

Poupança e crescimento econômico

Mario Henrique Simonsen

Como as taxas de poupança afetam as de crescimento a longo prazo é um problema teórico fascinante. O senso comum sugere que o aumento da taxa de poupança acelere a do crescimento do produto real, hipótese justificada na década de 40 pela fórmula de Harrod-Domar. Contudo, o próprio Harrod sugeriu uma teoria paralela, a do crescimento pela taxa natural, deixando uma charada: o crescimento equilibrado exigia uma improvável coordenação no fio da navalha da taxa de poupança, da relação capital/produto e da taxa natural.

Duas diferentes soluções para a charada Harrod foram apresentadas na década de 50. Uma, devida a Kaldor, posteriormente enriquecida por Pasinetti, outra devida a Solow e expandida mais adiante por Samuelson e Modigliani. Kaldor, admitindo que a propensão média a poupar dos capitalistas excedesse a dos trabalhadores, postulou que a distribuição de renda ajustaria a taxa de poupança média ao fio da navalha. Solow admitiu uma taxa de poupança constante s , uma taxa de crescimento constante g da força de trabalho e algo como uma função Cobb-Douglas envolvendo trabalho e capital. A conclusão era que a taxa de crescimento do produto convergiria para g . O resultado era obviamente muito pessimista, prevendo a estagnação da produtividade média do trabalho a longo prazo. Isso se devia à ausência de progresso tecnológico na função de produção de Solow, o que rapidamente se emendou com a hipótese de inovações Harrod-neutras: com o progresso tecnológico, o crescimento das unidades de trabalho oferecidas se daria a uma taxa $g+m$, superior à taxa de crescimento do número de trabalhadores. Como conseqüência, a taxa de crescimento do produto real convergiria para $g+m$, a taxa natural de Harrod.

Por mais de uma década a teoria do crescimento foi dominada pela controvérsia Cambridge-Cambridge, onde o fulcro da discussão era como se chegava ao equilíbrio no fio da navalha, se pelo ajuste da taxa de poupança, pelo da relação capital/produto ou ambos. A conclusão decepcionante é que, pelo menos dentro de certa faixa, a taxa de poupança em nada afetava a de crescimento econômico a longo prazo.

Este artigo passa em revista as teorias passadas e recentes de crescimento, procurando explicar por que as taxas de poupança efetivamente podem afetar as de crescimento a longo prazo do produto. O fato de que essa relação não foi detectada na controvérsia Cambridge-Cambridge explica-se trivialmente: todos os seus modelos tomam como exógena a taxa de progresso tecnológico, como se ela pudesse cair do céu. Uma avenida aberta por Lucas em 1988 é introduzir o capital humano na função de produção, levando em consideração a criação de externalidade. No caso, taxas mais altas de poupança, maiores investimentos em capital humano e maiores taxas de crescimento a longo prazo são o resultado conjunto de menores taxas de desconto das utilidades do consumo futuro. Um

modelo muito mais simples, apresentado na última seção do artigo, chega à mesma conclusão, lembrando que é preciso investir para mudar os coeficientes técnicos de produção.

1. Introdução; 2. A controvérsia Cambridge-Cambridge sobre o crescimento; 3. O questionamento da elasticidade de substituição; 4. Rendimentos crescentes de escala; 5. Progresso tecnológico exógeno; 6. Capital humano e crescimento econômico; 7. Investimento na mudança de coeficientes técnicos; 8. Conclusões.

1. Introdução

Que a taxa de poupança é um dos principais determinantes da taxa de crescimento econômico é uma das mais veneráveis proposições da teoria do crescimento. Ela se explica facilmente num modelo onde o único fator limitativo ao crescimento, o produto Y seja o estoque de capital K :

$$Y = v^{-1}K \quad (1)$$

onde a constante v indica a relação capital/produto. Supondo que o investimento, igual à poupança, seja uma fração s do produto:

$$\dot{K} = sY \quad (2)$$

Segue-se que a taxa instantânea de crescimento do produto será dada pela fórmula de Harrod-Domar:

$$n_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{s}{v} \quad (3)$$

diretamente proporcional à taxa de poupança.

A questão se complica quando se lembra que o produto depende não apenas do estoque de capital K , mas também da força de trabalho L . Isto posto, ao invés de usar a equação (1), deve-se descrever o produto pela função de produção:

$$Y = f(K, L) \quad (4)$$

homogênea do primeiro grau em K , L e com elasticidade de substituição entre os fatores menor ou igual a 1. Admitamos que a taxa de poupança seja constante, igual a s , o que implica $\dot{K} = sY$, e que a força de trabalho cresça à taxa constante g :

$$n_L = \frac{\dot{L}}{L} = g \quad (5)$$

A conclusão agora é que, na melhor das hipóteses, a taxa de crescimento do produto convergirá para g . A título de exemplo, tomemos a função Cobb-Douglas:

$$Y = cK^aL^{1-a} \quad (0 < a < 1) \quad (6)$$

onde a e c são constantes positivas. Tomando logaritmos e derivando em relação ao tempo:

$$n_Y = an_K + (1-a)n_L = an_K + (1-a)g$$

Segue-se que a taxa de crescimento da relação produto/capital será expressa por:

$$n_{Y/K} = n_Y - n_K = (1-a)(g - n_K)$$

Tendo em vista que $\dot{K} = sY$, resulta $n_K = s \frac{Y}{K}$. Portanto:

$$n_Y = as \frac{Y}{K} + (1-a)g \quad (7)$$

$$n_{Y/K} = (1-a)(g - s \frac{Y}{K}) \quad (8)$$

Como mostra a figura 1, por essa última equação, Y/K converge para g/s . Levando esse resultado à equação (7), conclui-se que a taxa de crescimento do produto n_Y converge para g .

O exercício anterior, com a função Cobb-Douglas, resume o modelo de Solow (1956). A primeira conclusão é que, a longo prazo, a taxa de crescimento do produto real depende apenas da taxa de crescimento da força de trabalho, e não da taxa de poupança. A segunda é que, a longo prazo, o produto por trabalhador ativo $y = Y/L$ converge um nível y^* de saturação. A taxa de poupança afeta apenas esse nível de saturação y^* . Com efeito, a equação (6) pode se reescrita sob a forma:

$$(Y/K)^a y^{1-a} = c$$

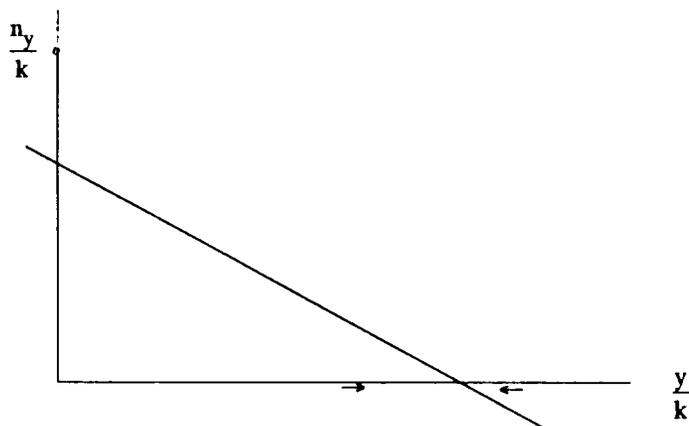
Como Y/K converge para g/s , resulta:

$$(g/s)^a (y^*)^{1-a} = c$$

ou seja:

$$y^* = (c (s/g)^a)^{\frac{1}{1-a}} \quad (9)$$

Figura 1



Por cerca de 20 anos a teoria do crescimento econômico andou engasgada com essa conclusão do modelo de Solow: a taxa de crescimento a longo prazo do produto independia da taxa de poupança. O modelo gerou a apelidada controvérsia Cambridge-Cambridge, que será descrita na seção 2, mas que no fundo se resumia a uma questão secundária: é a relação capital/produto que se ajusta à taxa de poupança de modo a se ter $s/v=g$ como no modelo de Solow, ou o inverso?

Vários caminhos alternativos foram pesquisados para escapar das duas conclusões indigestas que eram o único ponto de concordância na controvérsia Cambridge-Cambridge: as de que, a longo prazo, a taxa de crescimento do produto real independia da taxa de poupança, e que o produto por trabalhador ativo convergia para a estagnação.

Um caminho, descrito na seção 3, tomava funções de produção homogêneas $Y=f(K,L)$, mas com elasticidade de substituição entre os fatores maior do que 1. Os resultados eram convincentes, mas a premissa básica indigesta. Com efeito, essas funções de produção contemplam um mundo que tanto pode produzir sem capital físico, como apenas robôs sobreviventes à liquidação da humanidade por bombas de nêutrons.

Uma segunda avenida, explorada na seção 4, admitia rendimentos crescentes de escala na função de produção $Y=f(K,L)$. Com isso, o produto por trabalhador ativo não mais convergia para a estagnação. Contudo, era difícil explicar qualquer influência da taxa de poupança sobre a taxa de crescimento a longo prazo.

Um terceiro caminho, descrito na seção 5, consistia em admitir que a função de produção se deslocasse no tempo, por força do progresso tecnológico, na

forma $Y=f(K,Le^{mt})$. A conclusão agora era a de que a taxa de crescimento do produto convergiria para $g+m$, já que o progresso tecnológico multiplicava as unidades de trabalho além da taxa de crescimento da população. A conclusão desse caminho era equivalente à do segundo: a taxa de crescimento do produto por trabalhador ativo convergiria para m , independentemente da taxa de poupança. Esse foi o caminho mais explorado pela teoria do desenvolvimento econômico na década de 60. Seu defeito mais grave era pressupor que a taxa de progresso tecnológico caísse do céu.

As avenidas mais promissoras são as que tratam o progresso tecnológico como variável endógena, dependendo do que se invista em tecnologia e capital humano. A seção 6 discute o problema partindo de uma função de produção do tipo $Y=F(K,T,L-T)$, onde T é o tempo acumulado ao longo da história no treinamento de recursos humanos. A conclusão interessante a que se chega é que, se a função de produção for homogênea do primeiro grau (o que equivale a tratar o capital humano como bem privado), volta-se ao modelo de Solow: a taxa de poupança não afeta a taxa de crescimento a longo prazo do produto. Pode-se, no entanto, chegar à conclusão oposta introduzindo as externalidades associadas à formação de capital humano, ou seja, lembrando que o tempo dedicado por um indivíduo ao estudo e à pesquisa não apenas aumenta a sua produtividade, mas também a produtividade dos demais indivíduos. Essa é uma conclusão muito importante obtida por Robert Lucas (1988).

