# Teoria econômica e expectativas racionais

Mário Henrique Simonsen*

Expectativas racionais, conforme definidas por Muth (1961), tornam-se um dos elementos teóricos mais importantes e controvertidos para o desenvolvimento da macroeconomia nos últimos 10 anos.

Uma vez que a literatura sobre expectativa racional é eminentemente teórica, confusões podem emergir a menos que os economistas possam facilmente distinguir que conclusões dependem das hipóteses de expectativas racionais e que conclusões refletem o modelo macroeconômico no qual estas expectativas estão embutidas. Uma estrutura analítica que nos permita trabalhar sistematicamente com expectativas racionais parece um instrumental útil para evitar-se confusões e sua elaboração será objeto deste trabalho. Esta estrutura consiste basicamente em se introduzir um espaço vetorial de variáveis aleatórias, em se interpretar conjuntos de informações como subespaços apropriados deste espaço vetorial e em se entender expectativas racionais sobre uma variável aleatória como sendo sua projeção ortogonal sobre o subespaço de informações. Tal procedimento estabelece uma associação perfeita entre previsões geométricas e previsões estatísticas. Além disso ela nos permite trabalhar com equações macroeconômicas nas quais diferentes agentes econômicos fazem previsões com base em diferentes conjuntos de informações.

Vários exercícios macroeconômicos serão desenvolvidos usando essa estrutura analítica. A conclusão mais importante é de que a hipótese de expectativa racional é uma ferramenta muito útil para se formular modelos de equilíbrio temporário, mas não representa um instrumental analítico revolucionário. Exceto por alguma informação muito útil sobre variância condicionada de choques aleatórios a macroeconomia das expectativas racionais não difere substancialmente da macroeconomia convencional e não estocástica. De acordo com as hipóteses econômicas do modelo pode-se ter uma visão do mundo monetarista, keinesiana, mista ou talvez marxista. No fim das contas, expectativas racionais simplesmente representam as hipóteses embutidas no modelo que se escolheu.



* Diretor da Escola de Pós-Graduação em Economia da FGV.

Rev. bras. Econ., Rio de Janeiro, 34 (4): 455-496, out./dez. 1980

## 1. O desafio das expectativas racionais

Poucos temas invadiram tão avassaladoramente a literatura econômica da última década como a teoria das expectativas racionais. Há dois preconceitos em relação a essa teoria. Primeiro, que ela é hermética, exigindo a substituição da macroeconomia tradicional pela macroeconomia estocástica. Segundo, que ela conduz ao monetarismo extremado: nem a curto prazo as políticas monetária e fiscal podem afetar o emprego e o produto real, salvo quando o Governo consegue ser imprevisível. Keynes perdeu seu tempo ao escrever a Teoria Geral do Emprego, e o combate à inflação é muito mais fácil do que pensa a maioria dos políticos e economistas: basta pisar forte no freio monetário e as taxas de inflação cederão rapidamente, com minúsculos efeitos colaterais sobre a produção e o emprego.

O primeiro desses preconceitos tem certo fundamento, na medida em que a teoria das expectativas racionais é uma técnica de estimação de variáveis aleatórias. É possível entender a teoria quantitativa da moeda ou o modelo keynesiano sem o menor conhecimento de estatística. Mas, por definição, é impossível compreender a teoria das expectativas racionais sem saber o que é uma variável aleatória. Alguns autores tentam popularizar a teoria assimilando-a à hipótese de perfeita previsão, a qual admite que os indivíduos possam ler o futuro na palma de suas mãos. Essa simplificação, além de nos transportar para o mundo da quiromancia, despoja a teoria das expectativas racionais do que ela nos traz de mais interessante: a descrição do aprendizado por aproximações sucessivas. A solução, no caso, é lembrar a clássica observação de Böhm-Bawerk: há métodos indiretos de produção mais eficientes do que os diretos. A teoria das expectativas racionais nos leva a conclusões suficientemente gratificantes para justificar o investimento do estudo de certos princípios de estimação. Trataremos, neste artigo, de encaminhar esse investimento dentro do objetivo de minimizar a relação capital/produto.

O segundo preconceito, o de que a teoria das expectativas racionais conduz ao monetarismo extremado, é o responsável pela frente ampla que se opõe à teoria sem sequer a conhecer. Na realidade, o monetarismo extremado não é conseqüência da hipótese das expectativas racionais, mas da associação dessa hipótese com duas outras bem mais ousadas: a de que o mundo macroeconômico se descreva por um determinado modelo que inclui a teoria quantitativa da moeda e a versão de Friedman-Phelps da teoria aceleracionista da curva de Phillips; e a de que todos os indivíduos acreditem piamente que o mundo macroeconômico se descreva por esse modelo. Com outros modelos, a hipótese de expectativas racionais leva a conclusões inteiramente diversas.

Comecemos por algumas observações absolutamente pacíficas, e que não se limitam ao campo da economia: a) a vida nos obriga muito freqüentemente a agir com base em previsões para o futuro; b) toda previsão é sujeita a erro, representando, portanto, a estimação de uma variável aleatória; c) ninguém gosta de fazer previsões erradas; d) as previsões baseadas em modelos científicos costumam ser melhores do que os simples palpites; e) os modelos científicos, para gerar previsões, precisam ser municiados por informações; a qualidade de suas previsões depende, pois, da extensão e da precisão do conjunto de informações.

Essas observações são a base da teoria das expectativas racionais. Como tal, todas as expectativas, de certa forma, são racionais. O fato de a teoria conduzir a algumas fórmulas complicadas não nos deve desanimar, pois o "tudo se passa como se" é muito comum em qualquer descrição do comportamento humano. A teoria do consumidor nos ensina muita coisa praticamente útil, embora poucos chefes de família ou donas-de-casa conheçam análise convexa ou o teorema de Kuhn e Tucker. Ou, para lembrar o exemplo clássico de Machlup, poucos motoristas passariam num exame de cinemática, mas a maioria deles sabe resolver o problema prático da ultrapassagem em estradas.

Uma questão mais delicada consiste em saber se os indivíduos baseiam suas previsões num modelo científico apropriado, e essa é uma pergunta estranha à teoria das expectativas racionais. É claro que as previsões do movimento planetário feitas por um astrônomo escolado na velha teoria dos epiciclos serão muito piores do que as de um colega que tenha apreendido a teoria newtoniana; e que um terceiro, que tenha estudado relatividade generalizada, ganhará de ambos nas previsões sobre o periélio de Mercúrio.

Infelizmente, em economia, a qualidade dos modelos teóricos não se hierarquiza tão facilmente como na astronomia. Para explicar determinados fenômenos há um certo número de modelos competitivos, cujos defensores são igualmente inteligentes, bem informados, e lastreados em razoável apoio empírico. A vantagem da teoria das expectativas racionais é que ela fornece uma peneira mais fina para a rejeição de determinadas hipóteses. A associação de expectativas racionais a um determinado modelo leva a determinadas conclusões. Se essas conclusões são desmentidas pelos fatos, das duas pelo menos uma: a) o modelo é falho; b) nem todos acreditam no modelo.

## 2. Estimação e minimização de erros

Muitas vezes na vida precisamos estimar um valor para uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidades é de nosso conhecimento. Se há ou não um critério ótimo de estimação e qual esse critério é questão que depende: a) da distribuição de probabilidades da variável em questão; b) do custo dos nossos erros; c) de nossa atitude diante do risco.

O senso comum sugere a estimação da variável aleatória pela sua média. Por trás dessa recomendação estão duas propriedades veneráveis da estimação pela média demonstradas nos livros elementares de estatística:

a) estimando-se uma variável aleatória $y$ pela sua média $Ey$ a esperança matemática do erro $y - Ey$ é nula, isto é, $E(y - Ey) = 0$;

b) estimando-se uma variável aleatória pela sua média, a esperança matemática do quadrado do erro é mínima, já que, como se verifica facilmente:

$$E(y-\hat{y})^2 = E(y-Ey)^2 + (Ey-\hat{y})^2.$$

A segunda dessas propriedades realmente justifica a estimação pela média quando se introduzem duas hipóteses:

a) o custo de um erro é proporcional ao seu quadrado;
b) os indivíduos são indiferentes ao risco e, como tal, tratam de minimizar a esperança matemática do custo do erro.

Indiferença ao risco é hipótese restritiva, mas que se costuma adotar nos modelos de formação de expectativas por uma razão: só os indivíduos indiferentes ao risco se decidem com base em algum valor previsto para uma variável aleatória. Os avessos e os propensos ao risco levam em conta vários parâmetros da distribuição de probabilidades dessa variável aleatória e que não podem ser sintetizados num único valor.

Mais indigesta é a hipótese de que o custo dos erros seja proporcional ao seu quadrado. É possível abrandá-la desde que a variável aleatória a ser estimada possua determinadas propriedades. Suponhamos, por exemplo, que a densidade de probabilidades seja simétrica, isto é, que para algum real $a$ se tenha $f(a+y) = f(a-y)$ para todo real $y$. Para justificar a estimação pela média basta supor que o custo dos erros seja função estritamente convexa do seu valor absoluto. No caso, é fácil demonstrar que a esperança matemática do custo do erro:

$$C(\hat{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(|x-\hat{x}|) f(x)\, dx$$

é mínima quando se estima a variável aleatória em $\hat{x} = a$. Para a demonstração basta notar, além da simetria, que sendo $F$ estritamente convexa, sempre que $b$ for diferente de $c$:

$$2F(0{,}5\,(b+c)) < F(b) + F(c)$$

Nesse e em outros casos semelhantes, há uma hipótese básica: o custo de um erro depende apenas do seu valor absoluto e não do seu sinal. Em vários problemas práticos (sobretudo quando o custo do erro incorpora a aversão ao risco) o custo dos erros para mais difere do custo dos erros para menos, de igual valor absoluto. Nesses problemas não há base para a estimação da variável aleatória pela média. É o caso muito comum, no mundo dos negócios, das decisões baseadas em estimativas conservadoras.

Suporemos em todo o presente trabalho que prevaleçam condições que justifiquem a estimativa das variáveis aleatórias pela média. Nosso interesse agora se concentrará num problema um pouco mais complicado: o de estimar uma variável aleatória $y$ a partir de um conjunto $x_1, x_2, \ldots, x_n$ de outras variáveis aleatórias. Especificamente, imaginaremos que as variáveis aleatórias estejam ligadas por uma distribuição de probabilidade conjunta de densidade $f(y, x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Daí se obtém a densidade condicionada $g(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n)$ pela conhecida fórmula deduzida do teorema de Bayes:

$$g(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{f(y, x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(y, x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dy}$$

A estimação pela média de $y$, a partir de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ nos dá:

$$E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y f(y, x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(y, x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dy} \tag{1}$$

gozando da propriedade de ser o estimador que minimiza a esperança matemática do quadrado do erro. A fórmula acima nos fornece o conceito de expectativa racional: $E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n)$ é a expectativa racional de $y$, construída a partir das variáveis aleatórias $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

A teoria das expectativas racionais ganha muito em simplicidade quando a equação (1) leva a uma função linear de $x_1, x_2, \ldots, x_n$, isto é, quando:

$$E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n) - a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n \tag{2}$$

Nem sempre a equação (2) se verifica. Ela é válida, todavia, num caso particular que o teorema do limite central torna importantíssimo: aquele em que $y, x_1, x_2, \ldots, x_n$ se relacionam por uma distribuição normal múltipla. Neste caso:

$$f(y, x_1, x_2, \ldots, x_n) = k\, e^{-(ay^2 + by + c)}$$

sendo $k$, $a$, constantes positivas, $b = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_n x_n$ uma função linear de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ e $c$ uma função do segundo grau desses mesmos $x_1, x_2, \ldots x_n$. Daí se segue que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (2ay + b)\, e^{-(ay^2 + by + c)}\, dy = 0$$

e, pela fórmula (1):

$$E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n) = -\frac{b}{2a}$$

o que mostra que $E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_n)$ é uma função linear de $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Em toda a discussão que se segue suporemos que as distribuições de probabilidade sejam tais que a fórmula (2) seja verdadeira. Isso significa que o melhor estimador $\hat{y}$ de $y$, a partir das variáveis aleatórias $x_1, x_2, \ldots, x_n$ é a função linear $\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n$ que minimize a esperança matemática $E(y - \hat{y})^2$ do quadrado do erro.

### 3. Projeções ortogonais

Um interlúdio sobre projeções ortogonais em espaços de Hilbert. Tomemos um espaço vetorial qualquer, ou definido sobre o corpo dos reais ou sobre o dos números complexos. Os exemplos mais populares de espaços vetoriais são o $R^n$ ($n$-uplas de reais) e o $C^n$ ($n$-uplas de complexos), mas podemos generalizar a teoria para espaços bem mais abstratos. O que interessa, em primeiro lugar, é termos determinados elementos denominados vetores que podem ser somados. A soma é comutativa e associativa, isto é, $x+y=y+x$ e $x+(y+z) = (x+y) +z$, existe um vetor 0 tal que $x + 0 = x$ para todo vetor $x$, e a todo $x$ corresponde um simétrico $-x$ tal que $x + (-x) = 0$. Em segundo lugar é sabermos multiplicar qualquer vetor por um escalar (isto é, por um número real ou complexo, conforme o caso) e que essa multiplicação obedeça às propriedades usuais: $0x = 0; a(bx) = (ab)x; a(x + y) = ax + ay; (a + b)x = ax + bx; lx = x; a0 = 0$. (No caso $a$, $b$ representam escalares).

