

Eficiência de *hedging* e taxa ótima de *hedge*: contratos futuros de depósitos interfinanceiros de um dia

Everton Pinheiro de Souza Gonçalves*

Este estudo examina, teórica e empiricamente, os conceitos de eficiência de *hedging* e a taxa de *hedge* de mínimo risco para o mercado futuro de taxa de juros, baseando-se no desempenho dos contratos referenciados nos depósitos interfinanceiros (DI) de um dia.

1. Introdução; 2. Portfolio e teoria de hedging: o caso da minimização do risco; 3. Metodologia; 4. As rentabilidades no mercado futuro e à vista; 5. Resultados; 6. Conclusões.

1. Introdução

A expansão internacional dos mercados futuros e o ambiente inflacionário crônico propiciaram as condições para a introdução do mercado futuro de juros no Brasil. Isto foi possível com a constituição da Bolsa Brasileira de Futuros (BBF) em 1984 (Rio de Janeiro) e da Bolsa de Mercadorias e de Futuros (BM&F) em 1985 (São Paulo). A instabilidade econômica e os constantes choques acabaram obrigando a utilização de diversos instrumentos financeiros na especificação dos contratos futuros. Entretanto, a partir de 1991 a BM&F lançou exitosamente os contratos futuros de taxa média de depósitos interfinanceiros de um dia e o prefixado de 30 dias. Ambos são referenciados nas taxas médias calculadas pela Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos Privados (Cetip), refletindo o custo médio das operações de troca de disponibilidade de recursos entre as instituições financeiras de curto prazo. A inquestionável importância do setor interbancário, a apurada metodologia de cálculo utilizada pela Cetip,

* Doutorando em economia de empresas pela Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas. O autor agradece a preciosa ajuda de Antonio Zoratto Sanvicente (USP e FGV/SP), Arício Xavier de Oliveira (FGV/SP) e da Assessoria Econômica da Bolsa Mercantil & de Futuros.

a importância decisiva das taxas de juros para o equilíbrio dos negócios numa economia instável e a forte concentração da poupança financeira em aplicações conservadoras em títulos públicos e privados têm despertado um enorme interesse na utilização do mercado futuro de taxa de juros como opção de investimento.

Dentro das técnicas operacionais, o *hedging* é reconhecido como uma eficiente estratégia para a administração de risco por parte dos agentes econômicos: Quando e quanto se proteger a posição à vista, em operações de *hedging*, são questões teóricas e práticas que não têm apresentado consenso na literatura sobre mercados futuros.¹

A teoria tradicional considera o *hedge* uma operação na qual o detentor de uma posição física utiliza os mercados futuros, de forma a eliminar o risco da variação no preço dos ativos. O *hedger* toma uma posição futura oposta e equivalente à que detém no mercado à vista; a proporção do *portfolio* a ser protegida seria de 100% e a eficiência é medida pela eliminação do risco.

Working (1953), Johnson (1960), Stein (1961) e Ederington (1979) consideraram a teoria tradicional inadequada e concluíram que as decisões de *hedging* nos mercados futuros são idênticas às tomadas na teoria do *portfolio*, ou seja, com base no *trade-off* existente entre risco e retorno.

Ederington (1979), quando examinou a eficiência do *hedging* no mercado futuro de ativos financeiros e a taxa ótima de *hedge* nos contratos futuros da Government National Mortgage Association (GNMAs) e de U.S. Treasury-Bills, concluiu que a taxa ótima de *hedge* é na maioria das vezes significativamente diferente da razão *um para um* entre a posição física e a do mercado futuro da teoria tradicional. Mesmo quando se minimiza o risco, a posição física não é assegurada inteiramente, mas apenas em parte, já que o mínimo risco é alcançado com uma taxa menor que *um para um* e a medida da eficiência de *hedging* deve ser feita pelo coeficiente de correlação entre os preços à vista e futuro.²

O objetivo deste trabalho é estimar a taxa ótima de *hedge* e a eficiência de *hedging* nos contratos futuros de taxa de juros negociados na BM&F, utilizando técnicas especialmente desenvolvidas para a análise de séries temporais. O contrato analisado é o do DI de um dia, já que é bem mais líquido que o DI de 30 dias.³

¹ Podem-se ver resenhas das teorias de *hedging* em Ederington (1979), Weiner (1981) e Junkus & Lee (1985).

² A visão de Ederington, entretanto, não é compartilhada por Howard & D'Antonio (1984), que sugeriram a incorporação dos ganhos esperados na apuração da eficiência de *hedging* que seria composta por risco e retorno, não mais como uma mera redução de risco.

³ Para a compreensão do mecanismo de funcionamento dos contratos DI de um dia ver Anexo 1.