A seção 7 explora um caminho alternativo, partindo de uma função de produção $Y = \min \{a(t)K ; b(t)L\}$, onde os coeficientes técnicos de produção podem ser mudados desde que se invista nessa mudança tecnológica. A relação entre taxa de poupança e taxa de crescimento a longo prazo aí se torna imediata: com efeito, a poupança pode agora ter três destinos – aumentar o capital físico, aumentar a produtividade do capital ou aumentar a produtividade do trabalho. Com isso estabelece-se um sistema de vasos comunicantes que soluciona o problema de Harrod do equilíbrio no fio da navalha.

2. A controvérsia Cambridge-Cambridge sobre o crescimento

Tomemos uma economia onde o produto Y se obtém a partir de dois fatores, o estoque de capital K e a força de trabalho L de acordo com a função de produção homogênea do primeiro grau:

$$Y = F(K,L) = Lf(k) \quad (10)$$

onde:

$$k = \frac{K}{L} \quad (11)$$

é a relação capital/mão-de-obra. Suporemos que:

- i) $f(0)=0$
- ii) $f'(k) > 0$

$$\text{iii) } f''(k) < 0$$

$$\text{iv) } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = 0$$

As hipóteses *ii* e *iii* correspondem à venerável lei dos rendimentos decrescentes. As hipóteses *i* e *iv* se verificam desde que se admita que a elasticidade de substituição entre os fatores seja menor ou igual a 1.

Suponhamos que a poupança líquida = investimento líquido seja uma fração constante s do produto:

$$\dot{K} = \frac{d}{dt}(kL) = \dot{k}L + k\dot{L} = sY$$

e que a força de trabalho se expanda a uma taxa constante e positiva g :

$$\dot{L} = gL \quad (12)$$

Combinando essas relações com as equações (10) e (11), chega-se à dinâmica da relação capital/mão-de-obra:

$$\dot{k} = sf(k) - gk \quad (13)$$

podendo levar a dois casos, indicados na figura 2a e b:

Caso A – Poupança normal: $sf'(0) > g$

Nesse caso, descrito na figura 2a, a relação capital/mão-de-obra converge para o limite k^* , tal que:

$$\frac{f(k^*)}{k^*} = \frac{g}{s} \quad (14)$$

o que significa que a relação capital/produto $K/Y = k/f(k)$ converge para s/g . O produto por trabalhador ativo Y/L converge para $f(k^*)$, o que significa dizer que a taxa de crescimento de Y/L converge para zero, e que a taxa de crescimento do produto total Y converge para g .

Como $f(k)/k$ é função decrescente de k , k^* será função crescente da taxa de poupança s . Isso confirma as conclusões antecipadas na introdução: quanto maior a taxa de poupança, maior o nível de equilíbrio final da relação capital/mão-de-obra do produto por trabalhador ativo e da relação capital/produto. Só que, a longo prazo, a taxa de crescimento do produto por trabalhador ativo é igual a zero, independentemente da taxa de poupança s .

Caso B – Subpoupança: $sf'(0) \leq g$

Nesse caso, ilustrado na figura 2b, a relação capital/mão-de-obra k e o produto por trabalhador ativo $f(k)$ convergem para zero. Pela regra de l'Hospital, a

relação capital/produto $k/f(k)$ converge para $1/f'(0)$, o que significa que a taxa de crescimento do produto:

$$n_y = \frac{\dot{Y}}{Y} \rightarrow sf'(0)$$

Os dois casos podem ser sintetizados na fórmula:

$$n_y \rightarrow \min\{sf'(0);g\} \quad (15)$$

que indica que a taxa de poupança só pode afetar a taxa de crescimento a longo prazo do produto quando for excessivamente pequena, comparada à menor relação capital/produto tecnicamente possível. O modelo original de Solow, de 1956, supõe $f'(0)$ infinita, como na função Cobb-Douglas, concluindo que, em qualquer hipótese, n_y converge para g .

Uma abordagem alternativa focaliza o problema sob a ótica da trajetória ótima de crescimento. A taxa de poupança torna-se endógena, função da taxa de desconto das utilidades futuras.

Para tanto, notemos que, com a função de produção $Y=Lf(k)$, o consumo por trabalhador é dado por:

$$c = \frac{Y - \dot{K}}{L} = \frac{Lf(k) - \dot{k}L - k\dot{L}}{L} = f(k) - kg - \dot{k} \quad (16)$$

Suponhamos que a utilidade do consumo por trabalhador seja dada pela função côncava $U(c)$, e que o coeficiente de desconto das utilidades futuras seja e^{-it} . A trajetória ótima de crescimento é aquela que maximizar:

$$\int_0^{\infty} H(k, \dot{k}, t) dt = \int_0^{\infty} e^{-it} U(f(k) - kg - \dot{k}) dt$$

Trata-se de um problema padrão de cálculo de variações, onde se supõe conhecida a relação capital/mão-de-obra inicial k_0 , e onde a trajetória ótima de k é determinada pela equação de Euler:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{k}} \right) = \frac{\partial H}{\partial k}$$

e pela condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial H}{\partial \dot{k}} = 0$$

Tem-se, no caso, a equação de Euler:

$$(f'(k) - g - i)U'(c) + (f'(k)\dot{k} - g\dot{k} - \ddot{k}) U''(c) = 0$$

Figura 2a

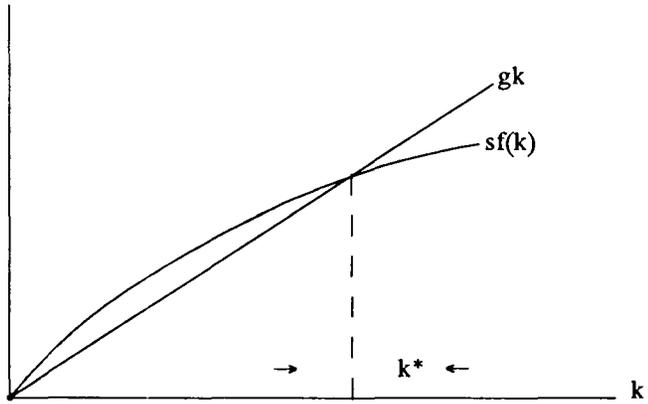
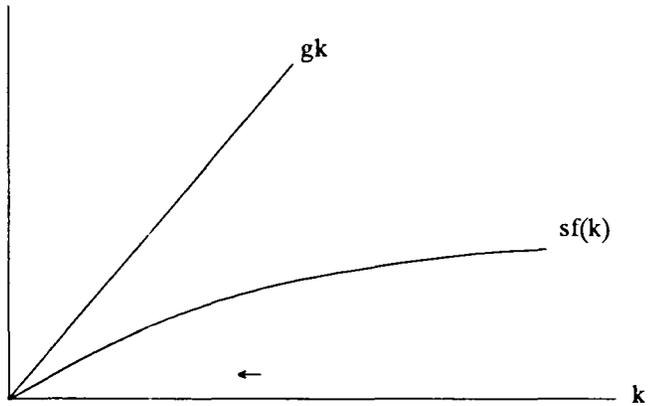


Figura 2b



e a condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-it} U'(c) = 0$$

Por essas equações é imediato que, se existir uma trajetória da relação capital/mão-de-obra em que $f'(k)$ convirja para $g+i$, essa trajetória descreverá o crescimento ótimo. Com algum esforço analítico, prova-se a existência da trajetória, desde que $f'(0) > g+i$ (para excluir a possibilidade de subpoupança).

A conclusão é que, na trajetória ótima de crescimento, k convergirá para k^* tal que:

$$f'(k^*) = g + i \quad (17)$$

Embora agora a poupança seja endógena e possivelmente variável, o resultado é extremamente semelhante à análise de Solow. Como $f'(k)$ é decrescente, quanto menor a taxa de desconto das utilidades futuras, maior o nível final da relação capital/mão-de-obra, do produto e do consumo por trabalhador ativo. Mas, como k converge para um limite, a taxa de crescimento do produto total converge para g qualquer que seja i , respeitada a desigualdade $f'(0) > g+i$. No modelo em questão, a taxa de poupança é dada por:

$$s = \frac{\dot{K}}{Y} = \frac{\dot{k} + kg}{f(k)}$$

convergindo para $\frac{gk^*}{f(k^*)}$, que é função crescente de k^* , e portanto decrescente de i .

Isso traduz a idéia de que a taxa de poupança é tanto maior quanto menos se descontam as utilidades do consumo futuro.

Voltando aos modelos de poupança exógena, a análise inicial desta seção nas linhas de Solow descreve uma situação em que a relação capital/produto se ajusta à taxa de poupança. Pode-se imaginar o mecanismo inverso, em que a taxa de poupança é que se ajusta à relação capital/produto. O pioneiro dessa idéia foi Kaldor (1955/1956), partindo do pressuposto de que a taxa de poupança dos trabalhadores s_w era inferior à taxa s_c de poupança dos capitalistas, e que a taxa de poupança podia ser ajustada por mudanças de distribuição de renda. Na realidade, é fácil conseguir uma síntese das idéias de Kaldor, aperfeiçoadas por Pasinetti, e as de Solow, melhoradas por Samuelson e Modigliani.