Interessa-nos apenas cuidar de espaços vetoriais onde se define um produto escalar. O produto escalar $(x, y)$ de dois vetores é um número (real ou complexo, conforme o caso) e a função $(x, y)$ obedece às seguintes propriedades:

a) $(x, y) = \overline{(y, x)}$ (o símbolo $\overline{\quad}$ indicando o complexo conjugado, quando for o caso);
b) $(a_1 x_1 + a_2 x_2, y) = a_1 (x_1, y) + a_2 (x_2, y)$, quaisquer que sejam os vetores $x$, $y$ e os escalares $a_1$, $a_2$;
c) $(x, x) \geqslant 0$, para todo $x$; (note-se que, pela propriedade $i$, $(x, x)$ é real);
d) $(x, x) = 0$ se e somente se $x = 0$.

No caso do espaço $C^n$, o produto escalar de dois vetores $x = (x_1, \ldots, x_n)$ e $y = (y_1, \ldots, y_n)$ define-se por $(x, y) = x_1 \bar{y}_1 + \ldots + x_n \bar{y}_n$. A mesma definição vale para o $R^n$, dispensando-se os complexos conjugados. Esses são espaços de dimensão finita. Interessar-nos-á, também, analisar dois espaços de dimensão infinita:

a) o conjunto das sucessões infinitas de números complexos $(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ tais que $\Sigma \mid x_i \mid^2 < \infty$; o produto escalar, no caso, é definido por $(x, y) = \Sigma\, x_i y_i$;
b) o conjunto das variáveis aleatórias (e constantes) definidas sobre um espaço de probabilidades $G$, de média e variância finitas. Define-se, no caso, o produto escalar $(x, y) = Exy$. Consideram-se indistintas duas variáveis aleatórias tais que $E(x - y)^2 = 0$.

A norma ou comprimento $x$ de um vetor $x$ é definida como:

$$|x| = \sqrt{(x, x)}$$

Dois vetores $x$, $y$ se dizem ortogonais quando $(x, y) = 0$. Uma família $\{x_j\}$ de vetores diz-se ortonormal quando $(x_i, x_j) = 0$, para $i$ diferente de $j$ e $(x_i, x_i) = 1$, isto é, todo vetor da família tiver comprimento 1.

Duas desigualdades importantes devem ser citadas. Em primeiro lugar a de Bessel:
"se $x_j$ é uma família ortonormal finita de vetores, então, para todo vetor $x$:

$$\Sigma j \, |(x, x_j)|^2 \leqslant |x|^2 \text{"}$$

Para a demonstração basta observar que $|x - \Sigma\, (x, x_j)\, x_j|^2 \geqslant 0$.

Como caso particular, obtém-se a desigualdade de Schwarz: quaisquer que sejam os vetores $x$ e $y$:

$$|(x, y)|^2 \leqslant |x| \; |y|$$

A desigualdade obviamente vale para $y = 0$. Sendo $y$ diferente de 0 tome-se $y_0 = y/|y|$ e aplique-se a desigualdade de Bessel à família ortonormal com um único elemento $y_0$.

As seguintes propriedades da norma se verificam facilmente:

a) $|x| \geqslant 0$;
b) $|x| - 0$ se e somente se $x = 0$;
c) $a\ |x| = |ax|$, quaisquer que sejam o escalar $a$ e o vetor $x$;
d) $|x + y| \leqslant |x| + |y|$;
e) $|x + y|^2 + |x - y|^2 = 2\ |x|^2 + 2\ |y|^2$ (lei do paralelograma);
f) se $x$ e $y$ são ortogonais $|x + y|^2 = |x|^2 + |y|^2$ (teorema de Pitágoras).

A propriedade (d) demonstra-se aplicando a desigualdade de Schwarz ao desenvolvimento de $|x + y|^2$.

A norma induz naturalmente à definição de distância:

$$d\,(x, y) = |x-y| = \sqrt{(x-y, x-y)}$$

definição essa que satisfaz às exigências de um espaço métrico:

a) $d\,(x, y) \geqslant 0$;
b) $d\,(x, y) = 0$ se e somente se $x = y$;
c) $d\,(x, y) = d\,(y, x)$;
d) $d\,(x, z) \leqslant d\,(x, y) + d\,(y, z)$.

Um espaço de Hilbert é definido como sendo um espaço vetorial onde se define um produto escalar, e que é completo dentro da métrica definida por esse produto escalar.

Uma variedade linear num espaço de Hilbert é um conjunto $L$ tal que se $x$, $y$ pertencem a $L$, então $ax + by$ pertence a $L$ quaisquer que sejam os escalares $a$, $b$. Isso é o mesmo que dizer que toda combinação linear de elementos de $L$ pertence a $L$. Um subespaço é uma variedade linear fechada. (Nos espaços de dimensão finita a distinção é desnecessária, pois toda variedade linear é fechada). A título de exemplo, no espaço físico $R^3$ os subespaços são: a) o próprio $R^3$ (tridimensional); b) os planos passando pela origem (bidimensionais); c) as retas passando pela origem (unidimensionais); d) a origem (0 dimensional).

Estamos agora em condições de definir projeções ortogonais. Seja $y$ um vetor de um espaço de Hilbert $H$ e $L$ um subespaço de $H$. A projeção ortogonal $\hat{y} = E_L y$ de $y$ sobre $L$ é, por definição, o vetor de $L$ à mínima distância de $y$. A existência de $\hat{y}$ é garantida por $L$ ser fechado.

Podemos agora demonstrar o seguinte teorema fundamental:

"Para que $\hat{y} = E_L y$ é necessário e suficiente que $y - \hat{y}$ seja ortogonal a todo vetor de $L$."

Para a demonstração basta notar que, para que $\hat{y}$ seja a projeção ortogonal de $y$ sobre $L$ é necessário e suficiente que, para todo $z$ pertencente a $L$ e todo $a$ real a função:

$$f(a) = (y - \hat{y} + az, y - \hat{y} + az)$$

passe por um mínimo para $a = 0$. Se $z = 0$ é imediato que $(y - \hat{y}, z) = 0$. Se $z \neq 0$, notemos que:

$$f'(a) = 2(z, y - \hat{y} + az)$$

$$f''(a) = 2(z, z) > 0.$$

de onde se conclui que $f(a)$ passa para um mínimo para $a = 0$ se e somente se $f'(a) = 0$, isto é, $(y - \hat{y}, z) = 0$.

Um primeiro corolário desse teorema é que a projeção ortogonal sobre um subespaço $L$ é uma transformação linear, isto é, $E_L\ (ax + by) = aE_L x + bE_L y$, quaisquer que sejam os escalares $a$, $b$ e os vetores $x$, $y$ de $H$. Com efeito, se $\hat{x} = E_L x$ e se $\hat{y} = E_L y$, então $(ax + by) - (a\hat{x} + b\hat{y}) \hat{=} a\,(x-\hat{x}) + b\,(y-\hat{y})$ é ortogonal a todo vetor de $L$.

Outros corolários elementares se enunciam a seguir:

a) para que $E_L y \hat{=} y$ é necessário e suficiente que $y$ pertença a $L$ (conseqüência da definição de projeção como vetor à mínima distância);

b) $$E_L{}^2 = E_L \quad (3);$$

c) $$|E_L y|^2 + |y - E_L y|^2 = |y|^2 \qquad (4);$$

e) Se $L_1$ e $L_2$ são subespaços ortogonais, isto é, se $(y_1, y_2) \triangleq 0$ quaisquer que sejam $y_1 \in L_1$ e $y_2 \in L_2$:

$$E_{L_1} + L_2 = E_{L_1} + E_{L_2} \qquad (5).$$

Sejam agora $L$ e $M$ dois subespaços tais que $L \subset M$. Verifica-se que o conjunto:

$$M - L = \{(E_M - E_L)x \mid x \in H\} \qquad (6)$$

é um subespaço, tal que:

a) $M - L$ é ortogonal a $L$;
b) $L + (M - L) = M$.

Como conseqüência de (5):

$$E_{M-L} = E_M - E_L \qquad (7)$$

Notemos agora que a transformação identidade $I$ é a projeção de $H$ sobre o próprio $H$. Se $L$ é um subespaço, $L' = H - L$ é o denominado complemento ortogonal de $L$. É imediato pelo que foi visto acima que $I - E_L = E_{L'}$.

Seja agora $L$ um subespaço e $x$ um vetor. Definimos o subespaço $(L, x)$ como sendo o conjunto dos vetores $y + ax$, sendo $a$ escalar e $y$ $L$. (É fácil verificar que $(L, x)$ é um subespaço). Como $x - E_L x$ é ortogonal a $L$, e como:

$$(L, x) = (L, x - E_L x)$$

da fórmula (5) decorrem as seguintes relações:

$$E_{(L,\,x)}y = E_L y + E_{(x - E_L x)}y \qquad (8a)$$

$$E_{(L,\,x)}y = E_L y + E_{(x - E_L x)}(y - E_L y) \qquad (8b)$$

a projeção de $y$ sobre $x - E_L x$ entendendo-se como a projeção de $y$ sobre o subespaço gerado por $x - E_L x$. De um modo geral, se $L \subset M$:

$$E_L E_M = E_M E_L = E_L \qquad (8c)$$

## 4. Ortogonalidade e expectativas racionais

Voltemos aos problemas de expectativas racionais. Suponhamos que $n + 1$ variáveis aleatórias $y, x_1, x_2, \ldots, x_n$ estejam ligadas por uma distribuição normal múltipla. Seja $H$ o conjunto das combinações lineares $a_0 + by + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n$

dessas variáveis aleatórias. $H$ é um espaço vetorial de dimensão finita sobre o corpo dos reais, e onde se pode definir o produto escalar $(z_1, z_2) = Ez_1z_2$. Dentro dessa definição, a distância $d\ (z_1, z_2)$ entre dois pontos de $H$ é a esperança matemática $E\,(z_1 - z_2)^2$ do quadrado da sua diferença.

Suponhamos que, além da constante 1 que sempre é conhecida, também se conheçam os valores de $x_1, \ldots, x_p$. O subespaço $L_p$ gerado por $1, x_1, x_2, \ldots, x_p$ será denominado conjunto de informações. Já sabemos que a esperança matemática de $y$ condicionada a $x_1, \ldots, x_p$ é um vetor $\hat{y}$ de $L_p$ tal que $E\,(y - \hat{y})^2$, isto é, a esperança matemática do quadrado do erro, seja mínima. Tendo em vista nossa definição de produto escalar e distância, segue-se que a expectativa racional de $y$ sobre o conjunto de informações $L_p$ é a projeção ortogonal de $y$ sobre $L_p$. Estabelece-se com isso um isomorfismo entre o conceito geométrico de projeção ortogonal e o conceito estatístico de expectativa racional. Tendo em vista o que se demonstrou no item anterior, chega-se ao seguinte teorema de ortogonalidade:

"Seja $y$ uma variável aleatória e $L$ um conjunto de informações. (Supõe-se que uma distribuição normal múltipla ligue $y$ a uma base de $L$). Para que um vetor $\hat{y}$ de $L$ seja a expectativa racional de $y$ sobre $L$ é necessário e suficiente que $y - \hat{y}$ seja ortogonal a todo elemento de $L$, isto é, que $E\,(y - \hat{y})\,z = 0$ para todo $z$ pertencente a $L$."

Pelo princípio da ortogonalidade, se as expectativas são racionais, os erros de previsão devem ser não correlacionados com qualquer elemento do conjunto de informações. Esse é um teorema extremamente fecundo. Numa série histórica, por exemplo, conclui-se que os erros de previsão devem estar isentos de correlação serial, desde que os erros de previsão cometidos no passado integrem o conjunto de informações.

Tão fecundo, que exige certos cuidados em seu emprego. A conclusão genérica de que os erros de previsão devem ser isentos de correlação serial pressupõe uma rapidez super-humana de aprendizado. É fato corriqueiro que, na vida, muita coisa só se aprende após uma certa repetição sistemática de erros. Por outro lado o princípio de ortogonalidade dá a impressão de que qualquer ciência se pode desenvolver rapidamente desde que se disponha de um farto almanaque de informações. Vale a pena dissecar o problema.

A questão crucial está em saber o que é indispensável conhecer para calcular a projeção ortogonal de $y$ sobre $L_p$. Façamos $\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + \ldots + a_px_p$. Lembrando que $y - \hat{y}$ deve ser ortogonal a $1, x_1, \ldots, x_p$ chega-se ao seguinte sistema de equações, formalmente (e apenas formalmente) assemelhado à determinação dos coeficientes de regressão no método dos mínimos quadrados ordinários:

$$\begin{aligned} Ey &= a_0 + a_1Ex_1 + \ldots + a_nEx_n \\ Eyx_1 &= a_0Ex_1 + a_1Ex_1^2 + \ldots + a_nEx_1x_n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Eyx_n &= a_0Ex_n + a_1Ex_1x_n + \ldots + a_nEx_n^2 \end{aligned} \tag{9}$$

Em suma, para calcular a projeção ortogonal de $y$ sobre $L_p$ é necessário conhecer as médias de $y, x_1, \ldots, x_p$ e a matriz das covariâncias entre essas variáveis aleatórias. É de se convir que na maioria dos casos isso é exigir demais. Pode-se continuar raciocinando em termos de "tudo se passa como se", mas agora se pede muito: que os agentes econômicos resolvam um problema que nem o mais hábil econometrista pode resolver, por falta de dados.

Isso nos leva a dividir os exercícios de expectativas racionais em dois grupos: os idealistas, que aplicam sem maiores indagações o princípio de ortogonalidade, supondo que todos os elementos necessários para o cálculo de uma expectativa racional sejam conhecidos. E os realistas, que especificam claramente esses elementos de cálculo dentro de um campo praticamente verossímil. Obviamente, só é possível construir um exercício realista de expectativas racionais quando se parte de algum modelo teórico que especifique uma relação entre as variáveis aleatórias objeto de estimação.

