Estratégias de proteção no mercado futuro do dólar

Gyorgy Varga*

Este trabalho objetiva apresentar algumas estratégias de negócio no mercado futuro de dólar, destacando-se negócios de proteção (*hedge*). Como subproduto, é apresentada a operação de arbitragem, pela qual se determina o preço no mercado futuro. Também é aplicada a regra de ajuste da quantidade negociada de contratos futuros, que minora o risco do ajuste diário. Todas as estratégias apresentadas são acompanhadas de exemplos reais extraídos do mercado brasileiro.

1. Introdução

Apresentaremos diversos conceitos teóricos e sua aplicação ao mercado futuro de dólar no Brasil, entre os quais vale destacar a proteção contra o risco do ajuste diário. É evidente a escassez de trabalhos sobre esse assunto no Brasil, principalmente com resultados úteis para os praticantes desse mercado. Brito (1984) apresenta uma coletânea de artigos que descrevem as características institucionais desse mercado e avaliam a sua eficiência, tomando como exemplo o mercado futuro de ações. Montezano (1987) também descreve características institucionais do mercado futuro e algumas estratégias de negócio aplicadas ao mercado futuro de índices de ações. A Bolsa Mercantil e de Futuros (BM&F)[1] possui algumas publicações de caráter descritivo sobre todos os contratos que ela negocia.

Os participantes do mercado futuro podem ser divididos em três grupos: especuladores, arbitradores e *hedgers* (aqueles que procuram proteção). Os negócios realizados pelos especuladores são os mais simples; consistem apenas em comprar (vender) com o objetivo de ganhar com alta (baixa). Os arbitradores procuram realizar um negócio lucrativo e totalmente sem risco,

* Diretor adjunto do Bankers Trust, professor da FEA/UFRJ e doutorando em Economia pela EPGE/FGV. Agradeço aos amigos Luiz Guilherme Schymura (EPGE/FGV), Marcelo Navarro (IMPA) e Antonio Manuel (Montrealbank), que fizeram valiosas sugestões.

[1] A Bolsa Mercantil e de Futuros – BM&F, localiza-se em São Paulo e é a única bolsa brasileira que negocia contratos futuros de dólar.

atuando simultaneamente nos mercados à vista, futuro e de dinheiro (Hull, 1989. p. 33). Os *hedgers* compram ou vendem contratos futuros com o objetivo de diminuir o risco de seu negócio. Duffie (1989) descreve em detalhes as principais técnicas empregadas nos negócios de arbitragem e proteção.

Primeiramente descreveremos o contrato futuro de dólar negociado no BM&F e, em seguida, a estratégia de proteção e um exemplo de negócio a ser protegido. Depois disso, serão calculadas as quantidades de contratos futuros necessárias para a proteção, em três casos possíveis quanto à data de vencimento do contrato futuro, sendo os casos ilustrados com exemplos reais. Para finalizar, faremos uma avaliação dos resultados obtidos.

2. Contrato futuro de dólar

O contrato futuro de dólar comercial negociado na BM&F tem a seguinte especificação:
Ativo objeto: dólar comercial com liquidação final baseada na cotação média do mercado interbancário, divulgada pelo Banco Central, através do Sisbacen, sob o código PCOT390.
Vencimento: primeiro dia útil do mês.
Liquidação financeira: dia útil seguinte ao vencimento (D + 1).
Meses de vencimento: podem ser negociados contratos para vencimento em todos os meses, mas num máximo de 12, a partir do mês corrente.
Tamanho do contrato: a unidade mínima de negociação é um contrato e cada contrato tem um tamanho de US$5 mil.

O preço final menos o preço inicial, multiplicado pelo tamanho do contrato e pelo número de contratos é aproximadamente o resultado financeiro da aquisição de *n* contratos futuros. Esse resultado não é exato, porque é pago diariamente de acordo com a variação do preço futuro. Chamando-se de f_t a cotação do contrato futuro na data *t*, tem-se, na aquisição de *n* contratos futuros, o fluxo de pagamento diário dado pela tabela 1. Cada pagamento (ou recebimento) é chamado ajuste diário.

Tabela 1

Data	Cotação do contrato futuro	Ajuste diário
t	f_t	–
t+1	f_{t+1}	n 5.000 (f_{t+1} - f_t)
t+2	f_{t+2}	n 5.000 (f_{t+2} - f_{t+1})
–	–	–
–	–	–
t+k	f_{t+k}	n 5.000 (f_{t+k} - f_{t+k} - f_{t+k-1})

Somando-se todos os ajustes diários, o resultado financeiro obtido entre a data t e a data $(t + k)$ é de:

$$n \; 5.000 \; (f_{t+k} - f_t) \tag{1}$$

simplesmente a diferença entre o preço futuro final e o inicial.