Após esta introdução, apresenta-se na seção 2 o modelo desenvolvido por Ederington, com a utilização do *hedging* como minimização de riscos. Na seção 3 apresenta-se a metodologia a ser adotada para a estimação da taxa ótima de *hedge* e da eficiência de *hedging* com uso dos contratos futuros de depósitos interfinanceiros de um dia. Na seção 4 descreve-se como foram auferidas as rentabilidades do mercado à vista e futuro. Na seção 5, apresentam-se os resultados obtidos na estimação; e por fim a última seção aponta as conclusões e as considerações finais deste estudo.

2. *Portfolio* e teoria de *hedging*: o caso da minimização dos riscos

A teoria de *portfolio*, que define risco como variância dos retornos esperados, também é usada para o *hedging*. O objetivo básico desse modelo é minimizar o risco da carteira. Supõe-se que os indivíduos são avessos ao risco e que possuem ativos protegidos e não-protegidos em sua carteira. As posições são fixas, e o problema é o de se determinar a proporção que será protegida via posições futuras opostas. A solução dos modelos produz uma variável b , que é a proporção entre a carteira física e a posição em futuros, ou melhor, é o *hedge ratio*.

Segundo Ederington (1979) o retorno médio esperado do *portfolio* $[E(H)]$ que combina posições físicas e futuras é:

$$E(H) = X_s \cdot E(SP_2 - SP_1) + X_f \cdot E(FU_2 - FU_1) - K(X_f) \quad (1)$$

onde:

- X_s, X_f são respectivamente as posições física e futura.
- $K(X_f)$ são os custos envolvidos na utilização dos futuros (margens e corretagens).
- SP_1, SP_2 são os preços no mercado à vista nos instantes t_1 e t_2 .
- FU_1, FU_2 são os preços futuros negociados nos instantes t_1 e t_2 .

A variância do *portfolio* $[Var(H)]$ é:

$$Var(H) = X_s^2 \cdot Var_s + X_f^2 \cdot Var_f + 2 \cdot X_s \cdot X_f \cdot Cov_{sf} \quad (2)$$

onde:

Var_s é a variância dos retornos do *portfolio* desprotegido.

Var_f é a variância dos retornos dos contratos futuros.

Cov_{sf} é a covariância entre os retornos da carteira desprotegida e com o uso dos futuros.

Sendo $b = -X_f/X_s$ a proporção da posição física protegida, e como X_s e X_f no *hedging* têm sinais opostos, usualmente b será positivo, e a equação (2) se transformaria em:

$$\text{Var}(H) = X_s^2 \cdot (\text{Var}_s + b^2 \cdot \text{Var}_f - 2 \cdot b \cdot \text{Cov}_{sf}) \quad (3)$$

E a equação (1) seria:

$$E(H) = X_s \cdot [(SP_2 - SP_1) - b \cdot E(FU_2 - FU_1)] - K \cdot (X_s, b)$$

ou

$$E(H) = X_s \cdot [(1 - b) \cdot E(SP_2 - SP_1) + b \cdot E(SP_2 - SP_1) - b \cdot E(FU_2 - FU_1)] - K \cdot (X_s, b) \quad (4)$$

Sendo a mudança esperada na base $[E(B)]$:

$$E(B) = E[(FU_2 - SP_2) - (FU_1 - SP_1)] \quad (5)$$

Substituindo-se (5) em (4):

$$E(H) = X_s \cdot [(1 - b) \cdot E(S) - b \cdot E(B)] - K(X_s, b) \quad (6)$$

Onde $E(S) = E(SP_2 - SP_1)$ é a mudança esperada no preço de uma unidade da posição física.

Se a mudança esperada na base for zero, o ganho ou perda será reduzido quando b tender a 1. A mudança esperada na base pode elevar ou diminuir o ganho esperado de uma posição desprotegida, $E(U) = X_s \cdot E(S)$. Sendo X_s constante, pode-se obter os efeitos da variação em b :

$$d/db [E(H)] = -X_s \cdot [E(B) + E(S)] - d/db [K(X_s, b)] \quad (7)$$

$$d/db [\text{Var}(H)] = X_s^2 \cdot (2 \cdot b \cdot \text{Var}_{sf} - 2 \cdot \text{Cov}_{sf}) \quad (8)$$

E obtém-se o coeficiente b^* de menor risco quando:

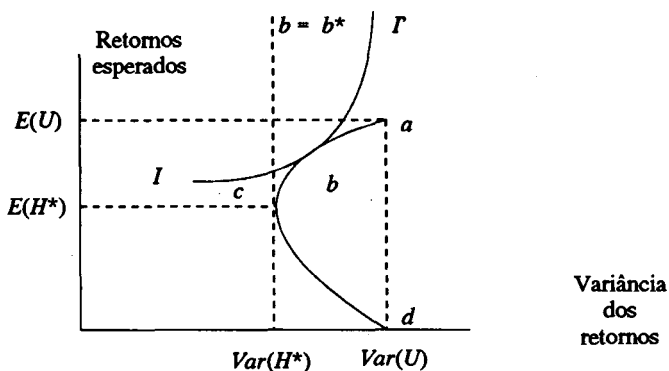
$$b^* = \text{Cov}_{sf} / \text{Var}_f \quad (9)$$

A curva de possibilidades de *portfolio* (ver figura 1) possibilita a extração de algumas conclusões do modelo de minimização de riscos. A derivada da função utilidade em relação ao retorno esperado é positiva, e negativa com referência ao risco. Graficamente, a função utilidade pode ser representada pela curva Π' . As equações (1) e (2) podem indicar uma relação entre retorno e risco, como indica a curva $abcd$.

