

# As tarifas dos serviços públicos e a pobreza\*

Thompson Almeida Andrade\*\*

Sumário: 1. Introdução; 2. As tarifas públicas e o requisito de um acesso mínimo; 3. Derivação das tarifas que permitem um acesso mínimo; 4. As tarifas e a minimização da pobreza; 5. Minimização da pobreza e discriminação de preços; 6. Pobreza, preços discriminatórios e política de acesso mínimo; 7. Efeito do crescimento populacional sobre as tarifas; 8. Conclusões.

Este artigo discute políticas tarifárias para empresas prestadoras de serviços públicos em um contexto de diminuição da pobreza como objetivo social a ser buscado por tais órgãos governamentais. Em primeiro lugar, supõe-se que o governo adote um enfoque paternalístico ao estabelecer uma condição de acesso mínimo a ser satisfeita na determinação dos preços que maximizam o bem-estar social. Mais tarde, os preços são determinados com o objetivo de minimizar um índice de pobreza; este artigo também examina os limites que um sistema de subsídio cruzado deve obedecer quando se busca determinar o preço mais baixo a ser cobrado aos pobres.

This article discusses pricing policies for public utilities in a context of poverty alleviation as a social objective to be pursued by these state-owned enterprises. First, it is assumed that the government implements a paternalistic approach by setting a minimum entitlement condition to be satisfied in the derivation of discriminatory prices that maximize the society's welfare. Later, prices are derived with the purpose of minimizing a poverty index; this article also examines the limits a cross-subsidization scheme should take into account in the search of charging the lowest tariff to the poor.

## 1. Introdução

Neste artigo estamos interessados em derivar preços para as empresas prestadoras de serviços públicos, os quais venham a satisfazer alguns objetivos fixados por uma política social preocupada com a pobreza e suas conseqüências sobre o nível de bem-estar da população. Usar a pobreza como um objeto analítico na definição de políticas governamentais em países em desenvolvimento é justificado não só pelo grande número de pessoas pobres, mas também pelo fato de que a intensidade do problema requer um amplo ataque, com o uso de todos os instrumentos disponíveis.

Vamos examinar neste artigo dois tipos basicamente distintos de política de preços, ambos voltados para combater a pobreza: o primeiro tipo tem a ver com a maximização do nível de bem-estar quando se usa um requisito de acesso mínimo (*minimum entitlement*) para permitir que as famílias pobres tenham a possibilidade de consumir pelo menos uma quantidade socialmente considerada como o mínimo desejável. O segundo tipo de política de preços concentra-se na idéia de definir preços que minimizem o nível de pobreza.

Utilizar a pobreza como objeto analítico exige a complexa consideração de como defini-la e mensurá-la. Ambos os problemas têm sido discutidos abundantemente na literatura.

\* Artigo recebido em 17 fev. e aprovado em 25 abr. 1994.

\*\* Do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea) e da Faculdade de Ciências Econômicas da Uerj.

tura econômica para refinar o conceito e melhorar a quantificação dessa condição social.<sup>1</sup> Neste artigo, entretanto, abstermo-nos de entrar nessa discussão para reduzir sua dimensão.

## 2. As tarifas públicas e o requisito de um acesso mínimo

Uma política de tarifas públicas condicionada por um requisito de acesso mínimo faz parte de uma estratégia social para permitir o acesso das famílias mais pobres a serviços considerados essenciais. Algumas vezes, ela também é relacionada com a idéia de uma *regulatory safety net* aplicada por agências regulamentadoras para proteger os consumidores, seja contra práticas comerciais consideradas indesejáveis, seja contra os efeitos de mudanças governamentais nos gastos sociais.<sup>2</sup>

Nesta seção suporemos que a possibilidade de alguma família não consumir uma dada quantidade mínima considerada socialmente desejável é explicada pela inadequação entre a tarifa e a sua renda. Supondo que esta não possa ser aumentada por nenhum mecanismo direto de transferência, o que resta — e o que será examinado nesta seção — é como definir tarifas que permitam a ocorrência do acesso mínimo. Há outros exemplos desse tipo de discordância, como é o caso dos *merit goods*, para os quais a intervenção governamental é justificada em termos de outros fundamentos paternalísticos, quais sejam, o de que os indivíduos podem ser incompetentes em avaliar plenamente a utilidade de um dado consumo, de alocar recursos insuficientes àquele fim e o de que a sociedade decide impor um nível mínimo de consumo, independentemente de seus gostos. Nas sociedades modernas, tal tipo de intervenção é considerado permissível, e mesmo um dever do Estado. Mesmo as filosofias políticas mais liberais, embora condenando a interferência do Estado, admitem que essa intervenção é apropriada nos casos de destituição e incompetência.

Deve-se notar que a idéia de tornar possível um acesso mínimo, como a usada nesta seção, não conflita com o postulado de não-paternalismo utilizado na teoria do bem-estar: a interferência governamental é feita através do sistema de preços, baixando a tarifa a ser paga pelos pobres para permitir-lhes o acesso mínimo, isto é, o bem-estar social continuará respeitando as preferências das famílias.

Finalmente, a quantidade mínima de consumo a ser permitida é exogenamente determinada. Ela é, por exemplo, dada por quantidades recomendadas pela Organização Mundial da Saúde ou por objetivos de planejamento. Este artigo não pretende discutir ou definir de quanto deve ser esse mínimo.

## 3. Derivação das tarifas que permitem um acesso mínimo

Para simplificar a análise, vamos adotar as seguintes hipóteses:

*Hipótese 1.* A economia produz dois tipos de bens: o bem ou serviço 1 (por exemplo, água residencial) é produzido por um monopólio estatal e vendido aos consumidores cobrando-se tarifas discriminatórias; o bem 2 é um bem composto, constituído de todos os demais bens e serviços produzidos nessa economia.

---

<sup>1</sup> Ver, por exemplo, as referências feitas em Andrade (1993).

<sup>2</sup> Ver, por exemplo, Brown & Sibley (1986, p. 183-92) para o caso dos serviços de telecomunicações nos EUA.

*Hipótese 2.* Existem  $n$  famílias que podem ser agrupadas em  $K$  grupos homogêneos, segundo seu nível de renda mensal; cada família, das  $n_j$  famílias do grupo  $j$ , onde  $j=1, \dots, K$ , tem a mesma renda  $Y_j$ .

