

# Hiperinflação num modelo com substituição de moeda

Fernando de Holanda Barbosa\*

## 1. Introdução

Desde a época de aluno da EPGE comecei a interessar-me pelo tema da inflação sob a influência do professor Mario Henrique Simonsen, entretanto, somente em 1978 publiquei meu primeiro artigo abordando a questão da correção monetária e da realimentação inflacionária (Barbosa, 1978). Este trabalho segue este longo caminho que procurei trilhar na minha vida acadêmica. Ele é dedicado ao professor Simonsen, como costumava chamá-lo, numa homenagem a quem brindou seus alunos com uma capacidade de transmitir conhecimentos, com uma velocidade de antecipar argumentos e oferecer respostas, e uma organização de quadro-negro que caracterizavam-no como um mestre inigualável. Em outro trabalho que escrevi para a *Revista de Econometria* (Barbosa, 1997), analiso a sua contribuição acadêmica. Aqui, nesta homenagem da *Revista Brasileira de Economia*, quero deixar registrado o meu bem-querer pela pessoa tão complexa, com suas virtudes e defeitos, e com a qual tive a oportunidade e o prazer de trabalhar durante tantos anos da minha vida profissional.

A hiperinflação caracteriza-se por um processo de destruição da moeda, com seu preço aproximando-se de zero. Nesse processo a sociedade procura encontrar mecanismos que substituam a moeda nas suas funções de unidade de contas, meio de trocas e reserva de valor. A moeda é um ativo complexo de ser modelado em virtude de suas múltiplas funções. Na função de unidade de contas ela é um bem público, porque os serviços que ela presta podem ser usados por qualquer agente econômico, sem com isso excluir os demais de também usarem esses serviços. A moeda é usada como unidade de contas e como meio de trocas porque cada indivíduo acredita que os demais também a aceitarão. Este fato introduz um elemento de externalidade, em virtude de o comportamento de cada pessoa ser afetado pelo comportamento dos demais indivíduos da sociedade. A reserva de valor é outra característica importante da moeda, porque entre os intervalos de tempo das transações a moeda é retida pelo seu poder de compra de bens e serviços.

Nos países que tiveram experiências hiperinflacionárias, observa-se que a moeda começa, em primeiro lugar, a deixar de desempenhar a função de unidade de contas. Numa segunda etapa, ela deixa de ser usada como reserva de valor, com os indivíduos convertendo, entre as transações, a moeda em outro ativo que tenha poder de compra mais estável.

No estágio avançado da doença, a sociedade encontra substitutos para a moeda local que passam a desempenhar a função de meio de trocas. A substituição da moeda nas suas várias funções ocorre com a utilização de recursos produtivos, mão-de-

---

\*Professor da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas.

obra e capital, para produzir os serviços da moeda. Em algumas economias a substituição ocorre através do uso da moeda estrangeira, como na dolarização observada em países latino-americanos, e em outros, como no Brasil, através da moeda indexada produzida pelo sistema financeiro (Barbosa; Valls Pereira & Sallum, 1995).

Este trabalho tem como objetivo construir um modelo de hiperinflação em que a produção do ativo moeda deve-se única e exclusivamente ao déficit público financiado por moeda, mas onde a sociedade gasta recursos na produção de substitutos próximos de moeda. Entretanto, diferentemente de outros trabalhos, por exemplo, Barbosa et alii, (1993) a equação que descreve a aceleração da inflação é obtida a partir de uma economia habitada por um agente representativo, que toma suas decisões com base num processo de otimização intertemporal. A idéia fundamental por trás deste tipo de abordagem é que, apesar da hiperinflação ter uma trajetória explosiva, os indivíduos desta sociedade estão a cada momento alocando seus recursos da melhor maneira possível, inclusive determinando a quantidade de moeda que desejam reter, de sorte a maximizar o bem-estar. Ademais, a trajetória explosiva da taxa de inflação ocorre numa economia onde todos os mercados estão em equilíbrio.