No caso de um carteira sem *hedge*, o retorno e o risco serão determinados pelas condições da posição física. Isso é mostrado pelo ponto *a* do gráfico, onde o retorno esperado é igual a $E(U)$ e o risco a $Var(U)$.

Se o agente pretender minimizar o risco de sua carteira, a posição ótima no ponto *c*, onde $Var(H^*)$ será mínima e haverá uma queda no valor esperado para $E(H^*)$.

Figura 1
Curva de possibilidades
de *portfolios*



Fonte: Ederington (1979, p. 163).

Se o agente decidir maximizar a relação retorno-risco optará pelo ponto *b*, determinado pela tangência entre a curva de utilidade Π' e a fronteira de possibilidades de carteiras. Nesse ponto, tanto o retorno quanto o risco são maiores.

Pelas equações acima, o coeficiente *b* não é necessariamente igual a 1, como a teoria tradicional pressupõe, mas pode ser maior do que 1, quando o agente detiver uma posição maior nos mercados futuros do que no mercado à vista, ou mesmo menor do que 1, quando o agente tomar uma posição menor nos mercados futuros do que no mercado à vista, e até mesmo pode ser negativo, quando o agente tomar uma posição de mesmo sinal nos dois mercados.

A medida de eficiência (*e*) da teoria de *portfolio* é feita pela comparação do risco da carteira protegida e o da não-protegida. O valor de *e* será expresso pela redução percentual na variância, ou:

$$e = 1 - Var(H^*)/Var(U) \tag{10}$$

Onde:

- $Var(H^*)$ é a variância mínima num *portfolio* com o uso dos contratos futuros.

- $Var(U)$ é a variância do *portfolio* desprotegido.

Substituindo-se a equação (9) em (3):

$$Var(H^*) = X_s^2 [(Var_s - (Cov_{sf})^2 / Var_f)] \quad (11)$$

Conseqüentemente:

$$e = (Cov_{sf})^2 / (Var_s \cdot Var_f) = r^2 \quad (12)$$

A medida de eficiência (e) da teoria de *portfolios* corresponde ao quadrado da correlação simples (r^2) entre os retornos da carteira não-protegida e o da carteira e com o uso do mercado futuro. Essa expressão corresponde ao coeficiente de determinação da regressão linear simples entre os retornos da carteira com e sem uso de contratos futuros. Quanto maior o coeficiente, maior a eficiência da estratégia. Entretanto, não se deve esquecer que a estratégia de minimizar o risco não produz uma solução ótima do ponto de vista risco-retorno e não elimina totalmente o risco.⁴

3. Metodologia

Além das técnicas desenvolvidas para a análise de séries temporais na avaliação da taxa ótima de *hedge* e da eficiência de *hedging*, utilizar-se-á para efeito comparativo a técnica de Ederington (mínimos quadrados ordinários). Como já dito, o contrato a ser estudado será o do DI de um dia, enquanto que o período escolhido para *hedging* será o composto por quatro semanas a partir da data de negociação do contrato futuro.

A idéia de usar séries temporais é de se determinar a extensão de autocorrelação nos valores à vista e futuro e se chegar a uma estimativa não-viesada da taxa ótima de *hedge* e da eficiência de *hedging*. A técnica aqui utilizada na análise de série temporal será a desenvolvida por Box & Jenkins (1976).

3.1 Regressão por mínimos quadrados ordinários (MQO)

No seu trabalho pioneiro com mercados futuros de ativos financeiros, Ederington mostrou que a regressão MQO pode ser utilizada para estimar a taxa ótima de *hedge* (b^*) entre os mercados à vista e futuro. Como b^* é a

⁴ Para isto ver Howard & D'Antonio (1984).

declividade da regressão que relaciona a rentabilidade do mercado à vista (*RSP*) com a rentabilidade no mercado futuro (*RFU*), tem-se:

$$RSP_t = a + b \cdot RFU_t + e_t \quad (14)$$

onde a eficiência de *hedging* é medida pelo coeficiente de determinação (r^2) na estimação da equação (14).

A técnica de Ederington para calcular o *hedge* ótimo só produzirá estimadores não-viesados quando satisfizer as hipóteses da regressão por MQO: normalidades, variância constante (homocedasticidade) e erros não-autocorrelacionados.