O primeiro passo consiste em diferenciar a poupança dos trabalhadores da dos capitalistas. Supondo que ambos poupem, uma fração z do estoque de capital pertencerá aos capitalistas, o complemento $1-z$, aos trabalhadores. Note-se que z pode variar no tempo. Isto posto, indicando por r a taxa de lucro, o produto se divide entre remuneração do capital Kr , e salários $Y-Kr$. Como parte do capital pertence aos trabalhadores, a renda dos capitalistas será zKr , a dos trabalhadores, $Y-zKr$. A poupança total da economia será:

$$\frac{dk}{dt} = s_w(Y - zKr) + s_c zKr = s_w Y + (s_c - s_w)Kr$$

Daí se segue que a taxa de crescimento do estoque de capital será dada por:

$$n_K = \frac{\dot{k}}{k} = s_w \frac{Y}{K} + (s_c - s_w) z r \quad (18)$$

O segundo passo consiste em lembrar que o investimento dos capitalistas é igual à sua poupança $s_c zKr$:

$$\frac{d}{dt}(zK) = \dot{z}K + z\dot{K}n_K = s_c zKr$$

de onde resulta:

$$\dot{z} = z(s_c r - n_K) \quad (19)$$

Essa equação, devida a Pasinetti (1974), depende apenas da hipótese de que os capitalistas poupem uma fração constante s_c da sua renda, que é o lucro do capital que lhes pertence. Dela se tiram duas conclusões preliminares muito importantes, as leis de Pasinetti:

A. Num modelo em que a taxa de crescimento do estoque de capital convirja para $G > 0$, e no qual a participação dos capitalistas convirja para $z^* > 0$, a taxa de lucro convergirá para:

$$r^* = \frac{G}{s_c} \quad (20)$$

B. Num modelo em que a taxa de crescimento do estoque de capital convirja para $G > 0$, e no qual a participação dos capitalistas no estoque de capital convirja para $z^* = 0$, a taxa de juros r num equilíbrio estável deve ser tal que:

$$r \leq \frac{G}{s_c} \quad (21)$$

Para obter a equação (20), basta tomar $\dot{z} = 0$ e $n_K = G$ na equação (19). Para chegar à desigualdade (21), basta notar que num equilíbrio estável com $z = 0$ deve-se ter $\dot{z} \leq 0$ para valores positivos e suficientemente pequenos de z .

A terceira etapa consiste em transformar as equações (18) e (19) num sistema diferencial envolvendo apenas a taxa de lucro r e a participação z dos capitalistas no estoque de capital. Para isso, notemos que:

a) a relação capital/mão-de-obra k é função decrescente da taxa de lucro r :

$$k = A(r) \quad (A'(r) < 0) \quad (22)$$

Num modelo de concorrência perfeita com a função de produção diferenciável $Y = Lf(k)$ isso decorre de que a taxa de lucro r é igual à produtividade

marginal do capital $f'(k)$, que é função decrescente de k . Podemos dispensar a hipótese de concorrência perfeita desde que conservemos a relação (22);

b) a relação capital/produto K/Y é função não-crescente $v(r)$ da taxa de lucro, como na figura 3. Isso resulta de que $K/Y = k/f(k)$ é função crescente de k e da relação (22). Suporemos, como na figura 3, que a relação capital/produto possa variar entre um máximo v_M e um mínimo v_m , que é a hipótese de Samuelson-Modigliani (1966). Nada impede que se tome $v_M = \infty$ e $v_m = 0$, como no modelo de Solow, ou $v_M = v_m = v$, como no modelo de Kaldor-Pasinetti.

c) suporemos que $rv(r)$, ou seja, a participação dos lucros no produto Kr/Y seja função não-decrescente de r . Isso resulta da hipótese de que a elasticidade de substituição entre os fatores seja menor ou igual a 1;

d) como $Kr \leq Y$, $rv(r) \leq 1$. No caso em que $v_m > 0$ isso impõe um limite máximo r' à taxa de juros, tal que $r'v(r') = rv_m = 1$

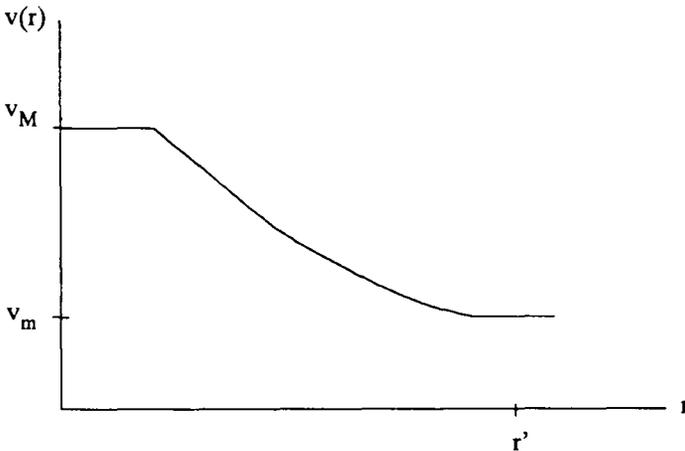
Isto posto, na equação (18) notemos que:

$$n_K = g + \frac{\dot{k}}{k} = g + \frac{A'(r)}{A(r)} i$$

e

$$\frac{Y}{K} = \frac{1}{v(r)}$$

Figura 3



e façamos:

$$u(r) = - \frac{A'(r)}{A(r)} \quad (23)$$

Resulta:

$$-u(r)\dot{r} = \frac{s_w}{v(r)} + (s_c - s_w)zr - g \quad (23')$$

onde $0 \leq s_w \leq s_c \leq 1$ e onde $0 \leq z \leq 1$.

Do mesmo modo, substituindo a equação (18) na equação (19):

$$v(r)\dot{z} = z(((1-z)s_c + s_w z)rv(r) - s_w) \quad (24)$$

As equações diferenciais (23') e (24) determinam as trajetórias de r e z . Num equilíbrio deve-se ter $\dot{r} = \dot{z} = 0$. Note-se, de saída, que em dois casos o equilíbrio é impossível:

- a) excesso de poupança: $s_w/v_M > g$. Nesse caso, o segundo membro da equação (23') é sempre positivo;
- b) falta de poupança: $s_c/v_m < g$. Nesse caso, o segundo membro da equação (23') é sempre negativo: como $z \leq 1$ e $rv(r) \leq 1$:

$$\frac{s_w}{v(r)} + (s_c - s_w)zr - g \leq \frac{s_w}{v(r)} + \frac{(s_c - s_w)}{v(r)} - g \leq \frac{s_c}{v_m} - g < 0$$

A intuição por trás desses casos de inexistência de equilíbrio é imediata. A taxa de crescimento do estoque de capital é tautologicamente a relação s/v entre a taxa de poupança e a relação capital/produto:

$$\frac{\dot{K}}{K} = s \frac{Y}{K} = \frac{s}{v}$$

Para que a taxa de lucro convirja, é preciso que a relação capital/mão-de-obra convirja, o que exige $n_K = s/v = g$. Mas:

$$\frac{s_w}{v_M} \leq \frac{s}{v} \leq \frac{s_c}{v_m}$$

Suponhamos, pois, que se tenha:

$$\frac{s_w}{v_M} < g < \frac{s_c}{v_m} \quad (25)$$

Seja $r^* = g/s_c$ e $v^* = v(r^*)$, como na figura 4. Por hipótese, $r^*v_m < 1$ o que indica que r^* é inferior ao limite máximo r' da taxa de juros, em que $r'v_m = 1$. Como $rv(r)$ é função crescente de r , conclui-se que $r^*v^* < 1$.

Há dois casos de equilíbrio possíveis:

A. O caso Pasinetti: equilíbrio com z convergindo para $z^* > 0$. Nesse caso, pela equação (20), a taxa de lucro deve convergir para $r^* = g/s_c$ e a relação capital/produto para $v^* = v(r^*)$. Tanto pela equação (23') quanto pela equação (24), tomando $\dot{r} = \dot{z} = 0$, chega-se a:

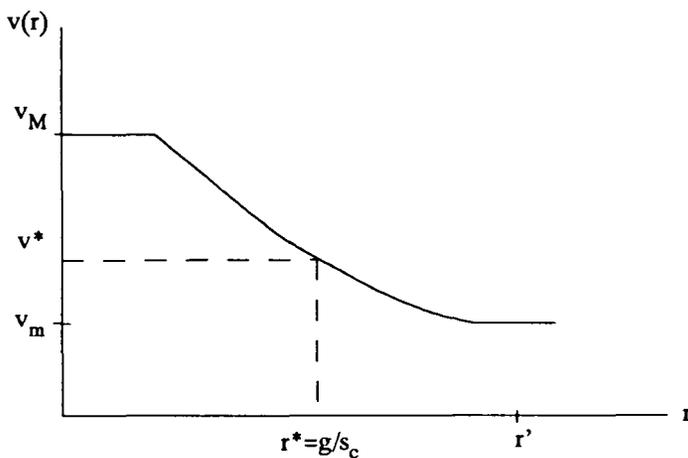
$$z^* = \frac{s_c(v^*g - s_w)}{(s_c - s_w)v^*g} \quad (26)$$

Essa expressão será positiva desde que:

$$\frac{s_w}{v^*} < g \quad (27)$$

Para provar que $z^* \leq 1$, basta notar que z^* é função decrescente de s_w e que, para $s_w = 0$, $z^* = 1$.

Figura 4



B. O caso anti-Pasinetti: equilíbrio com eutanásia dos capitalistas, isto é, com z convergindo para $z^*=0$.

Com $z=0$, automaticamente se tem $\dot{z} = 0$ na equação (24). Para que se tenha $\dot{r} = 0$ na equação (23'), é necessário e suficiente que

$$s_w = gv(r) \quad (28)$$

Pela desigualdade (21), para que esse equilíbrio seja estável, é necessário que se tenha $r \leq r^*$, e portanto $v(r) \geq v^*$. Logo, um equilíbrio estável com eutanásia dos capitalistas só pode existir, portanto, se

$$\frac{s_w}{v^*} \geq g \quad (29)$$

O que até agora provamos é que, desde que $\frac{s_w}{v_M} < g < \frac{s_c}{v_m}$, só pode haver um equilíbrio com z^* positivo se $\frac{s_w}{v^*} < g$, e só pode haver um equilíbrio estável com eutanásia dos capitalistas se $\frac{s_w}{v^*} \geq g$. Resta provar que esses equilíbrios são realmente estáveis. Para isso, recorramos aos diagramas de fase das figuras 5a, 5b e 5c.

