

## **Elasticidade de Engel no Brasil usando um sistema de equações com especificações Logit**

José W. Rossi\*

Cesar das Neves\*\*

As elasticidades foram aqui calculadas com base nos dados da pesquisa Endef (IBGE). Como o modelo utilizado atende a restrição orçamentária do consumidor, as elasticidades obtidas satisfazem as propriedades da agregação de Engel e da agregação de Cournot. As parcelas de dispêndio nos vários itens, ao longo das nove faixas de renda, foram previstas com relativa precisão. Quanto às elasticidades-renda, situaram-se sempre abaixo da unidade no caso do item Alimentação, e acima da unidade para Transportes, Educação e Recreação. As elasticidades do consumo com relação ao tamanho da família sugerem, por outro lado, que os dispêndios em Alimentação, Transportes e Educação aumentam à custa, sobretudo, de reduções nos gastos com Habitação e Despesas Diversas, à medida que aumenta o tamanho da família.

1. Introdução; 2. Metodologia; 3. Análise dos resultados.

### **1. Introdução**

A importância em conhecermos o valor preciso da elasticidade-renda no consumo familiar de um dado bem está no fato de isto permitir determinar com relativa precisão o impacto de certas políticas econômicas (por exemplo, uma política de redistribuição de renda) sobre o consumo agregado.

A metodologia proposta por Tyrrell & Mount (1982) é aqui utilizada para estimar a elasticidade-renda e a elasticidade de consumo com relação ao tamanho da família para os oito grandes itens da despesa familiar no Brasil, com base em dados da Endef (IBGE) relativos a 1974. Tal metodologia — que foi também recentemente usada por Cipriano & Brandt (1983) para estimar as elasticidades-renda no consumo de 11 produtos (ou grupo de produtos) agrícolas no Brasil (também com dados da Endef) — baseia-se num sistema de dispêndios relativos não-lineares. Mais precisamente, as parcelas de dispêndio são especificadas segundo o modelo Logit, permitindo então a sua estimação por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), já que o modelo transformado é linear nos parâmetros. Conforme argumentaram Tyrrell & Mount, as parcelas previstas

\* Da Universidade Federal do Rio de Janeiro e do Ipea/Inpes.

\*\* Da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

do dispêndio são, neste modelo, sempre positivas, o que se constitui numa vantagem sobre o modelo Translog, que, apesar da sua larga utilização para fins semelhantes, produz parcelas que podem ser negativas. Outra vantagem do modelo é que a função de demanda é suficientemente flexível para incluir entre as variáveis explicativas, além da renda familiar e os preços dos bens envolvidos, também variáveis sócio-demográficas como idade, origem, tamanho da família, etc. Ressalte-se ainda que no referido estudo de Cipriano & Brandt são melhores os resultados estimados com tal sistema de dispêndios relativos do tipo Logit do que aqueles obtidos nos sistemas tradicionais de dispêndios absolutos representados pelos modelos linear simples (Linear Expenditure System — LES) e linear expandido (Expanded Linear Expenditure System — ELES).

Uma última propriedade atrativa desse modelo é que, por satisfazer a restrição orçamentária do consumidor, as elasticidades por ele estimadas atendem importantes pressupostos da teoria clássica do comportamento do consumidor, como, por exemplo, as propriedades da adição representadas pela agregação de Engel e pela agregação de Cournot.

## 2. Metodologia

Suponha-se, inicialmente, a existência de  $n$  itens de dispêndios no orçamento familiar. Defina-se, em seguida, a parcela de dispêndio no item  $i$  como

$$w_i = \frac{D_i}{\sum_{j=1}^n D_j} = \frac{\varrho \text{Ln } D_i}{\sum_{j=1}^n \varrho \text{Ln } D_j} \quad (1)$$