3.2 O modelo de Box-Jenkins

A técnica desenvolvida por Box & Jenkins (1976) é indicada para se obter resultados superiores quando as séries apresentam alta correlação. O método de Box-Jenkins envolve três passos: o primeiro é o da identificação ou especificação do modelo em que a forma estrutural apropriada é selecionada para ajustar os dados. O segundo passo é o da estimação dos parâmetros. Finalmente, o terceiro consiste em se testar o modelo de modo a comprovar que realmente o modelo se ajusta apropriadamente aos dados; caso isso não ocorra, o processo se reinicia. O modelo de Box-Jenkins, *autoregressive integrated moving average* (Arima), é utilizado para se produzir uma série de choques randômicos (*white noise*). Cada observação de um processo de *white noise* é retirada randômica e independentemente, por hipótese, de uma distribuição normal com média zero e variância constante. Um choque *white noise* entra em um modelo Arima (p, d, q), passa através de uma série de filtros ou *black boxes* e sai como uma observação de série de tempo. Esses filtros introduzem uma estrutura de correlação ou memória nas séries de tempo. O processo envolvido é o de se construir um modelo Arima (p, d, q) apropriado de modo que se possa descrever as séries temporais. O modelo Arima é uma série de filtros que determinam as propriedades do produto das séries de tempo. Um modelo Arima (0,1,1) descreve uma série em que os choques randômicos passam por um filtro de diferença ($d = 1$) e um filtro de média móvel ($q = 1$), mas não por filtro auto-regressivo ($p = 0$).

Já o modelo de função de transferência de Box-Jenkins⁵ é baseado conceitualmente na idéia dos efeitos de uma variável sobre outra. O presente estudo estimará um modelo de função de transferência da rentabilidade do mercado futuro para a do mercado à vista. A razão é óbvia, pois a decisão do agente

⁵ Vandaele, W. (1983, p. 267-330).

econômico, no momento de se fazer o *hedging*, é baseada na projeção da taxa de juros oferecida pelo mercado futuro.

Esse modelo seria descrito da seguinte forma:

$$RSP_t = v_0 \cdot RFU_t + v_1 \cdot RFU_{t-1} + v_2 \cdot RFU_{t-2} + \dots + e_t \quad (15)$$

onde e_t são os efeitos de outras variáveis sobre SP_t .

Sendo $B^m Z_t = Z_{t-m}$ um operador de defasagem, pode-se obter:

$$RSP_t = (v_0 + v_1 \cdot B + v_2 \cdot B^2 + \dots) RFU_t + e_t$$

ou

$$(16)$$

$$RSP_t = V(B) \cdot RFU_t + e_t$$

onde $V(B)$ é um operador polinomial que representa a função de transferência da rentabilidade do mercado futuro para o mercado à vista e sumariza a estrutura dinâmica dessa transferência. Os coeficientes v_0, v_1, v_2, \dots representam os pesos de resposta de mudanças de RFU_t em RSP_t .

O operador $V(B)$ pôde ser representado por um quociente de polinômios com ordem menor. Ou:

$$V(B) = w(B) / d(B) \quad (17)$$

onde:

$w(B)$ — que é um operador polinomial de ordem s — é igual a $w_0 - w_1 \cdot B - w_s \cdot B^s$.

$d(B)$ — que é um operador polinomial de ordem r — é igual a $d_0 - d_1 \cdot B - \dots - d_r \cdot B^r$.

$w(B)$ descreve a magnitude dos efeitos imediatos da rentabilidade do mercado futuro sobre a rentabilidade do mercado à vista, enquanto $d(B)$ descreve a duração e a trajetória desses efeitos.

Substituindo-se (17) em (16):

$$RSP_t = [w(B) / d(B)] \cdot RFU_t + e_t \quad (18)$$

A equação (18), implicitamente, pressupõe que uma mudança em RFU afete instantaneamente RSP . Entretanto, pode existir uma defasagem na resposta do sistema. De modo a introduzir esta generalidade, utiliza-se o coeficiente b para indicar o número de períodos que FU_t leva para interferir em SP . O modelo de função de transferência seria, então, descrito por:

$$RSP_t = [w(B)/d(B)] \cdot RFU_{t,b} + e_t \quad (19)$$

Como e_t não é necessariamente *white noise*, deve ser transformado em um modelo Arima, que por hipótese é estatisticamente independente de FU_t . Uma vez feito isso, a nova estrutura deve ser incorporada à equação (19) de modo a produzir o seguinte modelo matemático:

$$(1 - B) \cdot RSP_t = (1 - B) \cdot V(B) \cdot RFU_t + [\Theta(B)/\Phi(B)] \cdot a_t \quad (20)$$

Onde:

- $V(B)$ é a função de transferência.
- $\Theta(B)$ é operador polinomial de média móvel.
- $\Phi(B)$ é operador polinomial autoregressivo.
- a_t é *white noise*.