Figura 5a

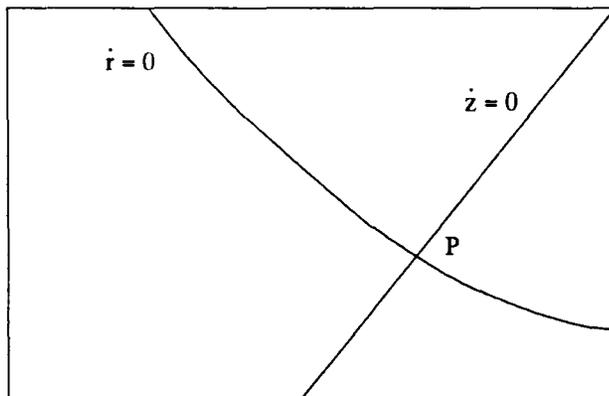


Figura 5b

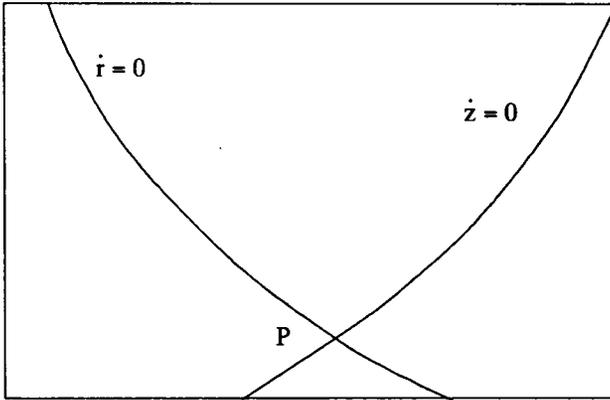
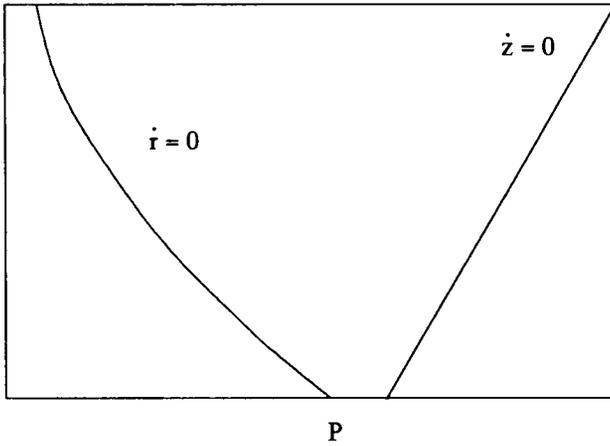


Figura 5c



O segundo membro da equação (23') é função crescente de r e z . Isso significa que a curva $\dot{r} = 0$ é negativamente inclinada, como nas figuras 5a, 5b e 5c. Pela equação (23'), a taxa de juros cai à direita dessa curva e aumenta à esquerda da curva.

Do mesmo modo, como $s_c \geq s_w$ e como $r\nu(r)$ é função não-decrescente de r , a curva $\dot{z} = 0$ é positivamente inclinada no interior do primeiro quadrante, além de incorporar o eixo das abscissas $z=0$. Acima da curva $\dot{z} = 0$, z é decrescente, abaixo é crescente.

Se as curvas $\dot{r} = 0$ e $\dot{z} = 0$ se interceptarem no interior do primeiro quadrante, o ponto de interseção P é o único equilíbrio estável, como nas figuras 5a e 5b. No caso, a taxa de lucro no ponto P é igual a $r=g/s_c$, z sendo dado pela fórmula (26). É possível, como na figura 5b, que as duas curvas se interceptem no ponto P do primeiro quadrante, mas que $\dot{r} = 0$ toque o eixo das abscissas no ponto Q . No caso, Q é um equilíbrio instável, pois $z=0$, mas a taxa de juros é superior à abscissa g/s_c do ponto P . O caso de equilíbrio estável com eutanásia dos capitalistas é o da figura 5c, em que a curva $\dot{r} = 0$ se situa inteiramente à esquerda de $\dot{z} = 0$.

A conclusão é que, desde que não haja excesso nem falta de poupança, há um equilíbrio estável com $z^* > 0$ se e somente se $s_w/\nu^* < g$, e um equilíbrio estável com eutanásia dos capitalistas se e somente se $s_w/\nu^* \geq g$.

3. O questionamento da elasticidade de substituição

Vale dar um balanço do que foi visto na seção precedente. O ponto de partida foi a função de produção homogênea do primeiro grau:

$$Y = F(K,L) = Lf(k)$$

com elasticidade de substituição entre os fatores menor ou igual a 1. É importante sublinhar as implicações analíticas dessa hipótese.

Supondo-se concorrência perfeita, a taxa de lucro é a produtividade marginal do capital f_K , o salário unitário a produtividade marginal do trabalho. Como a função de produção é homogênea do primeiro grau, o teorema de Euler assegura a exaustão do produto pela remuneração dos fatores:

$$Y = Kf_K + Lf_L$$

Vejamos como varia a relação entre a remuneração total do capital e do trabalho quando se altera a relação capital/mão-de-obra. Essa relação entre as participações na renda é dada por:

$$x = \frac{Kf_K}{Lf_L} = k \frac{f_K}{f_L}$$

Por definição, a elasticidade de substituição e_s é a elasticidade de k em relação f_L/f_K . Segue-se que a elasticidade de f_K/f_L em relação a k é o inverso da elas-

tidade de substituição com o sinal trocado. Isto posto, como a elasticidade de um produto é a soma das elasticidades, a elasticidade de x em relação a k é dada por:

$$e_x = (1 - 1/e_s)$$

Isto posto, dizer que a elasticidade de substituição entre os fatores é menor ou igual a 1 é o mesmo que dizer que a relação entre as fatias do capital e do trabalho no bolo é função não-crescente de k . Ou, equivalentemente, que a participação Kf_K/Y da remuneração do capital no produto seja função não-crescente de k . Ou, como a taxa de lucro $r = f_K = f'(K)$ é função decrescente da relação capital/mão-de-obra k , dizer que a fatia do capital no bolo $Kr/Y = rv(r)$ é função não-decrescente de r , como admitimos na seção precedente.

A hipótese de que a elasticidade de substituição entre os fatores seja menor ou igual a 1 também implica duas outras hipóteses adotadas na seção anterior, quais sejam:

$$f(0) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = 0$$

Com efeito, seja:

$$a = \frac{f'(1)}{f(1)} \quad (0 < a < 1) \tag{30}$$

A hipótese de elasticidade de substituição menor ou igual a 1 implica dizer, em concorrência perfeita, que a participação da remuneração do capital no produto $Kr/Y = kf'(k)/k$ é função não-crescente de k . Isso significa que, para $0 < k < 1$:

$$\frac{kf'(k)}{f(k)} \geq a$$

ou, equivalentemente:

$$\frac{f'(k)}{f(k)} \geq \frac{a}{k}$$

Integrando de k a 1:

$$\log f(1) - \log f(k) \geq -a \log k$$

Como $f(k)$ é não-negativa, fazendo k tender para zero, a desigualdade acima exige $f(0) = 0$.

Do mesmo modo, para $k > 1$:

$$\frac{f'(k)}{f(k)} \leq \frac{a}{k}$$

Integrando de 1 a k :

$$\log f(k) - \log f(1) \leq a \log k$$

ou, equivalentemente:

$$\log \frac{f(k)}{k} - \log f(1) \leq (a-1) \log k$$

Como $0 < a < 1$ (participação dos lucros no produto para $k=1$), fazendo k tender para o infinito, conclui-se que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = 0$$

Vale, a essa altura, um balanço da controvérsia Cambridge-Cambridge sobre o crescimento econômico. No seu famoso artigo de 1956, Solow investigou o que aconteceria numa economia com função de produção homogênea do primeiro grau $Y=f(K,L) = Lf(k)$ onde a força de trabalho crescesse a uma taxa g e a taxa de poupança líquida fosse igual a s . A função de produção supunha-se diferenciável, a relação capital/produto $v(k)=k/f(k)=K/Y$ podendo variar de zero a infinito. A conclusão era de que a relação capital/produto convergiria para $v^* = s/g$, de modo a que a taxa de crescimento do estoque de capital $n_K=s/v$ convergisse para a taxa g de crescimento da força de trabalho. Com capital e trabalho crescendo à taxa g , a taxa de crescimento do produto convergiria também para g , e a taxa de crescimento do produto por trabalhador Y/L para zero, independentemente da taxa de poupança.

Do outro lado do Atlântico, Kaldor (1955/1956) partira da função de produção com proporções fixas, $Y = \min \{v^{-1}K; aL\}$, ou seja, supondo constante a relação capital/produto. Essa função gerava o clássico problema de Harrod do equilíbrio no fio da navalha: para que fosse possível o crescimento com plena ocupação de ambos os fatores era preciso que se verificasse a coincidência $s=vg$. Kaldor admitiu que a distribuição de renda proporcionasse essa coincidência. Para isso postulou que a taxa média de poupança dos trabalhadores s_w fosse inferior à taxa média s_c de poupança dos capitalistas, sendo:

$$s_w < vg < s_c \quad (31)$$

Isto posto, as participações x_w e x_c dos capitalistas no produto ($x_w+x_c=1$) se ajustariam de modo que:

$$s = s_w x_w + s_c x_c = vg \quad (32)$$

isto é, que a taxa de poupança média s , dividida pela relação capital/produto v , fosse igual à taxa g de crescimento da força de trabalho.

Na versão original, Kaldor admitiu que a renda do capital pertencesse aos capitalistas, a do trabalho aos trabalhadores. Pasinetti, com muita propriedade, lembrou que ninguém poupa, a não ser que espere receber os lucros da poupança. Isto posto, além dos salários, uma fração $(1-z)$ dos lucros deveria adicionar-se à renda dos trabalhadores, desde que s_w fosse positivo. Assim, concluiu que, desde que se verificassem as desigualdades (31), a taxa de lucro convergiria para:

$$r = g/s_c$$

independendo tanto da taxa de poupança s_w dos trabalhadores, quanto da relação capital/produto v .

O núcleo da controvérsia Cambridge-Cambridge resumia-se a dois pontos. Primeiro, saber se era a relação capital/produto que se ajustava à taxa de poupança, como no modelo de Solow, ou se era a taxa de poupança que se ajustava à relação capital/produto, como na análise Kaldor-Pasinetti. Segundo, se a taxa de juros seria determinada pela produtividade marginal do capital, como no modelo de Solow (1956), ou pela equação de Pasinetti, $r=g/s_c$. Sob esse último aspecto, Pasinetti opôs um argumento poderoso: num modelo em que a taxa de crescimento do estoque de capital convergisse para g , e onde a participação dos capitalistas no estoque de capital convergisse para $z^* > 0$, necessariamente se teria $r=g/s_c$. A taxa de lucro só poderia ser diferente se o modelo levasse a $z^*=0$, isto é, à eutanásia dos capitalistas. Ainda assim, num equilíbrio estável deveria ter $r \leq g/s_c$.