Ocorre que na soma acima não foram considerados os juros pagos ou recebidos sobre o ajuste diário. Chamando-se de i_t, a taxa de juros efetiva diária, a equação (1) deve ser assim reescrita:

$$n \; 5.000 \left[\sum_{j=1}^{k-1} (f_{t+j} - f_{t+j-1})(1 + i_j) + f_{t+k} - f_{t+k-1} \right]$$

Portanto, o resultado final se complica, podendo ser maior ou menor, conforme o movimento do preço futuro e o valor da taxa de juros diária. Cox, Ingersoll & Ross (1981) apresentaram uma regra de ajuste da quantidade de contratos adquiridos que, no caso de taxa de juros diária constante, garante um resultado final igual ao da equação (1). Essa regra exige que a cada dia a quantidade de contratos futuros comprada seja de:

$$\frac{n}{(1 + i)^j} \quad , \; j = k - 1, k - 2, \ldots, 1, 0 \tag{2}$$

Para uma quantidade inicial de n contratos, compra-se efetivamente menos e diariamente aumenta-se essa quantidade, até que no dia $t + k - 1$, a quantidade efetivamente comprada seja de n contratos. A tabela 2 apresenta o fluxo de pagamentos do negócio realizado com essa regra.

Tabela 2

Data	Cotação do contrato futuro	Ajuste diário
t	f_t	–
t+1	f_{t+1}	$\dfrac{n \; 5.000 \; (f_{t+1} - f_t)}{(1 + i)^{k-1}}$
t+2	f_{t+2}	$\dfrac{n \; 5.000 \; (f_{t+2} - f_{t+1})}{(1 + i)^{k-2}}$
–	–	–
–	–	–
–	–	–
t+k	f_{t+k}	$n \; 5.000 \; (f_{t+k} - f_{t+k-1})$

Capitalizando cada ajuste diário pela taxa de 1% até a data $t + k$, e somando todos esses valores, tem-se o resultado dado pela equação (1). Na prática, a taxa de juros não é constante, mas a utilização dessa regra permite se obter um resultado muito próximo do apresentado na equação (1), diminuindo sobremaneira o risco representado pelo ajuste diário. Para ilustrar, vejamos o exemplo 1.

Exemplo 1

Suponhamos que se deseja ganhar a variação do preço futuro entre os dias 6-3-92 e 20-3-92 na compra de 10 contratos futuros. Se as cotações nesses dias eram Cr$2.025,00 e Cr$2.010,00, respectivamente, tem-se pela equação (1) a seguinte quantia:

10 5.000 (2.010,00 – 2.025,00) = – Cr$750.000,00

Ocorre que esse valor é pago ao longo do tempo e, por isso, devemos adicionar juros sobre cada parcela diária. Com isso, o valor final se modifica e, para minorar tal distorção, podemos usar a regra de ajuste da quantidade de contratos. Com base nas cotações efetivamente ocorridas no período e numa taxa de juros projetada de 1,21% ao dia, apresentamos, na tabela 3, o ajuste diário com e sem a regra de ajuste.

Tabela 3

Data	Cotação futura	Taxa dia	n sem regra	Ajuste diário	Ajuste acumulado 1	n com regra	Ajuste diário	Ajuste acumulado 2
06-3	2.025,0	1,2490%	10	–	–	8,97	–	–
09-3	2.019,0	1,2483%	10	(300.000)	(300.000)	9,08	(269.222)	(269.222)
10-3	2.018,0	1,2443%	10	(50.000)	(353.745)	9,19	(45.413)	(317.996)
11-3	2.015,5	1,2183%	10	(125.000)	(483.147)	9,30	(114.907)	(436.860)
12-3	2.019,0	1,2260%	10	175.000	(314.033)	9,42	162.816	(279.366)
13-3	2.015,0	1,2170%	10	(200.000)	(517.883)	9,53	(188.327)	(471.118)
16-3	2.014,5	1,1770%	10	(25.000)	(549.185)	9,65	(23.826)	(500.677)
17-3	2.012,5	1,1657%	10	(100.000)	(655.649)	9,76	(96.456)	(603.026)
18-3	2.012,0	1,1660%	10	(25.000)	(688.292)	9,88	(24.406)	(634.461)
19-3	2.010,0	1,1593%	10	(100.000)	(796.318)	10,00	(98.804)	(740.664)
20-3	2.010,0	1,1630%	–	0	(805.549)	–	0	(749.250)

Negociando os contratos com base na regra dada pela equação (2), o ajuste acumulado ficou em Cr$749.250,00; sem a regra, foi de Cr$805.549,00. O valor esperado para o ajuste diário era de Cr$750.000,00, portanto, com a regra, ficou 0,1% diferente do esperado. Sem a regra, essa diferença foi de 7,4%. Claramente, quanto maior a taxa de juros nominal, maior essa diferença. Logo, num mercado onde a taxa nominal é alta, é fundamental a utilização dessa regra de ajuste. Com a utilização da mesma, a diferença se torna desprezível, de modo que o ganho na aquisição de contratos futuros pode ser aproximado pela equação (1).

3. Estratégia de proteção

A aquisição de *n* contratos futuros não gera nenhum desembolso inicial significativo,[2] e o seu resultado financeiro, acumulado entre a data 0 e a data 1, pode ser aproximado pela seguinte equação:

$$n\ 5.000\ (\tilde{f}_1 - f_0)$$

onde:

f_0 = preço futuro na data inicial; e

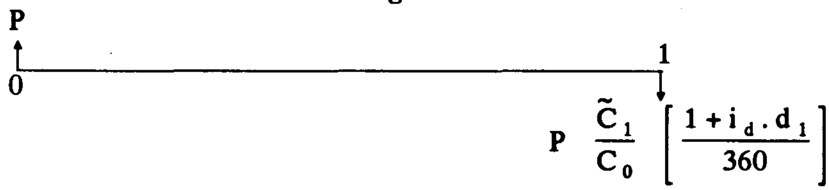
f_1 = preço futuro no vencimento da captação.