## 5. O problema da extração do sinal

Suponhamos que duas variáveis aleatórias $y$ e $x$ estejam ligadas pela relação:

$$y + v = a_0 + a_1 x + u \tag{10}$$

onde os coeficientes $a_0$, $a_1$ são fornecidos pela teoria, e onde $u$, $v$ são perturbações aleatórias tais que:

$$Eu = Ev = Euv = Eux = Eyv = 0 \tag{11}$$

Conhecido $x$ deseja-se determinar a expectativa racional de $y$. Conhecem-se a média $Ex$ e as variâncias var $v$ e var $x = Ex^2 - (Ex)^2$.

Para a solução do problema, basta notar que:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \tag{12}$$

e que, pelo princípio de ortogonalidade, $y - \hat{y} = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + u - v$ deve ser ortogonal a 1 e a $x$. Obtém-se assim as equações:

$$a_0 - b_0 + (a_1 - b_1)Ex = 0$$

$$(a_0 - b_0)Ex + (a_1 - b_1)Ex^2 - Exv = 0$$

e, multiplicando-se escalarmente por $v$ ambos os membros da equação (10), tendo em vista a equação (11):

$$Ev^2 = \text{var } v = a_1 Evx$$

Resolvendo essas equações, encontra-se:

$$b_0 = a_0 + \frac{(\text{var } v)\, Ex}{a_1(\text{var } x)} \tag{13}$$

$$b_1 = a_1 - \frac{\text{var } v}{a_1(\text{var } x)} \tag{14}$$

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x - \frac{(x-Ex)\text{ var } v}{a_1(\text{var } x)} \tag{15}$$

Note-se que o sistema também conduz à expectativa racional $\hat{v}$ para a perturbação $v$, já que, pela equação (10), $\hat{y} + \hat{v} = a_0 + a_1 x$ (pois $\hat{u} = 0$ já que $u$ é ortogonal a 1 e a $x$):

$$\hat{v} = \frac{(x-Ex)\text{ var } v}{a_1(\text{var } x)} \tag{16}$$

Interpretemos essas fórmulas. O ponto crucial da questão é que a perturbação $v$, sendo não correlacionada com $y$, é correlacionada com $x$. Suponhamos que não se dispusesse de qualquer informação sobre $x$. A expectativa racional de $y$ seria naturalmente dada por $a_0 + a_1 Ex$, e a de $v$ seria igual a zero. Suponhamos agora que se observe um valor de $x$. Com essa informação adicional, como $v$ e $x$ são correlacionados, a projeção de $\hat{v}$ passa a ser expressa pela fórmula (16), a de $y$ pela fórmula (15).

O exemplo acima constitui um exercício realista de expectativas racionais. Parte-se de um modelo teórico expresso pelas fórmulas (10) e (11) e chega-se às expressões de cálculo (15) e (16). Note-se que as especificações da equação (11) quanto às perturbações $u$, $v$ são indispensáveis à construção do modelo. E, fora os parâmetros $a_0$, $a_1$, fornecidos pela teoria, é indispensável conhecer a média $Ex$ e as variâncias de $x$ e $v$.

Vejamos uma importante aplicação econômica e que servirá de base à versão de Lucas da curva de Phillips. Suponhamos que, em determinado setor da economia, o logaritmo $p_z$ dos preços se correlacione com o logaritmo do índice geral dos preços ($p$) pela expressão:

$$p_z = a + p + z \tag{17}$$

sendo $a$ uma constante (que pode ser tornada igual a zero por uma apropriada escolha de unidades) e $z$ uma variável aleatória tal que $Ez = 0$ e $Ezp = 0$. Os empresários tomam conhecimento de $p_z$ antes de saberem do nível geral de preços $p$. O que lhes interessa, para as decisões de produção, é estimar a componente $z$ de variação dos preços relativos. Reescrevendo a equação (17) na forma $p_z + z = a + p$ e aplicando a fórmula (16) resulta:

$$\hat{z} = \frac{(p_z - a - Ep)\ \text{var}\ z}{\text{var}\ p_z}$$

ou ainda:

$$\hat{z} = \frac{(p_z - a - Ep)\ \text{var}\ z}{\text{var}\ p + \text{var}\ z} \tag{18}$$

Vale captar o conteúdo econômico dessa fórmula. Antes de conhecer o preço $p_z$, os empresários prevêem $Ep$ para o logaritmo do índice geral de preços, e $a + Ep$ para o preço do seu produto. Conhecido $p_z$, os empresários recebem um sinal favorável ou desfavorável $p_z - a - Ep$. O problema está em saber que fração desse sinal será atribuída à modificação dos preços relativos, que fração será destinada à revisão do logaritmo do índice geral de preços. Pela fórmula (18), a parcela atribuída à modificação dos preços relativos será a fração da variância de $p_z$ devida à variância dos preços relativos. O resultado final depende da confrontação das variâncias de $p$ e $z$. Altas variâncias de $p$, isto é, forte imprevisibilidade do nível geral de preços (ou da taxa de inflação) implicam em pouco aproveitamento do sinal $p_z - a - Ep$.

## 6. Expectativas racionais e a curva de Phillips

É provável que, depois da Teoria Geral de Keynes, a descoberta mais notável em teoria econômica tenha sido a curva de Phillips, inicialmente identificada como uma relação decrescente entre a taxa de crescimento W/W dos salários nominais e a taxa de desemprego $U$. A hipótese *ad hoc* levantada por A.W. Phillips foi notavelmente racionalizada em 1960 por Lipsey, que, usando a versão de Samuelson da lei da oferta e procura, lembrou que a variação dos salários nominais deveria ser função crescente da demanda excedente relativa de mão-de-obra, indicada pela diferença $V - U$ entre a taxa de vagas $V$ e a taxa de desemprego $U$. Na ausência de estatísticas sobre vagas, Lipsey admitiu que $V$ fosse função decrescente de $U$, e, com isso, a curva de Phillips adquiria a necessária roupagem para entrar na teoria econômica.

O trabalho de Lipsey é, notavelmente engenhoso, começando pela revisão dos métodos estatísticos usados por Phillips, criando o modelo teórico para a curva, chamando a atenção para os problemas de agregação de funções convexas etc. Lipsey também tratou de pesquisar até que ponto os aumentos do custo de vida na Grã-Bretanha influenciavam os salários nominais, mas encontrou coeficientes de regressão nitidamente menores do que 1.

O trabalho de Lipsey inspirou a crença, no início da década de 1960, de que a inflação crônica era o preço a pagar pela manutenção de baixas taxas de desemprego. Até que, em 1967, Friedman e Phelps deram o golpe de morte nessa discussão com a versão aceleracionista da curva de Phillips: o que baixava o desemprego não era a inflação, mas o excesso da taxa de inflação sobre a prevista. Numa versão tipicamente neoclássica de equilíbrio a pleno emprego, Friedman raciocinou como se a oferta e a procura de mão-de-obra se exprimissem por relações do tipo:

$$n^d = a - b\,(w-p)$$

$$n^s = c + d\,(w-p_e)$$

onde $n^d$, $n^s$, $w$, $p$, $p_e$ representam, respectivamente, os logaritmos da procura e da oferta de mão-de-obra, dos salários nominais, do nível geral de preços efetivo e do nível geral de preços esperado. Dessas equações conclui-se facilmente que, em equilíbrio:

$$n = A + B\,(p - p_e) \tag{19}$$

lembrando que $p - p_e = \ln P - \ln P_e = \ln P/P_{-1} - \ln P_e/P_{-1}$ nada mais é do que a componente não antecipada da inflação, a equação (19) fornece a mais elementar das versões da teoria aceleracionista da curva de Phillips. Numa versão mais prática, que apela para a função de produção:

$$y - \hat{y} = C\,(p-p_e) \tag{20}$$

onde $y$ representa o logaritmo do produto real efetivo, $\hat{y}$ o do produto médio (ou produto potencial) e $C$ uma constante. Com a devida datação das variáveis e introdução de perturbações aleatórias usaremos e abusaremos da equação (20).

O *rationale* da equação (20) é que, em cada setor, a oferta é função crescente da relação entre o preço de mercado e o nível geral de preços. Há um pequeno problema de agregação que merece ser mencionado. Suponhamos que no setor $j$ a oferta seja função log-linear da diferença entre o preço do setor e o nível geral esperado de preços:

$$y_j = \hat{y}_j + a_j\,(p_j - c_j - p_e)$$

Onde $p_e$ se supõe o mesmo para todos os produtores. Uma escolha conveniente de unidades nos permite tomar $c_j = 0$ e, portanto:

$$y_j = \hat{y}_j + a_j\,(p_j - p_e)$$

$a_j$ representando no caso a elasticidade-preço da oferta no setor $j$. Tomemos agora um conjunto de pesos $m_j$ atribuídos a cada setor, sendo $\Sigma\, m_j = 1$. Construamos o índice do produto real $y$ na forma:

$$y = \Sigma\, m_j y_j$$

o que equivale a um índice geométrico com pesos $m_j$. Chega-se a:

$$y = \hat{y} + \Sigma\, m_j a_j\, (p_j - p_e)$$

para chegar à expressão padrão:

$$y = \hat{y} + a\,(p - p_e)$$

é preciso tomar pesos $m'_j$ para os preços tais que:

$$am'_j = m_j a_j$$

sendo $a = \Sigma\, m_j a_j$

A conclusão é que para se chegar à expressão-padrão $y = \hat{y} + a\,(p - p_e)$ é preciso tomar dois sistemas de pesos diferentes para os índices geométricos de preços e quantidades, a menos que as elasticidades da oferta sejam iguais em todos os setores. Dados os pesos do índice de quantidades, os pesos do índice de preços devem ser tanto maiores quanto maior a elasticidade-preço da oferta no setor, comparativamente aos demais setores.

Até agora nos limitamos a apresentar a versão aceleracionista da curva de Phillips em sua forma convencional, sem componentes estocásticas e sem a hipótese de expectativas racionais. Não há nenhuma dificuldade em reescrever a equação (20) de modo a incorporar essas duas adaptações:

$$y - \hat{y} = a\,(p - E_L p) + u = a\,(I - E_L)p + u \tag{21}$$

onde $L$ é o conjunto de informações disponíveis, $E_L p$ a expectativa racional de $p$ formada a partir desse conjunto de informações, $u$ um choque de oferta tal que $Eu = 0$.

Há dois caminhos fecundos para sofisticar a equação (21). O primeiro consiste em supor que as decisões de produção se formam a partir de expectativas racionais de preços sobre diferentes conjuntos de informações. O segundo é a teoria de Lucas sobre a curva de Phillips.

A equação (21) presume que todos os produtores se decidam com base no mesmo conjunto de informações. Essa é uma simplificação ousada, pois: a) há um custo em se manter um sistema atualizado de informações; b) ainda que se desprezem esses custos, a oferta de bens e serviços do período $t$ é o resultado de decisões tomadas em diferentes períodos anteriores, pois a produção leva tempo, e porque em muitos casos é antieconômico celebrar contratos a prazo curto. Assim, a produção no período $t$ resulta em parte de decisões tomadas no período $t-1$, em parte de decisões tomadas no período $t-2$, em parte de decisões tomadas no período $t-n$, baseadas nos conjuntos de informações $L_{t-1}, L_{t-2}, \ldots, L_{t-n}$ Suporemos plausivelmente que o conjunto de informações de um período contém o do período anterior, isto é:

$$L_{t-n} \subset L_{t-n+1} \subset \ldots\ldots \subset L_{t-2} \subset L_{t-1}$$

Para simplificar a notação, designemos por $E_{t-i}$ a projeção ortogonal $E_{L_{t-i}}$ sobre o subespaço $L_{t-i}$. Ao invés da equação (21) teremos agora:

$$y_t - \hat{y}_t = a_1 (I-E_{t-1})p_t + a_2 (I-E_{t-2})p_t + \ldots + a_n (I-E_{t-n})p_t \tag{22}$$

Façamos agora $R_{t-i} = E_{t-i} - E_{t-i-1}$, $R_{t-i}p_t$ representa a revisão, feita no período $t-i$, da projeção estabelecida no período anterior $t-i-1$ para o logaritmo do nível geral de preços no período $t$. A equação (22) equivale a:

$$\begin{aligned} y_t - \hat{y}_t &= (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)(I-E_{t-1})\, p_t + (a_2 + \ldots + a_n) R_{t-1} p_t + \\ &+ \ldots + a_n R_{t-n+1}\, p_t \end{aligned} \tag{23}$$

Como cada conjunto de informações contém o do período precedente, é imediato que $R_{t-i}$ é a projeção ortogonal sobre o subespaço $L_{t-i} - L_{t-i-1}$ e que, para todo $i$ diferente de $j$:

$$R_{t-i}\, R_{t-j} = 0 \tag{24}$$

e:

$$E_{t-1}\, R_{t-i} = R_{t-i} \tag{25}$$

Vejamos agora o modelo de Lucas da curva de Phillips. Suponhamos uma economia dividida em diferentes mercados isolados, e admitamos que a curva de oferta no mercado $j$ se exprima, em logaritmos de quantidades e preços na forma:

$$y_j = \hat{y}_j + c\,(y_{-1j} - \hat{y}_{-1j}) + a\,(p_j - E_{M_j}p) \tag{26}$$

$E_{M_j}p$ representa, no caso, a expectativa racional do logaritmo do nível médio de preços construída com base no conjunto $M_j$ das informações do setor; o termo $y_{-1j}-\hat{y}_{-1j}$ representa o desvio do logaritmo do produto em relação à tendência no período anterior, e a presença da constante positiva $c$ na equação (26) presumivelmente se deve atribuir aos custos de ajustamento da produção. Introduzamos agora as seguintes suposições:

a) o conjunto de informações no mercado $j$ compõe-se: a) de um conjunto $L$ de informações partilhadas por todos os mercados; b) do preço $p_j$, conhecido apenas no mercado $j$, no momento em que as empresas tomam suas decisões de produção;

b) $p = E_L p + u$ (27)

c) $p_j = p + z_j$ (28)

d) $E_L z_j = 0$, isto é, $z_j$ é ortogonal a todo elemento de $L$ (29)

e) $Euz_j = 0$ (30)