Samuelson e Modigliani trataram de conciliar os modelos de Solow e da Kaldor-Pasinetti. Como tal, mantiveram a distinção entre a poupança s_w dos trabalhadores e a poupança s_c dos capitalistas, supondo $s_w \leq s_c$, e admitiram que a relação capital/produto pudesse variar entre os limites máximo v_M e mínimo v_m . A discussão da seção precedente apresenta uma versão estilizada da análise de Samuelson-Modigliani, onde se supõe que a relação capital/produto seja função não-crescente da taxa de lucro.

A primeira conclusão do modelo é que, para que seja possível o crescimento com plena ocupação de ambos os fatores, deve-se ter;

$$\frac{s_w}{v_M} < g < \frac{s_c}{v_m} \quad (33)$$

No modelo de Solow, em que $s_w=s_c=s > 0$, e em que $v_m=0$ e $v_M=\infty$, essa desigualdade se verifica trivialmente. No de Kaldor-Pasinetti, em que $v_m=v_M=v$, essas desigualdades equivalem à hipótese (31) de Kaldor. Satisfeita essa condição, o equilíbrio $s=vg$ se alcança por um ajustamento tanto da taxa média de poupança, via distribuição de renda, quanto da relação capital/produto $v(r)$, função não-crescente da taxa de lucro. Pela fórmula de Pasinetti sabe-se que se a participação dos capitalistas no estoque de capital convergir para $z^* > 0$, a taxa de lucro convergirá para $r^*=g/s_c$. Isto posto, seja $v^*=v(g/s_c)$. Se $s_w/v^* < g$, será impossível um equilíbrio com eutanásia dos capitalistas, pois a taxa de poupança convergirá para s_w , e a taxa de crescimento do estoque de capital não con-

seguiria acompanhar a da força de trabalho. Isto posto, no equilíbrio se terá $z^* > 0$, para engrossar a taxa média de poupança. Conseqüentemente, r convergirá para g/s_c e a relação capital/produto para v^* .

Já no caso em que $s_w/v^* \geq g$, a própria poupança dos trabalhadores é excessiva para permitir o crescimento com a relação capital/produto v^* . Isto posto, o excesso de oferta de capital baixa a taxa de lucro aquém de g/s_c , provocando a eutanásia dos capitalistas. A taxa de poupança converge para s_w , a taxa de lucro para o nível em que se tenha $s_w = gv(r)$.

Os modelos de Kaldor-Pasinetti e de Solow representam casos extremos da análise de Samuelson-Modigliani. No de Kaldor-Pasinetti, $v_M = v_m = v^*$. Pela desigualdade (31), para que exista equilíbrio é preciso que se tenha $s_w < v^*g$. Isto posto, há um único equilíbrio em que a taxa de lucro converge para $r^* = g/s_c$ e a participação dos capitalistas no estoque de capital para $z^* > 0$.

Já no modelo de Solow, $s_w = s_c = s$. A produtividade média do capital $f(k)/k$ converge para $g/s = g/s_c$. Logo, a taxa de lucro $r = f'(k)$, inferior à produtividade média do capital, converge para $r < g/s_c$, o que indica um equilíbrio com a eutanásia dos capitalistas.

O modelo de Samuelson-Modigliani permite que se analisem muitos outros casos intermediários. A título de exemplo, tomemos uma função Cobb-Douglas:

$$Y = cK^aL^{1-a} = cLk^a \quad (c > 0; < a < 1) \quad (34)$$

A participação dos lucros no produto é igual a a , ou seja:

$$Kr/Y = rv(r) = a$$

o que significa:

$$v(r) = \frac{a}{r}$$

E, portanto:

$$v^* = a \frac{s_c}{g}$$

Conclui-se que, se $s_w/v^* < g$, isto é, se $s_w < as_c$, existe um equilíbrio com $r^* = g/s_c$ e $z^* > 0$. Se $s_w \geq as_c$, o equilíbrio cai no caso anti-Pasinetti, com $z=0$.

O problema é que a controvérsia Cambridge-Cambridge capricha no detalhe mas fraqueja no essencial. Com efeito, a sua principal conclusão é profundamente indigesta: desde que seja possível o crescimento com plena ocupação de ambos os fatores, a taxa de crescimento do produto converge para a taxa de crescimento da força de trabalho, independentemente da taxa de poupança.

Uma maneira analiticamente simples de se chegar à conclusão oposta consiste em supor que a elasticidade de substituição entre capital e trabalho seja maior do que 1. A título de exemplo, tomemos a função de produção:

$$Y^a = (AK)^a + (BL)^a \quad (0 < a < 1) \quad (35)$$

onde A e B são constantes positivas. A elasticidade de substituição entre os fatores é, no caso:

$$e_s = \frac{1}{1-a}$$

Fazendo $Y=Lf(k)$, resulta:

$$((f(k))^a = (Ak)^a + B^a \quad (36)$$

Como no modelo de Solow, a dinâmica da relação capital/mão-de-obra continua sendo descrita pela equação (13):

$$\dot{k} = sf(k) - gk$$

sendo s a taxa de poupança e g a taxa de crescimento da força de trabalho. A diferença é que agora $f(0) = B > 0$ e $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(k)}{k} = A > 0$. Há agora duas hipóteses, indicadas nas figuras 6a e 6b.

i) $As \leq g$. Nesse caso (figura 6a), k converge para o ponto em que $f(k)/k = g/s$. A taxa de crescimento do produto converge para g ;

Figura 6a

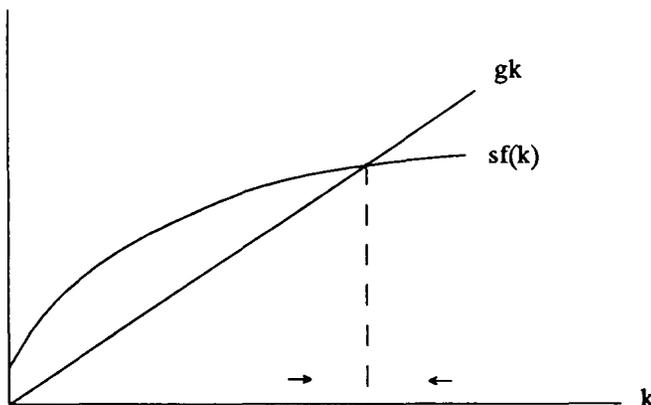
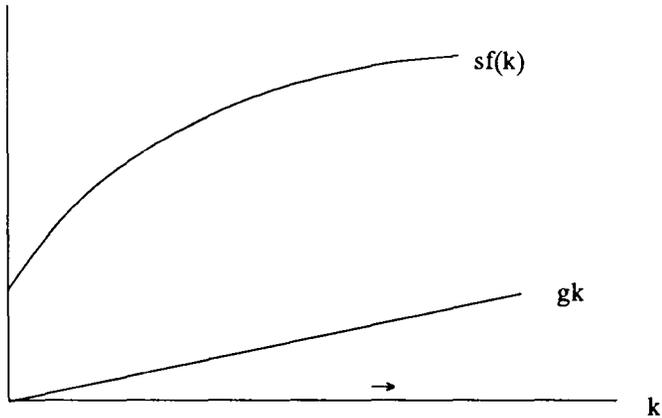


Figura 6b



ii) $As \geq g$ (figura 6b). Agora k cresce indefinidamente. A relação capital/produto $k/f(k)$ converge para $1/A$. Isto posto, as taxas de crescimento n_K do estoque de capital e n_Y do produto convergem para As .

Em suma, a taxa de crescimento do produto converge para o maior dos dois valores:

$$n_Y \rightarrow \max\{g ; As\} \quad (37)$$

mostrando como o aumento da taxa de poupança pode acelerar o crescimento do produto a longo prazo.

O defeito desse modelo é que ele se livra de uma conclusão indigesta à custa de uma hipótese igualmente indigesta: a de que a elasticidade de substituição entre os fatores seja maior do que 1, o que implica a possibilidade de se produzir alguma coisa com um único fator.

4. Rendimentos crescentes de escala

Nos modelos das seções precedentes, admitimos implicitamente que cada trabalhador fornecesse uma unidade de trabalho por unidade de tempo. É interessante abrir mão dessa hipótese, distinguindo a força de trabalho L do número de unidades de trabalho N . A relação N/L pode aumentar, tanto pela divisão do trabalho, como pelo investimento em capital humano, ou pelo progresso tecnológico.

Como nas seções precedentes, suporemos que a função de produção

$$Y = F(K, N) \quad (38)$$

seja homogênea do primeiro grau em K e N , e com elasticidade de substituição entre os fatores menor ou igual a 1. A conclusão é que, se houver uma trajetória de crescimento com plena ocupação de ambos os fatores, e se a taxa de crescimento do número de unidades de trabalho convergir para G , as taxas de crescimento n_K do estoque de capital e n_Y do produto também convergirão para G .

Também como nas seções precedentes, suporemos que a taxa de crescimento da força de trabalho \dot{L}/L seja constante, igual a g . A diferença agora é que G pode ser superior a g , levando a taxa de crescimento do produto por trabalhador a convergir para $G-g$.

Começemos com a hipótese de rendimentos crescentes de escala pela divisão do trabalho. Modelaremos essa hipótese supondo:

$$N = L^b \quad (b > 1) \quad (39)$$

o que implica que, duplicando a força de trabalho, o número de unidades de trabalho se multiplique por 2^b . Tomando logaritmos e derivando em relação ao tempo:

$$G = \frac{\dot{N}}{N} = b \frac{\dot{L}}{L} = bg \quad (40)$$

de onde se conclui que a taxa de crescimento do produto total convergirá para bg , e a do produto por trabalhador ativo para $(b-1)g$.

Em relação aos modelos da seção 2, avançamos no sentido otimista: os rendimentos crescentes de escala podem salvar o produto por trabalhador da estagnação. Só que a taxa de poupança continua não tendo nenhum efeito sobre a taxa de crescimento a longo prazo do produto.

A conclusão não surpreende. Com a função de produção expressa pela equação (38), a taxa de crescimento a longo prazo do produto só poderia depender da taxa de poupança s se essa taxa de poupança afetasse a relação entre N e L , o que não acontece na relação (39).

5. Progresso tecnológico exógeno

Tanto pelo modelo de Solow, quanto pelo de Kaldor-Pasinetti, quanto pela síntese Samuelson-Modigliani, a produtividade média do trabalho caminharia para a estagnação. Como isso não aconteceu, era preciso buscar uma explicação. A mais natural era a de que a função de produção agregada se deslocava no tempo, em função do progresso tecnológico.