A proteção através do mercado futuro consiste em comprar (ou vender) contratos futuros, de modo que um prejuízo inesperado no negócio que se tenta proteger seja compensado por lucro com o contrato futuro. Obviamente, um lucro inesperado terá, como contrapartida, prejuízo com o contrato futuro. Então, o objetivo é determinar a quantidade *n* de contratos futuros que torna prefixado o valor final do negócio.

Tomamos como exemplo de negócio a ser protegido uma captação de cruzeiros indexada à variação cambial (do dólar) e acrescida de juros sobre essa variação. Nesse caso, quanto maior a cotação do dólar na data de vencimento dessa captação, maior será seu custo em cruzeiros. Obviamente, o negócio a ser protegido poderia ser a compra de dólares por parte de um importador, ou qualquer outro em que haja prejuízo em potencial com a variação do dólar.

Quanto à captação de recursos, pode ser expressa no diagrama de fluxo de caixa da figura 1.

Figura 1



onde: P = valor captado em cruzeiros;

t_1 = dias úteis até o vencimento da captação;

[2] A compra ou venda de contratos futuros tem como custo inicial apenas corretagens e, eventualmente, um pequeno custo de margem de garantia, que é um valor exigido pela bolsa para assegurar que o contrato seja honrado. O depósito de margem pode ser em dinheiro (e nesse caso é remunerado pela taxa de juros de mercado), carta de fiança ou outros ativos, de acordo com especificação da bolsa.

$\tilde{C}_1$ = cotação do dólar comercial no vencimento da captação;
C_0 = cotação do dólar comercial no início da operação;
i_d = taxa de juros anual sobre a variação cambial; e
d_1 = dias corridos até o vencimento da captação.

Optamos por adotar os procedimentos do mercado financeiro brasileiro ao trabalharmos com a taxa de juros sobre a variação cambial, na sua forma anual e linear (ver Faro, 1990. p. 45).

Somando-se o resultado da captação ao apurado com a compra de *n* contratos futuros, teremos, no vencimento da captação, o seguinte valor:

$$B = -P\,\frac{\tilde{C}_1}{C_0}\left[1 + \frac{i_d \cdot d_1}{360}\right] + n\ 5.000\left(\tilde{f}_1 - f_0\right) \tag{3}$$

Nosso objetivo será determinar o valor de *n*, de modo que o valor de *B* fique fixo. O vencimento da captação pode ocorrer no mesmo dia do contrato futuro, antes ou entre dois contratos. Assim sendo, trataremos cada uma dessas situações como casos distintos.

Caso 1

Como a cotação do contrato futuro, no seu vencimento, é igual à cotação à vista, então:

$$\tilde{C}_1 = \tilde{f}_1$$

Substituindo na equação (3), temos:

$$B = -P\,\frac{\tilde{f}_1}{C_0}\left[1 + \frac{i_d \cdot d_1}{360}\right] + n\ 5.000\left(\tilde{f}_1 - f_0\right) \tag{3'}$$

Para determinar o valor de *n*, que torna *B* insensível a variações de f_1, basta rearranjar a equação (3'), de onde se obtém uma função linear em f_1.

$$B = -n\ 5.000\ f_0 + \tilde{f}_1\left(n\ 5.000 - \frac{P}{C_0}\left[1 + \frac{i_d \cdot d_1}{360}\right]\right)$$

Igualando a zero o coeficiente de $\tilde{f}_1$, temos:

$$\Rightarrow n = \frac{P\left[\dfrac{1 + i_d \cdot d_1}{360}\right]}{5.000\ C_o} \tag{4}$$

Ou seja, a carteira B é uma função linear de $\tilde{f}_1$, de sorte que, igualando a zero o coeficiente de $\tilde{f}_1$, estaremos neutralizando o efeito da variação de $\tilde{f}_1$ sobre B e tornando prefixado o valor final da carteira, pois, substituindo (4) em (3), temos:

$$B = -P \frac{\tilde{f}_1}{C_0}\left[\frac{1 + i_d \cdot d_1}{360}\right] + \frac{P\left[1 + \frac{i_d \cdot d_1}{360}\right]}{5.000\ C_0} 5.000\left(\tilde{f}_1 - f_0\right)$$

$$B = \frac{-P\left[1 + \frac{i_d \cdot d_1}{360}\right] f_0}{C_0}$$

Assim, o valor final da captação sofre a correção cambial implícita no contrato futuro (f_0 / C_0-1), negociado na data inicial, sendo portanto fixo em cruzeiros segundo essa variação.

Exemplo 2

Com base em cotações de mercado, vejamos um exemplo simples do resultado da proteção de uma captação, através da compra de contratos futuros, com vencimento coincidente.