O problema prático, com essas hipóteses, é o de como adaptar a fórmula (26) de modo a exprimir a inflação imprevista com base no conjunto de informações comuns $L$. Notemos que por (7):

$$E_{M_j} p = E_L p + E_{M_j - L} p = E_L p + b\,(p_j - E_L p_j)$$

onde $b$ é um coeficiente a ser determinado pela ortogonalidade entre $(I - E_{M_j})p$ e $p_j$. Pelas equações (28) e (29) $E_L p_j = E_L p$, o que implica:

$$E_{M_j} p = (1-b)\,E_L p + bp_j \tag{31}$$

e, portanto, tendo em vista (27) e (28)

$$(I - E_{M_j})\,p = (1-b)\,u + bz_j$$

Essa variável aleatória deve ser ortogonal a $p_j = E_L p + u + z_j$. Lembrando que, pelo princípio de ortogonalidade, $E_L p$ é ortogonal a $u$, e tendo em vista as relações (29) e (30):

$$b = \frac{\operatorname{var} u}{\operatorname{var} z_j + \operatorname{var} u} \tag{32}$$

Combinando agora com as equações (26) e (31):

$$y = \hat{y}_j + c\,(y_{-1j} - \hat{y}_{-1j}) + a\,(1-b)\,(p_j - E_L p) \tag{33}$$

$$\text{onde } 1-b = \frac{\operatorname{var} z_j}{\operatorname{var} z_j + \operatorname{var} u} \tag{34}$$

É fácil agregar os setores e obter uma curva de Phillips na forma:

$$y - \hat{y} = c\,(y_{-1} - \hat{y}_{-1}) + a(1-b)\,(I-E_L)p \qquad (35)$$

principalmente pelo fato de Lucas admitir igual elasticidade da oferta em todos os mercados. No exercício de agregação estamos supondo iguais variâncias de $z_j$ em todos os mercados. Contudo, mesmo antes da agregação as fórmulas (33) e (34) nos dão a mensagem de Lucas sobre a curva de Phillips. A fórmula (34) nos mostra que $1-b$ é menor do que 1 desde que var $u$ seja maior do que zero e, *ceteris paribus*, tanto menor quanto maior a variância de $u$. Como var $u$ mede a imprevisibilidade da taxa de inflação, conclui-se que, quanto mais imprevisível for essa taxa, menor a elasticidade da oferta em relação à inflação inesperada.

A lição para a formulação de política econômica é bastante clara. A teoria primitiva da curva de Phillips admitia que, aceitando alguma inflação, o Governo pudesse baixar a taxa de desemprego. A teoria aceleracionista de Friedman e Phelps introduziu uma nova concepção: existe uma taxa natural de desemprego a cada instante, da qual a economia só se afasta quando a inflação efetiva é diferente da esperada. A teoria de Lucas vai um pouco mais além: se o Governo tentar, pela aceleração da inflação, manter a taxa de desemprego abaixo da natural (ou, o que é o mesmo, manter o produto efetivo acima do potencial), seus esforços serão cada vez mais frustrados: pois os agentes econômicos, diante da imprevisibilidade crescente da taxa de inflação, cada vez menos responderão aos estímulos setoriais de preços. Em suma, a elasticidade da oferta em relação à inflação inesperada se tornará cada vez maior. A razão para isso, no modelo de Lucas, é a mesma identificada no modelo de extração do sinal. Os agentes cada vez menos serão capazes de distinguir o sinal do ruído. Uma melhoria inesperada nos preços de um setor será cada vez mais atribuída ao aumento da inflação em relação às expectativas e cada vez menos à estimulante melhoria nos preços relativos.

Uma outra razão pela qual a imprevisibilidade crescente da inflação piora a elasticidade da oferta em relação aos preços não é identificável nem no modelo de Lucas nem nos exercícios convencionais sobre expectativas racionais: a aversão ao risco.

## 7. Política antiinflacionária e expectativas racionais (I)

Pelo menos desde Irving Fisher, os economistas sabem que as etapas iniciais da inflação costumam associar-se à euforia da produção e do emprego; e que o combate à inflação exige sacrifícios temporários de ambos, pois, como disse Haberler, as medidas monetárias afetam as quantidades antes de afetarem os preços.

Apesar de conhecido de longa data, esse fenômeno só veio a ser devidamente explicado pela teoria econômica com a versão aceleracionista da curva de Phillips. Como as expectativas de preços costumam moldar-se pelo comportamento passado da inflação, quando esta se inicia, após um longo período de estabilidade dos preços, a taxa de inflação ultrapassa as expectativas estimulando a produção e o emprego. Já para combater uma inflação crônica, e embutida nas expectativas dos agentes econômicos, é preciso, por uma temporada, trazer a taxa de inflação efetiva abaixo da esperada, até que os agentes econômicos se habituem ao novo ritmo dos preços: o custo é uma fase temporária de sacrifícios, em que o desemprego sobe acima da taxa natural e o produto cai abaixo do seu nível potencial.

Essa explicação, que se coaduna muito bem com os fatos observados, pressupõe que as expectativas de inflação sejam baseadas no comportamento passado dos aumentos de preços. A versão didaticamente mais simples consiste em supor, numa curva de Phillips da forma:

$$y_t - \hat{y}_t = a(p_t - p_{et}) = a(p_t - p_{t-1}) - a(p_{et} - p_{t-1})$$

que a taxa de inflação esperada para um período seja igual à verificada no período anterior, isto é:

$$p_{et} - p_{t-1} = p_{t-1} - p_{t-2}$$

da qual se conclui imediatamente a taxa de inflação num período só pode cair em relação ao período anterior se $y_t - \hat{y}_t < 0$, isto é, se o produto efetivo cair abaixo do potencial. Com um pouco mais de dignidade teórica chega-se a conclusão semelhante, supondo-se que a taxa de inflação esperada para um período seja uma média ponderada de taxas observadas no passado:

$$(a_1 + \ldots + a_n)(p_{et} - p_{t-1}) = a_1(p_{t-1} - p_{t-2}) + \ldots + a_n(p_{t-n} - p_{t-n-1})$$

ou ainda, pela elegante lei de expectativas adaptativas:

$$p_{et} - p_{t-1} = (1-b)(p_{e(t-1)} - p_{t-2}) + b(p_{t-1} - p_{t-2}) \tag{36}$$

sendo $0 < b < 1$.

Afirma-se, freqüentemente, que expectativas racionais abrem a possibilidade de um combate indolor à inflação. Com efeito, a teoria aceleracionista da curva de Phillips associa o sacrifício de combate à inflação a uma temporada em que a inflação efetiva cai abaixo da esperada. Mas, com expectativas racionais, os erros de previsão da inflação não podem ser sistematicamente positivos ou negativos: o erro no período $t$ deve ser não correlacionado com o cometido nos períodos anteriores, pois estes se incorporam ao conjunto de informações que serve de base às previsões do período $t$. Isso significa que os desvios entre o produto efetivo e o potencial nada têm a ver com o esforço de combate à inflação. E, como ainda não se descobriu uma forma indolor de combate à inflação, esse é um forte argumento contra a teoria das expectativas racionais.

A questão depende de como se especificam a curva de Phillips e o conjunto de informações. Admitamos inicialmente uma curva de Phillips especificada como na equação (21):

$$y-\hat{y} = a(I-E_L)p + u$$

e introduzamos a suposição adicional de que $u$ seja ortogonal a $L$. É imediato no caso que a esperança matemática de $y$ condicionada ao conjunto de informações $L$ é igual a $\hat{y}$, isto é:

$$E_L\ (y-\hat{y}) = 0$$

o que significa que não há razão para se esperar que uma política inflacionária ou antiinflacionária, cujos parâmetros estão embutidos no conjunto $L$ de informações, afaste em determinado sentido o produto efetivo do potencial. Esse é o caso em que a teoria das expectativas racionais realmente abre a possibilidade de uma política antiinflacionária indolor.

Há dois caminhos imediatos para tornar $E_L\ (y-\hat{y})$ diferente de zero. O primeiro consiste em admitir correlação serial nas perturbações $u$, o que torna $E_L\ (y-\hat{y}) = E_L u$. O segundo consiste em apelar para a forma de Lucas da curva de Phillips expressa pela equação (35) e que torna $E_L\ (y-\hat{y}) = c\ (y_{-1}-\hat{y}_{-1})$. Nenhum desses caminhos, todavia, deixa claro o que tem a ver $E_L\ (y-\hat{y})$ com o combate à inflação.

Uma conclusão bem mais esclarecedora se obtém quando se admite que a curva de Phillips seja moldada em diferentes conjuntos de informações, como na equação (22) em que o índice médio de preços num instante mistura preços contratados há mais ou menos tempo. Continuando a supor que $u_t$ seja ortogonal a $L_{t-1}$, chega-se agora, usando as equações (23) e (25), a:

$$E_{t-1}\ (y_t-\hat{y}_t) = (\,(a_2 + \ldots + a_n)\, R_{t-1} + \ldots + a_n R_{t-n+1})\, p_t \qquad (37)$$

Essa equação deixa claro porque, se no período $t-1$ o Governo inicia um programa de combate à inflação que até então não havia sido previsto, é de se imaginar que $E_{t-1}\ (y_t-\hat{y}_t) < 0$: os agentes econômicos reverão para menos as projeções do logaritmo dos preços no período $t$ feitas nos períodos $t-2, \ldots, t-n$.

*Mutatis mutandis*, o mesmo argumento mostra por que uma onda inflacionária após um período de preços estáveis costuma gerar, num primeiro impacto, uma fase transitória de prosperidade.

É fácil compreender o conteúdo econômico da equação (37). O índice de preços de um período mistura preços contratados no presente e em diversas épocas passadas. Os componentes contratados há mais tempo representam o elemento rígido do índice geral de preços, sobre o qual a política econômica não tem efeito a curto prazo. Para baixar a inflação é preciso piorar a relação entre os preços nos mercados à vista e o índice geral de preços, e o custo é a redução da oferta nesses setores. Em particular, a equação (37) explica muito bem os movimentos de preços relativos que se costumam associar aos esforços de combate à inflação. Explica também por que contratos rígidos de longo prazo, firmados num prévio cenário de altas taxas de inflação, podem ser a causa de ruidosas falências.

Duas conclusões resultam da análise acima. Primeiro, a especificação da curva de Phillips nos termos da equação (22) é positivamente superior à simplificada na equação (21). Segundo, é leviano afirmar que expectativas racionais implicam no monetarismo extremado, na possibilidade de combate indolor à inflação, ou, mais genericamente, em qualquer conclusão macroeconômica particular. A teoria das expectativas racionais é um instrumental como outro qualquer. As conclusões dependem do modelo que se adota. Salvo no que diz respeito às variâncias, as conclusões dos modelos de macroeconomia estocástica costumam encontrar paralelo nos modelos de macroeconomia convencional. Se, numa equação aceleracionista não estocástica de Phillips, supusermos perfeita previsão, isto é, $p_{et} = p_t$ também concluiremos que é possível um combate indolor à inflação. Esse é o irmão gêmeo não estocástico do modelo baseado na equação (21).

## 8. Política anticíclica e o teorema da neutralidade

Designemos por $y_t$, $\hat{y}_t$, $m_t$ os logaritmos do produto efetivo, do produto potencial e dos meios de pagamento no período $t$; $y_t$ e $m_t$ são processos estocásticos (isto é, sucessões de variáveis aleatórias), mas $\hat{y}_t$ é uma sucessão de números reais, isto é, em cada período, $\hat{y}_t$ é uma constante. No espaço de Hilber de referência cada $\hat{y}_t$ pertence ao subespaço gerado pela constante 1, isto é, $E\hat{y}_t = \hat{y}_t$. Como todo conjunto de informações $L$ contém esse subespaço, $E_L\hat{y}_t = \hat{y}_t$ e portanto

$$(I-E_L)\,\hat{y}_t = 0.$$

Seja $L_{t-1}$ o conjunto de informações com base no qual as autoridades monetárias fixam a oferta monetária para o período $t$. Suporemos que essas informações sejam partilhadas pelas autoridades monetárias e pelo público e que $L_{t-1}$ contenha todos os valores passados $m_{t-1}$, $m_{t-2}, \ldots$, etc. Uma regra de política monetária, por definição, é um processo estocástico $m_t$ tal que:

$$E_{t-1}\, m_t = m_t \tag{38}$$

o que equivale a afirmar que $m_t$ é fixado a partir do conjunto de informações $L_{t-1}$.

Admitamos agora que $y_t$ seja uma função linear de $m_t$, dos valores passados $m_{t-s}$, e possivelmente também de projeções de $m_t$ e dos $m_{t-s}$ sobre $L_{t-1}$ e sobre subespaços contidos em $L_{t-1}$. Como $(I-E_{t-1})\, m_t = 0$, pela definição de regra de política monetária: como $(I-E_{t-1})\, m_{t-s} = 0$, pois todos os $m_{t-s}$ pertencem a $L_{t-1}$; e como $(I-E_{t-1})\, E_{t-s} = 0$, conclui-se que o erro de previsão do produto real

$(I-E_{t-1})\, y_t = (I-E_{t-1})(y_t-\hat{y}_t)$ independe da regra de política monetária adotada. Nessas condições, define-se a regra ótima de política monetária anticíclica para o período $t$, como aquela que minimiza a norma do vetor $E_{t-1}\,(y_t-\hat{y}_t)$. Essa política também é a que minimiza a norma de $y_t-\hat{y}_t$ já que, pelo teorema de Pitágoras:

$$\| y_t-\hat{y}_t \|^2 = \| E_{t-1}\,(y_t-\hat{y}_t)\|^2 + \|(I-E_{t-1})(y_t-\hat{y}_t)\|^2$$

e já que $(I-E_{t-1})(y_t-\hat{y}_t)$ independe da regra de política monetária adotada.