Isto posto, no final das décadas de 50 e de 60 tornou-se hábito discutir o crescimento econômico a partir de uma função de produção agregada:

$$Y = G(K, L, t) \quad (41)$$

homogênea do primeiro grau no estoque de capital K e na força de trabalho L . A função de produção supunha-se diferenciável, e a hipótese de concorrência perfeita igualava a remuneração dos fatores às suas produtividades marginais.

O conceito novo que se introduzia era o de taxa de progresso tecnológico J , ou seja, a taxa espontânea de crescimento do produto:

$$J = \frac{1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial t}$$

Com esse conceito, mais os de elasticidade do produto em relação ao estoque de capital e em relação à força de trabalho:

$$e_K = \frac{K}{Y} \frac{\partial Y}{\partial K}$$

$$e_L = \frac{L}{Y} \frac{\partial Y}{\partial L}$$

e mais os de taxa de crescimento de produto, do estoque de capital e o da força de trabalho:

$$n_Y = \frac{1}{Y} \frac{dY}{dt}$$

$$n_K = \frac{1}{K} \frac{dK}{dt}$$

$$n_L = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$$

a taxa de crescimento do produto se explicava pela fórmula:

$$n_Y = e_K n_K + e_L n_L + J \quad (42)$$

obtida pela aplicação da regra da cadeia à equação (41):

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{dK}{dt} + \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{dL}{dt} + \frac{\partial Y}{\partial t}$$

e dividindo-se ambos os membros por Y .

A fórmula (42) não passava de uma tautologia, mas explicava a contribuição de cada fator para a taxa de crescimento do produto: a do estoque de capital, igual à elasticidade do produto em relação ao capital vezes a taxa de crescimento do estoque de capital; a do crescimento da força de trabalho, igual à elasticidade do produto em relação à força de trabalho; e o resíduo J , devido ao progresso tecnológico.

Como a função de produção era homogênea do primeiro grau em K e L , pelo teorema de Euler:

$$Y = K \frac{\partial Y}{\partial K} + L \frac{\partial Y}{\partial L}$$

o que equivalia a:

$$e_K + e_L = 1 \quad (43)$$

Com os fatores remunerados pelas produtividades marginais, e_K e e_L eram as participações dos lucros e dos salários no produto. Combinando-se as equações (42) e (43), o crescimento da produtividade média do trabalho:

$$n_{Y/L} = n_Y - n_L = e_K(n_K - n_L) + J = e_K n_{K/L} + J \quad (44)$$

seria igual à elasticidade do produto em relação ao capital vezes a taxa de crescimento da relação capital/mão-de-obra, mais a taxa de progresso tecnológico.

A idéia de que o progresso tecnológico podia fazer o produto crescer espontaneamente à taxa J , ainda que o estoque de capital e a força de trabalho não se alterassem, soava um pouco como ficção científica. Mas o modelo era suficientemente simples para que os economistas tratassem de tentar medir empiricamente a contribuição de cada fator para o crescimento. Na maioria dos estudos empíricos, a função e produção preferida foi a Cobb-Douglas.

$$Y = ce^{Jt} K^a L^{1-a} \quad (44')$$

onde as fatias do capital e do trabalho eram respectivamente a e $1-a$ e onde, portanto:

$$n_Y = an_K + (1-a)n_L + J$$

O coeficiente a era estimado com base nos dados de distribuição de renda. Isto posto, com as séries históricas de Y, K, L , a taxa de progresso tecnológico J se estimava por mínimos quadrados. Praticamente todos os estudos empíricos concluíram que o progresso tecnológico desempenhava papel dominante na determinação da taxa de crescimento da produtividade média do trabalho. Alguns modelos trataram de desagregar o capital e o trabalho em vários subgrupos de fatores, o que levava à equação (42) com mais termos no segundo membro. A importância do resíduo J quase sempre era decisiva.

A função de produção $Y=G(K, L, t)$ era excessivamente genérica para que se pudesse discutir o que aconteceria se a taxa de poupança fosse mantida em s e a taxa de crescimento da força de trabalho fosse constante igual a g . A saída foi voltar à função de produção $Y=F(K, N)$ da equação (38) e admitir que o progresso tecnológico abrisse uma cunha entre o número de unidade de trabalho e o número de trabalhadores, na forma:

$$N = Le^{mt} \quad (45)$$

o que, no caso particular da função Cobb-Douglas (44'), equivaleria a se ter:

$$J = m(1-a) \quad (46)$$

Com isso, a taxa de crescimento do número de unidades de trabalho seria:

$$G = g+m \quad (47)$$

O que significa que, desde que fosse possível o crescimento com plena ocupação de ambos os fatores, a taxa de crescimento do produto por trabalho ativo convergiria para m . Escapava-se, mais uma vez, da estagnação da produtividade média do trabalho. Só que graças a um progresso tecnológico que nada tinha a ver com a taxa de poupança.

O defeito óbvio dos modelos discutidos na presente seção é que eles supõem que o progresso tecnológico caia do céu. Como na discussão dos rendimentos crescentes de escala da seção anterior, não se postulou nenhuma relação entre poupança e a relação N/L entre unidades e força de trabalho. Conseqüentemente, não havia como esperar que se concluísse que a taxa de crescimento a longo prazo do produto fosse afetada pela taxa de poupança.

As duas próximas seções exploram um caminho mais realista e promissor. A idéia central é manter a função $Y=F(K,N)$ da seção 4. Mas supor que, ao invés do progresso tecnológico espontâneo descrito pela equação $N=Le^{mt}$, se tenha:

$$N = b(t)L \quad (48)$$

onde, para aumentar o coeficiente de produtividade $b(t)$, seja necessário investir em tecnologia ou em capital humano.

6. Capital humano e crescimento econômico

O reconhecimento da importância do capital humano para o desenvolvimento econômico valeu um Prêmio Nobel a Theodore Schultz. Um ponto mais intrincado é descrever como a formação de capital humano pode afetar a taxa de crescimento de longo prazo da economia. A análise que se segue é uma variante do modelo de Lucas de 1988.

Começemos pela caracterização analítica do capital humano. Defini-lo-emos como o tempo T acumulado ao longo da história em estudo, pesquisa, treinamento e melhoria da força de trabalho. Trata-se de uma definição simplificada, mas que capta um ponto essencial: a formação de capital humano desvia, a cada instante, um contingente T da força de trabalho, reduzindo o número de trabalhadores em atividade de L para $L - \hat{T}$. Isso caracteriza a formação de capital humano como uma forma alternativa de poupança.

Designemos por:

$$u = \frac{T}{L} \quad (49)$$

o estoque de capital humano por trabalhador. Um ponto essencial a observar é que, se a força de trabalho cresce a uma taxa constante e positiva g , o estoque de capital humano por trabalhador é limitado. Com efeito, como $0 < \dot{T} < L = L_0 e^{gt}$

$$T < \int_{-\infty}^t L_0 e^{g\tau} d\tau = \frac{1}{g} L_0 e^{gt} = \frac{L}{g}$$

ou seja:

$$u < \frac{1}{g} \quad (50)$$

Obviamente o objetivo da formação de capital humano é, do ponto de vista econômico, aumentar a produtividade do trabalho. Isso se pode descrever analiticamente partindo da função de produção homogênea do primeiro grau $Y=F(K,N)$, com elasticidade de substituição entre os fatores menor ou igual a 1, supondo que o número de unidade de trabalho seja dado por:

$$N = b(u,L) (L-\dot{T}) \quad (51)$$

ou como:

$$\begin{aligned} \dot{T} &= \frac{d}{dt} (uL) = \dot{u}L + u\dot{L} = L(\dot{u}+ug) \\ N &= b(u,L) (1-ug-\dot{u})L \end{aligned} \quad (52)$$

Um modelo plausível de crescimento deve prever uma trajetória monotônica para o estoque de capital humano por trabalhador. Isto posto, u convergirá para $\bar{u} > 0$, \dot{u} para zero. Segue-se que a taxa de crescimento do número de unidades de trabalho converge para:

$$G = \frac{d}{dt} \log b(\bar{u},L) + g \quad (53)$$

e, pelo que se viu na seção 4, a taxa de crescimento n_Y do produto também convergirá para G , qualquer que seja a taxa de poupança.

A fórmula (53) revela muitos pontos importantes a respeito da influência da formação de capital humano sobre a taxa de crescimento do produto a longo prazo.

Em primeiro lugar, suponhamos que $b(u,L)$ independa de L , isto é:

$$b(u,L) = h(u) \quad (54)$$

Isso equivale a tratar o capital humano como um bem privado: o tempo gasto em estudo e aprendizado por trabalhador é o determinante de sua produtividade,

sem efeitos externos. O problema é que, nesse caso, como u converge para $\bar{u} > 0$, a taxa de crescimento de $h(u) = b(u, L)$ converge para zero. Logo G converge para g , como no modelo de Solow, desde que exista uma trajetória de crescimento com plena ocupação de trabalho e capital.

A hipótese de que o capital humano seja um bem privado é obviamente irrealista, o que nos leva a dispensar a equação (54). Com efeito, as descobertas de um pesquisador não aumentam apenas a sua produtividade. De fato, elas são valorizadas porque aumentam a produtividade de milhões de outras pessoas. Passemos, pois, à hipótese oposta à equação (54), tratando o capital humano como um bem público. Isso equivale à admitir que a produtividade do trabalhador seja função crescente do estoque total de capital humano, e não mais do estoque *per capita*:

$$b(u, L) = j(uL) \quad (55)$$

No segundo membro, u converge para \bar{u} mas L cresce exponencialmente à taxa g , abrindo espaço para o crescimento sustentado da produtividade do trabalho. Seria de se esperar que a taxa de crescimento de $j(\bar{u}, L)$ convergisse para $g w(\bar{u})$, sendo $w(\bar{u})$ função crescente do estoque de capital humano por trabalhador \bar{u} . Sucede que isso é impossível. Com efeito, a taxa de crescimento de $j(\bar{u}L)$ é dada por:

$$\frac{j'(\bar{u}L)\bar{u}Lg}{j(\bar{u}L)} = \frac{j'(x)x}{j(x)} g, \text{ onde } x = \bar{u}L$$

Segue-se que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{j'(\bar{u}L)\bar{u}Lg}{j(\bar{u}L)} = g \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{j'(x)x}{j(x)} = ag \quad (56)$$

supondo que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{j'(x)x}{j(x)} = a > 0 \quad (57)$$

A taxa de crescimento do produto converge para $G = g(1+a)$, abrindo espaço para o crescimento sustentado da produtividade média do trabalho. Só que G independe do estoque de capital humano por trabalhador \bar{u} (desde que $\bar{u} > 0$).