*Hipótese 3.* Todas as famílias têm o mesmo conjunto de preferências dadas pela função de utilidade

$$U_j = U(X_{1j}, X_{2j}) \quad (1)$$

onde  $X_{1j}$  e  $X_{2j}$  são as quantidades que cada família escolhe consumir dos bens 1 e 2 de acordo com suas preferências e no limite colocado por seu orçamento, o qual depende dos preços de ambos os bens e da renda familiar  $Y_j$ .<sup>3</sup>

*Hipótese 4.* O governo requer que esse monopólio defina preços que maximizem a função de bem-estar social

$$W = W(U_1^1, \dots, U_1^{n_1}, U_2^1, \dots, U_2^{n_2}, \dots, U_K^1, \dots, U_K^{n_K}) \quad (2)$$

sujeita à condição de que seu custo total de produção, menos a sua receita, i.e., seu déficit, iguale o valor fixo  $\bar{D}$ , financiado por transferência governamental.<sup>4</sup>

*Hipótese 5.* O custo total de produção dessa empresa pública é uma função da quantidade produzida do bem 1, ou seja:

$$C = C(X_1) \quad (3)$$

onde

$$X_1 = \sum_{j=1}^K n_j X_{1j} \quad (4)$$

e

$$X_{1j} = X_{1j}(P_{1j}, P_2, Y_j) \quad (5)$$

é a quantidade do bem 1 comprada pela família do tipo  $j$ , onde  $P_{1j}$  e  $P_2$  são os preços pagos por ambos os bens.

Já que o objetivo governamental é o de que as tarifas a serem cobradas pelo bem 1 sejam determinadas de forma a maximizar o bem-estar social, permitindo que as famílias consumam pelo menos uma quantidade mínima definida exogenamente, condicionado por dado nível de transferências governamentais para essa empresa para cobrir o déficit  $\bar{D}$ , podemos escrever a função a ser maximizada como

$$L = W + \mu [\bar{D} - C(X_1) + R(X_1, P_{1j})] + \sum_{j=1}^K \mu_j [X_{1j} - X_0] \quad (6)$$

<sup>3</sup> Essa hipótese implica que as escolhas feitas por uma família pobre seriam as mesmas feitas por uma não-pobre, tivesse a família pobre o mesmo nível de renda da não-pobre, e vice-versa.

<sup>4</sup> Neste artigo usamos a hipótese de que o valor de  $\bar{D}$  é determinado exogenamente; não fazemos nenhuma tentativa de derivar o seu nível. Um tamanho ótimo para  $\bar{D}$  seria determinado por meio de um modelo de equilíbrio geral, no qual todas as alocações alternativas de gastos públicos fossem consideradas.

onde  $R(X_1, P_{1j})$  é a receita da empresa,  $\mu$  é o multiplicador de Lagrange para o equilíbrio financeiro e  $\mu_j$  é o multiplicador de Lagrange para a condição  $X_{1j} \geq X_0$ , para  $j=1, \dots, K$ , sendo  $X_0$  o acesso mínimo socialmente desejável.

Supondo que  $L$  é uma função côncava (a partir da suposição de concavidade da função de bem-estar e da convexidade das funções de custo e de receita), podemos escrever as seguintes condições de Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial L}{\partial P_{1j}} = -n_j \sigma_j X_{1j} + \mu n_j \left[ -\frac{\partial X_{1j}}{\partial P_{1j}} + (X_{1j} + P_{1j} \frac{\partial X_{1j}}{\partial P_{1j}}) \right] + \mu_j n_j \frac{\partial X_{1j}}{\partial P_{1j}} \leq 0 \quad (7)$$

para  $j=1, \dots, K$ , onde  $m = \partial C / \partial X_{1j}$  (o custo marginal de produção) e  $\sigma_j$  é a utilidade social marginal da renda.

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \bar{D} - C(X_1) + \sum_{j=1}^K n_j X_{1j} P_{1j} \geq 0 \quad \text{para } j=1, \dots, K \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_j} = X_{1j} - X_0 \geq 0 \quad \text{para } j=1, \dots, K \quad (9)$$

Para um  $P_{1j}$  não-negativo, devemos ter  $\partial L / \partial P_{1j} = 0$ . Então, igualando a expressão (7) a zero, dividindo-a por  $n_j$  e  $X_{1j}$  e explicitando em termos dessa variável, podemos escrever que a tarifa ótima a ser cobrada às famílias com renda  $Y_j$  deve ser:

$$P_{1j} = \frac{m - \frac{\mu_j}{\mu}}{1 + \frac{\sigma_j - \mu}{\mu \epsilon_{1j}}} \quad \text{para } j=1, \dots, K \quad (10)$$

onde  $\epsilon_{1j} = -\partial X_{1j} / \partial P_{1j} \cdot P_{1j} / X_{1j}$ , a elasticidade-preço da demanda pelo bem 1 pela família do tipo  $j$ .

A expressão (10) mostra que a tarifa ótima a ser cobrada às famílias com renda  $Y_j$  pode ser igual, menor ou maior que o custo marginal. Por exemplo, para as famílias para as quais a condição de acesso mínimo é redundante (ou seja, quando  $\mu_j = 0$ ), o nível da tarifa em relação ao custo marginal depende de  $\sigma_j$  ser igual, menor ou maior que  $\mu$ . Já que, por definição  $\sigma_j = w_j \lambda_j$ , isto é, já que a utilidade marginal da renda da família  $j$  ( $\lambda_j$ ) pode ser modificada pela ponderação social dada ao consumo desse serviço pelas famílias com renda  $Y_j$  (ou seja,  $w_j$ ), as possibilidades são as seguintes: a) se  $w_j > \mu / \lambda_j$ , então  $P_{1j} < m$ ; b) se  $w_j < \mu / \lambda_j$ , então  $P_{1j} > m$ ; e c) se  $w_j = \mu / \lambda_j$ , então  $P_{1j} = m$ .

É importante notar o papel desempenhado pela elasticidade-preço da demanda: em (a), quanto maior o valor de  $\epsilon_{1j}$ , menor a tarifa ótima a ser cobrada àquelas famílias; em (b), valores crescentes de  $\epsilon_{1j}$  implicam maiores  $P_{1j}$ . Isso significa que quanto menos essencial for o serviço para a família  $j$ , menor deve ser a tarifa  $P_{1j}$  em relação ao custo marginal se

$w_j > \mu/\lambda_j$ , e maior  $P_{1j}$  se  $w_j < \mu/\lambda_j$ . No caso (c), o valor da elasticidade-preço da demanda não afeta o valor da tarifa ótima, já que esta será sempre igual ao custo marginal.

