das Kapital* aos olhos dos intérpretes educados na linha científica da economia clássica.

Por outro lado, a análise econômica moderna, ao ganhar profundidade abstrata mediante a técnica matemática, perde a substância histórica que ainda circula na análise macroeconômica de Marx. Esta não se separa das relações de produção e dos respectivos métodos sociais do sistema capitalista, mergulhando a análise econômica no

contexto sociológico, de modo que análise quantitativa, mesmo no processo rudimentar em que se esboça, não se desquita das determinações qualitativas que “definem” historicamente as categorias de “lucro”, de “mais-valia”, de “capital variável” etc.

Na terminologia do capital dicotomizado em *constante* e *variável*, o processo produtivo se dualiza entre homens e recursos materiais — e será, genéticamente, do capital variável que, por espécie de cariocinese, se originará a “mais-valia”. O jôgo íntimo das relações é de natureza dialética — e sem a intuição da contradição heraclitiana não é possível compreender-se a organicidade real do processo, qual Marx o concebe. Privados do “abre-te Sésamo” não se poderá entrar na caverna dos ladrões de Ali-Baba, onde se formam os tesouros.

O que, de fato, interessa à Economia é o problema essencial da produtividade física marginal dos fatores, que, à luz da distinção entre P_w , e P_y , está no sistema marxista e no sistema marginalista, *em função de fatores humanos e não-humanos*. No processo real, a distinção se esbate. Porque a conjugação dos fatores sob ação da inteligência, nas formas associativas historicamente condicionadas, em determinados níveis de produção, definir-se-á como “fator humano”: e não será fácil gizar a linde rigorosa do humano dentro da praxis histórica. A cibernética é hoje expressão vital dessa interconexão. Atenuem-se, evidentemente, o exagêro dessa lógica, levando em conta o caráter sempre aproximativo da conceituação e técnica matemáticas.

6. AS ANÁLISES DE LEONTIEF E MARX

A *relação de substituição* (5.1) na fórmula marxista é susceptível de algumas dúvidas, que se entremostam no parágrafo precedente. Não hesitarão os adeptos da teoria do valor — trabalho em argüir a ilegitimidade da função nos termos analíticos por falsear-lhe o sentido: as duas funções são diferentes e P_w tem apenas uma variável T , enquanto P_y admite três — c, v, m . Lembremo-nos, porém, que há uma relação de dependência, cuja lei não examinamos, entre P_w , e P_y . Diz-nos Marx que a produtividade pode variar com o *mesmo tempo socialmente necessário de trabalho*, desde que variem as condições técnicas da produção, o que significaria $f' \delta T$,

produtividade marginal do trabalho, permanecerá inalterável, mudando somente $f' \delta c$ na equação (5,1). Não só as condições técnicas mas a combinação dos fatores, que modifica a relação insumo-produto (*input — output relation*) como demonstrou lucidamente Leontief.

Oskar Lange, marxista raro de rara perícia matemática, estudou o parentesco entre a concepção de Leontief, com seus quadros matriciais de análise do insumo-produto, e as categorias de Marx visando à determinação do processo de reprodução do capital, no terceiro volume de *Das Kapital*. A mobilização de recursos para a economia de guerra, nessas três últimas décadas, impôs a necessidade de adotar decisões que implicavam visão da interdependência de um sem-número de variáveis. Assim, urgia planificar: foi a solução técnica dos países socialistas, onde o método é indispensável ao sistema econômico. Mas no capitalismo, fundado em princípios diferentes, foi preciso buscar-se novo método — e concebeu-se a teoria da programação: racionalização das atividades das empresas sintonizadas com a área intervencionista do Estado, que se amplia.

Os poderosos organismos oligopolísticos, relacionando-se com a máquina administrativa do Estado, reduzem a competição e alteram os modelos econômicos idealizados pelas teóricas para as antigas formas dos mercados de livre concorrência. A transformação interna da empresa exige outras técnicas de balanço geral das forças mobilizadas com vistas ao futuro. A programação pretende resguardar a liberdade de decisão da empresa, esquivar a planificação totalitária e assegurar novas formas de equilíbrio: tais os estímulos políticos dos métodos recentes.