Para concluirmos que a taxa de crescimento da produtividade do trabalho é função crescente de \bar{u} precisamos de uma hipótese intermediária, que trata o capital humano como um misto de bem público e privado. Especificamente com $L = L_0 e^{gt}$, para concluirmos que:

$$\frac{d}{dt} \log b(\bar{u}, L) = g w(\bar{u}) \quad (58)$$

Precisamos supor que.

$$b(u, L) = h(u)L^{w(u)} \quad (59)$$

Conclui-se agora que a taxa de crescimento do produto real converge para $G = g(1+w(\bar{u}))$, tanto maior quanto maior o estoque de capital humano por trabalhador.

Note-se que a equação (59) também pode ser usada para explicar o crescimento sustentado numa economia com população estacionária. Com efeito, com população estacionária, quem é limitado não é o estoque u de capital humano por trabalhador, mas a sua derivada \dot{u} em relação ao tempo. Com efeito, a desigualdade $0 < \dot{T} < L$ equivale agora a:

$$0 < \frac{d}{dt}(Lu) = L\dot{u} < L$$

o que implica $0 < \dot{u} < 1$. Em suma, com população estacionária, o estoque de capital humano por trabalhador pode crescer em progressão aritmética. (É obvio que toda a análise precedente esquece que os seres humanos são mortais, e que, quando se supõe que a vida humana seja limitada, é impossível que o tempo gasto em estudo, pesquisa e treinamento por indivíduo possa crescer ilimitadamente; sucede que o conhecimento acumulado pelas gerações passadas é herdado pela geração presente.)

Isto posto, na equação (59), se L é constante mas u cresce no tempo em progressão aritmética, a taxa de crescimento de $b(u, L)$ pode ser positiva.

Resta indagar o que toda a análise precedente estabelece em matéria de relação entre taxa de poupança e taxa de crescimento a longo prazo do produto. Se se inclui na poupança o dispêndio na formação de recursos humanos, a correlação é imediata. Contudo, os sistemas usuais de contas nacionais só costumam computar na poupança a parcela da renda destinada à acumulação de capital físico. Vejamos, pois, o que o modelo tem a dizer sobre a relação entre crescimento a longo prazo e acumulação de capital físico.

Com uma função de produção do tipo Harrod-Domar:

$$Y = \min \{v^{-1}K ; aN\}$$

a conclusão é imediata: o crescimento com plena ocupação dos fatores exige

$$\frac{s}{v} = G = g(1+w(\bar{u})) \quad (60)$$

Isto posto, a acumulação de capital físico e a de capital humano se mostram perfeitamente complementares. Em particular, a equação (60) demonstra como se pode resolver o enigma de Harrod do equilíbrio no fio da navalha pelo treinamento de recursos humanos.

Com flexibilidade da relação capital/produto, como numa função Cobb-Douglas, a conclusão é menos imediata. Em tese, seria possível aumentar a taxa de crescimento a longo prazo da economia aumentando o estoque \bar{u} de capital

humano por trabalhador e mantendo inalterada, ou talvez até baixando, a taxa de poupança s .

O problema é que essa troca de taxa de poupança por investimento em capital humano envolveria um desperdício inútil de consumo. Com efeito, a acumulação de capital físico e a de capital humano devem ser coordenadas de modo a maximizar a utilidade descontada dos consumos futuros por trabalhador à taxa de desconto i :

$$\int_0^{\infty} e^{-it} U(c) dt$$

onde o consumo por trabalhador agora é dado por:

$$c = \frac{C}{L} = \frac{Y - \dot{K}}{L} = \frac{Y - \dot{K}}{N} \frac{N}{L}$$

ou ainda:

$$c = (f(k) - kG - \dot{k}) b(u, L) (1 - u_g - \dot{u})$$

onde G é dado pela fórmula (53), $b(u, L)$ pela fórmula (59).

Com funções utilidades bem comportadas, prova-se que, quanto menor a taxa i de desconto das utilidades futuras, maior o limite \bar{u} do estoque de capital humano por trabalhador e maior a taxa limite G de crescimento do produto. Além disso, a relação $k = K/N$ entre o estoque de capital físico e o número de unidades de trabalho deve convergir para o ponto em que se verifique a irmã gêmea da equação (17):

$$f'(k) = i + G \quad (61)$$

A taxa de poupança deve convergir para o limite s em que iguale a relação capital/produto $k/f(k)$ vezes a taxa de crescimento do produto (e do estoque de capital) G :

$$s = \frac{k}{f(k)} G \quad (62)$$

A equação (61) não determina em que direção variará a relação k , pois G e i variam em sentidos inversos. Em qualquer hipótese, porém, se conclui que uma redução de i (é portanto um aumento de G) exige um aumento da taxa de poupança s . Com efeito:

- a) se G aumenta e k sobe ou não varia, a relação capital/produto $k/f(k)$ também sobe ou não se altera. Isto posto, s tem que crescer;
- b) se G aumenta e k decresce:

$$s = \frac{k f'(k)}{f(k)} \frac{G}{i + G}$$

Com elasticidade de substituição entre fatores menor ou igual a 1, $\frac{kf'(k)}{k}$ cresce com a queda de k , e $\frac{G}{i+G}$ cresce com o aumento de G em resposta à queda de i .

7. Investimento na mudança de coeficientes técnicos

Vejam agora um outro modelo de progresso tecnológico endógeno. O modelo parte de uma função de produção Harrod-Domar, mas onde os coeficientes técnicos podem ser mudados através de investimentos. A taxa de poupança total s é exógena, mas pode ser destinada ou à acumulação de capital físico ou à melhoria da produtividade dos fatores.

Começemos com um caso simples, em que a relação capital/produto v é fixa, e onde o único coeficiente técnico que pode ser modificado é o da mão-de-obra:

$$Y = \min\{v^{-1}K; b(t)L\} \quad (63)$$

onde L cresce à taxa constante g , isto é, $L = L_0 e^{gt}$

A poupança sY divide-se em duas parcelas: $(s-s')Y$, destinada à acumulação de capital físico. E $s'Y$, destinada a melhorar a produtividade do trabalho. Os efeitos desta última descrevem-se pela equação:

$$b'(t)L = ks'Y \quad (64)$$

onde k é uma constante positiva. Trata-se, evidentemente, de algo paralelo a um investimento em capital humano. Discutiremos mais adiante o que está por trás dessa equação.

Quanto à acumulação de capital, ela será descrita pela equação:

$$\frac{dK}{dt} = (s-s')Y$$

Admitindo pela ocupação dos fatores, $Y = v^{-1}K = b(t)L$. Isto posto, as taxas de crescimento de $N = b(t)L$ e de K serão:

$$n_N = \frac{b'(t)}{b(t)} + g = ks' + g \quad (65)$$

$$n_K = \frac{s-s'}{v} \quad (66)$$

o equilíbrio entre as duas exigindo:

$$\frac{s-s'}{v} = ks' + g \quad (67)$$

Daí se conclui que a parcela s' da taxa de poupança que será destinada à melhoria da produtividade da mão-de-obra será expressa por:

$$s' = \frac{s - vg}{1 + kv} \quad (68)$$

solucionando o equilíbrio no fio da navalha pela distribuição da poupança total entre a parcela destinada ao aumento do capital físico e a parcela dirigida ao aumento da produtividade do trabalho.

As taxas de crescimento do produto total e do produto por trabalhador serão dadas por:

$$n_Y = n_K = G = \frac{ks + g}{1 + kv} \quad (69)$$

$$G - g = \frac{k(s - vg)}{1 + kv} \quad (70)$$

correlacionando positivamente crescimento e poupança.

O ponto central do modelo é a equação (64), e que estabelece o custo da melhoria do coeficiente técnico da mão-de-obra. Nessa equação há uma externalidade implícita: a melhoria do coeficiente técnico se transmite sem custo às gerações futuras. Com efeito, para manter $b(t)$ inalterado, não é preciso nenhum investimento, apesar do aumento da população.

É interessante confrontar os resultados desse modelo com os da seção anterior. Há uma diferença preliminar, e que merece ser sublinhada: no modelo da seção anterior o tempo destinado à formação de recursos humanos não entrava no cômputo do produto. Já nesse modelo, os gastos $s'Y$ na melhoria da produtividade do trabalho estão incluídos no produto e na poupança.

Supondo-se uma função de produção tipo Harrod-Domar no modelo da seção anterior, é fácil estabelecer uma ponte entre s' e o capital humano por trabalhador \bar{u} . Tomando \bar{u} constante, a parcela da força de trabalho e do produto que se desviava para o treinamento de recursos humanos era igual a $\bar{u}g$. Podemos assimilar assim $s' = \bar{u}g$. Como consequência, a produtividade do trabalho crescia à taxa $g\omega(\bar{u})$, no modelo da seção anterior, ks' no desta seção. Em suma, com uma função de produção Harrod-Domar, o modelo da seção, precedente conduz a resultados equivalentes aos desta seção no caso particular em que $\omega(\bar{u}) = k\bar{u}$.