Dados:

P = Cr\$1.000.000.000,00

Data inicial: 6-3-92

t_1= 18

C_0 = Cr\$1.664,36

i_d = 20% a.a.

d_1 = 26

f_0 = Cr\$2.025,00

Com base nesses dados de mercado, pode-se projetar o valor da captação igual a:

$$1.000.000.000 \left[1 + \frac{0,2\ \ 26}{360}\right] \frac{2.025}{1.664,36} = 1.234.258.213,$$

A proteção (ou garantia de que o valor final será igual ao projetado) é realizada através da aquisição de contratos futuros segundo a relação (4).

$$\frac{1.000.000.000 \left[1 + \frac{0,2\ 26}{360}\right]}{5.000\ \ 1.664,36} = 121,902$$

A quantidade calculada acima não considera o efeito do risco do ajuste diário, tratado na seção 2. Assim, essa quantidade comprada deve ser alterada diariamente, de acordo com a relação (2) para se diminuir o risco do ajuste diário. Essa relação pede uma taxa de juros diária e constante. Como isso não existe, tomamos a taxa projetada pelo mercado futuro de juros da BM&F.[3] Para o período entre 6-3-92 e 1-4-92, essa taxa era de 1,21% a.d., então a quantidade efetivamente comprada no dia 6-3-92 deveria ser de:

$$\frac{1}{(1{,}0121)^{17}} \; x \; 121{,}902 = 99{,}360$$

Na tabela 4 são apresentados os ajustes diários e esse valor acumulado é capitalizado pela taxa de 1,21% a.d.. Na última coluna, o ajuste é acumulado pela taxa diária efetivamente ocorrida.

Tabela 4

Data	n	Cotação futura	Ajuste diário	Ajuste acumulado 1	Taxa dia	Ajuste acumulado 2
06-3	99,36	2.025,0	–	–	1,2490%	–
09-3	100,56	2,019,0	(2.980.807)	(2.980.807)	1,2483%	(2.980.807)
10-3	101,78	2.018,0	(502.812)	(3.519.687)	1,2443%	(3.520.829)
11-3	103,01	2.015,5	(1.272.241)	(4.834.517)	1,2183%	(4.836.880)
12-3	104,26	2.019,0	1.802.690	(3.090.325)	1,2260%	(3.093.118)
13-3	105,52	2.015,0	(2.085.145)	(5.212.863)	1,2170%	(5.216.185)
16-3	106,80	2.014,5	(263.797)	(5.539.736)	1,1770%	(5.543.463)
17-3	108,09	2.012,5	(1.067.956)	(6.674.722)	1,1657%	(6.676.665)
18-3	109,40	2.012,0	(270.219)	(7.025.705)	1,1660%	(7.024.714)
19-3	110,72	2.010,0	(1.093.956)	8.204.673)	1,1593%	(8.200.579)
20-3	112,06	2.010,0	0	(8.303.949)	1,1630%	(8.295.648)
23-3	113,41	1.011,0	560.295	(7.844.132)	1,1563%	(7.831.831)
24-3	114,79	2.008,5	(1.417.687)	(9.356.733)	1,1617%	(9.340.078)
25-3	116,18	2.007,5	(573.936)	(10.043.886)	1,1613%	(10.022.518)
26-3	117,58	2.009,0	871.321	(9.294.095)	1,1590%	(9.267.588)
27-3	119,00	2.011,0	1.175.819	(8.230.735)	1,1613%	(8.199.180)
30-3	120,44	2.012,5	892.535	(7.437.791)	1,1600%	(7.401.862)
31-3	121,90	2.009,0	(2.107.781)	(9.635.570)	1,1703%	(9.595.504)
01-4	–	2.007,5	(914.265)	(10.666.425)	1,1733%	(10.622.065)

[3] Na BM&F também são negociados contratos futuros de taxa de juros diária e, com base nesse mercado, verificou-se que a taxa de juros diária para esse período era de 1,21%.

Considerando-se a cotação final de Cr$2.007,60, o valor final da captação é de:

$$1.000.000.000 \left[1 + \frac{0{,}2\ 26}{360} \right] \frac{2.007{,}50}{1.664{,}36} = 1.223.591.784,$$

Esse valor, somado ao ajuste acumulado, deve ser igual ao valor projetado. Assim, somando-se ao ajuste acumulado 1, tem-se:

$$1.223.591.784, + 10.666.425, = 1.234.258.209,$$

Considerando-se o ajuste acumulado 2, tem-se:

$$1.223.591.784, + 10.622.065, = 1.234.213.849,$$

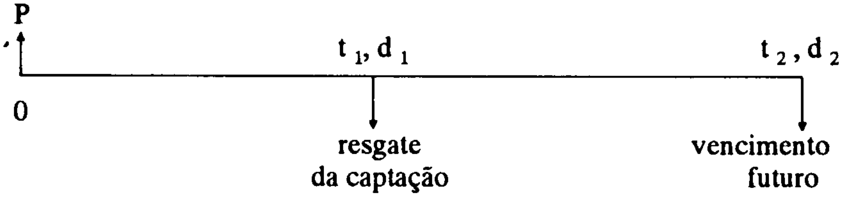
O segundo resultado é o mais próximo da realidade, já que a taxa de juros diária não é constante. Mas o primeiro resultado é útil, na medida em que mostra a perfeição do modelo, no caso em que a taxa de juros diária é constante.