No traçar os programas, o problema não é só a determinação do *optimum*, que, do ângulo privado, estaria resolvido: o que proporciona maior lucro. Mas o Estado tem outros objetivos em mira: maior crescimento da renda nacional, mais alto nível de emprego, mais divisas no comércio exterior, etc. Na economia capitalista, a coordenação dos diversos ramos da atividade produtiva ressalta o ponto importante e central do problema. Nêle se inspirou a idéia de Leontief: a divisão de toda a economia em setores: mineração, indústria química, metalurgia, agropecuária, etc. As necessidades peculiares a cada país ditam a estrutura dos balanços a serem confeccionados. Recorrendo à exposição de Lange, representamos a produção dos diferentes setores, durante um ano por X_1, X_2, \dots, X_n , indiquemos por $x_{:1}$ a parte consumida no setor 1 de sua própria produção; por

x_{12} , a parte que vai do setor 1 para o consumo no setor 2; por x_{ij} a parte do setor i consumida no setor j e assim por diante. O excedente seria denominado de x_i (consumo, exportação, aumento de estoque, etc.) Teremos então a produção global P e o produto líquido dos respectivos setores:

$$(6,1) \quad P = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \Sigma X$$

$$p = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \Sigma x$$

Não entraremos no exame dos pormenores relativos às unidades adotadas nem aos fluxos intersetoriais, indo diretamente ao que interessa à nossa argumentação. Para completar a matriz, Leontief coloca acima uma nova linha relativa à força de trabalho e abaixo outra m_1, m_2, \dots, m_n , que seriam os lucros de cada setor, no quadro que reproduzimos destes autores:

$$(6,2)$$

Produto bruto	Relações intersetoriais				Produto líquido
X_0	x_{01}	x_{02}	...	x_{0n}	x_0
X_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	x_1
X_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	x_2
...
X_n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nn}	x_n
	m_1	m_2	...	m_n	
X	X_1	X_2	...	X_n	

A primeira equação exprimindo o *balanço da força de trabalho*, é a seguinte:

$$(6,3) \quad X_0 = \sum_{j=1}^n x_{0j} + x_0$$

enquanto as demais representam o *balanço da produção dos diversos setores*. As n equações:

$$(6,4) \quad y = x_{0i} + \sum_{j=1}^n x_{ji} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \text{ onde } x_{0i}$$

é o *custo da força de trabalho* no setor i e por sua vez o *custo dos meios de produção* é

$$(6.5) \quad \sum_{j=1}^n x_{ji} = x_{1i} + x_{2i} + \dots + x_{ii} + \dots + x_{ni}$$

no mesmo setor i . Em termos marxistas e de modo mais imperfeito, x_{ci} = *capital variável* e x_{ji} = *capital constante* consumido no setor i . Se X_i é o produto bruto do setor i e y_i é o custo total, a diferença é a mais-valia marxista, isto é,

$$(6.6) \quad X_i - y_i = \left[\sum_{j=1}^n x_{ji} + x_i \right] - \left[x_{ci} + \sum_{j=1}^n x_{ji} \right]$$

onde $x_i = x_{ci}$. Noutras palavras, o produto líquido no setor i é igual ao custo da força de trabalho naquele setor acrescido do lucro. Atenção-se, porém, na diferença que há entre x_{ij} (conforme 6.6) e x_{ji} cujo somatório é:

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = x_{1i} + x_{2i} + \dots + x_{ii} + \dots + x_{in}$$

que é o somatório das linhas da matriz das relações intersetoriais. Não há simetria nos elementos da matriz; x_{ij} é a produção que vai industrialmente de i para j ; x_{ji} é o inverso, em correntes de mercadorias diferentes. Só o termo x_{ii} é idêntico nas duas somas, que se deve eliminar, obtendo:

$$(6.7) \quad \sum_{j \neq i} x_{ij} + x_i = x_{ci} + \sum_{j \neq i} x_{ji} + m_i$$

onde facilmente se reconhece: $x_{ci} = v$, $x_{ji} = c$, $m_i = m$, das categorias marxistas (setor i).

Até aqui chegou a análise de Lange que, como marxista, se esforça por mostrar a veracidade da correspondência entre os dois esquemas: "Dessa maneira, a análise do insumo-produto de Leontief levou-nos à relação fundamental formulada por Marx, segundo a qual o produto nacional líquido (sem considerar a "produção não-material) é igual à renda nacional, ou, em outras palavras, o produto nacional líquido é igual à soma dos salários e dos lucros".