Para os casos nos quais  $\mu_j \neq 0$ , ou seja, quando a condição de acesso a uma quantidade mínima do serviço precisa ser garantida a certas famílias, esse acesso se faz possível por meio de uma redução no nível da tarifa. Tal redução é determinada, entre outros fatores, pelo valor assumido pelo preço-sombra da condição de acesso mínimo,  $\mu_j$ . Usando-se a expressão (10), podemos escrever que esse valor, para as famílias com renda  $Y_j$ , é igual a

$$\mu_j = \mu \left[ m - \left( 1 + \frac{\sigma_j - \mu}{\mu \varepsilon_{1j}} \right) \cdot P_{1j} \right] \text{ para } j=1, \dots, K \quad (11)$$

Já que sabemos que  $\mu_j \geq 0$  é uma condição para a maximização do bem-estar social e que  $\mu > 0$ , temos a condição necessária de que

$$P_{1j} \leq \frac{m}{1 + \frac{\sigma_j - \mu}{\mu \varepsilon_{1j}}} \quad (12)$$

Mas o lado direito da expressão (12) é a tarifa ótima quando a condição de acesso mínimo não é considerada pela política tarifária adotada pela empresa, e seu lado esquerdo é o preço que permite às famílias pobres consumir pelo menos a quantidade  $X_0$ . Assim, a expressão (12) ratifica a necessidade de se cobrar dessas famílias um preço inferior ou, no máximo, igual ao que seria cobrado na ausência da condição de acesso mínimo.

É claro que quanto maior o nível de acesso mínimo adotado pela política tarifária, maior será o valor assumido por  $\mu_j$  na expressão (11) e, conseqüentemente, maior a redução em  $P_{1j}$  para permitir às famílias consumir uma quantidade maior do serviço, como mostrado pela expressão (10). É também claro que esse aumento no valor de  $X_0$  aumentará a quantidade de famílias que se beneficiam dessa política e diminuirá a quantidade das famílias chamadas a subsidiar a redução das tarifas, com conseqüente aumento nos preços pagos por estas, já que estamos supondo a constância das transferências governamentais para financiar o déficit dessa empresa.

Não se deve imaginar que se pode resolver qualquer problema de subconsumo de um serviço público pela adoção de uma política tarifária como a examinada nesta seção, uma vez que a única coisa requerida é baixar o preço a ser cobrado às famílias pobres e compensar esse subsídio financiando-o com o aumento nas tarifas cobradas dos demais consumidores, ou aumentando as transferências governamentais ( $\bar{D}$ ), ou, ainda, usando suas reservas para o aumento da capacidade produtiva da empresa. Na verdade, esse tipo de política só pode ser implementado de uma forma limitada, nunca podendo ser uma solução final para os problemas de pobreza no Brasil e nos demais países em desenvolvimento. Deixando de lado a análise da dificuldade e da inconveniência de se aumentar  $\bar{D}$  e/ou usar os fundos de investimentos da empresa com tal finalidade, vejamos a seguir quais são as limitações às possibilidades de se recorrer ao subsídio cruzado para o financiamento da mesma.

A hipótese básica é a de que o processo de subsídio cruzado gerará receita suficiente para financiar as menores tarifas cobradas às famílias pobres. Entretanto, isso precisaria ser provado, principalmente levando-se em conta os seguintes pontos:

a) O número de famílias pobres a ter seu consumo subsidiado pode ser excessivamente grande em relação à capacidade de financiamento de tal política. Existem cerca de 12 milhões de famílias pobres no Brasil, sendo que quase 6 milhões em condições de extrema pobreza.<sup>5</sup> Isso significa que seu consumo de serviços públicos teria que ser financiado pelas famílias não-pobres, em que se inclui uma grande parcela de famílias com renda média baixa.

b) As maiores tarifas a serem cobradas dos demais consumidores podem ser muito altas, com as seguintes consequências:

i) algumas das famílias supostamente financiadoras do subsídio cruzado na verdade se tornariam beneficiárias da política de acesso mínimo, já que a quantidade que demandariam a essas tarifas mais altas estaria abaixo da quantidade mínima  $X_0$ . Isso significa que, ao invés de considerar como alvo da política os 12 milhões de famílias pobres, o contingente de famílias com consumo subsidiado seria maior;

ii) a receita obtida com as maiores tarifas cobradas às famílias não-pobres pode ser insuficiente para cobrir o subsídio total: a receita adicional depende da elasticidade-preço da demanda das mesmas por esses serviços a tais preços mais altos; essa política pode funcionar nos casos em que os serviços são essenciais, sem substitutos próximos, mas ela pode induzir substituições, tais como o consumidor recorrer a poços no caso da água residencial ou usar gás, substituindo parcialmente o consumo da eletricidade;

iii) o subsídio dado ao consumo das famílias pobres poderia exigir o aumento da capacidade produtiva da empresa para satisfazer a maior quantidade demandada global, isto é, essa política poderia apressar a necessidade de maiores investimentos e seu financiamento;

iv) o custo marginal de produção pode aumentar (o que requereria maiores tarifas) pela necessidade de estender as redes de serviços para atingir localizações mais dispersas (como as áreas suburbanas das cidades de médio e grande portes), e também as residências em lugares de acesso mais difícil, como as favelas.

Todos esses elementos indicam limitações, mas não impossibilidades de implementação de uma política de acesso mínimo; devem ser considerados como restrições ao objetivo geral de permitir que todas as famílias tenham acesso a uma quantidade mínima de serviços básicos.

#### **4. As tarifas e a minimização da pobreza**

Nesta seção examinaremos uma política tarifária diferente: ao invés de derivarmos preços que maximizam o bem-estar social, estaremos interessados em determinar o menor preço que pode ser cobrado aos consumidores pobres.

---

<sup>5</sup> Ver em Andrade (1993) as definições de pobreza e extrema pobreza e suas quantificações.

Para separar os pobres dos não-pobres, vamos usar o conceito de linha de pobreza. No contexto da análise a ser desenvolvida nesta seção, a linha de pobreza é definida como

$$z = \min \left\{ Y_j / X_{1j}(P_{1j}, P_2, Y_j) \geq X_1^z, X_{2j}(P_{1j}, P_2, Y_j) \geq X_2^z \right\} \quad (13)$$

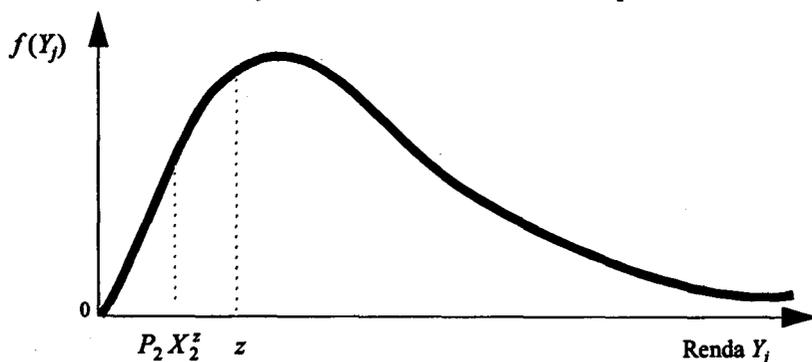
onde  $X_{1j}(P_1, P_2, Y_j)$  é a função demanda pelo bem ou serviço  $i$ , para  $i = 1, 2$  e  $X_1^z$  e  $X_2^z$  são quantidades exogenamente determinadas dos bens ou serviços 1 e 2; essas quantidades podem ser definidas como aquelas compatíveis com uma cesta normal ou padrão de bens e serviços em uma dada sociedade. Então, a linha de pobreza  $z$  é o menor nível de renda que permite às famílias consumir pelo menos aquelas quantidades.