onde  $\varrho$  representa exponencial,  $\text{Ln}$  é o logaritmo natural e  $D_i$  é o dispêndio no item  $i$ ; note-se que esta é a função da curva logística. Considere-se, adicionalmente, que a função  $f_j = \text{Ln } D_j$  tenha entre os seus argumentos variáveis como: dispêndio total das famílias ou nível de renda ( $M$ ), preços dos itens de dispêndio ( $P_j$ ), além de características sócio-demográficas das unidades familiares (por exemplo, idade do chefe da família ( $A$ ), tamanho médio da família ( $Z$ ), etc.); estas variáveis podem entrar (ou não) na sua forma logarítmica na equação. Para simplificar a exposição, omitiremos os argumentos da função  $f_j$ , escrevendo então a parcela de dispêndio no bem  $i$  como

$$w_i = \frac{\varrho f_i}{\sum_{j=1}^n \varrho f_j} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

No cálculo da elasticidade-renda ( $E_{im}$ ), elasticidade-preço ( $E_{ii}$ ), elasticidade-cruzada ( $E_{ik}$ ) e elasticidade de cada característica sócio-democrática ( $E_{ij}$ ), procedemos como segue. Primeiramente, seja a quantidade demandada do bem  $i$  representada por

$$Q_i = \frac{Mw_i}{P_i} = \frac{\rho f_i + \text{Ln}M - \text{Ln}P_i}{\sum_{j=1}^n \rho f_j} \quad (3)$$

já que  $M = \rho \text{Ln}M$  e  $P_i = \rho \text{Ln}P_i$ . É fácil demonstrar agora que essas elasticidades seriam, respectivamente (Tyrrell & Mount, 1982):

$$E_{im} = M \left( \frac{\partial f_i}{\partial M} - \sum_{j=1}^n w_j \frac{\partial f_j}{\partial M} \right) + 1 \quad (4)$$

$$E_{ii} = P_i \left( \frac{\partial f_i}{\partial P_i} - \sum_{j=1}^n w_j \frac{\partial f_j}{\partial P_i} \right) - 1 \quad (5)$$

$$E_{ik} = P_k \left( \frac{\partial f_i}{\partial P_k} - \sum_{j=1}^n w_j \frac{\partial f_j}{\partial P_k} \right) \quad \text{para } k \neq i \quad (6)$$

$$E_{iz} = Z \left( \frac{\partial f_i}{\partial Z} - \sum_{j=1}^n w_j \frac{\partial f_j}{\partial Z} \right) \quad (7)$$

Conforme notaram Tyrrell & Mount, a elasticidade-renda, por exemplo, não será constante nas várias faixas de renda e diferirá da unidade, para mais ou para menos, de acordo com o comportamento dos pesos  $w_j$  ao longo dessas diversas faixas de renda. De modo análogo, a elasticidade-preço se aproximará de -1, com a elasticidade-cruzada e elasticidade da característica familiar aproximando-se de zero. É fácil verificar ainda que as propriedades da agregação de Engel (isto é,  $\sum_{i=1}^n w_i E_{im} = 1$ ) e agregação de Cournot (isto é,  $\sum_{i=1}^n w_i E_{ij} = -w_j$ , para  $i \neq j$ ) são aqui satisfeitas.<sup>1</sup>

Para a estimação do modelo, considere-se que o dispêndio no bem  $i$  seja especificado como segue:

$$f_i = \text{Ln} D_i = \beta_{0i} + \beta_{1i} \text{Ln} M + \beta_{2i} \text{Ln} Z + u_i \quad (8)$$

<sup>1</sup>Isto pode ser mostrado de modo simples após aplicar diferenciação na restrição orçamentária  $P_1Q_1 + P_2Q_2 + \dots + P_nQ_n = M$ .

onde  $M$  é o nível de dispêndio médio total que denominaremos simplesmente de renda,  $Z$  é o tamanho médio da família,  $u$  é um erro aleatório e  $i = 1, 2, \dots, n$ . Tomando-se o dispêndio no item  $n$  como referencial, necessitamos estimar apenas os parâmetros de  $(n - 1)$  razões das parcelas de dispêndio, isto é:

$$f_i - f_n = \text{Ln} \left( \frac{D_i/M}{D_n/M} \right) = \text{Ln} \left( \frac{w_i}{w_n} \right) = \beta_{oi} - \beta_{on} + \left( \beta_{li} - \beta_{ln} \right) \text{Ln} M + \left( \beta_{2i} - \beta_{2n} \right) \text{Ln} Z + u_i - u_n \quad (9)$$

para  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ . Como  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$  tem-se que a previsão da parcela do dispêndio no item  $n$  seria então

$$\hat{w}_n = \left[ 1 + \sum_{j=1}^{n-1} \varrho \text{Ln} (w_j/w_n) \right]^{-1} \quad (10)$$