Estendamos agora o modelo para o caso em que ambos os coeficientes técnicos, o do capital e o do trabalho, podem ser melhorados por investimentos em tecnologia. A função de produção é agora:

$$Y = \min \{a(t)K; b(t)L\} \quad (71)$$

onde $L = L_0 e^{gt}$. A taxa de poupança total s é dada, e pode desdobrar-se em três parcelas: s' , destinada à melhoria da produtividade da mão-de-obra; s'' , dirigida à melhoria da produtividade do capital; e $s - s' - s''$, destinada a financiar a acumulação de capital físico. Supõe-se que:

$$b'(t)L = ks'Y \quad (72a)$$

$$a'(t)K = cs''Y \quad (72b)$$

Supondo plena ocupação dos fatores:

$$Y = a(t)K = b(t)L$$

e, portanto:

$$\frac{b'(t)}{b(t)} = ks' \quad (73a)$$

$$\frac{a'(t)}{a(t)} = cs'' \quad (73b)$$

Como $\frac{dK}{dt} = (s - s' - s'')Y$, a taxa de crescimento do estoque de capital será:

$$n_K = a(t) (s - s' - s'')$$

A plena ocupação dos fatores exige:

$$n_K + \frac{a'(t)}{a(t)} = g + \frac{b'(t)}{b(t)}$$

ou seja:

$$a(t) (s - s' - s'') + cs'' = ks' + g \quad (74)$$

Essa equação deixa um grau de liberdade, permitindo administrar s'' dentro de certos limites. A administração deve ser feita de modo a maximizar a taxa de crescimento do produto $ks' + g$. Daí se segue:

i) Enquanto $a(t) < c$, a taxa de crescimento do produto será tanto maior quanto maior s'' . Nessa fase, deve-se investir apenas na melhoria da produtividade dos fatores, sem investimento em capital físico, isto é, fazendo $s - s' - s'' = 0$. Nessa fase, s' e s'' determinam-se pelas relações:

$$cs'' = ks' + g$$

$$s + s' = s$$

ii) No momento em que se chega à relação capital/produto ótima $v=1/c$, não faz mais sentido investir na melhoria de $a(t)$. Nessa fase, a economia opera como no modelo já discutido de relação capital/produto constante, onde a poupança se distribui apenas entre a acumulação de capital físico e a melhoria da produtividade da mão-de-obra. •

8. Conclusões

A teoria do crescimento econômico propõe-se descrever a evolução material da humanidade por meio de modelos analíticos simples, partindo geralmente da ficção da economia com um único produto. Não surpreende que ela enfrente tantas vicissitudes, pois a característica do desenvolvimento é a contínua mudança dos produtos e técnicas de produção. Ao ponto de ter sido relegada a segundo plano em muitas universidades norte-americanas, não porque ela não seja muito importante, mas porque é muito difícil.

Realmente, em poucos campos do conhecimento econômico se construíram tantos castelos de cartas. O mais venerando foi a teoria clássica inglesa da marcha para o estado estacionário ao nível da miséria, resultado da combinação da lei de rendimentos decrescentes de Ricardo com a teoria malthusiana da população. O mais grandiloquente foi o modelo marxista de colapso do capitalismo pela taxa decrescente de lucro e pela compressão dos salários. O que havia de errado nessas construções está bem diagnosticado *a posteriori*: os clássicos ingleses se esqueceram da produtividade do capital e do progresso tecnológico; e Marx não percebeu que numa economia com rendimentos constantes de escala era impossível que as inovações baixassem ao mesmo tempo os salários e a taxa de lucro; se esse fosse o caso, bastaria voltar às velhas tecnologias para que tudo melhorasse.

O século XX não produziu teorias tão grandiosas, mas nem por isso deixou de popularizar erros crassos em matéria de crescimento. O enigma de Harrod, de como era possível o equilíbrio no fio da navalha, era um falso dilema. As previsões de Alvin Hansen, Paul Sweezy e outros, de que o mundo caminhava para a estagnação após a II Guerra Mundial, hoje soam como produto de uma tremenda falta de imaginação. A idéia de Nurkse, Rosenstein-Rodan, Rostow e outros, de que, rompido o círculo vicioso da miséria, um país cresceria sustentadamente, foi desmentida por inúmeras experiências, como a da Argentina.

A controvérsia Cambridge-Cambridge, com os modelos de Solow, Kaldor-Pasinetti e a síntese de Samuelson e Modigliani, também pouco adicionou de prático à teoria do crescimento econômico. O fulcro da discussão era saber se a relação capital/produto era quem se adaptava à taxa de poupança, como no modelo de Solow, ou se a taxa de poupança era quem se ajustava à relação capital/produto, como no de Kaldor-Pasinetti. E, acessoriamente, discutir se a taxa de lucro convergiria ou não para a relação g/s_c entre a taxa de crescimento da força de trabalho e a taxa de poupança dos capitalistas. A mediação de Samuelson e Modigliani serviu apenas para mostra que era possível a adaptação lado a lado. Mas, em qualquer dos modelos, a conclusão era uma versão dignificada pela produtividade do capital do modelo ricardiano de estado estacionário: a taxa de

crescimento do produto por trabalhador convergia para zero, qualquer que fosse a taxa de poupança. Diga-se, de passagem, essa conclusão era ratificada por modelos de equilíbrio dinâmico numa economia com vários setores, como o de von Neumann e suas variantes.

O mérito dos modelos em questão era revelar que, na ausência de progresso tecnológico, o produto *per capita* não poderia crescer geometricamente. Obviamente, nas décadas de 50 e 60 nenhum economista de peso era capaz de ignorar o potencial do progresso tecnológico. A maneira mais simples de descrevê-lo era admitir que a função de produção π udasse no tempo, o que abria espaço para o crescimento geométrico sustentado da produtividade do trabalho. O problema é que, nesses modelos, o progresso tecnológico caía do céu. Mais ainda, a taxa de crescimento a longo prazo da economia dependia essencialmente da taxa de progresso tecnológico, pouco ou nenhum papel se reservando à taxa de poupança.

A teoria contrastava visivelmente com a observação de que os países que mais cresciam, como o Japão e a Coreia, eram os que sustentavam maior taxa de poupança. Não surpreende, por isso, que os economistas práticos resolvessem ignorar as elucbrações da teoria do crescimento e ficar na fórmula de Harrod-Domar:

$$n_Y = \frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \frac{s}{v}$$

onde s indicava a taxa de investimento, v a relação incremental capital/produto. Nessa versão, a fórmula não passava de uma tautologia, baseada nas definições de relação incremental capital/produto:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{1}{v} \frac{dK}{dt}$$

e da taxa de investimento:

$$\frac{dK}{dt} = sY$$

Por essa tautologia, para acelerar o crescimento econômico havia duas receitas: i) aumentar a taxa de investimento líquido s , pelo aumento da poupança interna e pelo reforço da poupança externa; ii) baixar a relação capital/produto v pela melhoria da alocação de recursos. A popularidade da fórmula de Harrod-Domar nessa versão tautológica simplesmente refletia a descrença na teoria do desenvolvimento econômico, desde Ricardo até a controvérsia Cambridge-Cambridge, complementada com a noção de progresso técnico exógeno.

Alguns modelos recentes estão reabilitando a teoria do crescimento, lembrando que é preciso investir em recursos materiais ou humanos para conseguir o progresso tecnológico. Os modelos discutidos nas seções 6 e 7 deste artigo caminham nessa direção.

A agenda de tópicos a discutir é certamente muito mais ampla, abrangendo a administração da política monetária e fiscal e, particularmente, da política de

comércio exterior e abertura aos capitais externos. De qualquer forma, a reabilitação da taxa de poupança nos modelos das seções 6 e 7 e a ênfase na acumulação de capital humano e nos efeitos externos abrem novos caminhos promissores para a teoria do crescimento econômico.

ABSTRACT

How saving ratios affect long term rates of growth is an intriguing theoretical question. Common sense suggests that higher savings, as a proportion of GNP, would foster economic growth, and that assumption was justified in the 1940s by the Harrod-Domar formula. Yet Harrod himself had proposed a parallel theory, based on the natural rate of growth, leaving a puzzle: balanced growth would require an improbable coordination of the savings ratio, of the capital/output ratio and the natural rate on a sharp knife edge.

Two different solutions were provided to Harrod's puzzle in the 1950s, one by Kaldor, later enriched by Pasinetti, another by Solow, later expanded by Samuelson and Modigliani. Kaldor assumed that, since the average propensity to save of the capitalists exceeded that of workers, income distribution would adjust the savings ratio to the sharp knife edge equilibrium. Solow assumed a constant savings ratio s , a constant rate g of growth of the labor force and something like a Cobb-Douglas production function involving capital and labor. The conclusion was that the rate of growth of GNP would converge to g . The result was obviously too pessimistic, since the average productivity of labor would stagnate in the long run. This was due to the fact that Solow's production function did not allow for technical progress, and was quickly amended by a simple device, the assumption of neutral innovations in the sense of Harrod. Because of technical progress, labor units would grow faster than the labor force, at a rate $g+m$, namely, Harrod's natural rate. As a consequence, the rate of growth of GNP would converge to $g+m$.

For more than one decade, growth theory was dominated by the Cambridge-Cambridge controversy, where the main issue under discussion was whether the sharp knife edge equilibrium was achieved by accommodation of the savings rate, of the capital/output ratio or both. The disappointing conclusion was that, at least within a certain range, the savings ratio was found to be irrelevant as far as the long term rate of growth of GNP is concerned.

The present article reviews past and recent growth models trying to explain why saving rates can actually affect long term growth rates. The fact that such relation was not found in the Cambridge-Cambridge controversy can be explained very simply, since all their models took technical progress as an exogenous variable. An avenue opened by Lucas in 1988 is to introduce human capital in the production function taking into account the creation of externalities. In this case, higher saving ratios, higher investments in human capital and higher long term rates of growth appear as the joint outcome of lower rates of discount of future consumption utilities. A much more pedestrian model, developed in the last section of the article, comes to the same conclusion just by assuming that one needs to invest to change technical coefficients.

Referências bibliográficas

Domar, E.D. *Essays in the Theory of Economic Growth*. Oxford University Press, 1957.

Fei, J.C.H. & Ranis, G. *Development of the labor surplus economy*. Richard D. Irwin, 1964.

Harrod, R. F. *Towards a dynamic economics*. Macmillan, 1948.

Kaldor, N. Alternative theories of distribution. *The Review of Economic Studies*, p. 83-100, 1955-1956.

Lucas, Robert E. JR. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, Aug., 1988.

Murphy, Kevin M.; Schleifer, Andrei & Vishny, Robert W. Income distribution, market size and industrialization. *Quarterly Journal of Economics*, Aug., 1989a.

_____; _____ & _____. Industrialization and the big push. *Journal of Political Economy*, Oct., 1989b.

Pasinetti, L.L. *Growth and income distribution*. Cambridge University Press, 1974.

Samuelson, P.A. & Modigliani, Franco, The Pasinetti paradox in neoclassical and more general models. *The Review of Economic Studies*, p. 269-301, 1966.

Simonsen, M.H. & Cysne, R.P. *Macroeconomia*. Livraria Técnica, 1989.

Solow, R.M. A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, p.65-94, 1956.