Vamos supor que das funções demanda mencionadas podemos derivar curvas de Engel que mostram quantidades demandadas crescentes para rendas crescentes. Para simplificar, vamos supor que as funções demanda provêm de funções de utilidade do tipo Cobb-Douglas.<sup>6</sup> O exame dessas curvas de Engel nos mostraria o valor de  $z$ .

Na figura 1 mostramos a distribuição de renda familiar e a localização possível para a linha de pobreza. Todas as famílias que recebem rendas menores que  $z$  são consideradas pobres, e as demais são não-pobres. Então, a renda  $z$  define o nível de pobreza ou índice de pobreza (IP) da população. O índice de pobreza é definido como

$$IP = \int_0^z f(Y_j) dY_j \quad (14)$$

Figura 1  
Distribuição de renda familiar e a linha de pobreza



A figura 1 mostra que podemos escrever que

$$\int_0^z f(Y_j) dY_j = \int_0^{P_2 X_2^z} f(Y_j) dY_j + \int_{P_2 X_2^z}^z f(Y_j) dY_j \quad (15)$$

<sup>6</sup> As funções demanda pelos bens e serviços 1 e 2 são, então,  $X_{1j} = \alpha Y_j P_{1j}^{-1}$  e  $X_{2j} = (1 - \alpha) Y_j P_2^{-1}$ , isto é, a quantidade demandada depende apenas da renda do consumidor e do respectivo preço do bem ou serviço.

onde  $P_2 X_2^z = z - P_1 X_1^z$ .

O valor mínimo que o índice de pobreza pode ter é  $\int_0^{P_1 X_1^z} f(Y_j) dY_j$  quando o preço  $P_1$  é zero. Para minimizar IP devemos minimizar  $\int_{P_2 X_2^z}^z f(Y_j) dY_j$ , isto é, minimizar  $F(z)$ , o valor da função de distribuição das rendas familiares para  $Y_j = z$ . O preço do serviço 1 que minimiza  $F(z)$  é claramente o menor preço que a empresa pode cobrar a seus consumidores. Esse preço depende de seus custos e receitas, inclusive do déficit que o governo estiver disposto a financiar; em outras palavras, a empresa tem que satisfazer a condição de que seu custo total menos sua receita total tem que ser pelo menos igual ao nível de déficit permitido. O menor preço ou tarifa é aquele que satisfaz a condição

$$C \left[ \sum_{j=1}^K X_{1j} \right] - \sum_{j=1}^K P_1 X_{1j} = \bar{D} \quad (16)$$

A expressão (16) não pode ser resolvida antes que as funções demanda e custo sejam especificadas. Para simplificar, vamos supor que a função demanda seja aquela derivada de uma função de utilidade tipo Cobb-Douglas, ou seja,  $X_{1j} = \alpha Y_j P_1^{-1}$ . Vamos também supor que a função custo total possa ser expressa como

$$C \left[ \sum_{j=1}^K X_{1j} \right] = F + k \left[ \sum_{j=1}^K X_{1j} \right]^\theta \quad (17)$$

onde  $F$  é o custo fixo de produção da empresa,  $k$  é uma constante positiva e  $\theta$  é um parâmetro de escala de produção. Usando essas funções na expressão (16), podemos escrever que

$$P_1 = \frac{k}{\frac{\bar{D} - F}{\left[ \alpha \sum_{j=1}^K Y_j \right]^\theta} + \frac{1}{\left[ \alpha \sum_{j=1}^K Y_j \right]^{\theta-1}}} \quad (18)$$

Esse preço é o mais baixo que a empresa pode cobrar, satisfeita a condição dada pela expressão (16). Como tal, é a tarifa que minimiza a pobreza nessa sociedade, já que é aquela que faz  $z$  ter o menor valor possível. Como esperado, essa tarifa é inversamente relacionada

com o nível de déficit financiado pelo governo, sendo este o único instrumento que o governo tem para baixar o preço e, conseqüentemente, diminuir o nível de pobreza.<sup>7</sup>

Uma forma alternativa de se alcançar o mesmo resultado, embora com efeito a longo prazo, é induzir a implementação de programas que aumentem a produtividade da empresa, dessa forma reduzindo a contribuição da componente de custo na determinação do preço mínimo.

Uma inspeção na expressão (16) mostra que a empresa, no presente caso, não pode cobrar um preço zero; o preço pode tender para zero (sem atingir esse valor) quando  $\bar{D}$  tende para infinito. A impossibilidade de se cobrar uma tarifa nula, entretanto, deriva das funções demanda e custo utilizadas na análise. É óbvio que sem tais funções poder-se-ia imaginar uma situação na qual a empresa poderia distribuir o serviço gratuitamente, se o governo cobrisse o custo total de implementação de tal política.<sup>8</sup>

Deve-se notar que adotar uma política tarifária que minimize a pobreza, na forma examinada nesta seção, apresenta um custo quando comparada com aquela que maximiza o bem-estar social: embora o índice de pobreza seja minimizado, as famílias mais pobres estarão em piores condições de bem-estar e as não-pobres em melhores condições. É fácil ver a razão. A tarifa mais baixa, dada pela expressão (18), é necessariamente mais alta que aquela que seria cobrada aos pobres e mais baixa que aquela que seria paga pelos não-pobres, determinada pela expressão (10). A esse preço superior, cada família pobre demanda uma quantidade menor, enquanto as famílias não-pobres, a este preço inferior, demandam uma quantidade maior. Daí a conseqüência em termos de bem-estar social. Entretanto, esse custo em termos de bem-estar social pode ser irrelevante, na medida em que a preocupação governamental na definição da política tarifária dessas empresas é com o problema da pobreza, e não com a questão da desigualdade.

## 5. Minimização da pobreza e discriminação de preços

Na seção anterior estivemos interessados em determinar uma tarifa a ser cobrada pela empresa prestadora de serviços públicos de forma a minimizar o índice de pobreza em uma sociedade. Esse preço seria único, indiferentemente cobrado a todos os consumidores, de qualquer condição social. Como foi visto, esse preço seria o mais baixo permitido pelo financiamento governamental.

Pode-se discutir quão adequada seria tal política do ponto de vista social: na realidade, o governo, na tentativa de minimizar a pobreza cobrando a mais baixa tarifa possível aos consumidores, estaria estendendo esse benefício a famílias que não necessitam de tal proteção. Em outras palavras, esse tipo de política tarifária apresenta o mesmo problema de desfoque do objetivo (*targeting problem*) diagnosticado em outros programas antipobreza, nos quais parte dos benefícios vaza para os não-pobres, assim enfraquecendo sua eficácia.<sup>9</sup>

---

<sup>7</sup> Já que provavelmente o déficit  $\bar{D}$  é financiado pelo governo com recursos tributários, deve-se levar em conta que um aumento nas transferências para permitir uma menor tarifa poderá ser financiado por um aumento na tributação, com efeitos perversos sobre a pobreza.