Enquanto a parcela prevista para o dispêndio no item  $i$  seria

$$\hat{w}_i = \hat{w}_n \varrho \text{Ln} (w_i/w_n) \quad (11)$$

para  $i = 1, 2, \dots, n - 1$

A elasticidade-renda e a elasticidade-tamanho da família seriam obtidas de acordo com as fórmulas (4) e (7), respectivamente, bastando apenas adaptá-las para a especificação dada em (8). Mais precisamente, da equação (3) vem

$$Q_j = \frac{\varrho (f_j - f_n + \text{Ln} M - \text{Ln} P_i)}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} \varrho (f_j - f_n)} \quad (12)$$

que, considerando-se os resultados em (9) e (10), fornece

$$Q_j = w_n \varrho \text{Ln} (w_j/w_n) + \text{Ln} M - \text{Ln} P_i \quad (13)$$

para  $j = 1, 2, \dots, n - 1$ . Segue, pois, que a elasticidade do item  $j$  com relação à variável  $x$ , digamos, seria

$$E_{jx} = \frac{\partial \text{Ln} \hat{w}_n}{\partial \text{Ln} x} + \frac{\partial \text{Ln} (w_j/w_n)}{\partial \text{Ln} x} + \begin{cases} 1 & \text{se } x = M \\ -1 & \text{se } x = P_i \\ 0 & \text{se } x = Z \end{cases} \quad (14)$$

Para o bem  $n$ , por outro lado, tem-se então (note que  $Q_n = w_n M/P_i$ ):

$$E_{nx} = \frac{\partial \text{Ln} \hat{w}_n}{\partial \text{Ln} w_x} + \begin{cases} 1 & \text{se } x = M \\ -1 & \text{se } x = P_i \\ 0 & \text{se } x = Z \end{cases} \quad (15)$$

Observe-se, finalmente, que de (10) vem:

$$\frac{\partial \text{Ln} \hat{w}_n}{\partial \text{Ln} x} = - \frac{n-1}{\sum_{j=1}^n \hat{w}_j} \frac{\partial \text{Ln} (w_j / w_n)}{\partial \text{Ln} x} \quad (16)$$

Note-se que as  $(n - 1)$  equações dadas em (9) são correlacionadas entre si, pois cada uma delas contém o erro aleatório  $u_n$ . Isto poderia sugerir à primeira vista que a estimação de Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) forneceria estimadores mais eficientes que a de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), já que as regressões são apenas aparentemente não-correlacionadas (ou, na denominação de Zellner, “seemingly unrelated regressions”). Ocorre, porém, que, por serem idênticas as variáveis explicativas nas diversas equações, tem-se, neste caso — ver, por exemplo, Johnston (1972) — que a aplicação de MQG ao sistema de equações equivale a aplicar MQO a cada equação isoladamente. Aplicou-se aqui, pois, o método dos MQO a cada razão das parcelas dos dispêndios.

### 3. Análise dos resultados

Conforme já salientado, os dados aqui utilizados provêm da pesquisa Endef realizada pelo IBGE entre 1973 e 1974. Apenas as elasticidades relativas ao Brasil como um todo foram estimadas neste estudo. Na tabela I confrontamos as parcelas do dispêndio previstas e observadas para os oito grandes itens do consumo familiar, ao longo de nove faixas de renda. Note-se que no item Alimentação — que é de longe o de maior peso no orçamento das famílias — é excelente a proximidade entre esses valores. Para os demais itens, todos de pequena importância relativa, a proximidade entre as parcelas previstas e observadas pode assim ser classificada: excelente para Vestuário; muito boa para Habitação, Higiene e Diversos; regular para Educação e Recreação (com certa imprecisão nas últimas faixas de renda); problemática para o item Transportes.