Caso 2: Captação vence antes do contrato futuro

Nesse caso, faremos a seguinte adição à notação:

t_2 = dias úteis até o vencimento do contrato futuro; e
d_2 = dias corridos até o vencimento do contrato futuro.
O fluxo de caixa desse negócio está na figura 2.

Figura 2



No vencimento da captação continuamos com o mesmo resultado dado pela equação (3). Mas a cotação futura não coincide necessariamente com a cotação à vista. Sabemos, porém, que para não haver arbitragem no mercado futuro,[4] a cotação futura na data 1 (vencimento da captação) deve ser:

$$\tilde{f}_1 = \frac{\tilde{C}_1 (1 + i)^{(t_2 - t_1)}}{\left[\dfrac{1 + i_d . (d_2 - d_1)}{360} \right]}$$

onde:

i = taxa de juros diária e efetiva, por dia útil.

Assim sendo, a cotação do dólar à vista, no vencimento da captação, será:

$$\tilde{C}_1 = \frac{\tilde{f}_1 \left[\dfrac{1 + i_d . (d_2 - d_1)}{360} \right]}{(1 + i)^{(t_2 - t_1)}} \qquad (5)$$

[4] Arbitragem é uma operação com lucro certo e, no caso do mercado futuro de dólar, equivale a tomar n x US$5 mil emprestado, pagando 1% ao dia (em dólares), vender esses dólares no mercado à vista a C cruzeiros por dólar, emprestar os cruzeiros resultantes a 1% ao dia e comprar n contratos futuros de dólar, de modo a garantir o preço dos dólares no vencimento da operação. Feito isso, não ocorre nenhum investimento inicial e o valor final é de:

$$- n \;\; 5000 \, f \left[1 + \frac{i_d \;\; d_1}{360} \right] = \text{pagamento do empréstimo em dólares}$$

$$+ C \, n \;\; 5000 \; (1 + i)^{t1} = \text{resgate da aplicação financeira}$$

$$C \, n \;\; 5000 \; (1 + i)^{t1} - n \;\; 5.000 f \left[1 + \frac{i_d \;\; d_1}{360} \right] = \text{valor final}$$

Esse valor final é conhecido no início do negócio, porque o mercado futuro garante, no seu vencimento, um preço de f cruzeiros para o dólar. Se ele for positivo, então há uma oportunidade de lucro sem risco. Se o valor final for negativo, também haverá oportunidade de lucro sem risco, realizando um negócio inverso ao apresentado acima. Assim sendo, para não haver oportunidade de lucro sem risco, deve valer o seguinte resultado:

$$C \; (1 + i)^{t1} - f \left[1 + \frac{i_d \;\; d_1}{360} \right] = 0$$

$$\Rightarrow f = \frac{C \; (1 + i)^{t1}}{\left[1 + \dfrac{i_d \;\; d_1}{360} \right]}$$

Substituindo (5) na equação (3), temos:

$$B = -P \cdot \frac{\tilde{f}_1}{C_0 \cdot (1+i)^{(t_2-t_1)}} \cdot \left[1 + \frac{i_d d_1}{360}\right]$$

$$\left[1 + \frac{i_d (d_2 - d_1)}{360}\right] + n\, 5.000\, (\tilde{f}_1 - f_0) \qquad (6)$$

O problema se complica apenas pela inclusão da taxa de juros diária, válida entre t_1 e t_2. Para contornar esse problema, usaremos a taxa dada pelo mercado futuro de taxa de juros ou a taxa implícita nos títulos de renda fixa, através dos quais se pode garantir a taxa com uma operação de proteção.[5] Derivando o resultado, analogamente ao caso 1, temos:

$$n = \frac{P\left[1 + \frac{i_d d_1}{360}\right]\left[1 + \frac{i_d (d_2 - d_1)}{360}\right]}{5.000\ C_0 \quad (1+i)^{(t_2-t_1)}} \qquad (7)$$

Outro procedimento muito comum para se calcular o número de contratos necessários para a proteção é o chamado "*hedging* estatístico", que nesse caso particular, chega ao mesmo resultado, conforme apresentado no anexo. Esse resultado é encontrado também em Duffie (1989. p. 235).

Substituindo (7) em (6), temos que o valor final da captação será de:

$$B = \frac{-P\left[1 + \frac{i_d d_1}{360}\right]\left[1 + \frac{i_d (d_2 - d_i)}{360}\right] f_0}{C_0 (1+i)^{(t_2-t_1)}}$$

Na equação acima está implícita uma correção cambial de

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{f_0\left[1 + \frac{i_d \cdot (d_2 - d_1)}{360}\right]}{C_0 (1+i)^{(t_2-t_1)}} \qquad (8)$$

que é a variação cambial que se pode garantir através de uma operação de proteção no mercado futuro de dólar.

[5] Para garantir um ganho com a baixa da taxa diária de *i%* entre a data t_1 e t_2, basta comprar um título A prefixado, com vencimento na data t1 e vender um título *B* prefixado, com vencimento em t_2. Assim, se a taxa *i* cai, o valor do título *B* aumenta, obtendo-se lucro com os títulos prefixados. Se o objetivo for ganhar com alta da taxa *i*, basta fazer a operação inversa.