Afirma-se freqüentemente que expectativas racionais implicam na impotência de o Governo combater o ciclo econômico via política monetária ou fiscal. Esse é o resultado a que se chega quando se admite uma curva de Phillips na forma de Lucas:

$$y_t - \hat{y}_t = a\,(I-E_{t-1})\, p_t + u_t \tag{39}$$

Com efeito, no caso, qualquer que seja a regra de política monetária (ou fiscal, ou qualquer outra adotada):

$$E_{t-1}\,(y_t-\hat{y}_t) = E_{t-1} u_t \tag{40}$$

Isso significa que a regra de política monetária não afeta $E_{t-1}\,(y_t-\hat{y}_t)$ e que, portanto, com expectativas racionais não há política anticíclica que funcione. Esse é o chamado teorema da neutralidade, e que pelo seu radicalismo atraiu muitos opositores para a hipótese de expectativas racionais.

A demonstração do teorema da neutralidade exige apenas a suposição de que a oferta agregada se especifique pela equação (39) e que, pela linearidade das relações, $(I-E_{t-1})\,(y_t-\hat{y}_t)$ independa da regra de política monetária adotada. É hábito complicar a demonstração entrando com uma equação de demanda agregada:

$$y_t = m_t - p_t + e_t \tag{41}$$

que é a versão logarítmica da teoria quantitiva da moeda, com um choque de demanda $e_t$ e com a hipótese de que em cada período a oferta e a procura se equilibrem. Com alguns algebrismos chega-se a:

$$y_t-\hat{y}_t = \frac{a}{1+a}\,(I-E_{t-1})(e_t-u_t) + u_t \tag{42}$$

o que mostra que $y_t-\hat{y}_t$ independe da regra de política monetária e que

$$E_{t-1}\,(y_t-\hat{y}_t) = E_{t-1} u_t$$

*O teorema* da neutralidade tem um paralelo na economia não-estocástica: o modelo neoclássico com salários nominais e preços flexíveis, e no qual se conclui que a política monetária apenas afeta os preços sem interferir na trajetória do produto real. Como a especificação de Lucas da curva de Phillips presume essa ampla flexibilidade, não há razão para nos surpreendermos com o teorema da neutralidade. Há quem imagine que o teorema implica afirmar que a teoria keynesiana é incompatível com expectativas racionais. Na realidade o teorema apenas mostra que a introdução de expectativas racionais não transforma o modelo neoclássico em keynesiano.

Também nas condições do teorema de neutralidade, a regra de política monetária não afeta a componente imprevisível de $p_t$ com base no conjunto de informações $L_{t-1}$. Com efeito, aplicando às equações (39) e (40) a projeção ortogonal $I-E_{t-1}$ e lembrando que $(I-E_{t-1})^2 = I-E_{t-1}$, conclui-se, com alguns algebrismos, que:

$$(1 + a)(I-E_{t-1})p_t = (I-E_{t-1})(e_t-u_t) \qquad (43)$$

o que indica que a regra de política monetária, embora possa afetar a taxa de inflação, não afeta a componente inesperada dessa taxa. Na medida em que se admita que o indesejável não é a inflação em si, mas a inflação imprevista, não há razão para que se prefira uma regra qualquer de política monetária a outra. Contudo, não há, no caso, nenhum prejuízo em se escolher uma regra de estabilização dos preços, isto é, uma regra tal que:

$$E_{t-1}p_t = p \qquad (44)$$

sendo $p$ uma constante igual ao logaritmo do nível geral em que se quer estabilizar os preços. Daí se obtém, pelas equações (40), (41), (38) e (44):

$$m_t = \hat{y}_t + p + E_{t-1}(u_t-e_t) \qquad (45)$$

Quando se supõem os choques de oferta e demanda isentos de correlação serial, isto é, quando $E_{t-1}(u_t-e_t) = 0$, a equação (45) transforma-se em $m_t = \hat{y}_t + p$. Quando se admite que o produto potencial cresça em progressão geométrica (e, portanto, seu logaritmo em progressão aritmética), chega-se à regra friedmaniana de sustentar uma taxa constante de expansão dos meios de pagamento, $m_t-m_{t-1} = \hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}$. Com choques serialmente correlacionados, a política monetária deve desviar-se da regra de Friedman de modo a neutralizar o efeito previsto desses choques sobre os preços.

O ponto fraco do teorema da neutralidade é que ele não apenas presume um período único de produção (sem o que a especificação da curva de Phillips na forma de Lucas seria inadequada). Ele também presume que o período de produção seja igual ao período de reação das autoridades monetárias. Ainda que se aceite a primeira simplificação, a segunda parece inadmissível, pois as autoridades monetárias podem reagir muito mais rapidamente às novas informações que vão sendo acumuladas sobre produção, preços, taxas de juros etc. Desde que se admita que os prazos de reação sejam menores para as autoridades monetárias do que para alguns segmentos da produção surge um lugar ao sol para a política anticíclica. Mais ainda, havendo choques de oferta, a política anticíclica ótima difere da melhor política de estabilização de preços.

Comecemos com um exemplo esquemático, trocando a curva de Phillips da equação (39) por:

$$y_t - \hat{y}_t = a\,(I - E_{t-n})\,p_t + u_t \tag{46}$$

Como no teorema da neutralidade, encontra-se $E_{t-n}\,(y_t - \hat{y}_t) = E_{t-n}u_t$, independentemente da regra monetária. Ocorre que o que agora se pretende minimizar não é a norma de $E_{t-n}\,(y_t - \hat{y}_t)$, mas a de $E_{t-1}\,(y_t - \hat{y}_t)$.

É preciso qualificar essa pretensão. Se a equação (46) significa que, no período $t-n$, os produtores contrataram ao mesmo tempo a produção e os preços dos bens e serviços a serem fornecidos no período $t$, é inútil querer levar o carro adiante dos bois e estabilizar $y_t - \hat{y}_t$ com base nas informações disponíveis no final do período $t-1$. É preciso pois admitir, na equação (46), que algo pode fazer com que os produtores reajam no período $t-1$. Uma maneira simples de resolver o problema, e que será explicitada na próxima seção, consiste em supor que os salários do período $t$ foram contratados no período $t-n$, mas que os preços e as quantidades produzidas só se decidem ao fim do período $t-1$.

Feita essa ressalva, façamos $R = E_{t-1} - E_{t-n}$ e lembremos que $R$ é uma projeção ortogonal tal que $RE_{t-n} = 0$ e $R\hat{y}_t = 0$. Pelo teorema de Pitágoras:

$$|E_{t-1}(y_t - \hat{y}_t)|^2 = |E_{t-n}(y_t - \hat{y}_t)|^2 + |R(y_t - \hat{y}_t)|^2 = |E_{t-n}u_t|^2 + |Ry_t|^2$$

A política monetária não tem como alterar $E_{t-n}u_t$, mas pode minimizar $|E_{t-1}(y_t - \hat{y}_t)|^2$ fazendo que:

$$Ry_t = 0$$

ou seja, pela equação (46):

$$Ry_t = R\,(ap_t + u_t) = 0$$

Isso significa que os choques de oferta devem ser integralmente repassados aos preços, de acordo com a elasticidade da oferta, e nada às quantidades, e ainda:

$$Rp_t = -R\,(u_t/a)$$

Para descobrirmos a melhor regra de política monetária anticíclica, voltemos à equação de demanda (41), da qual resulta:

$$Rm_t = Ry_t + Rp_t - {}'Re_t$$

e, portanto:

$$m_t = E_{t-1}m_t = E_{t-n}m_t - R\,(e_t + u_t/a) \tag{47}$$

Isso significa que a regra anticíclica de política monetária deve: a) partir de uma meta determinista para $m_t$ fixada no período $t-n$ (a regra friedmaniana, por exemplo); b) conforme os choques identificados entre esse período e o período $t-1$, desviar-se dessa meta de acordo com a equação (47), neutralizando todos os choques de demanda e repassando integralmente aos preços os de oferta.

Notemos agora que, se o objetivo é manter os preços estáveis ao nível antilog $p$, a regra de política monetária é outra. Suponhamos que se deseje minimizar a norma de $E_{t-1}\,(p_t-p)$. Pelo teorema de Pitágoras:

$$|E_{t-1}\,(p_t-p)|^2 = |E_{t-n}\,(p_t-p)|^2 + |R(p_t-p)|^2$$

A regra ótima deve tornar $R(p_t-p) = Rp_t = 0$ e, pela equação (46):

$$Ry_t = R(y_t-\hat{y}_t) = Ru_t$$

o que agora significa que os choques de oferta devem ser integralmente repassados ao produto, nada sobrando para os preços. Logo:

$$Rm_t = R(p_t + y_t-e_t) = R(u_t-e_t)$$

Por outro lado, como:

$$E_{t-n}(p_t-p) = E_{t-n}(m_t-y_t+e_t) - p$$

e como, pela equação (46), $E_{t-n}y_t = \hat{y}_t + E_{t-n}u_t$, é possível tornar $E_{t-n}(p_t-p) = 0$ tomando:

$$E_{t-n}m_t = \hat{y}_t + p + E_{t-n}(u_t-e_t)$$

Daí se chega à regra monetária de estabilização dos preços:

$$m_t = E_{t-1}m_t = (E_{t-n}+R)m_t = \hat{y}_t + p + E_{t-1}(u_t-e_t)$$

exatamente a mesma da equação (45). Na ausência de choques de oferta, essa regra também serve à política anticíclica, pois nada contra-indica que na equação (47) tomemos $E_{t-n}m_t = \hat{y}_t + p - E_{t-n}e_t$. O conflito surge quando há choques de oferta, diante dos quais a reação das autoridades monetárias deve ser num sentido quando o objetivo é estabilizar os preços, noutro sentido quando o objetivo é estabilizar o produto.

Não há dificuldade em repetir o exercício acima tomando uma curva de Phillips na forma:

$$y_t - \hat{y}_t = [b_0 (I - E_{t-1}) + b_1 R_{t-1} + \ldots + b_{n-1} R_{t-n+1}]\, p_t + u_t \qquad (48)$$

equivalente à versão das equações (22) e (23) com um choque de oferta, e onde $R_{t-i} = E_{t-i} - E_{t-i-1}$ representa a revisão ortogonal das projeções de um período para outro. Lembrando que:

a) $I - E_{t-1}, R_{t-1}, \ldots, R_{t-n+1}, E_{t-n}$ são projeções ortogonais duas a duas;

b) $E_{t-1} R_{t-i} = R_{t-i}$;

c) para toda constante $c_t$, $R_{t-i} c_t = 0$,

chega-se à seguinte regra ótima de política monetária anticíclica:

$$m_t = E_{t-n} m_t - \sum_{i=1}^{n-1} R_{t-i} (e_t + u_t / b_i) \qquad (49)$$

continuando-se com a mesma regra de estabilização de preços da equação (45).

Especificando a curva de Phillips na forma (46) ou (48) abrimos campo para a política anticíclica. Isso significa que, por trás dos algebrismos, devemos ter introduzido algum elemento keynesiano no modelo. Esse elemento é a rigidez temporária de salários e, possivelmente de alguns preços, embutida nessas especificações da curva de Phillips. Note-se que só estamos num keynesianismo temporário, entre os períodos $t-n$ e $t-1$, mas isso já é o bastante para que a política procure acomodar os choques que não haviam sido previstos no período $t-n$.

## 9. Salários nominais flexíveis, rígidos e indexados

É impossível construir a teoria keynesiana sem a hipótese de salários nominais rígidos e, nessas condições, não surpreende que com ampla flexibilidade se chegue a conclusões tipicamente neoclássicas como o teorema da neutralidade. Examinaremos nesta seção, com o instrumental das expectativas racionais, os efeitos sobre a produção e os preços de diferentes regimes de fixação de salários. Em todos os casos trabalharemos com uma oferta agregada na forma:

$$y_t = a(p_t - w_t) + b_t + v_t \qquad (50)$$

onde $w_t$ indica o logaritmo do salário nominal médio, $a$ e $b_t$ constantes (sendo $b_t$ *variável no* tempo, refletindo os efeitos da acumulação do capital e do progresso tecnológico) e $v_t$ um choque de oferta. Admitiremos também que a demanda agregada se exprima pela equação quantitativa (41), equilibrando-se com a oferta em cada período.

Como primeiro exercício, suponhamos que os salários nominais sejam fixados pelas expectativas racionais fundadas no conjunto de informações $L_{t-n}$, ficando para depois a contratação dos preços dos produtos e das quantidades produzidas pelas empresas. Teremos:

$$\hat{y}_t = a(E_{t-n}p_t - w_t) + b_t + E_{t-n}v_t \tag{51}$$

equação que descreve o equilíbrio entre a oferta e a procura de mão-de-obra na ocasião em que se contratam os salários, e que define o que seja o produto potencial $\hat{y}_t$. Subtraindo membro a membro as equações (50) e (51) chega-se a:

$$y_t - \hat{y}_t = a(I - E_{t-n})\,p_t + u_t$$

que é a equação (46) com $u_t = (I - E_{t-n})v_t$, o que traz a agradável novidade $E_{t-n}u_t = 0$. Naturalmente é possível tomar $n = 1$ e chegar à especificação de Lucas da curva de Phillips.

Mais realista provavelmente é admitir que os salários sejam contratados em diversos períodos com diferentes conjuntos de informações. O resultado é uma curva de Phillips na especificação (48), com $b_0 = a$.