As elasticidades-renda estimadas nas várias faixas de renda estão na tabela 2. Como era de se esperar, as menores elasticidades referem-se ao item Alimentação, cujos valores encontram-se sempre abaixo da unidade, confirmando pois o seu caráter de “necessidade”. As maiores elasticidades, por outro lado, e cujos valores estão sempre bem acima da unidade (isto é, bens de luxo), são Transportes, Educação e Recreação. Os demais itens de dispêndio têm também elasticidades com valores maiores do que a unidade (exceto Vestuário nas

Tabela 1  
Parcelas do dispêndio: previstas *versus* observadas (%)  
BRASIL (Endef, 1974 — IBGE)

Itens	Faixas de renda <sup>1</sup>																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas	Previs- tas	Obser- vadas
Alimentação	64,59	64,11	59,65	60,93	52,09	52,42	44,35	43,93	38,84	38,10	32,97	32,00	26,78	26,37	19,0	19,09	11,25	11,58
Vestuário	5,36	5,42	6,79	6,76	7,91	7,59	8,58	8,30	9,0	9,14	9,23	9,40	9,28	9,44	8,93	8,98	8,25	8,17
Habitação	21,21	21,41	21,61	20,91	24,34	25,05	28,05	29,15	30,38	30,69	33,16	32,08	36,32	33,76	41,06	39,25	43,62	47,15
Higiene	3,93	3,93	4,93	4,96	5,84	5,85	6,53	6,56	6,98	6,78	7,35	7,31	7,62	7,47	7,71	7,57	7,54	7,83
Transportes	0,91	1,02	2,01	1,60	3,33	2,71	4,46	4,07	5,53	5,97	6,62	8,16	7,77	10,17	9,0	10,50	11,90	8,57
Educação	0,24	0,26	0,60	0,50	1,08	0,94	1,52	1,50	1,95	1,97	2,41	2,69	2,92	3,58	3,52	4,08	5,02	3,89
Recreação	0,29	0,30	0,54	0,52	0,84	0,74	1,12	1,00	1,38	1,38	1,66	1,90	1,98	2,19	2,40	2,93	3,21	2,56
Diversos	3,48	3,50	3,87	3,81	4,58	4,70	5,39	5,50	5,96	5,96	6,60	6,45	7,33	7,03	8,38	7,60	9,23	10,24

<sup>1</sup> Equivalência em número de salários mínimos (SM): 1 = menos que um SM; 2 = um SM e menos que dois SM; 3 = dois SM e menos que 3,5 SM; 4 = 3,5 SM e menos que cinco SM; 5 = cinco SM e menos que sete SM; 6 = sete SM e menos que 10 SM; 7 = 10 SM e menos que 15 SM; 8 = 15 SM e menos que 30 SM; 9 = 30 SM ou mais.

Tabela 2  
Elasticidade-renda do dispêndio familiar, Brasil (Endef, 1974 — IBGE)

Itens	Faixas de renda <sup>1</sup>								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alimentação	0,753	0,715	0,655	0,595	0,550	0,502	0,450	0,386	0,310
Vestuário	1,317	1,279	1,219	1,159	1,114	1,066	1,015	0,950	0,874
Habitação	1,460	1,422	1,362	1,302	1,257	1,209	1,158	1,093	1,017
Higiene	1,385	1,347	1,287	1,227	1,182	1,134	1,083	1,018	0,942
Transportes	1,807	1,768	1,709	1,648	1,603	1,555	1,504	1,440	1,364
Educação	1,911	1,872	1,813	1,752	1,707	1,659	1,608	1,544	1,468
Recreação	1,803	1,764	1,705	1,644	1,600	1,552	1,500	1,436	1,360
Diversos	1,513	1,474	1,415	1,354	1,310	1,262	1,210	1,146	1,070
Média ponderada	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

<sup>1</sup> Detalhes adicionais na tabela 1.