<sup>8</sup> Ver Julius & Star (1989) para as conseqüências dessa política no que se refere ao desperdício e à má alocação de recursos.

<sup>9</sup> Kanbur (1987) discute o problema de *targeting* em relação a transferências feitas pelos programas de seguridade social no Reino Unido e seu impacto sobre a pobreza.

Em vez de cobrar a mesma tarifa mais baixa de todos os consumidores, a empresa pode usar preços discriminatórios, cobrando, por exemplo, duas tarifas diferentes, a mais baixa aos pobres (já que o objetivo do governo é a minimização da pobreza) e a mais alta aos não-pobres.

As quantidades demandadas pelos pobres e não-pobres aos preços  $P_{1P}$  e  $P_{1R}$ , respectivamente, são determinadas por suas funções demanda:

$$X_{1j}^i = X_1(P_{1i}, P_2, Y_j^i) \quad (19)$$

para  $i = P$  (pobre),  $R$  (não-pobre),

onde  $X_{1j}^i$ : quantidade demandada do bem ou serviço 1 pelo consumidor com renda  $Y_j$ ;

$P_{1i}$ : preço a ser pago pelo consumidor com a condição social  $i$  por uma unidade consumida do bem ou serviço 1;

$P_2$ : preço unitário do bem composto 2.

A quantidade demandada do bem ou serviço 1 é expressa como  $X_1 = X_1^P + X_1^R$ , onde

$X_1^i = \sum_{j=1}^K n_j X_{1j}^i$  para  $i = P, R$ , respectivamente, a quantidade total demandada do bem ou serviço 1 por famílias pobres e não-pobres.

A receita da empresa vendedora do bem 1 é  $RT = \sum_{j=1}^K P_{1i} \cdot X_1^i$  para  $i = P, R$ , e, por hipótese, sua função de custo total é expressa como  $CT = F + k X_1^\theta$ , onde  $F$  é o seu custo fixo,  $k$  é uma constante e  $\theta$  é um parâmetro de rendimento de escala.

O equilíbrio financeiro da empresa se manifesta por  $CT - RT = \bar{D}$ , e por isso podemos escrever que

$CT - RT = \bar{D}$ , e por isso podemos escrever que

$$[F + k(X_1)^\theta] - [P_{1P}X_1^P + P_{1R}X_1^R] = \bar{D} \quad (20)$$

ou

$$P_{1P}X_1^P = F - \bar{D} + k(X_1)^\theta - P_{1R}X_1^R \quad (21)$$

A expressão (21) mostra a inter-relação entre os preços  $P_{1P}$  e  $P_{1R}$ . No anexo deste artigo calculamos a derivada  $\partial P_{1P} / \partial P_{1R}$  e examinamos seu possível sinal. Como é mostrado, essa derivada é a expressão

$$\frac{\partial P_{1P}}{\partial P_{1R}} = \frac{X_1^R (1 - \varepsilon_{1R}) - k \theta (X_1)^{\theta-1} \partial X_1^R / \partial P_{1R}}{X_1^P (1 - \varepsilon_{1P}) - k \theta (X_1)^{\theta-1} \partial X_1^P / \partial P_{1P}} \quad (22)$$

A expressão (22) indica que o sinal daquela derivada depende do efeito relativo líquido de mudanças que ocorrem tanto no custo total de produção quanto na receita total. Em outras palavras, um decréscimo no preço  $P_{1P}$  só será permitido se as variações no custo total de produção e na receita total forem sancionadas por um aumento de  $P_{1R}$ ; entretanto, pode ocorrer o caso de que um aumento de  $P_{1R}$  exigirá um aumento em  $P_{1P}$  para cobrir um hiato

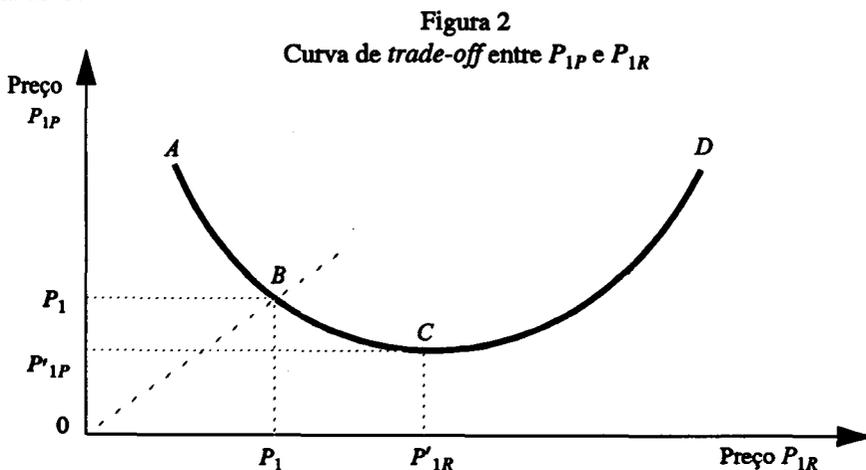
entre custos e receitas.<sup>10</sup> Então, como mostrado no anexo, supondo que as elasticidades-preço da demanda são constantes, a forma de associação entre esses dois preços é uma curva de *trade-off* com os seguintes gráficos:

a) monotonicamente decrescente, isto é, um baixo  $P_{1P}$  será sempre possível se puder ser financiado por um  $P_{1R}$  mais elevado para equilibrar custos e receitas. Isso naturalmente depende, entre outros fatores, da elasticidade-preço da demanda dos não-pobres por esse bem ou serviço: o efeito substituição deve produzir uma queda na quantidade demandada em menor proporção que o aumento no preço. Casos de uma curva decrescente podem ser ilustrados pelas células 1, 2, 3, 8, 9, 11, 13, 14 e 15 na tabela do anexo;

b) monotonicamente crescente, quando o efeito líquido negativo de um decréscimo na receita predomina sobre o custo de produção e requer um aumento de  $P_{1P}$  quando  $P_{1R}$  é aumentado; esse é o caso das células 4, 5, 6, 7, 12 e 16 na tabela do anexo. Para esses casos, a política tarifária da empresa (com o objetivo de minimizar a pobreza) requereria a diminuição do preço a ser cobrado dos não-pobres, isto é, a menor tarifa paga por esses consumidores geraria uma receita adicional que permitiria à empresa cobrar uma tarifa mais baixa dos consumidores pobres.