4. As rentabilidades no mercado à vista e no mercado futuro

O objetivo desta seção é mostrar como foram auferidas as rentabilidades dos mercados à vista e futuro. Os dados acerca das taxas médias dos DI e os preços de negociação utilizados (de fechamento) dos contratos futuros foram obtidos com a ajuda da Assessoria Econômica da BM&F. O período coberto é o compreendido entre 5 de junho de 1991 e 15 de abril de 1992.

As rentabilidades serão referidas a operações de *hedging* para um período de quatro semanas. O período para o *hedging* será calculado diariamente a partir da data inicial da operação. Nos casos em que o fechamento cair em dia não-útil, a data de vencimento a ser considerada será a do dia útil mais próximo.⁶

4.1 Rentabilidade no mercado à vista

O rendimento neste mercado só pode ser obtido *ex-post*, e é calculado através da acumulação das taxas médias dos DI da Cetip, desde o dia inicial até o dia anterior ao vencimento do *hedging*.

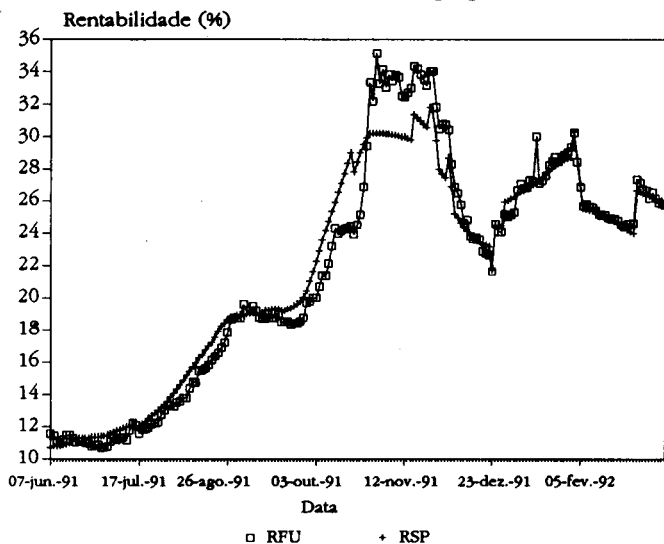
4.2 Rentabilidade no mercado futuro

A avaliação das operações de *hedging* apresenta algumas dificuldades, dentre as quais o vencimento dos contratos. De forma a contornar esse entrave, o trabalho utiliza o conceito do *perpetual contract*, que foi

⁶ Pode-se ver no Anexo 2 a utilização dessa metodologia num exemplo de operação de *hedging*.

desenvolvido por Pelletier (1983) e utilizado no trabalho efetuado por Herbst; Kare & Caples (1989). A idéia central desse conceito é a criação de um contrato fictício para uma data T , sendo que $N < T < F$ e N e F são os vencimentos dos contratos anteriores e posteriores a T . Para este estudo, a estimação da rentabilidade da data inicial do *hedging* até T será feita com base nas projeções das taxas médias de *overnight*.⁷

Figura 2
RSP e RFU dos *hedgings*



A Figura 2 mostra o comportamento das duas rentabilidades durante o período estudado. Há uma forte correlação entre as duas variáveis, o que vem a indicar uma alta eficiência no uso do mercado futuro de DI.

5. Resultados

Esta seção mostra os resultados obtidos pela regressão dos mínimos quadrados ordinários e pela técnica de Box-Jenkins. A tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelo método dos MQO. Como se pode ver, a taxa ótima de *hedge* é significativamente menor do que 1, ao contrário do que pressupõe a teoria tradicional de *hedging*. A estatística r^2 comprova a alta eficiência da operação de *hedging*. Entretanto, a estatística de Durbin-Wat-

⁷ Esta metodologia, entretanto, apresenta uma superposição de expectativas que pode produzir uma correlação serial.

Tabela 1
Resultados segundo a técnica de Ederington

	<i>Média</i>	<i>Desvio-padrão</i>
<i>Estatísticas descritivas</i>		
Rentabilidade do mercado à vista (%)	21,9153	6,5055
Rentabilidade do mercado futuro (%)	21,9052	7,1797
<i>Resultado da regressão pelos MQO</i>		
Constante (C)	2,4789	0,3038
t de Student para C	8,1600	
Taxa ótima de <i>hedge</i> (b^*)	0,8873	0,0132
t de Student para b^*	67,3128	
Coefficiente de determinação (r^2)	0,9587	
Durbin Watson (D.W.)	0,1751	
Desvio-padrão da regressão	1,3216	

son indica a presença de perturbações auto-regressivas, violando dessa forma os pressupostos básicos dos MQO. Isso provoca uma subestimação da variância dos resíduos, superestimação de r^2 , e leva a uma estimativa viesada para cima da taxa ótima de *hedge* (a declividade da regressão).⁸

Outra deficiência da técnica de Ederington é não oferecer uma relação de causalidade e mesmo da estrutura da defasagem entre os retornos do mercado à vista e futuro. A utilização da técnica de Box-Jenkins serve para superar os problemas citados.