Tomemos agora salários nominais rígidos, $w_t = \hat{w}_t \div \hat{w}_t$ depende do tempo, mas não é uma variável aleatória, isto é, é um dado do período $t$. Obtém-se agora:

$$y_t = a(p_t - \hat{w}_t) + b_t + v_t \tag{52}$$

Nada há de notável nessa equação de oferta agregada, exceto que não se trata de uma curva de Phillips. Chega-se a algo semelhante supondo que o salário nominal do período $t$ é fixado a partir do logaritmo do nível de preços no período $t-1$ e incorporando um presumido aumento de produtividade:

$$w_t = w_0 + p_{t-1} + h_t \tag{53}$$

da qual resulta, pela equação (50):

$$y_t = a(p_t - p_{t-1}) + (b_t - ah_t - aw_0) + v_t \tag{54}$$

que é uma curva de Phillips, mas na versão tradicional e não na aceleracionista: o produto é função da taxa de inflação e não do excesso da inflação efetiva sobre a esperada.

Por último, o modelo de salários reais rígidos, em que $w_t - p_t$ é fixado em função do tempo, presumivelmente também incorporando um aumento de produtividade:

$$w_t = \hat{w}_0 + p_t + h_t \tag{55}$$

o que torna a oferta agregada insensível ao nível geral de preços:

$$y_t = (b_t - ah_t - a\hat{w}_0) + v_t \tag{56}$$

Comparemos os diferentes regimes em matéria de política anticíclica e de política de estabilização dos preços.

Com salários nominais flexíveis e a curva de Phillips especificada na forma de Lucas $y_t - \hat{y}_t = (I - E_{t-1}) p_t + u_t$, chega-se ao teorema da neutralidade, para a política anticíclica, e à política ótima de estabilização de preços descrita pela equação (45). Note-se que agora $E_{t-1} u_t = 0$, pois $u_t = (I - E_{t-1}) v_t$. Por conseguinte, $E_{t-1}\, y_t = \hat{y}_t$.

Com salários nominais flexíveis e uma curva de Phillips especificada na forma:

$$y_t - \hat{y}_t = (a\,(I - E_{t-1}) + b_1 R_{t-1} + \ldots + b_{n-1} R_{t-n+1}) p_t + u_t \tag{57}$$

onde $u_t = (I - E_{t-n}) v_t$, e portanto $E_{t-n} u_t = 0$, chega-se à regra anticíclica ótima da fórmula (49) em contraposição à política ótima de estabilização dos preços da equação (45). Como já se viu, os choques de oferta são o pomo da discórdia entre os dois objetivos. Também agora, na política anticíclica ótima, $E_{t-1} y_t = \hat{y}_t + E_{t-n} u_t = \hat{y}_t$.

Com salários reais rígidos, a política monetária nada pode fazer pelo produto, já que a oferta agregada independe do nível de preços. A estabilidade de $y_t$ em torno do produto potencial $\hat{y}_t$ depende da regra de fixação do fator de produtividade $h_t$. Uma regra arbitrária e determinista pode levar às nuvens a norma de $y_t - \hat{y}_t$. Uma regra mais plausível $(b_t - ah_t - a\hat{w}_0) = \hat{y}_t$ repassa para o produto todos os choques de oferta, tornando $y_t - \hat{y}_t = v_t$. O único instrumento anticíclico possível consiste em tornar $h_t$ uma variável aleatória, construída a partir da regra anterior, mas absorvendo a parcela previsível dos choques de oferta. Em suma, tome-se $h_t = E_{t-1} h_t$, sendo:

$$\hat{y}_t = b_t - a\hat{w}_0 + E_{t-1}(v_t - ah_t)$$

ou seja:

$$h_t = h_t' + h_t'' \tag{58a}$$

sendo:

$$b_t - ah_t' - aw_0 = \hat{y}_t \tag{58b}$$

$$ah_t'' + E_{t-1} v_t = 0 \tag{58c}$$

É imediato que com essa regra flexível (e pouco prática) para a fixação do fator de produtividade, se consegue $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$.

Como, no caso, a política monetária nada pode fazer pelas quantidades, é possível usá-la sem temor para estabilizar os preços. Pela equação (41) a regra monetária obedece à relação $m_t + E_{t-1}e_t = E_{t-1}p_t + E_{t-1}y_t$. Se se deseja ter $E_{t-1}p_t = p$:

$$m_t = p + b_t - a\hat{w}_0 + E_{t-1}(v_t - e_t - ah_t) \qquad (59)$$

Regra que, naturalmente, depende de como se fixe o fator de produtividade. Se $h_t$ é fixado não aleatoriamente de modo a se ter $\hat{y}_t = b_t - ah_t - a\hat{w}_0$, chega-se à mesma regra de estabilização de preços da equação (45). Se $h_t$ é tomado flexivelmente de acordo com as equações (58a-b-c), para estabilizar os preços, a política monetária precisa apenas neutralizar os choques de demanda:

$$m_t = p + \hat{y}_t - E_{t-1}e_t$$

já que o fator de produtividade cuida de absorver os choques de oferta.

Vejamos agora o caso mais crítico, o dos salários nominais rígidos. Não há dificuldade em, a partir das equações (41) e (52) determinar as regras monetárias ótimas para a política anticíclica ($E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$) e para a estabilização dos preços ($E_{t-1}p_t = p$). O que vale observar é que as duas regras costumam ser fortemente conflitantes, e o conflito não reside apenas nos choques de oferta pois, pela equação (52):

$$E_{t-1}(y_t - ap_t) = -a\hat{w}_t + b_t + E_{t-1}v_t$$

(O conflito entre as duas políticas se resumiria aos choques de oferta apenas no caso em que, por uma rara coincidência, $\hat{y}_+ - ap = -a\hat{w}_+ + b_t$. O conflito até desapareceria se $\hat{y}_t - ap = -a\hat{w}_t + b_t + E_{t-1}v_t$, mas isso é pedir que os salários rígidos coincidam com os que o mercado estabeleceria se eles fossem flexíveis, numa curva de Phillips na especificação de Lucas).

Ainda que nossa preocupação não seja o nível absoluto de preços, mas o seu ritmo de crescimento, o conflito persiste se os salários forem ligados aos preços do período anterior por uma equação do tipo (53). A equação (54) é uma curva de Phillips não aceleracionista e, como tal, abre a possibilidade de aumentar o produto efetivo à custa do aumento da taxa de inflação. Como a rigidez salarial costuma ser assimétrica, funcionando muito mais para baixo do que para cima, não deve ser possível elevar $y_t$ muito acima de $\hat{y}_t$ pelo aumento da taxa de inflação $p_t - p_{t-1}$: a disputa pela mão-de-obra fará que os salários se reajustem como se fossem flexíveis. Contudo, na medida em que a equação (53) traduzir uma rigidez institucional, é bem possível que baixos valores de $p_t - p_{t-1}$ impliquem num insuficiente aproveitamento do produto potencial. Como a fórmula (53) dificilmente se institucionalizaria fora de um ambiente inflacionário, e como os salários se reajustam pelos preços com um período de atraso, é muito possível que $b_t - ah_t - aw_0 > \hat{y}_t$, isto é, que em $w_0$ já esteja embutida uma expectativa inflacionária. Nesse caso, salvo choques, só se consegue estabilizar o produto em $\hat{y}_t$ à custa de uma inflação crônica, isto é, de $p_t - p_{t-1} > 0$.

Comparemos agora os três regimes em termos de variância condicional ao conjunto de informações $L_{t-1}$, isto é, em termos de quadrado da norma dos vetores $(I-E_{t-1})y_t$ e $(I-E_{t-1})p_t$.

Comecemos pelo caso dos salários nominais flexíveis, especificando a curva de Phillips na versão abrangente da equação (57). Aplicando a ambos os membros da equação a projeção $(I - E_{t-1})$:

$$(I-E_{t-1})y_t = a(I-E_{t-1})p_t + (I-E_{t-1})u_t \tag{60a}$$

Aplicando à equação (41) a mesma projeção, e lembrando que uma regra monetária qualquer (que se supõe existir) torna $m_t = E_{t-1}m_t$, e portanto $(I-E_{t-1})m_t = 0$:

$$(I-E_{t-1})y_t = (I-E_{t-1})e_t - (I-E_{t-1})p_t \tag{60b}$$

Resolvendo esse sistema, obtém-se:

$$(1+a)(I-E_{t-1})y_t = (I-E_{t-1})(u_t + ae_t)$$

$$(1+a)(I-E_{t-1})p_t = (I-E_{t-1})(e_t - u_t)$$

Admitamos agora que $(I-E_{t-1})u_t$ e $(I-E_{t-1})e_t$ sejam não correlacionados, isto é, ortogonais. Chega-se a:

$$\text{var}_{t-1}y_t = \frac{\text{var}_{t-1}\, u_t + a^2 \text{var}_{t-1}\, e_t}{(1+a)^2} \tag{61a}$$

$$\text{var}_{t-1}p_t = \frac{\text{var}_{t-1}\, u_t + \text{var}_{t-1}\, e_t}{(1+a)^2} \tag{61b}$$

É interessante também calcular a covariância de $p_t$ e $y_t$ condicional ao conjunto de informações, isto é, o produto escalar de $(I-E_{t-1})y_t$ por $(I-E_{t-1})p_t$:

$$\text{cov}_{t-1}(y_t, p_t) = \frac{a\ \text{var}_{t-1}\, e_t - \text{var}_{t-1}\, u_t}{(1+a)^2} \tag{61c}$$

equação que confirma o esperado: choques imprevistos de demanda afetam o produto e os preços na mesma direção, choques imprevistos de oferta em direções opostas.

Aplicando a projeção $(I-E_{t-1})$ à equação (52), chega-se à equação (60a), ainda que $\hat{w}_t$ seja aleatório, mas fixado por alguma regra, ou seja, $\hat{w}_t = E_{t-1}\hat{w}_t$. A conclusão é que as fórmulas (61a-b-c) também valem para o caso de salários nominais rígidos.

Vejamos agora o caso de salários reais rígidos. Pela equação (56), ainda que $h_t$ seja aleatório, mas fixado por alguma regra, isto é, $h_t = E_{t-1} h_t$:

$$(I-E_{t-1})y_t = (I-E_{t-1})v_t = (I-E_{t-1})(I-E_{t-n})v_t = (I-E_{t-1})u_t$$

Logo, pela equação (60b):

$$(I-E_{t-1})p_t = (I-E_{t-1})(e_t-u_t)$$

de onde se segue que:

$$\text{var}_{t-1}\ y_t = \text{var}_{t-1}\ u_t \qquad (62a)$$

$$\text{var}_{t-1}\ p_t = \text{var}_{t-1}\ u_t + \text{var}_{t-1}\ e_t \qquad (62b)$$

$$\text{cov}_{t-1}\ (y_t, p_t) = -\ \text{var}_{t-1}\ u_t \qquad (62c)$$

O confronto entre as equações (61b) e (62b) mostra que os preços se tornam mais imprevisíveis com salários reais rígidos do que com flexibilidade total ou apenas rigidez nominal dos salários. Já no que diz respeito às oscilações imprevistas do produto, a situação depende das magnitudes dos choques de oferta e procura. Se só houver choques de demanda, o produto se estabiliza totalmente com salários reais rígidos, pois, pela equação (62a), a variância condicional de $y_t$ independe dos choques de procura. Em compensação, se só houver choques de oferta, a comparação entre as equações (61a) e (62a) mostra que o produto real se torna mais instável com salários reais rígidos do que com flexibilidade. Combinando-se ambos os tipos de choques, qual o regime que mais estabiliza o produto, é questão que depende da variância dos choques de oferta, da variância dos choques de demanda e da elasticidade da oferta em relação aos preços.

## 10. Indexação e expectativas racionais

A idéia de indexar contratos, isto é, de rever periódica e automaticamente as prestações de acordo com algum índice de preços, está longe de constituir novidade. Ela foi explicitamente sugerida por John Wheatley em 1807, e encontrou defensores respeitáveis em Alfred Marshall e Irving Fisher. O sucesso das experiências práticas de indexação é objeto de reticências. Nas epidemias de hiperinflação, a indexação sempre foi adotada na falta de outro remédio, mas aí resta saber quem veio primeiro, o ovo ou a galinha. Alguns países experimentaram temporariamente a escala móvel de salários, mas depois desistiram da idéia pelos seus alegados impactos de realimentação inflacionária. Nos últimos quinze anos, alguns países, a começar pelo Brasil, adotaram um amplo sistema de correção monetária. Ninguém duvida de que a indexação neutralize grande parte das distorções classicamente associadas à inflação, e que sem ela se torne impossível a sobrevivência de certos mercados, como o de hipotecas e empréstimos a longo prazo, num ambiente de forte incerteza quanto às taxas de inflação. Admite-se, usualmente, que o preço dessa neutralização seja o enrijecimento da inflação, tornando mais difícil o seu combate.

Num interessante artigo publicado em 1974, Milton Friedman propôs o amplo uso da indexação não apenas para neutralizar as distorções inflacionárias, mas também para reduzir ao mínimo os efeitos negativos do combate à inflação sobre o produto e o emprego. O argumento de Friedman é que os efeitos colaterais da política monetária sobre a produção e o emprego refletem as distorções nos preços relativos provocadas pela inflação ou pela deflação não prevista. Essas distorções surgem porque há contratos mais ou menos longos, e que podem sofrer as influências de previsões erradas quanto ao curso da inflação, já que os pagamentos são fixados em termos nominais. O amplo uso da indexação, dispensando a interferência das expectativas na negociação dos contratos, teria a vantagem de reduzir ao mínimo essas distorções, e, conseqüentemente, os seus efeitos colaterais sobre o produto e sobre o emprego. O início dos processos inflacionários não geraria tanta prosperidade, mas o seu término não exigiria tanta recessão. Friedman faz questão de frisar que a indexação não é uma panacéia, pois é impossível indexar todos os contratos, e custoso indexar muitos deles, e que o melhor dos mundos é o de preços estáveis. Mas, numa quadra inflacionária, é melhor dispor de contratos indexados do que fixados em termos nominais.