7. CAPITAL VARIÁVEL E CUSTO DO TRABALHO

Há, entretanto, uma diferença importante entre as duas posições, a de Leontief e a de Marx, no estabelecimento das premissas em que se esteiam os respectivos esquemas. Digamos que a diferença nasce na ocasião em que se trata de fixar os "dados" do problema.

Nesse momento, já está Marx com sua *working hypothesis* definida: a de que há um excedente de valor que não foi pago ao trabalho considerado a única fonte do valor. Ao armar as categorias de *c*, *v* e *m*, aquêles pressupostos são admitidos como *verdades demonstradas*. São apenas *verdades axiomáticas* funcionando dentro do sistema. Sua pretendida demonstração se espraia por quase todo o primeiro volume do *Das Kapital*. De modo que, ao armar as equivalências do segundo e terceiro volumes, passando ao plano do movimento circulatório do capital, o princípio da mais-valia está de pé e vai ser o fundamento da sua macroeconomia. Ora, o que êle denomina de *capital variável*, como dissemos, não corresponderia inteiramente,

conforme julgou Lange, ao custo de trabalho $\sum_{i=1}^n x_{oi} + x_i$, porque

Leontief não presume êsse custo, que é totalidade do pagamento da força de trabalho, como parte do valor criado exclusivamente por aquêle fator. O lucro marxista seria a diferença entre o valor total criado *w* e a soma *c* + *v*. Em têrmos de Leontief:

$$X_{oi} = \left[\sum x_{on} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ji} \right]$$

Nesta fórmula, X_{oi} representa a quantidade de trabalho no setor considerado e $\sum x_{oi}$ ($n = 1, 2, \dots, n$) o fluxo intersetorial de trabalho, que seria o capital variável marxista. Observa-se, porém, que o lucro m_i resultaria da combinação dos fatores produtivos, onde se incluiria o trabalho — e s o aparentemente, no aspecto fenomenal da superfície circulatória, se me permitem a expressão, as duas fórmulas coincidiriam.

(Deixamos de lado a distinção entre o setor que produz meios de produção e o que produz bens de consumo por não focalizarmos aqui o processo marxista de circulação da “mais-valia” na acumulação do capital. Nosso exame tem objetivo que se pode alcançar simplificando a argumentação sem frustrar ou falsear o problema proposto).

Para que os marxistas não nos acoimem de nos enlearmos numa argumentação sofisticada relativamente à teoria marxista, torcendo-lhe o sentido dos conceitos, façamos uma pesquisa mais demorada

nas fontes compreendidas naqueles textos. Uma das mais ricas, para nossa garimpagem, é sem dúvida o *Grundrisse der Kritik der Politischenökonomie*, alentado volume compilado pelo Instituto Marx-Engels-Lenin, de Moscou, cuja segunda edição é de 1941. Compreende os rascunhos e escritos de Marx quando elaborava o *Kapital* (1857-1858) e lia, pena em punho, enchendo cadernos, numerosos economistas britânicos. Ninguém se dedicou com mais esforço estudioso à análise das obras clássicas e pré-clássicas que se encontravam no British Museum, atividade em que consumiu anos de labor absorvente. A quantidade de manuscritos que deixou, incompletos e inéditos, aos epígonos do marxismo é verdadeiramente espantosa, sabido os sacrifícios pessoais que arrostou para dedicar-se a seus trabalhos científicos.

O *Grundrisse* contém reflexões valiosas para nosso estudo. Reflexões que se repetem, com pequenas variantes, e que são por vezes formas embrionárias de pensamentos publicados posteriormente, tornando possível a análise da embriogênese dos conceitos. A respeito do tempo como medida do valor, a que já aludimos, diz: "O valor de troca supõe o trabalho social como a substância de todo produto, encarado quanto à sua naturalidade. Como o trabalho é movimento, o tempo é sua medida natural. O permutante (*barter*) em sua forma mais rudimentar pressupõe o trabalho como substância e o tempo de trabalho como medida da mercadoria". Tal refrão, que se firma a todo passo, nos indica a impossibilidade de considerar as categorias acima, sem referi-las estreitamente à sua teoria do valor. Ora, o modo porque Leontief estabelece a matriz dos fluxos inter-setoriais e porque Lange determina o paralelismo entre as equações examinadas e o esquema de Marx, deixa em silêncio aquelas relações essenciais que estão no ponto de partida e não no ponto de chegada. São relações pertinentes ao capital e ao lucro. Para manter o caráter de esterilidade do capital e assegurar a fecundidade exclusiva do trabalho em relação ao valor, foi que Marx teve de rejeitar a divisão em *capital fixo* e *circulante*, sugerida aos clássicos pelo processo circulatório. A discriminação, aos olhos de Marx, resulta das transformações que os valores de uso, que representam o modo de existência material do capital (*verhalten des stofflichen Dasein des Kapital oder seines Daseins als Gebrauchswert zur Zirkulation*), é muito oscilante na mutabilidade do processo; uma forma transmuta-se na outra, confundindo-se as formas de retribuição. Há valores de uso, sob forma de capital fixo, que são trabalho passado e,