Vamos adotar uma hipótese mais real, qual seja, vamos supor que a demanda pelo bem ou serviço 1 tem uma elasticidade-preço variável e que  $\partial \epsilon_{11} / \partial P_{11} \geq 0$ , sendo inelástica a preços baixos e muito elástica a preços altos. Nesse caso, a curva de *trade-off* entre  $P_{1P}$  e  $P_{1R}$  tem a forma de um U, sendo que inicialmente  $P_{1P}$  é decrescente em valor para valores crescentes de  $P_{1R}$ , alcança um mínimo e, depois desse ponto, aumenta na medida em que  $P_{1R}$  continua a aumentar. Esse caso pode ser identificado na tabela do anexo pelas células 1, 10 e 16 quando  $P_{1R}$  varia de um valor inferior para um superior.

A figura 2 ilustra o *trade-off* entre os preços  $P_{1P}$  e  $P_{1R}$  quando essa curva tem uma forma de U.



<sup>10</sup> Esse problema é equivalente àquele examinado em tributação do imposto de renda a respeito do *trade-off* entre o nível de isenção e a taxa marginal, dado certo nível requerido de receita tributária.

A parte descendente dessa curva (parte *AC*) é explicada, como mencionado antes, pelo fato de que o acréscimo de receita gerado pelo maior preço cobrado dos não-pobres (já que sua demanda é considerada inelástica àquele preço) excede o custo adicional de produzir a maior quantidade do bem 1 demandada a esse preço mais baixo cobrado dos pobres (cuja demanda é elástica a esse preço). A parte *CD* da curva mostra o inverso: preços mais altos para  $P_{1R}$  não são suficientes para gerar uma renda suficiente (a elasticidade da demanda do não-pobre é agora preço-elástica e a do pobre é inelástica) para sobrepujar o maior custo de produção, e o preço  $P_{1P}$  deve aumentar para equilibrar o balanço financeiro da empresa.

A linha de 45 graus na figura 2 mostra os pontos de igualdade para os preços  $P_{1P}$  e  $P_{1R}$ . Vamos supor que o ponto *B* na curva de *trade-off* marque o preço mais baixo que a empresa pode cobrar em um sistema de preço não-discriminatório, isto é, o preço  $P_1$  derivado antes, a expressão (18). Vamos supor que o ponto *C* na mesma curva mostra a combinação da menor tarifa que pode ser cobrada ao pobre ( $P'_{1P}$ ) e a respectiva tarifa a ser paga pelo não-pobre ( $P'_{1R}$ ) em um sistema de preços discriminatórios que subsidie o consumo do pobre, já que  $P'_{1P} < P_1$ . Podemos ver na figura 2 que o arco *BC* é a parte relevante da curva de *trade-off* para uma política tarifária em favor do pobre; a escolha dos preços a serem cobrados de pobres e não-pobres é condicionada pelo intervalo  $[P_1 > P_{1P} \geq P'_{1P}]$  e  $[P_1 < P_{1R} \leq P'_{1R}]$ .

O preço mais baixo  $P'_{1P}$  é aquele ao qual a derivada  $\partial P_{1P} / \partial P_{1R}$  se anula; esse  $P_{1P}$  mínimo é alcançado quando

$$X_1^R (1 - \varepsilon_{1R}) = k \theta (X_1)^{\theta-1} \partial X_1^R / \partial P_{1R} \quad (23)$$

A derivação do menor preço  $P_{1P}$  e o conseqüente  $P'_{1R}$ , além das respectivas quantidades demandadas a esses preços (quatro incógnitas), requer a solução de um sistema de quatro equações simultâneas, consistindo nas expressões (21) e (23) e nas duas equações da demanda pelo bem 1.

Deve-se notar que o uso de um sistema tarifário com preços discriminatórios não é uma garantia de que o nível de pobreza decrescerá: pode decrescer ou não. A única coisa certa é que o nível de bem-estar do pobre melhorará e o do não-pobre piorará, em comparação com o sistema de preço único, já que o pobre estará pagando um preço mais baixo e o não-pobre um preço superior. A razão para essa conclusão é fácil de entender: a determinação da linha de pobreza [como definida pela expressão (13)] pode ser dominada pela condição  $X_{2j}(P_1, P_2, Y_j) \geq X_2^z$ , e pode ser o caso que  $\partial X_2 / \partial P_1 = 0$  (como no caso de uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas, ou seja, a demanda pelo bem 2 não depende do preço  $P_1$ , depende somente de  $P_2$  e da renda do consumidor). Entretanto, pensamos que, na maioria dos casos, quando a empresa prestadora de serviços públicos cobra uma tarifa inferior do pobre, alguns pobres melhorarão sua condição por terem acesso ao consumo das quantidades  $X_1^z$  e  $X_2^z$ , isto é, eles não mais serão pobres, e o nível de pobreza decrescerá.

Adotar um sistema tarifário com preços discriminatórios como o aqui esboçado não é uma condição suficiente para resolver o problema de *targeting*: o déficit financiado pelo

governo ainda será utilizado para subsidiar o preço pago pelo não-pobre.<sup>11</sup> Uma maneira de evitar esse problema é restringir a escolha de  $P_{1R}$  entre aqueles preços iguais ou maiores que o custo marginal. Fazer isso poupará o subsídio dado pelo governo para os que merecem recebê-lo, cobrando-lhes o menor preço possível e minimizando o número dos que estão em pobreza. Outra solução seria cobrar o mesmo preço [derivado da expressão (18), supondo que  $\bar{D} = 0$ ] a ambos os tipos de consumidores e distribuir cupons aos pobres para que pudessem utilizá-los no pagamento de suas contas mensais de uso do serviço.<sup>12</sup> O sistema de preços discriminatórios se manifestaria pela existência de dois preços, um derivado da expressão (18), a ser cobrado dos não-pobres, e o efetivamente menor pago pelo pobre.<sup>13</sup>

## 6. Pobreza, preços discriminatórios e política de acesso mínimo

Pode ocorrer que alguns pobres não tenham capacidade financeira para consumir a quantidade  $X_1^z$  mesmo às tarifas baixas que foram discutidas na seção anterior. Nesse caso, o governo pode julgar importante implementar uma política tarifária para o bem 1, de forma a permitir que as famílias pobres consumam pelo menos aquela quantidade considerada socialmente desejável no enfoque do acesso mínimo.

Já que os preços mínimos que discutimos na seção anterior são aqueles permitidos pela condição  $\bar{D}$  e pela possibilidade de subsídio cruzado entre os consumidores, a implementação de uma política de acesso mínimo requereria recursos adicionais a serem transferidos pelo governo para financiá-la. Isso se explica pela necessidade de reduzir ainda mais a tarifa, para que ela chegue ao nível que permita àquelas famílias consumir pelo menos a quantidade mínima. É claro que esses preços são inferiores àqueles permitidos pelo déficit  $\bar{D}$ . Os preços mais baixos que devem ser cobrados às famílias mais pobres, de forma a permitir o consumo de  $X_1^z$ , são aqueles determinados por suas equações de demanda por esse bem. Por exemplo, no caso da função utilidade Cobb-Douglas, esses preços são dados por  $P_{1j} = (\alpha Y_j) / X_1^z$ .