O trabalho está organizado do seguinte modo: a seção 2 discute o custo de substituição da moeda durante o processo de hiperinflação; a seção 3 apresenta um modelo de hiperinflação, que leva em conta a substituição da moeda e no qual o aumento do estoque de moeda financia o déficit público. A seção 4 contém um sumário das conclusões do trabalho.

## 2. Inflação e o Custo de Substituição da Moeda

A literatura econômica que trata de investigar o comportamento de uma economia monetária procura estudar duas questões básicas sobre o efeito da quantidade de moeda no nível de atividade econômica: a neutralidade e a superneutralidade da moeda. (A moeda é neutra quando mudanças no estoque de moeda não afetam o nível de produção da economia. Por outro lado, a moeda é superneutra quando variações na taxa de crescimento do estoque de moeda não afetam o nível de produção da economia.) Nos modelos de hiperinflação estamos interessados em mudanças na taxa de inflação. Portanto, deixaremos de lado o problema da neutralidade para tratarmos apenas da questão de superneutralidade.

É conhecimento comum na literatura econômica que no modelo de Sidrauski (1967), onde a moeda entra como argumento da função utilidade para representar os serviços por ela prestados, a moeda é superneutra. Todavia, esta hipótese não é robusta quando se muda algumas das hipóteses do modelo. Por exemplo, num modelo em que a moeda é introduzida através de restrição prévia de liquidez e onde ela é necessária para comprar-se tanto bens de consumo como bens de capital, Stockman (1981) mostrou que a moeda não é superneutra. Isto é, se  $y$  representa o produto real da economia e  $\pi$  é a taxa de inflação, o produto real diminui quando a taxa de inflação aumenta:

$$y = y(\pi), \frac{\partial y}{\partial \pi} < 0$$

As experiências de hiperinflação sugerem que o produto real diminui quando a taxa de inflação aumenta. É bastante provável que este fato se deva ao uso de recursos, mão-de-obra e capital, no processo de substituição da moeda por outros ativos que passam a desempenhar suas funções. Em várias economias latino-americanas ocorreu o fenômeno de dolarização, onde o dólar substituiu parcialmente a moeda local. Estes países, para obterem dólares, tiveram que comprá-los através do aumento das exportações e/ou redução das importações e/ou aumento do endividamento externo. Em qualquer caso há transferência de recursos, no presente ou no futuro, para o exterior.

Na economia brasileira, durante o processo hiperinflacionário, o sistema financeiro passou a fornecer ativos substitutos bastante próximos da moeda, que foram denominados moeda indexada, em virtude de oferecerem rendimento nominal próximo da taxa de inflação, e se constituírem numa proteção contra a perda de valor da moeda. A contrapartida da prestação destes serviços foi o crescimento do sistema financeiro, com recursos sendo desviados de outros setores produtivos para prover os substitutos de moeda demandados pela sociedade. No Brasil, no período 1990-94, a participação média do setor financeiro no PIB foi igual a 12,7%. Em 1995, depois do Plano Real, esta participação caiu para 6,9% (ver IBGE, 1997:24).

O crescimento do sistema financeiro brasileiro durante o processo hiperinflacionário sugere que o consumo de bens e serviços, excluindo-se os serviços prestados pelo sistema financeiro, deve ter diminuído com o aumento da taxa de inflação. Isto é:

$$y = f(k(\pi)) = c, f' > 0, k' < 0$$

onde  $k$  é a relação capital/mão-de-obra na produção de bens e serviços não-financeiros.<sup>1</sup> É bastante provável que a relação capital/mão-de-obra diminua quando a taxa de inflação aumenta, mas a uma taxa decrescente, e convirja assintoticamente para um valor limite, como mostrado na figura 1.