portanto, apenas comunicam seu valor ao produto (*dass die Produktivkraft — das capital fixe — nur Wert mitteilt, weil nur Wert hat*); mas há os recursos naturais, que são fatores de produção que não foram produzidos pelo trabalho humano (*der Wert von Produktionsmitteln, die nicht das Produkt der Arbeit sind*) — e que são resolvidos, por Marx, com a discordância fundamental entre aquelas duas funções P_w e P_y — valor e produtividade — já previamente analisadas. Declara êle: “Para a observação do capital do ponto em que nos colocamos, os agentes naturais não mudam ao se considerarem como forma de capital fixo”. Tais formas fundamentais da propriedade do solo, ou “agências naturais como grandezas de valor determinados” são essenciais objetos dos sistemas econômicos do ocidente.

De qualquer maneira, tais pressupostos denotam diferenças essenciais no paralelismo que Lange sustentou ser completo.

8. CONCLUSÃO

Resumamos a crítica que tentamos fazer neste ensaio, que representa apenas estudo provisório a ser posteriormente corrigido e ampliado. Há vários pontos em que estamos incertos, avançando teses susceptíveis de revisão ou talvez de rejeição. A continuação do estudo revelará que alguns erros escaparam, provavelmente no que toca a interpretação de doutrinas criticadas, vistas da perspectiva do crítico. O debate aberto, entretanto, talvez atraia estudiosos mais capazes de iluminar o litígio *sine ira ac studio*.

A cisão entre os conceitos de “valor” e o de “produtividade” nos dá critério para caracterizar a diferença entre o sistema marxista e a Economia política não-marxista em suas diversas correntes. As técnicas matemáticas das variações marginais e o teorema de Euler, o cálculo vetorial e matricial são instrumentos e hipóteses da trabalho de grande validade em todos os sistemas. O “axioma da parâmetricidade do capital”, elaborado ao tempo de Marx, perdeu o alcance que tinha outrora no capitalismo pré-oligopolístico, onde se anunciara a tendência ilusória para a baixa da taxa de lucro em consequência da modificação da composição orgânica do capital. As gigantescas concentrações da produção moderna, com a automatização, a cibernética, as *new labor saving inventions*, impuseram reformulações para apreender outras direções e sentidos do processo. A cisão marxista entre “valor” — expressão metafórica de uma con-

densação do esforço humano na mercadoria — e “produtividade”, em indústrias de produção em grande escala, reduziu-se a simples *leit motiv político*, ameaçado de descrédito nos círculos científicos.

O estudo das leis da produtividade marginal e do exame mais geral das variáveis econômicas abrange todos os sistemas, conduzindo aos mesmos resultados no domínio teórico.

S U M M A R Y

The distinction between the concept of “value” and “productivity” gives us the criterion to establish differences between the Marxist System and the various streams of Non-Marxist Political Economy.

Mathematical tools such as Marginal Analysis, Eulerds Theorem Linear Algebra are instruments and working hypothesis of great value for all systems. The “axiom of the parametricity of capital”, developed during Mara’s lifetime, lost the meaning it had during the era of pre-oligopolistic Capitalism. In those times it was common to envisage a trend of a declining rate of profits as a result of a change in the organic Composition of capital. Concentration of economic power, automation, cybernetics, representing new labor saving inventions, produced new visions of the economic process. The marxist distinction between “value” — symbolic expression of the locking up of human effort in goods — and “productivity”, in large-scale production industries, became limited to the role of a simple political leit motiv without enjoying much respect in scientific circles.

The study of the laws of marginal productivity and the more general analysis of economic variables is relevant to all systems, leading to the same results in its theoretical vision.