Exemplo 3

Sejam os seguintes dados:

P = Cr\$ 1.000.000.000,00

Data inicial 6-3-92

$t_1 = 10$

$t_2 = 18$

C_o = Cr\$ 1.664,36

$i_d = 20\%$ a.a.

$d_1 = 14$

$d_2 = 26$

f_o = Cr\$ 2.025,00

$i = 1{,}21\%$ a.d.

O valor final projetado para a captação é de:

$$\frac{1.000.000.000 \left[1 + \frac{0{,}2 \times 14}{360}\right] \times \left[1 \; \frac{0{,}2 \times 12}{360}\right] \times 2.025}{1.664{,}36 \times (1{,}0121)^{8}} = 1.121.090.894,$$

Para obtermos uma projeção do dólar no vencimento da captação, tomemos a relação (8):

$$C_1 = \frac{2.025 \left[1 + \frac{0{,}2 \times 12}{360}\right]}{(1{,}0121)^{8}} = 1.851{,}50$$

Pela relação (7), temos que a quantidade a comprar de contratos futuros é:

$$n = \frac{1.000.000.000 \left[1 + \frac{0{,}2 \times 14}{360}\right] \left[1 \; \frac{0{,}2 \times 12}{360}\right]}{5.000 \;\; 1.664{,}36 \;\; (1{,}0121)^{8}} = 110{,}725$$

Naturalmente, essa quantidade deve ser ajustada diariamente segundo a regra descrita na equação (2). A tabela 5 apresenta o resultado da proteção no mercado futuro.

Em 20-3 a cotação à vista do dólar estava em Cr\$ 1.858,01, assim, o valor final da captação foi de:

$$1.000.000.000 \left[1 + \frac{0{,}2 \times 14}{360}\right] \frac{1.858{,}01}{1.664{,}36} = 1.125.033.760,$$

Tabela 5

Data	n	Cotação futura	Ajuste diário	Ajuste acumulado 1	Taxa dia	Ajuste acumulado 2
06-3	99,37	2.025,0	–	–	1,2490%	–
09-3	100,57	2.019,0	(2.980.960)	(2.980.960)	1,2483%	(2.980.960)
10-3	101,78	2.018,0	(502.838)	(3.519.868)	1,2443%	(3.521.009)
11-3	103,02	2.015,5	(1.272.306)	(4.834.765)	1,2183%	(4.837.128)
12-3	104,26	2.019,0	1.802.782	(3.090.483)	1,2260%	(3.093.277)
13-3	105,52	2.015,0	(2.085.252)	(5.213.130)	1,2170%	(5.216.452)
16-3	106,80	2.014,5	(263.810)	(5.540.019)	1,1770%	(5.543.747)
17-3	108,09	2.012,5	(1.068.010)	(6.675.064)	1.1657%	(6.677.007)
18-3	109,40	2.012,0	(270.233)	(7.026.066)	1,1660%	(7.025.074)
19-3	110,73	2.010,0	(1.094.012)	(8.205.093)	1,1593%	(8.200.999)
20-3	–	2.010,0	0	(8.304.375)	1,1630%	(8.296.073)

Nesse mesmo dia, a cotação do mercado futuro foi de Cr$ 2.010,00, mas pela relação (5), deveria ser de:

$$f_1 = \frac{1.858\ (1{,}0121)^8}{\left[1 + \dfrac{0{,}2\ \ 12}{360}\right]} = 2.032{,}11$$

Como a cotação do contrato futuro é inferior à relação teórica dada acima, deve-se realizar a operação de arbitragem descrita na nota 4, até que o preço futuro se ajuste para Cr$ 2.032,11.

Para se realizar a arbitragem, pode-se manter parte da posição captada e os contratos futuros comprados, de modo a se apropriar do ganho de arbitragem. Os 110,725 contratos comprados equivalem a 121,9 contratos em 1-4, se considerarmos a regra dada pela equação (2). Dado que o tamanho do contrato é de US$5 mil, a manutenção dessa quantidade de contratos equivale à compra de US$609.500,00 em 1-4, que, dada a taxa de juros de 20% a.a., em dólares, tem um valor presente de US$605.463,58, em 20-3. Assim, segundo o procedimento da nota 4, em 20-3 tomamos US$605.463,58 emprestados e vendemos esses dólares a Cr$1.858,01, obtendo Cr$1.124.957.386,00. Desse total, aplicamos à taxa de mercado, supostamente constante em 1,21% a.d., a quantia de:

$$\frac{609.500\ \ 2.010,}{(1{,}0121)^8} = 1.112.710.967,$$

que é exatamente a quantia necessária para se liquidar o empréstimo em dólares.

No vencimento do contrato futuro, em 1-4, a cotação do dólar foi de Cr$ 2.007,50, logo, tem-se o seguinte resultado:
Ajuste acumulado: 121,9 x 5.000 x (2.007,5 – 2.010,) = -1.523.750, Pagamento do empréstimo em dólares: $605.463{,}58 \times \left[1 + \frac{0{,}2 \times 12}{360} \right] \times 2.007{,}50$ = -1.223.571.251,

Valor final da aplicação em cruzeiros: 1.112.710.967, x $(1{,}0121)^8$ = 1.225.095.001,.