duas últimas faixas de renda, e Higiene na última faixa), embora não muito acima deste valor. Ressalte-se que essas elasticidades têm em geral valores semelhantes àqueles encontrados por Rossi (1983), utilizando uma metodologia proposta por Kakwani (1978), a qual é baseada nas curvas de concentração do dispêndio dos vários itens do consumo familiar. Como a tabela 2 confirma, a propriedade da agregação de Engel é efetivamente atendida; isto é, a média ponderada das elasticidades ao longo dos vários itens de dispêndio é igual à unidade para cada faixa de renda. Conforme notado no item 1, este resultado sempre ocorrerá, já que o modelo satisfaz a equação da restrição orçamentária do consumidor e só é apresentado aqui para verificar se as elasticidades foram corretamente calculadas.

A tabela 3, por outro lado, lista as elasticidades dos dispêndios com relação à variável tamanho da família. Note-se que o efeito do tamanho da família varia entre  $-0,9$  e  $+0,9$ , aproximadamente. Uma elasticidade positiva (negativa) estaria indicando que os dispêndios num bem crescem em detrimento (em favor) do dispêndio no outro bem à medida que aumenta o tamanho da família. Assim, os resultados da tabela 3 indicam que os dispêndios em Alimentação, Transportes e Educação aumentam à custa de reduções nos gastos com Habitação, Diversos e, em menor dose, Higiene, à medida que cresce o tamanho da família. Note-se ainda que a soma ponderada dessas elasticidades é, como era de se esperar, zero.

Como proposto por Tyrrell & Mount (1982), um indicador da economia de escala existente no consumo das famílias pode ser obtido somando-se os efeitos da renda e do tamanho da família sobre os dispêndios, ou seja, somando-se as elasticidades das tabelas 2 e 3. Tal soma, mostrada na tabela 4, daria, como sugerem Tyrrell & Mount, uma medida exata da economia de escala apenas quando o seu valor for unitário. Se este não for o caso, tem-se tão-somente um indicador da economia de escala, com os valores maiores (menores) que a unidade indicando deseconomia (economia) de escala; a unidade indicaria, é claro, retornos constantes de escala. Como revelam os valores da tabela 4, há retorno de escala constante nos dispêndios com Alimentação; forte deseconomia de escala nos dispêndios com Educação, Transportes e Recreação; deseconomia de escala moderada para Vestuário e Higiene; e, finalmente, forte economia de escala nos dispêndios com Habitação — indicando neste último caso que pouco sobem os dispêndios no item quando aumenta o tamanho da família, resultado que é aliás semelhante àquele encontrado por Tyrrell & Mount com dados de uma amostra de 392 famílias nos EUA em 1972.

Como última observação, note-se que, conforme indicado na tabela 5, há uma relativa regularidade na taxa de variação das elasticidades-renda ao longo das várias faixas de renda. Mais precisamente, as elasticidades sempre decrescem a taxas que não apenas são semelhantes entre si ao longo das faixas de renda dentro de cada item do dispêndio, mas sendo ainda semelhantes essas taxas

Tabela 3  
Elasticidade-tamanho da família do dispêndio familiar, Brasil (Endef, 1974 — IBGE)

Itens	Faixas de renda <sup>1</sup>								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alimentação	0,324	0,341	0,386	0,442	0,477	0,517	0,562	0,626	0,656
Vestuário	0,006	0,022	0,068	0,124	0,159	0,199	0,244	0,308	0,338
Habituação	- 0,866	- 0,850	- 0,804	- 0,748	- 0,713	- 0,673	- 0,628	- 0,564	- 0,534
Higiene	- 0,161	- 0,145	- 0,099	- 0,044	- 0,009	0,032	0,076	0,141	0,171
Transportes	0,486	0,502	0,548	0,604	0,639	0,679	0,724	0,788	0,818
Educação	0,593	0,609	0,655	0,711	0,746	0,786	0,830	0,895	0,925
Recreação	0,042	0,058	0,103	0,159	0,194	0,235	0,279	0,344	0,374
Diversos	- 0,738	- 0,721	- 0,676	- 0,620	- 0,585	- 0,544	- 0,500	- 0,435	- 0,405
Média ponderada	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

<sup>1</sup> Detalhes adicionais na tabela 1.