O primeiro passo para a construção de um modelo de função de transferência é o “pré-branqueamento” das séries RFU_t e RSP_t . A figura 2 indica que as séries não são estacionárias. Para torná-las estacionárias é necessário que sejam diferenciadas uma vez. A partir daí, estimaram-se os modelos Arima, para cada série, a partir da função de autocorrelação e autocorrelação parcial. Tais modelos podem ser vistos nas tabelas 2 e 3.

A tabela 2 indica que o parâmetro para $AR(2)$ é muito significativo, que a média dos resíduos pode ser considerada igual a zero e os primeiros 24 resíduos atendem às condições de Box-Pierce (1970). Assim os resíduos podem ser considerados *white noise*.

A tabela 3 apresenta o modelo Arima para a série SP_t . As ordens 5 e 19 para os operadores auto-regressivos e de média móvel indicam que o processo

⁸ A demonstração da subestimação da variação dos resíduos, quando há perturbações auto-regressivas, pode ser encontrada em Kmenta (1988, p. 317-54). Como: $r^2 = 1 - (\text{variância dos resíduos/variância total})$, a subestimação da variância dos resíduos viesou o valor de r^2 para cima, e conseqüentemente a taxa ótima de *hedge*.

Tabela 2
Modelo Arima da série RFU_t

<i>Modelo</i>	
$(1 - 0,2380B^2) (1-B) RFU_t = a_t$	
<i>Parâmetros</i>	
AR (2)	<i>t</i> -Student = 3,41
<i>Resíduos</i>	
Média	0,0580
<i>t</i> -da média (contra zero)	1,0473
Q (24)	18,3

Tabela 3
Modelo Arima da série RSP_t

<i>Modelo</i>	
$(1 - 0,7042B^5 - 0,3995B^{19}) (1 - B) RSP_t = (1 - 0,5580B^5 - 0,6546B^{19}) a_t$	
<i>Parâmetros</i>	
MA (5)	<i>t</i> -Student = 6,49
MA (19)	<i>t</i> -Student = 6,57
AR (5)	<i>t</i> -Student = 7,97
AR (19)	<i>t</i> -Student = 4,14
<i>Resíduos</i>	
Média	0,0536
<i>t</i> -da média (contra zero)	1,3308
Q (24)	14,4

gerador da série SP_t tem sua estrutura relacionada com períodos semanais (cinco dias úteis) e mensais (19 dias úteis). Todos os parâmetros são significantes, a média dos resíduos pode ser considerada igual a zero e os 24 primeiros resíduos atendem às condições de Box-Pierce para serem considerados *white noise*.

A identificação do modelo de função de transferência de Box-Jenkins foi realizada através da análise das correlações cruzadas da série SP_t filtrada pela série FU_t , “pré-branqueada”, através de um filtro comum. A tabela 4 fornece a função transferência.

Tabela 4
Função transferência de RFU_t para RSP_t

Função

$$(1 - B) RSP_t = (0,3679 + 0,1181B + 0,1251B^{12} - 0,0948B^{22}) (1 - B) RFU_t + (1 - 0,3419B^5 - 0,7411B^{19}) / (1 - 0,4145B^5 - 0,4218B^{19}) a_t$$

Parâmetros

	<i>t</i> - de Student	
<i>FU</i> - numerador-ordem 0-	9,45	
numerador-ordem 1-	3,34	
numerador-ordem 12-	3,32	
numerador-ordem 22-	2,44	
<i>SP</i> - <i>MA</i> (5)	3,35	
<i>MA</i> (19)	6,56	
<i>AR</i> (5)	3,64	
<i>AR</i> (19)	3,72	
Coefficiente de determinação (r^2)		0,9960
Desvio-padrão dos resíduos		0,4142
Resíduos		
Média		0,0127
<i>t</i> -da média (contra zero)		0,3806
<i>Q</i> (24)		16,0

A análise da função de transferência nos indica que o coeficiente de determinação (r^2) é muito alto, o que aponta uma alta eficiência para o *hedge*. Entretanto, cabe salientar que para Box-Jenkins (1976) essa estatística deve ser considerada com muito cuidado.

A análise indica, ainda, que o ganho de *steady-state* (somatória dos pesos de resposta de mudanças em RFU_t sobre RSP_t) é igual a 0,5162, ou que a taxa ótima de *hedge* (b^*) é de 51,62%. Os resíduos da função de transferência atendem às condições de Box-Pierce e apresentam média igual a zero.