O argumento de Friedman contrariava a observação prática de que a indexação é fórmula para conviver com altas taxas de inflação, mas à custa do seu enrijecimento. Desde então muito foi escrito sobre a matéria, e é oportuno usar os resultados das seções anteriores para avaliar os efeitos da indexação.

Usualmente se formaliza o argumento de Friedman introduzindo expectativas adaptativas no modelo aceleracionista da curva de Phillips: quanto maior o coeficiente de adaptação da inflação esperada à efetiva, menores os efeitos colaterais da política monetária sobre o produto e o emprego. Ocorre que o uso de expectativas adaptativas, além de introduzir uma hipótese *ad hoc*, não reflete adequadamente as distorções de preços relativos a que se refere Friedman. O argumento se torna bem mais cristalino quando se introduz uma especificação da curva de Phillips com expectativas racionais na forma da equação (48): deixando de lado os choques de oferta, a razão pela qual $E_{t-1}y_t$ pode desviar-se do logaritmo $\hat{y}_t$ do produto potencial são as revisões $R_{t-i}p_t$ das projeções, feitas no passado, para o logaritmo dos preços do período $t$. Essas revisões refletem as mudanças de expectativas quanto à política monetária, desde que se admita a equação quantitativa de demanda (41). A indexação teria o mérito de eliminar, da função oferta global, as componentes em $R_{t-i}p_t$, minimizando os efeitos colaterais do combate à inflação sobre o produto e o emprego.

Resta saber se a emenda não é pior do que o soneto. Todo o raciocínio de Friedman deixa de lado os choques de oferta, ou pelo menos os presume isentos de correlação serial, isto é, tais que $E_{t-1}u_t = 0$. Usemos os resultados da seção anterior para dissecar o mais importante dos casos de indexação, o de salários.

De início é preciso definir claramente o que se entende por indexação de salários. A maior parte da literatura recente define indexação como a hipótese de salários reais rígidos, tal como na equação (55). Contudo, na maior parte dos casos, a indexação é posta em prática reajustando-se os salários pelo nível de preços de algum período anterior, tal como na fórmula (53): com efeito, por razões óbvias, é preciso fixar $w_t$ antes de conhecer $p_t$. A distinção é sutilmente importante. À equação (55) de salários nominais rígidos corresponde uma curva de Phillips vertical a curto prazo, e que não permite nenhum ganho de produto pelo aumento ou diminuição da taxa de inflação. A equação (53) corresponde uma curva de Phillips não acelerada onde a elasticidade do produto em relação à taxa de inflação por período é igual a $a$. Se o período do modelo é $1/N$ de um ano, a elasticidade do produto em relação à taxa anual de inflação é igual a $a/N$. Fazendo $N$ tender para o infinito, isto é, fazendo o período do modelo tender a zero, a curva de Phillips tende para a vertical, desde que a taxa de inflação, segundo as boas praxes, se expresse em termos anuais. Nessa passagem ao limite, todavia, há problemas práticos de que cuidaremos mais adiante.

Feita essa distinção, denominemos indexação teórica a da fórmula (55), indexação prática a da fórmula (53). Comecemos pela discussão da indexação teórica com duas hipóteses altamente otimistas: a) não há choques de oferta; b) o salário inicial $\hat{w}_0$ e o coeficiente de produtividade $h_t$ são acertados de modo a que $(b_t - ah_t - a\hat{w}_0) = \hat{y}_t$, isto é, o logaritmo do produto potencial. Nesse caso muito especial a indexação de salários é um formidável instrumento anticíclico: pela equação (56) $y_t = \hat{y}_t$. Bem melhor do que a livre e flexível negociação de salários, que também conseguiria $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$, mas que submeteria $y_t$ a oscilações decorrentes dos choques de demanda, de acordo com a fórmula (61a).

Introduzamos agora choques de oferta tais que $E_{t-1}u_t = 0$. Continua-se ainda com $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$. Mas agora, pelas fórmulas (61a) e (61b) os méritos anticíclicos da rigidez dos salários reais são duvidosos. Comparativamente aos salários flexíveis, a indexação estabiliza o produto diante de choques de demanda, mas o instabiliza diante de choques de oferta. E, em qualquer caso, a indexação aumenta a instabilidade dos preços.

A situação piora se os choques de oferta são previsíveis. Agora, pela equação (56), com a regra de produtividade adotada, $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t + E_{t-1}v_t$. Para eliminar essa tendenciosidade seria preciso adotar a regra muito especial de produtividade da equação (58a-b) e que absorveria em $h_t$ os choques de oferta. Essa é uma regra tão elegante em teoria quanto difícil de implantar na prática.

A situação ainda piora se o salário inicial $\hat{w}_0$ e o coeficiente de produtividade $h_t$ são contratados de modo a que $b_t-ah_t-a\hat{w}_0$ seja diferente de $\hat{y}_t$. Se $b_t-ah_t-a\hat{w}_0$ ficar abaixo de $\hat{y}_t$, é provável que a indexação se torne inócua, pois o mercado tenderá livremente a pagar maiores salários que os resultantes da regra de indexação. Se $b_t-ah_t-a\hat{w}_0$ ficar acima de $\hat{y}_t$, a economia ficará condenada a uma taxa de desemprego superior ao que seria a taxa natural num regime de salários flexíveis.

Essa assimetria do sistema (o mercado costuma prevalecer sobre a regra de indexação quando tende a pagar maiores salários), combinada com os choques de oferta e a possibilidade de errar no salário inicial $\hat{w}_0$ ou na fórmula de produtividade $h_t$ constituem o calcanhar de Aquiles da indexação teórica. Resta apenas um consolo, se a única preocupação é estabilizar preços: como a curva de Phillips a curto prazo é vertical, pode-se fixar sem dor $E_{t-1}p_t$ no nível que se desejar, embora a variância condicional de $p_t$ dado o conjunto de informações $L_{t-1}$ fique exposta aos dissabores da fórmula (62b).

Nem esse consolo resta à indexação prática da fórmula (53). Ainda que não haja choques de oferta e ainda que $b_t-ah_t-aw_0 = \hat{y}_t$, o impacto dos choques de demanda sobre o produto e sobre os preços é o mesmo que se os salários fossem flexíveis. Com choques de oferta previsíveis, ou com desvios entre $b_t-ah_t-aw_0$ e $\hat{y}_t$ é provável que entre em funcionamento a assimetria do sistema: o mercado tratará de fixar livremente os salários quando o produto tender a subir além do potencial, e obedecerá à fórmula de indexação quando a taxa de desemprego tender a elevar-se acima da natural. Neste último caso, todavia, há a possibilidade de diminuir o desemprego via inflação, pois a equação (54) é uma curva de Phillips não acelerada. Em termos anuais, a taxa de inflação que reduz o desemprego à taxa natural é tanto maior quando menor o período de reajustamento dos salários.

A discussão acima é bastante esquemática, porque as fórmulas (53) e (55) introduzem uma rigidez absoluta dos salários, de acordo com certos princípios de indexação. Em muitos casos práticos, o mercado consegue, por certos artifícios, livrar-se parcialmente dessa rigidez. Um deles consiste em, logo após os reajustes salariais, despedir empregados e contratar outros mais baratos. Esses artifícios, todavia, têm um custo para a empresa, e a discussão precedente explica por que muitos administradores de política econômica temem o enrijecimento da inflação pela indexação. Obviamente a indexação não pode ser a causa primária da inflação: há que levar em conta a política monetária e fiscal, que excitam a economia do lado da demanda. O fato é que, estabelecida a indexação, o que só costuma ocorrer após longos anos de inflação crônica, a tentativa de estabilizar o produto e o emprego pode provocar uma inflação renitente e hipersensível aos choque de oferta.

## 11. Teoria keynesiana e expectativas racionais

A maior parte da literatura macroeconômica sobre expectativas racionais combina o modelo neoclássico com a teoria aceleracionista da curva de Phillips. O instrumental das expectativas racionais, no entanto, adapta-se perfeitamente à apresentação da teoria keynesiana em versão estocástica. A primeira providência consiste em substituir a equação quantitativa (41) por duas outras:

$$y_t - \hat{y}_t = c - d(r_t - E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)) + h_t + e_{1t} \tag{63}$$

$$m_t - p_t + e_{2t} = fy_t - gr_t \tag{64}$$

a primeira dessas equações descrevendo a demanda agregada (curva $IS$), que se supõe em equilíbrio com a oferta, a segunda o equilíbrio no mercado financeiro (curva $LM$); $c, d, f, g$ são constantes positivas; $r_t$ a taxa de juros; $h_t$ o efeito direto da política fiscal sobre a demanda agregada; $e_{1t}$, $e_{2t}$ choques aleatórios, o primeiro na demanda, o segundo no mercado de ativos financeiros.

Em matéria de oferta agregada temos duas opções: ou tomarmos uma curva de Phillips na especificação (48) ou sermos fiéis ao texto original keynesiano supondo rígidos os salários nominais. Comecemos por esta última alternativa, incorporando ao modelo a equação (52):

$$y_t = a(p_t - \hat{w}_t) + b_t + v_t$$

Na versão tradicional, não cabe outra preocupação senão a estabilização do produto em $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$. Para isso o Governo deve escolher duas variáveis de política entre o efeito fiscal $h_t$, o logaritmo da oferta de moeda $m_t$ e a taxa de juros $r_t$, fixando regras de política para essas duas variáveis, e deixando que o sistema determine endogenamente a terceira. Em qualquer dos casos, $E_{t-1}p_t$ e $E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)$ determinam-se por:

$$\hat{y}_t = a(E_{t-1}p_t - \hat{w}_t) + b_t + E_{t-1}v_t \tag{65}$$

$$\hat{y}_{t+1} - \hat{y}_t = aE_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + b_{t+1} - b_t - a(\hat{w}_{t+1} - \hat{w}_t) + E_{t-1}(v_{t+1} - v_t) \tag{66}$$

como resulta imediatamente da equação (52).

Comecemos pelo caso em que o Governo escolhe como variáveis de política a oferta de moeda e a taxa de juros, fixando regras $m_t = E_{t-1}m_t$ e $r_t = E_{t-1}r_t$. Trata-se de uma hipótese pouco prática, pois é difícil manejar a variável fiscal $h_t$ como variável endógena, mas a solução analítica é muito simples, envolvendo apenas a equação (64): tomando-se $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$:

$$m_t - E_{t-1}p_t + E_{t-1}e_{2t} = f\hat{y}_t - gr_t \tag{67}$$

$E_{t-1}p_t$ se determinando pela equação (65). Em macroeconomia não estocástica, isso corresponde a selecionar o ponto de pleno emprego numa curva $LM$, e ajustar a curva $IS$ de modo a passar por esse ponto. No bom estilo da síntese neoclássico-keynesiana das curvas $IS$ e $LM$, a equação (67) deixa ao Governo um grau de liberdade na combinação das regras de $m_t$ e $r_t$.

Uma segunda alternativa mais prática consiste em tomar o efeito fiscal $h_t$ e a taxa de juros $r_t$ como variáveis de política, deixando que a oferta de moeda se determine endogenamente. Trata-se agora de escolher o ponto de pleno emprego na curva $IS$ deixando que o sistema ajuste a curva $LM$ de modo a que passe por esse ponto. Agora, pela equação (63), as regras $h_t = E_{t-1} h_t$ e $r_t = E_{t-1} r_t$ devem combinar-se de modo a que:

$$c = d(r_t - E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)) + h_t + E_{t-1} e_{2t} \tag{68}$$

$E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)$ determinando-se pela equação (66).

A terceira alternativa consiste em escolher como variáveis de política $m_t$ e $h_t$, deixando que se determine endogenamente a taxa de juros. Eliminando-se $r_t$ nas equações (63) e (64) chega-se a:

$$(1+A)y_t - \hat{y}_t = B(m_t - p_t) + d\, E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + h_t + e_t \tag{69}$$

onde $A = df/g$, $B = d/g$, $e_t = e_{1t} + (d/g)e_{2t}$.

A regra anticíclica $E_{t-1}m_t = m_t$ e $E_{t-1}h_t = h_t$ deve ser tal que $E_{t-1}y_t = \hat{y}_t$, ou seja:

$$A\hat{y}_t = Bm_t - BE_{t-1}p_t + d\, E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + h_t + E_{t-1} e_t \tag{70}$$

$E_{t-1}p_t$ e $E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)$ ficando determinados pelas equações (65) e (66).

Suponhamos agora flexíveis os salários nominais e preços. Ao invés da equação (52) devemos agora introduzir uma curva de Phillips na forma (48) para especificar a oferta agregada:

$$y_t - \hat{y}_t = (b_0(I - E_{t-1}) + b_1 R_{t-1} + \ldots + b_{n-1} R_{t-n+1})\, p_t + u_t.$$

Deixemos de lado, como pouco prática, a escolha simultânea de $m_t$ e $r_t$ como variáveis de política. A novidade agora é que a escolha do efeito fiscal e da taxa de juros como variáveis exógenas, deixando flutuar passivamente a oferta de moeda, é altamente inconveniente por deixar indeterminado o nível geral de preços. Com efeito, se $m_t$ e $p_t$ são processos estocásticos que servem de solução para o modelo formado pelas equações (48), (63) e (64), qualquer que seja a constante $m$, $m_t + m$ e $p_t + p$ também servirão de solução para o modelo. Essa indeterminação (que não existe no modelo com salários nominais rígidos) se entende facilmente: se todos os agentes econômicos sabem que o Banco Central acomodará qualquer variação de preços por igual variação percentual na oferta de moeda, o nível de preços fica indeterminado. Trata-se da contrapartida estocástica da clássica observação de Wicksell, de que não é possível ao mesmo tempo controlar juros e preços.