Tabela 4  
Economia de escala no dispêndio familiar, Brasil (Endef, 1974 — IBGE)

Itens	Faixas de renda <sup>1</sup>								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alimentação	1,077	1,056	1,041	1,037	1,027	1,019	1,012	1,012	0,966
Vestuário	1,323	1,301	1,287	1,283	1,273	1,265	1,259	1,258	1,212
Habituação	0,594	0,572	0,558	0,554	0,544	0,536	0,530	0,529	0,483
Higiene	1,224	1,202	1,188	1,183	1,173	1,166	1,159	1,159	1,113
Transportes	2,293	2,270	2,257	2,252	2,242	2,234	2,228	2,228	2,182
Educação	2,504	2,481	2,468	2,463	2,453	2,445	2,438	2,439	2,393
Recreação	1,845	1,822	1,808	1,803	1,794	1,787	1,779	1,780	1,734
Diversos	0,775	0,753	0,694	0,734	0,725	0,718	0,710	0,711	0,665

<sup>1</sup> Detalhes adicionais na tabela 1.

Tabela 5  
Razão entre as elasticidades-renda da tabela 2

Itens	Razão entre as faixas							
	2 e 1	3 e 2	4 e 3	5 e 4	6 e 5	7 e 6	8 e 7	9 e 8
Alimentação	0,950	0,916	0,908	0,924	0,915	0,896	0,858	0,803
Vestuário	0,971	0,953	0,950	0,961	0,957	0,952	0,936	0,920
Habitação	0,974	0,958	0,956	0,965	0,962	0,958	0,944	0,930
Higiene	0,973	0,955	0,953	0,963	0,959	0,955	0,940	0,925
Transportes	0,979	0,967	0,964	0,973	0,970	0,967	0,957	0,947
Educação	0,980	0,968	0,966	0,974	0,972	0,969	0,960	0,951
Recreação	0,978	0,967	0,964	0,973	0,970	0,967	0,957	0,947
Diversos	0,974	0,960	0,957	0,968	0,963	0,959	0,947	0,934

entre vários itens de dispêndio (exceto no caso de Alimentação, cuja taxa des- toa neste particular dos demais itens). Isso decorre do fato de que tais variações resultam de variações semelhantes que ocorrem nos pesos  $w_j$  ao longo das várias faixas de renda. Note-se da equação (14) que as elasticidades variam apenas em função desses pesos, já que os demais termos são os parâmetros da regressão que são, é claro, constantes ao longo das faixas de renda.

## Abstract

The elasticities were calculated here based on the Endef (IBGE) data. As the model used satisfies the consumer budget constraint, the elasticities fulfill the Engel and Cournot aggregation properties. The expenditure shares of the various items were predicted reasonably well along the nine income classes. As for the income-elasticities, they were always below unity in the case of Food, and above unity for Transportation, Education and Leisure. The elasticities of consumption with respect to the family size suggest, on the other hand, that as the family size increases, the expenditures on Food, Transportation, and Education increase mainly at the expenses of expenditures on Housing and Other Expenses.

## Referências bibliográficas

Cipriano, J. & Brandt, S. A. Sistema Logit Multinomial de demanda agrícola. *V Encontro Brasileiro de Econometria*. Belém, dez. 1983. p. 201-12.

Johnston, J. *Econometric methods*. New York, McGraw-Hill, 1972.

Kakwani, N. C. A New method of estimating Engel elasticities. *Journal of Econometrics*, 8(1): 103-10, Aug. 1978.

Rossi, J. W. Elasticidades de Engel para dispêndios familiares nas principais capitais brasileiras. *Revista Brasileira de Estatística*, 44(176): 381-451, out./dez. 1983.

Tyrrell, T. & Mount, T. A nonlinear expenditure system using a linear Logit specification. *American Journal of Agricultural Economics*, 64(3): 539-46, Aug. 1982.