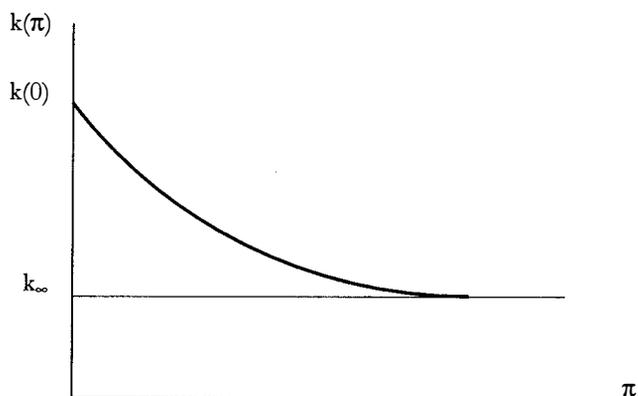
Admitiremos, sem nos preocupar em especificar os microfundamentos, que o processo de substituição da moeda durante a hiperinflação tem um custo para a sociedade, que pode ser medido pelo valor dos recursos adicionais na provisão de serviços substitutos da moeda.<sup>2</sup> O custo dessa tecnologia financeira será representado

---

<sup>1</sup>Stockman (1981) demonstrou, usando um modelo com restrição prévia de liquidez para bens de consumo e bens de capital, que a relação capital/mão-de-obra diminui quando a taxa de inflação aumenta.

<sup>2</sup>Chari, Jones e Manuelli (1995) sugerem que a inclusão da regulamentação de um sistema financeiro que produz moeda endógena, num modelo com agente representativo, pode conduzir a uma investigação promissora sobre os efeitos reais da moeda na taxa de crescimento do produto real da economia.

Figura 1  
Relação capital/mão-de-obra no  
setor



pela função  $\phi(\pi)$ , que tem as seguintes propriedades:<sup>3</sup>

$$\phi(0) = 0$$

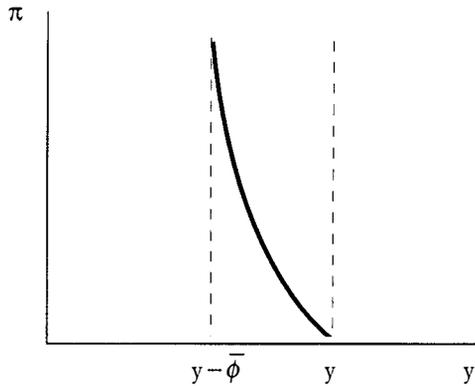
$$\lim_{\pi \rightarrow \infty} \phi(\pi) = \bar{\phi}$$

$$\phi_{\pi} = \frac{\partial \phi}{\partial \pi} > 0, \quad \phi_{\pi\pi} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \pi^2} < 0$$

A primeira equação afirma que o custo dos recursos é nulo quando a inflação é zero. A segunda equação admite que, se a inflação aumentar ilimitadamente, o custo dos recursos para substituir a moeda é finito. A terceira expressão supõe que o custo marginal é positivo e a última que o custo marginal é decrescente. A função  $\phi(\pi)$  é equivalente a supor-se uma curva de Phillips de longo prazo negativamente inclinada, como desenhada na figura 2, ou seja, ela admite que há uma relação de trocas entre inflação e consumo. Quando a inflação aumenta, os indivíduos têm de alocar recursos para substituir a moeda, diminuindo, portanto, o consumo de bens e serviços não-financeiros.

<sup>3</sup>Esta função é tão ad-hoc quanto a função custo de ajustamento usada para obter-se o investimento de uma empresa. Esse fato obviamente não justifica a falta de microfundamentos, mas indica que em ambos os casos há necessidade de um esforço teórico adicional.

Figura 2  
Curva de Phillips



### 3. Hiperinflação numa Economia com Substituição de Moeda

A economia tem um agente representativo com vida infinita, que maximiza o funcional

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} [u(c) + v(m)] dt$$

onde  $\rho$  é a taxa de preferência intertemporal, a função utilidade depende do consumo ( $c$ ) e dos serviços da moeda ( $m = M/P$  é o estoque real de moeda). Admite-se também que a função utilidade segue as propriedades tradicionais e que ela é do tipo separável.