Deve-se dizer que as correlações cruzadas das séries RFU_t e RSP_t , “pré-branqueadas” indicam altas correlações nos *lags* 0, 1, 12 e 22, sendo o *lag* 0 o de maior peso. A análise das correlações cruzadas indica ainda a existência de uma forte correlação no *lead* 15. Isso pode ser resultado de uma provável relação de *feed-back* entre as duas variáveis. Se for efetiva essa relação poderá tornar as estimativas viesadas.

6. Conclusões

O uso de modelos Arima produziu uma redução na taxa ótima de *hedge* para o mercado futuro de DI de um dia, tendo importantes implicações econômicas para o *hedger*. A redução de cerca de 37% na taxa ótima de *hedge* tem um significado importante, pois o *hedger* necessitará de um investimento menor nos contratos futuros de DI para proteger a sua posição física. Considerando a magnitude dos investimentos nessas transações, essa redução poderá produzir expressivos ganhos para os *hedgers*.

A comparação do desvio-padrão dos resíduos dos dois métodos, que deveria ser utilizada para medir a eficiência do *hedging*, mostra que a taxa ótima de *hedge* no modelo Arima apresenta um risco menor do que no método de MQO. Em resumo, o modelo Arima calcula taxas ótimas de *hedge* que não só reduzem os custos, mas também a *exposure* ao risco.

Como visto na seção 5, os resultados do estudo das rentabilidades no mercado à vista (*SP*) e no mercado futuro (*FU*) mostraram que as estimativas de taxa ótima de *hedge* para os contratos futuros em DI de um dia, calculadas pelo método dos MQO, são viesadas para cima. A razão para este viés é a presença de perturbações auto-regressivas nos resíduos, o que viola uma hipótese básica do modelo de regressão por MQO.

Este estudo apresenta algumas particularidades, a saber: 1) usa dados diários para avaliar *hedging* de quatro semanas; 2) ao empregar o conceito de *perpetual contracts*, permite a utilização de um número maior de dados; 3) a estimativa obtida pelo modelo Arima produz uma taxa ótima de *hedge* menor, diminuindo os custos de transação dos *hedgers*. Há também uma redução do risco do *portfolio* quando comparados os resultados com os obtidos pelo método de MQO.

Anexo 1

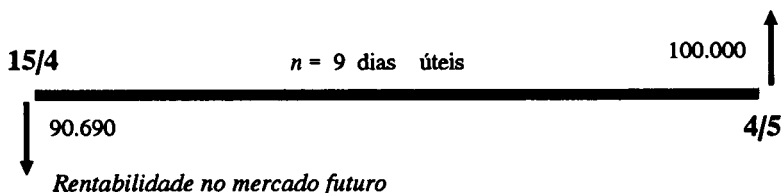
Mecanismo de funcionamento dos contratos DI de um dia

Como se sabe, os mercados futuros negociam contratos que representam compromissos padronizados para se comprar ou vender certa mercadoria a determinado preço, fixado em Bolsa e com uma data específica de vencimento.

O contrato DI de um dia é referenciado nas taxas diárias dos depósitos interfinanceiros acumuladas desde o dia da abertura do contrato até o vencimento do mesmo. A flutuação de PU (preço unitário) representa a expectativa do comportamento da taxa de juros para um determinado período futuro. A taxa de juros é calculada através do desconto em relação ao valor de resgate do contrato, ou CR\$100.000,00. Assim, haverá redução no PU quando for es-

Figura 3

Avaliação da compra de contratos futuros com vencimento em maio



- taxa efetiva no período
 $(100.000/PU - 1) \times 100 = 10,27\%$
- taxa média de overnight
 $((100.000/PU)^{1/n} - 1) \times 3.000 = 32,75\%$ a.m.

Rentabilidade no mercado à vista (ex-post)

- taxa efetiva no período
= 10,20%
- taxa média de overnight
 $((1,1020)^{1/9} - 1) \times 3.000 = 32,55\%$ a.m.

perada uma elevação na taxa de juros; por sua vez, o PU cairá quando as expectativas forem em sentido contrário.

A figura 3 descreve uma operação com a utilização dos contratos futuros de DI de um dia. No dia 15 de abril de 1992, uma instituição financeira detentora de recursos de curto prazo e com uma expectativa de redução das taxas de juros comprou contratos com vencimento em maio (no primeiro dia útil) a um PU de 90.690. Garantindo, durante os nove dias úteis até o vencimento do contrato, uma rentabilidade efetiva de 10,27%, ou uma taxa de média de *overnight* de 32,75%. Assegurou, desta forma, após uma análise *ex-post*, um ganho operacional bruto de 0,07%.