Como mencionado anteriormente, a possibilidade de implementação dessa política depende do nível de financiamento adicional provido pelo governo. Obviamente, caso não seja possível obter os recursos integrais necessários, será preciso considerar uma quantidade menor que a  $X_1^z$  socialmente desejável.

Deve-se notar que mesmo no caso de ser financeiramente possível implementar um sistema tarifário que permita aos pobres consumir a quantidade  $X_1^z$ , isso não significa que a

---

<sup>11</sup> Na realidade, o uso de um sistema de preços discriminatórios introduz um novo tipo de problema, a armadilha da pobreza (*poverty trap*), um problema freqüentemente examinado em estudos relacionados com os sistemas de imposto de renda e de benefícios sociais; ver, por exemplo, Dilnot & Star (1986) e Kanbur (1987). A armadilha da pobreza ocorre para aqueles cuja renda está próxima ao limite a partir do qual a tarifa aumenta: para estes, sua renda é "taxada" a uma alíquota muito alta, deixando-o com uma renda líquida (pós-pagamento do preço) menor que as rendas daqueles que pagam um preço menor.

<sup>12</sup> Um sistema de cupons não-negociáveis pode ser usado para se alcançar uma redução de preços no bem 1 para o pobre e atingir um objetivo de um consumo mínimo do bem subsidiado.

<sup>13</sup> O acesso aos cupons poderia ser garantido àqueles que satisfizessem um requisito de baixa renda, como o *means-test* utilizado no Reino Unido e nos EUA para recebimento dos benefícios da seguridade social. O correto *targeting* nesse caso fica assegurado pela avaliação da renda do candidato. Esse sistema, entretanto, apresenta alguns problemas: ele tem um custo administrativo que deve ser avaliado; nem todos os candidatos potenciais reclamam os benefícios por causa do estigma social que o sistema de requisito de baixa renda produz. Para conhecer a importância desse estigma nos EUA e no Reino Unido, ver as referências citadas por Kanbur (1987, p.133).

pobreza seria eliminada. A razão para isso decorre do fato de que poderia haver consumidores que não poderiam consumir a quantidade  $X_2^z$ , a quantidade socialmente recomendável do bem composto 2. Essa política poderia ajudar a diminuir o nível de pobreza se a redução no consumo do preço do bem 1 para alguns pobres lhes permitisse consumir a quantidade  $X_2^z$ , mudando o seu *status* de pobre para não-pobre.

## 7. Efeito do crescimento populacional sobre as tarifas

É importante notar que a curva em forma de U mostrada na figura 2 refere-se a um certo número dado de consumidores pobres e não-pobres. Sabe-se, entretanto, que é crescente a aglomeração de famílias pobres nos grandes centros urbanos em países do Terceiro Mundo. É importante especular quais seriam as conseqüências que esse crescimento acarretaria em uma política tarifária que objetivasse a diminuição da pobreza nesses países.

Supondo que o consumidor pobre está pagando o preço subsidiado mostrado na figura 2, uma quantidade adicional de consumidores pobres implicaria alguém ser chamado a financiar o acréscimo de subsídio total. Isso poderia ser financiado tanto por cortes em outras despesas governamentais quanto por um aumento na carga tributária.<sup>14</sup> Deve-se notar que ambos os tipos de consumidores, os pobres e os não-pobres, serão afetados nesse caso: cobrar uma tarifa maior somente ao não-pobre não será suficiente, já que  $P'_{1R}$  é o maior preço que esse consumidor pode pagar sem que a receita gerada diminua. Então, também os pobres serão chamados a contribuir, pagando uma tarifa maior, para complementar a receita total requerida.

No caso de uma tarifa única  $P_1$  subsidiada, como a dada pela expressão (18), a situação é semelhante àquela que acabamos de discutir: a crescente quantidade de pobres estará pagando aquele preço, e a restrição do déficit ficará afetada. As soluções no curto prazo são o aumento de  $\bar{D}$  e/ou o aumento da tarifa.

O acelerado crescimento populacional nos grandes centros urbanos causa um problema adicional, com conseqüências sobre os preços: o limite da capacidade produtiva das empresas prestadoras de serviços de utilidade pública é alcançado mais rapidamente, e recursos financeiros são necessários para expandir essa capacidade. Isso significa que a estrutura de preços discriminatórios examinada neste artigo precisaria ser reexaminada para incluir a dinâmica desse processo e o financiamento dos custos da nova capacidade produtiva.

## 8. Conclusões

O objetivo deste artigo foi discutir os preços a serem cobrados por empresas públicas quando elas decidem adotar uma política tarifária com foco na pobreza.

Primeiramente, foram derivadas as tarifas que maximizam o bem-estar social quando se utiliza uma restrição de acesso mínimo. Foi visto que:

a) quando essa restrição precisa ser levada em conta, a tarifa deve ser reduzida, sendo que essa redução depende diretamente do preço-sombra dessa restrição. Isso significa que

---

<sup>14</sup> Em ambos os casos, o pobre poderá ser afetado, direta ou indiretamente, de forma adversa. Seriam necessárias vantagens e desvantagens que essa política acarretaria em termos distributivos e alocativos.

quanto maior o nível de acesso mínimo, maior deve ser o corte na tarifa para permitir que o consumidor pobre consuma aquela quantidade;

b) desde que a quantidade de subsídios dada à empresa não varie, qualquer redução na tarifa para permitir o acesso mínimo requererá um aumento nos preços cobrados aos demais consumidores. Nesse caso, essa política significa então o reforço do sistema de subsídios cruzados entre os consumidores.

Foram mencionados alguns problemas que podem dificultar a implementação de uma política tarifária de acesso mínimo:

a) se essa política for financiada apenas pelo governo, sua implementação pode-se tornar impossível se o governo não estiver preparado para fazer as transferências à empresa no volume requerido;

b) financiar essa política com recursos tirados de reservas para investimentos da empresa é uma maneira de adiar a expansão de sua capacidade produtiva, com possíveis impactos econômicos e sociais adversos;

c) usar o esquema de subsídio cruzado entre consumidores para financiar essa política pode não ser viável, se a demanda dos não-pobres for elástica a preços mais altos ou se esses preços induzirem substituição, em ambos os casos resultando uma menor receita total para a empresa.

Essas dificuldades, entretanto, não significam que uma política tarifária de acesso mínimo não possa ser implementada por essas empresas. Uma combinação de fontes para seu financiamento e a adoção de um objetivo com uma quantidade mínima menos ambiciosa podem viabilizar tal política.