Em 1-4, os valores se cancelam, não havendo lucro ou prejuízo. Mas, em 20-3 a captação em dólar rendeu Cr$ 1.124.957.386,00, contra uma aplicação de Cr$ 1.112.710.967,00, portanto um ganho de Cr$ 12.246.419,00, em valor do dia 20-3.

O valor da carteira protegida é igual ao valor final da captação, somado ao ajuste acumulado e ao ajuste extra calculado acima. Considerando-se o ajuste acumulado, tem-se:

1.125.033.760, + 8.304.375, – 12.246.419, = 1.121.091.716,

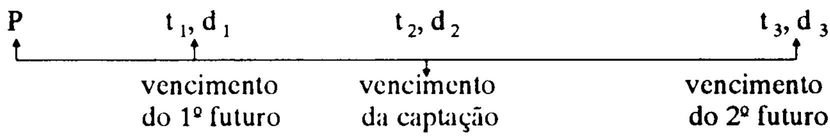
Tomando-se a taxa de juros constante, obtemos o ajuste acumulado 1 e o valor final é praticamente igual ao projetado. Se considerarmos a taxa de juros diária efetivamente ocorrida, o valor final da carteira protegida é de Cr$ 1.121.083.414,00, diferindo em apenas -0,0007% do projetado.

Caso 3: Vencimento da captação entre dois contratos futuros

Novamente devemos modificar a notação:
t_1 = dias úteis até o vencimento do 1º contrato futuro;
t_2 = dias úteis até o vencimento da captação;
t_3 = dias úteis até o vencimento do 2º contrato futuro;
d_3 = dias corridos até o vencimento do 2º contrato futuro; e
f_{ij} = cotação do contrato futuro i, na data j.
($i = 1, 2; j = 0, 1, 2$)

Graficamente, temos a seguinte situação:

Figura 3



Chamando de n_1 e n_2 a quantidade adquirida do 1º contrato e do 2º contrato, respectivamente, teremos no vencimento da captação o seguinte resultado da aquisição de cada contrato futuro:

$$n_1\ 5.000\ (\tilde{f}_{11} - f_{10})(1+i)^{(t_2-t_1)} +$$

$$n_2\ 5.000\ (\tilde{f}_{22} - f_{20})$$

Somando esses valores ao valor final da captação, temos a seguinte carteira:

$$B = -P\frac{\tilde{C}_2}{C_0}\left[1+\frac{i_d\, d_1}{360}\right] + n_1\, 5.000\,(\tilde{f}_{11} - f_{10})(1+i)^{(t_2-t_1)}$$

$$+\, n_2\, 5.000\,(\tilde{f}_{22} - f_{20}) \qquad (9)$$

Segundo o resultado apresentado no caso 2, a cotação do dólar à vista, no vencimento da captação (data 2), dado pela equação (5), deve ser de:

$$\tilde{C}_2 = \frac{\tilde{f}_{22}\left[1 + i_d\,(d_3 - d_2)\right]}{(1+i)^{(t_3-t_2)}} \qquad (10)$$

O valor de $\tilde{f}_{11}$ também pode ser obtido da mesma maneira, pois $\tilde{f}_{11} = \tilde{C}_1$.

$$\tilde{f}_{11} = \tilde{C}_1 = \frac{\tilde{f}_{22}\left[1 + \frac{i_d\left(d_3 - d_1\right)}{360}\right]}{(1+i)^{(t_3-t_1)}}$$

ou seja, o 1º contrato é obtido por arbitragem através do 2º contrato.

Da equação (10), temos que o valor final da captação não depende da cotação do 1º contrato, mas apenas do 2º contrato futuro. Assim sendo, podemos fazer $n_1 = 0$; logo, a equação (9) pode ser escrita como:

$$B = \frac{-P\left[1+\frac{i_d\, d_1}{360}\right]\left[1+\frac{i_d\left(d_3-d_2\right)}{360}\right]}{(1+i)^{(t_3-t_2)}.\, C_0}\,\tilde{f}_{22} + n_2\, 5.000\,(\tilde{f}_{22} - f_{20}) \qquad (11)$$

e

$$n_2 = \frac{P\left[1+\frac{i_d d_1}{360}\right]\left[1+\frac{i_d\left(d_3-d_2\right)}{360}\right]}{5.000\,(1+i)^{(t_3-t_2)}.\,C_0}$$

ou seja, o 1º contrato é irrelevante para se efetuar a proteção e o resultado acima é igual ao do caso 2. Sendo assim, não há necessidade de outro exemplo.

5. Conclusão

Os resultados apresentados mostram que a incerteza quanto à cotação futura do dólar pode ser compensada com a negociação de contratos futuros. Em geral, quando o ativo objeto do contrato futuro é o mesmo que se deseja proteger, o resultado da proteção é certo. Caso contrário, o resultado depende da correlação entre o ativo subjacente ao contrato futuro e o ativo que se deseja proteger. A técnica mais comum para resolver esse problema de proteção é o *hedging* estatístico, conforme apresentado no anexo. No nosso caso, como os resultados obtidos são certos, não há necessidade de se tecer considerações sobre risco e retorno.