Admitimos, pois, que o Governo escolha como variáveis de política o efeito fiscal $h_t$ e a oferta de moeda $m_t$, deixando que a taxa de juros flutue como variável endógena. Podemos agora usar o modelo resumido nas equações (48) e (69) para determinar as regras ótimas: a) de política anticíclica; b) de estabilização de preços.

Pelo que já se viu na seção 8, com a oferta agregada especificada pela equação (48), a regra ótima de política anticíclica deve ser tal que os choques de oferta, à medida que sejam percebidos, se repassem integralmente às expectativas de preços e nada às expectativas do produto. Em suma:

$$R_{t-i}y_t = R_{t-i}(b_i p_t + u_t) = 0$$

Como a equação (69) não apenas envolve $p_t$, mas também $p_{t+1}$, é necessário avançar um período:

$$R_{t-i}\,y_{t+1} = R_{t-i}(b_{i+1}\,p_{t+1} + u_{t+1}) = 0$$

Aplicando a projeção $R_{t-i}$ à equação (69):

$$R_{t-i}(B\,(m_t-p_t) + d(p_{t+1}-p_t) + h_t + e_t) = 0$$

e, portanto:

$$R_{t-i}(Bm_t + h_t) = R_{t-i}\,(\,(B + d)p_t - dp_{t+1} - e_t)$$

Ou, entrando com as expressões de $R_{t-i}p_t$ e $R_{t-i}p_{t+1}$:

$$R_{t-i}(Bm_t+h_t) = -R_{t-i}e_t - (B + d)/b_i\,R_{t-i}\,u_t + d/b_{i+1}\,R_{t-i}u_{t+1}$$

Como se supõe a existência de uma regra de política monetária e fiscal:

$$Bm_t+h_t = E_{t-1}(Bm_t+h_t) = (R_{t-1} + \ldots + R_{t-n+1})\,(Bm_t+h_t) + E_{t-n}(Bm_t+h_t)$$

de onde se chega à regra ótima de política anticíclica:

$$Bm_t + h_t = E_{t-n}(Bm_t + h_t) - \sum_{1}^{n-1} R_{t-i}(e_t + (B + d)u_t/b_i) +$$

$$+ \sum_{1}^{n-2} dR_{t-i}\,(u_{t+1}/b_{i+1}) \qquad (71)$$

Fórmula que é visivelmente aparentada com a da equação (49).

Se o objetivo da política é estabilizar preços, no sentido $E_{t-1}p_t = E_{t-1}p_{t+1} = p$, já vimos que os choques de oferta devem ser todos repassados ao produto e nada aos preços, isto é:

$$R_{t-i}p_t = 0$$

Daí se segue, pela equação (48) que:

$$E_{t-1}y_t = \hat{y}_t + E_{t-1}u_t$$

Aplicando a projeção $E_{t-1}$ à equação (69), usando a relação acima e $E_{t-1}p_t = E_{t-1}p_{t+1} = p$, e lembrando que, como existe uma regra monetária e fiscal, $E_{t-1}(Bm_t + h_t) = Bm_t + h_t$, chega-se a:

$$Bm_t + h_t = Bp + A\hat{y}_t + E_{t-1}((1+A)u_t - e_t) \qquad (72)$$

Tal como no caso da seção 8, os choques de oferta são o pomo da discórdia entre as políticas ótimas de estabilização do produto e dos preços.

## 12. Política antiinflacionária e expectativas racionais (II)

A experiência mostra que para baixar abruptamente a taxa de inflação é preciso seguir um certo ritual e aceitar determinados sacrifícios de transição. O ritual consiste em reduzir bruscamente a taxa de expansão monetária, com mais austeridade a curto prazo do que numa perspectiva de longo prazo. O sacrifício inevitável é uma queda temporária do produto abaixo do nível potencial. E, como efeito colateral, a taxa de juros costuma subir num primeiro impacto, descendo posteriormente a níveis bem inferiores aos iniciais.

Todos esses fenômenos podem ser explicados pelo modelo constituído das equações (48), (63) e (64). Para simplificar a discussão, deixaremos de lado o efeito fiscal, tomando $h_t = 0$, e suporemos os choques de oferta e de procura ortogonais aos conjuntos de informações, isto é $E_{t-1}u_t = E_{t-1}e_t = 0$.

Admitamos que até o período *0* o Governo esteja seguindo uma regra de política monetária que origina uma inflação constante à taxa $k$. É fácil verificar, no modelo, que para tanto basta que a taxa de expansão de meios de pagamento se situe em $k + (\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1})f$. Suponhamos agora que no período *0* o Governo anuncia nova regra monetária com o objetivo de, a partir do período 1, estabilizar os preços em $p_0$. Trata-se de identificar qual a nova regra monetária, e de verificar os efeitos colaterais sobre o produto e a taxa de juros. Especificamente, a regra estabelece $E_{t-1}p_t = p_0$ para $t$ maior ou igual a 1.

A mudança de regra implica numa revisão de projeções entre o fim do período -1 e o fim do período *0*. Tem-se:

$$R_0 p_t = -kt \qquad \text{para } t > 1$$

Pela equação (48), por $n-1$ períodos o produto sofrerá os impactos dessa revisão:

$$E_0 (y_1 - \hat{y}_1) = -kb_1$$

$$E_1 (y_2 - \hat{y}_2) = -2kb_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$E_{n-2}(y_{n-1} - \hat{y}_{n-1}) = -(n-1)kb_{n-1}$$

$$E_{t-1}(y_t - \hat{y}_t) = 0, \text{ para } t > n$$

Pela equação (23) a seqüência $b_1, \ldots, b_{n-1}$ é decrescente, de modo que fica em aberto se o auge da crise ocorre no período 1, no período $n-1$ ou, como é mais provável, em algum período intermediário.

Vejamos agora o que acontece com a taxa de juros. Pela equação (63) (curva *IS*) até o período 0 teríamos:

$$0 = c - d(E_{t-1} r_t - k)$$

Entre os períodos 1 e $n-1$, teremos agora:

$$-kb_1 = c - dE_0 r_1$$

$$-2kb_2 = c - dE_1 r_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$-(n-1)kb_n = c - dE_{n-2}\, r_{n-1}$$

e, a partir do período $n$:

$$0 = c - dE_{t-1} r_t$$

É certo que, salvo choques, a taxa de juros no período $n$ é $k$ pontos percentuais inferior à do período 0, mas no intervalo muita coisa pode acontecer. Como $E_{-1} r_0 = c/d + k$ e $E_0 r_1 = c/d + k\, b_1/d$, desde que $b_1$ seja maior do que $d$, a taxa de juros, salvo choques, sobe do período 0 para o período antiinflacionário 1. A taxa de juros continua aumentando na medida em que se alargue o hiato entre o produto potencial e o efetivo, caindo daí por diante.

Vejamos agora a regra monetária. Tomando $E_{t-1} m_t = m_t$ e usando a curva *LM* (equação (64):

$$m_t = E_{t-1} p_t + fE_{t-1} y_t - g\, E_{t-1} r_t$$

Tendo em vista as expressões encontradas para $E_{t-1}y_t$ e $E_{t-1}r_t$:

$$m_0 = p_0 + f\hat{y}_0 - g(k + c/d)$$

$$m_1 = p_0 + f(\hat{y}_1 - kb_1) - g(c + kb_1)/d$$

$$m_2 = p_0 + f(\hat{y}_2 - 2kb_2) - g(c + 2kb_2)/d$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$m_{n-1} = p_0 + f(\hat{y}_{n-1} - (n-1)kb_{n-1}) - g(c + (n-1)kb_{n-1})/d$$

$$m_n = p_0 + f\hat{y}_n - gc/d$$

e, daí por diante:

$$m_t = p_0 + f\hat{y}_t - gc/d$$

Em suma, suponhamos que a oferta monetária se venha expandindo de $k + f(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1})$ por período, o que, salvo choques, mantém em $k$ a taxa de inflação por período. Em certo momento o Governo decide-se a estabilizar os preços. A longo prazo, como seria de se esperar, a taxa de expansão dos meios de pagamento deve reduzir-se a $f(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1})$. Mas, antes de chegar ao novo regime permanente, a política monetária deve ser conduzida em duas etapas de transição. Na primeira, em que sobe a taxa nominal de juros e em que o produto efetivo se distancia cada vez mais do potencial, a taxa de expansão monetária deve ficar abaixo de $f(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1})$. Passado o fundo da crise, a taxa nominal de juros começa a baixar e o produto efetivo a reaproximar-se do potencial. Nessa etapa de transição a taxa de expansão monetária deve ficar um pouco acima de $f(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1})$.

Para tornar menos penoso o sacrifício antiinflacionário, poderíamos, no exercício, reduzir a taxa de inflação de $k$ para $k'$, ao invés de $k$ para zero. Nem a álgebra nem as conclusões se modificariam significativamente.

**Abstract**

Rational expectations, in the sense of Muth (1961) became one of the most fruitful and controversial issues in the theoretical development of macroeconomics, in the last decade.

Since literature on rational expectations is of a rather technical nature, confusion is bound to occur, unless economists are able to distinguish which conclusions are due to hypotheses of rational expectations and which simply reflect the macroeconomic model in which rational expectations have been inserted. An analytical framework for systematically dealing with rational expectations seems to be an useful device to prevent such confusion and is presented in this paper. It basically consists of introducing a vector space of random variables, of

interpreting information sets as an appropriate subspace of this vector space and of understanding the *rational expectation* of a random variable as its orthogonal projection on the information subspace. Such a procedure establishes a highly suggestive isomorphism between geometrical projection and statistical predictions. Moreover, it easily enables us to deal with macroeconomic equations in which different economic agents make their predictions on the basis of different information sets.

A number of macroeconomic exercises will be developed by the use of this analytical framework. The most important conclusion is that the hypothesis of rational expectations is a very useful tool for modelling temporary equilibria, but does not represent any sort of revolutionary instrument. Except for some very useful information on the conditional variance of shocks, the macroeconomics of rational expectations does not substantially differ from the convencional and non-stochastic macroeconomics. According to the economic hypotheses of the models, one can either have a monetarist, a keynesian, a mixed, or even perhaps a marxist vision of the world. After all, rational expectations simply replicate the assumptions of the model that has been chosen.

## Bibliografia


Barro, R. J. & H. Grossman. *Money, employment and inflation*. Cambridge, University. 1976.

Bernstein, E. M. *Indexing money payments in a large and prolonged inflation*. Washington D. C. American Enterprise Institute, 1974.

Dornbusch, R. *Indexation and relative prices*. Rio de Janeiro. Fundação Getulio Vargas, 1980. Notas de aula.

______ & S. Fischer. *Macroeconomics*. New York, Mc-Graw-Hill 1978.

Fellner, W. *The controversial issue on comprehensive indexation*. Washington D.C., American Enterprise Institute, 1974.

Fischer, S. Long-term contracts, rational expectations and the optimal money supply rule. *Journal of Political Economy*, Jan. 1977.

Fisher, I. A statistical relation between unemployment and price changes. *International Labour Review*, June. 1926.

Friedman, M. *The Optimum quantity of money and other essays*. Chicago, Aldine, 1969.

______. *Monetary Correction*. Washington, D.C., American Enterprise Institute, 1974.

Giersch, H. *Index clauses and the fight against inflation*. Washington, D.C., American Enterprise Institute, 1974.

Gordon, R. J. The Theory of domestic inflation. *American Economic Review*, Feb. 1977.

Halmos, P. R. *Introduction to Hilbert space and the theory of spectral multiplicity*. New York, Chelsea. 1951.

Kafka, A. *Indexing for inflation in Brazil.* Washington D.C., American Enterprise Institute, 1974.

Lemgruber, A. C. An analysis of Friedman's hypotheses on monetary correction. *Explorations in Economic Research.* Winter 1977.

_______. *Inflação, moeda & modelos macroeconômicos – o caso do Brasil.* Rio de Janeiro, Fundação Getulio Vargas, 1978.

Lerner, A. The Inflationary process-some theoretical aspects. *Review of Economics and Statistics,* Ago. 1949.

Lipsey, R. G. The Relation between unemployment and the rate of change of money wages in the United Kingdom, 1862-1957: a further analysis. *Economica,* Feb. 1960.

Lucas, R. Some International evidence on output-inflation trade-offs. *American Economie Review,* June, 1973.

_______ & L. Rapping. Price expectations and the Phillips curve. *American Economic Review,* June, 1969.

Modgliani, F. The Monetarist controversy, or, should we forsake stabilization policies? *American Economic Review,* Mar. 1977.

Muth, J. F. Optimal properties of exponentially weighted forecasts. *Journal of the American Statistical Association,* June 1960.

_______. Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica,* Jul. 1961.

Sargent, T. J. Rational expectations, the real rate of interest and the natural rate of unemployment. *Brookings Papers on Economic Activity,* 1973.

_______. *Macroeconomics.* New York, Academic Press, 1979.

Shiller, R. Rational expectations and the dynamic structure of macroeconomic models. *Journal of Monetary Economics,* Jan. 1978.

Simonsen, M. H. *Macroeconomia.* Rio de Janeiro, APEC, 1974.

_______. *A Teoria da inflação e a controvérsia sobre indexação.* São Paulo, ANPEC, 1979.

Zenezini, M. Aspettative inflazionistiche, tasso naturale di disocupazione, curva di Phillips: considerazioni teoriche e verifica empirica per l'Italia, 1963-1976. *Rivista di Politica Economica,* Jan. 1979.