O artigo também examinou o objetivo de minimização da pobreza via definição de uma política tarifária. Viu-se que quando se prefere a adoção de uma tarifa única a ser cobrada a todos os consumidores, alcançar tal objetivo depende do menor preço que a empresa pode cobrar, o qual depende da restrição de seu equilíbrio financeiro. Em outras palavras, isso significa que a minimização da pobreza vai depender, no curto prazo, basicamente do montante de recursos que o governo está preparado para transferir à empresa. No longo prazo, pode-se esperar que ganhos de produtividade possam ser transferidos ao preço, com impactos favoráveis sobre o objetivo de minimização da pobreza.

Se forem usados preços discriminatórios, além dos elementos aqui citados, tem-se que examinar a possibilidade de o esquema de subsídios cruzados ser usado para minimizar a pobreza. Observou-se que existe uma curva de *trade-off* que liga as tarifas dos pobres e dos não-pobres, e que essa curva impõe um limite à menor tarifa que pode ser cobrada aos pobres. Um dos elementos que condicionam o nível dessa tarifa é a elasticidade-preço da demanda do não-pobre, a qual pode impedir que se materialize a necessária receita adicional a ser gerada por esse grupo social.

Neste artigo também foi examinada a compatibilidade entre a política tarifária que minimize a pobreza e a restrição de acesso mínimo para as famílias pobres. Mais uma vez, o volume de transferências governamentais é crucial para tornar possível essa política.

Finalmente, foi feita uma menção ao problema que o grande crescimento populacional pode trazer quando se procura adotar uma política de minimização da pobreza, tal como definida neste artigo. A necessidade de estender o subsídio à maioria dos recém-chegados pode exigir que as tarifas aumentem não só para os não-pobres, como também para os pobres, o que reduziria a eficácia de tal política de preços.

## Referências bibliográficas

Andrade, T. A. *Poverty and public utilities pricing*. Rio de Janeiro, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 1993. (Série Textos para Discussão, 308.)

Brown, J. S. & Sibley, D. S. *The theory of public utility pricing*. Cambridge, Cambridge University Press, 1986.

Dilnot, A. & Star, G. The poverty trap, tax cuts and the reform of social security. *Fiscal Studies*, 7 (1):1-10, 1986.

Julius, D. & Alicbusan, D. S. *Public sector pricing policies — a review of bank policy and practice*. Washington, D.C., 1989. (World Bank Development Economics, Policy, Planning, and Research Working Papers Series, WPS 49.)

Kanbur, R. Transfers, targeting and poverty. *Economic Policy*, 4:112-35, 1987.

## Anexo

### Análise da curva de trade-off entre $P_{1P}$ e $P_{1R}$

Viu-se que os preços  $P_{1P}$  e  $P_{1R}$  são inter-relacionados da seguinte forma:

$$P_{1P} X_1^P = F - \bar{D} + k(X_1)^{\theta} - P_{1R} X_1^R$$

Pode-se estudar a forma de relacionamento entre esses preços ao se analisar o sinal de  $\partial P_{1P} / \partial P_{1R}$ .

Antes de se calcular essa derivada, vamos calcular  $\partial(P_{1P} X_1^P) / \partial P_{1R}$ ,  $\partial X_1 / \partial P_{1R}$  e  $\partial(P_{1R} X_1^R) / \partial P_{1R}$  como etapas intermediárias:

$$\frac{\partial(P_{1P} X_1^P)}{\partial P_{1R}} = P_{1P} \frac{\partial X_1^P}{\partial P_{1P}} \cdot \frac{\partial P_{1P}}{\partial P_{1R}} + X_1^P \frac{\partial P_{1P}}{\partial P_{1R}} \quad (24)$$

ou, dividindo-se e multiplicando-se essa expressão por  $X_1^P$

$$\frac{\partial(P_{1P} X_1^P)}{\partial P_{1R}} = X_1^P \frac{\partial P_{1P}}{\partial P_{1R}} [1 - \varepsilon_{1P}] \quad (25)$$

onde  $\varepsilon_{1P} = -P_{1P} / X_1^P \cdot \partial X_1^P / \partial P_{1P}$ , a elasticidade-preço da demanda do pobre pelo bem ou serviço 1.

Por definição,  $X_1 = X_1^P + X_1^R$ ; então,

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_{1R}} = \frac{\partial (X_1^P + X_1^R)}{\partial P_{1R}} = \frac{\partial X_1^P}{\partial P_{1P}} \cdot \frac{\partial P_{1P}}{\partial P_{1R}} + \frac{\partial X_1^R}{\partial P_{1R}} \quad (26)$$

e

$$\frac{\partial (P_{1R} X_1^R)}{\partial P_{1R}} = X_1^R + P_{1R} \cdot \frac{\partial X_1^R}{\partial P_{1R}} = X_1^R (1 - \varepsilon_{1R}) \quad (27)$$

onde  $\varepsilon_{1R}$  é a elasticidade-preço da demanda do não-pobre pelo bem ou serviço 1.

Tem-se que

$$\partial (X_1)^0 / \partial P_{1R} = \theta (X_1)^{\theta-1} \partial X_1 / \partial P_{1R} \quad (28)$$

Agora podemos usar os resultados intermediários para expressar  $\partial P_{1P} / \partial P_{1R}$  como:

$$\frac{\partial P_{1P}}{\partial P_{1R}} = - \frac{X_1^R (1 - \varepsilon_{1R}) - k \theta X_1^{\theta-1} \partial X_1^R / \partial P_{1R}}{X_1^P (1 - \varepsilon_{1P}) - k \theta X_1^{\theta-1} \partial X_1^P / \partial P_{1P}} \quad (29)$$

As derivadas que aparecem no numerador e no denominador são negativas, já que supõe-se que o bem ou serviço 1 seja um bem normal tanto para o pobre quanto para o não-pobre. Para simplificar a análise do sinal dessa expressão, vamos escrevê-la como:

$$\partial P_{1P} / \partial P_{1R} = - \frac{a+b}{c+d} \quad b > 0 \text{ e } d > 0 \quad (30)$$

A tabela 1 lista os sinais que essa derivada pode assumir para valores selecionados das elasticidades-preço.

Tabela 1  
Sinal da derivada  $\partial P_{1P} / \partial P_{1R}$

Valores para $\varepsilon_{1P}$ e $\varepsilon_{1R}$	$a > 0$ ( $0 < \varepsilon_{1R} < 1$ )	$a = 0$ ( $\varepsilon_{1R} = 1$ )	$a < 0$ ( $\varepsilon_{1R} > 1$ )	
			Numerador positivo	Numerador negativo
$c < 0$ ( $\varepsilon_{1P} > 1$ )	Denominador positivo	1	3	4
	Denominador negativo	5	7	8
$c = 0$ ( $\varepsilon_{1P} = 1$ )		9	11	12
$c > 0$ ( $0 < \varepsilon_{1P} < 1$ )		13	15	16