Anexo

Proteção através do hedging *estatístico com a captação vencendo antes do contrato futuro*

Um procedimento para proteção através desses mercados, que é muito difundido na literatura, é o *hedging* estatístico. Uma ótima descrição dos seus fundamentos, ilustrada com exemplos, pode ser encontrada em Duffie (1989).

Considerando-se que a diferença entre o preço futuro e à vista (conhecido como base) é aleatório, esse método procura minimizar o risco dado pela base. Assim, da relação (1) temos:

$$\tilde{B}_1 = Q\,\tilde{C}_1 + n\,5.000\left(\tilde{f}_1 - f_0\right) \qquad (10)$$

onde:

$$Q = -P\,\frac{P\left[1+\frac{i_d \cdot d_1}{360}\right]}{C_0}$$

O problema consiste em minimizar a variância da função acima, através da escolha de um n ótimo.

$$\mathrm{VAR}\left(\tilde{B}_1\right) = \mathrm{VAR}\left(Q\,\tilde{C}_1\right) + \mathrm{VAR}\left[n\,5.000\left(\tilde{f}_1 - f_0\right)\right]$$
$$+\,2\,\mathrm{COV}\left[Q\,\tilde{C}_1\,,\, n\,5.000\left(\tilde{f}_1 - f_0\right)\right]$$

$$= Q^2\,\mathrm{VAR}\left(\tilde{C}_1\right) + n^2\,5.000^2\;\mathrm{VAR}\left(\tilde{f}_1 - f_0\right) +$$
$$2\;Q\;n\;5.000\;\mathrm{COV}\;\left(\tilde{C}_1\,,\tilde{f}_1 - f_0\right)$$

$$\underset{\{n\}}{\mathrm{MIN}}\quad \mathrm{VAR}\,(\,\tilde{B}_1\,) = \frac{\partial\,\mathrm{VAR}\,(\,\tilde{B}_1\,)}{\partial\, n} = 0$$

$$\Rightarrow 2\,n\,5.000^2\,\mathrm{VAR}\,(\,\tilde{f}_1 - f_0\,) + 2Q\;5.000\;\;\mathrm{COV}\;\;(\,\tilde{C}_1\,,\tilde{f}_1 - f_0\,) = 0$$

$$\Rightarrow n = -\,\frac{Q}{5.000}\;\;\frac{\mathrm{COV}\,(\,\tilde{C}_1\,,\tilde{f}_1 - f_0\,)}{\mathrm{VAR}\,(\,\tilde{f}_1 - f_0\,)}$$

como f_o é dado, temos:

$$n = -\,\frac{Q}{5.000}\times\frac{\mathrm{COV}\left(\tilde{C}_1\,,\tilde{f}_1\right)}{\mathrm{VAR}\left(\tilde{f}_1\right)}$$

ou

$$n = -\,\frac{Q}{5.000}\;\beta$$

onde

$$\beta = \frac{\mathrm{COV}\,(\,\tilde{C}_1\,,\tilde{f}_1\,)}{\mathrm{VAR}\,(\,\tilde{f}_1\,)}$$

β (beta) é conhecido como coeficiente de proteção. No caso em que $\tilde{f}_1$ pode ser determinado pela relação de arbitragem (5), temos:

$$\tilde{C}_1 = \frac{\tilde{f}_1\,.\left[1 + \dfrac{i_d\,(\,d_2 - d_1\,)}{360}\right]}{(\,1 + i\,)^{(t_2 - t_1)}}$$

logo,

$$\beta = \frac{\left[1 + \frac{i_d \cdot d_2}{360}\right]}{(1+i)^{(t_2-t_1)}}$$

$$\Rightarrow n = -\frac{Q}{5.000} \frac{\left[1 + \frac{i_d(d_2-d_1)}{360}\right]}{(1+i)^{(t_2-t_1)}} =$$

$$\frac{P\left[1 + \frac{i_d d_1}{360}\right]\left[1 + \frac{i_d(d_2-d_1)}{360}\right]}{C_0\, 5.000\, (1+i)^{(t_2-t_1)}}$$

Exatamente como em (7).

Abstract

This article addresses the Brazilian futures market for cruzeiros against the dollar, outlining hedging strategies for investors who need to buy dollar of a future date. Due to the high interest rate in Brazil, the use of daily adjustment in the quantity of future contracts, is shown to avoid larger daily settlement interest costs. All above is performed with examples taken from the Brazilian financial market.

Referências bibliográficas

Bolsa Mercantil e de Futuros. Especificação de contratos. 1992.

Brito, Ney O. Mercados futuros: sua relevância e experiência. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1984.

Cox, J.; Ingersoll, J. & Ross, S. The relation between forward prices and futures prices. *Journal of Financial Economics*, 9: 321-46, 1981.

Duffie, Darrel. Futures markets. Prentice-Hall International, 1989.

Faro, Clóvis de. Princípios e aplicação do cálculo financeiro. Livros Técnicos e Científicos, 1990.

Montezano, Marcos. Introdução aos mercados futuros de índices de ações. IBMEC/BM&F, 1987.

Hull, John. Options, futures and other derivative securities. Prentice Hall, 1989.