Anexo 2

Um exemplo operacional de uma operação de *hedging*

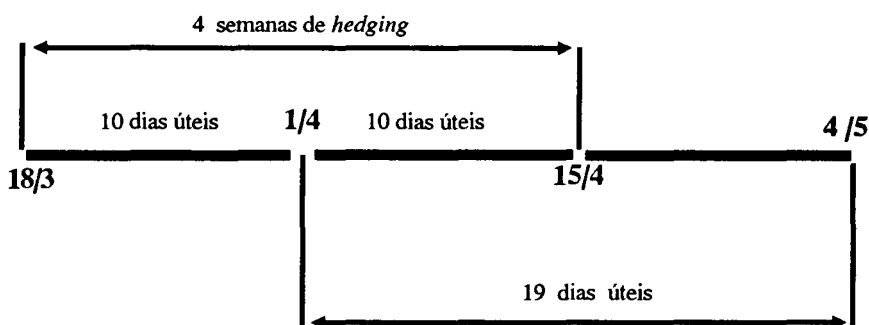
No dia 18 de março de 1992, uma instituição financeira disposta a proteger uma posição física decide comprar contratos futuros de DI de um dia com vencimento em maio de 1992. Como pretende proteger sua carteira por quatro semanas, a instituição deverá vender os contratos no dia 15 de abril.

Sabe-se que na data de compra os PU para contratos com vencimento em maio e abril eram respectivamente 71.720 e 89.120.

1) Cálculo da rentabilidade no mercado à vista: é efetuado através da acumulação das taxas dos depósitos interfinanceiros entre 18 de março e 15 de abril. Essa rentabilidade, calculada *ex-post*, correspondeu a um rendimento efetivo de 26,06%.

2) Cálculo da rentabilidade no mercado futuro: é feito com base na expectativa do comportamento da taxa de juros (para se compreender melhor este cálculo, ver a figura 4).

Figura 4
Calendário para uma operação de *hedging*



Rentabilidade esperada para o período de 18 de março até 4 de maio:

$$(100.000 / 71.720 - 1) \times 100 = 39,43\%$$

Taxa média de *overnight* esperada para o período de 18 de março até 1 de abril (10 dias úteis):

$$((100.000 / 89.120)^{1/10} - 1) \times 3.000 = 34,76\% \text{ a.m.}$$

Taxa média de *overnight* esperada para o mês de abril (19 dias úteis):

$$((89.120 / 71.720)^{1/19} - 1) \times 3.000 = 34,49\% \text{ a.m.}$$

Rentabilidade efetiva esperada para um contrato futuro comprado em 18 de março com vencimento fictício em 15 de abril. O período total de *hedging*

compreende 20 dias úteis, sendo que 10 dias úteis em março e 10 em abril. Assim, a rentabilidade esperada para o período deve ser composta por 10 dias com taxa média de *overnight* de 34,76% e 10 com a taxa média de 34,49%.

$$((34,76 / 3.000 + 1)^{10} \times (34,49 / 3.000 + 1)^{10} - 1) \times 100 = 25,80\%$$

Abstract

This paper discusses theoretically and empirically the concepts of the hedging effectiveness and optimal hedge ratio on interest future markets. This study is based on the performance of the interfinancial deposits contracts of one day that are traded at BM&F.

Referências bibliográficas

Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. *Time series analysis forecasting and control*. San Francisco, Holden Day, 1976.

_____ & Pierce, D. A. Distribution of residual autocorrelation in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association* (64): 1.509, 1970.

Ederington, L. The hedging performance of the new future markets. *Journal of Finance*, Mar. 1979. p. 157-70.

Herbst, A. F.; Kare, D. D. & Caples, S. C. Hedging effectiveness and minimum risk hedge ratios in the presence of autocorrelation in the foreign currency futures. *The Journal of Markets*, 9 (3): 185-97, 1989.

Howard, C. T. & D'Antonio, L. J. A risk-return measure of hedging effectiveness. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19 (1): 101-12, 1984.

Johnson, L. L. The theory of hedging and speculation in commodity futures. *Review of Economic Studies*, 27 (30): 139-51, 1960.

Junkus, J. C. & Lee, C. F. Use of three stock index futures in hedging decisions. *The Journal of Future Markets*, 5(2): 201-22, 1985.

Kmenta, Jan. *Elementos de econometria: teoria econométrica básica*. São Paulo, Atlas, 1988.

Montezano, R.M. *Introdução aos mercados futuros de índices*. São Paulo, BM&F/IBMEC, 1987.

Pelletier, R. Contracts that don't expire aid technical analysis. *Commodities*, Mar. 1983. p. 71-5.

Stein, J. The simultaneous determination of spot and future prices. *American Economic Review*, 51 (5), 1961.

Vandaele, W. *Applied time series and Box-Jenkins models*. New York, Academic Press, 1983.

Weiner, N.S. The hedging rationale for a stock index futures contract. *The Journal of Future Markets*, 1(1): 59-76, 1981.

Working, H. Futures trading and hedging. *American Economic Review*, June 1953. p. 314-43.