A renda ( $y$ ) do consumidor é dada e ele gasta essa renda comprando bens de consumo, aumentando seu estoque de moeda ( $\dot{M}/P$ ) e alocando parte dos recursos em substitutos da moeda em virtude da inflação. Isto é:

$$y = c + \frac{\dot{M}}{P} + \phi(\pi)$$

A função  $\phi(\pi)$  representa os recursos gastos com substitutos de moeda e tem as propriedades descritas na seção anterior.

O agente representativo resolve, então, o seguinte problema:

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [u(c) + v(m)] dt$$

sujeito às restrições:

$$\dot{m} = y - c - m\pi - \phi(\pi)$$

$$m(0) = m_0, \quad m_0 \text{ dado.}$$

O hamiltoniano de valor corrente deste problema é igual a:

$$H = u(c) + v(m) + \lambda [y - c - m\pi - \phi(\pi)]$$

As condições de primeira ordem são as seguintes:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{\partial u}{\partial c} - \lambda = 0$$

$$\dot{\lambda} = \rho \lambda - \frac{\partial H}{\partial m} = (\rho + \pi) \lambda - \frac{\partial v}{\partial m}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = y - c - m\pi - \phi(\pi) = \dot{m}$$

A condição de transversalidade supõe que o limite do valor presente da quantidade real de moeda, avaliada pela utilidade marginal do consumo, seja igual a zero:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda m e^{-\rho t} = 0$$

O mercado de bens e serviços está em equilíbrio quando a renda é igual ao dispêndio:

$$y = c + g + \phi(\pi)$$

onde  $g$  é o total de gastos do governo, considerado constante.

O governo financia seus gastos emitindo moeda:

$$g = \frac{\dot{M}}{P} = \mu m, \quad \mu = \frac{\dot{M}}{M} > 0, \quad m > 0.$$

onde a taxa de expansão monetária ( $\mu$ ) é uma variável endógena, pois ela depende do déficit do governo ( $g$ ) e da quantidade real de moeda ( $m$ ) desejada pelo público.

O modelo da economia é formado, então, pelo sistema de equações:

$$\lambda = u_c$$

$$\dot{\lambda} = (\rho + \pi) \lambda - v_m$$

$$\dot{m} = g - m\pi$$

$$y = c + g + \phi(\pi)$$

onde  $u_c = \partial u / \partial c$ ,  $v_m = \partial v / \partial m$ , e pela condição de transversalidade.

A partir da equação de equilíbrio do mercado de bens e serviços em que a renda é igual ao dispêndio, conclui-se que:

$$\dot{\pi} = -\frac{1}{\phi_{\pi}} \dot{c}$$

e da equação da utilidade marginal do consumo obtém-se:

$$\dot{\lambda} = u_{cc} \dot{c}, \quad u_{cc} = \frac{\partial^2 u}{\partial c^2}$$

Logo, é fácil verificar-se que:

$$\dot{\pi} = -\frac{u_c}{\phi_{\pi} u_{cc}} \left( \rho + \pi - \frac{v_m}{u_c} \right)$$

A aceleração da inflação depende da diferença entre a taxa de juros de mercado ( $\rho + \pi$ ) e a taxa de juros de equilíbrio ( $v_m / u_c$ ). Quando a taxa de juros de mercado é maior (menor) do que a taxa de juros de equilíbrio, a inflação aumenta (diminui). O modelo da economia consiste, portanto, na equação de aceleração da inflação ( $\dot{\pi}$ ), na equação de variação do encaixe real de moeda ( $\dot{m}$ ) que traduz a regra de política monetária, na equação de equilíbrio no mercado de bens e serviços, e na condição de transversalidade. A equação de equilíbrio no mercado de bens e serviços pode ser usada para calcular o valor de  $c$  e substituí-lo na equação de  $\dot{\pi}$ . Com esse procedimento, o modelo pode ser representado por um sistema de equações diferenciais em duas variáveis:  $\pi$  e  $m$ .

### 3.1 Equilíbrio estacionário

Os valores de equilíbrio estacionário do modelo, de  $\pi$ ,  $m$  e  $c$ , são obtidos fazendo-se  $\dot{\pi} = \dot{m} = 0$ , e resolvendo-se o sistema de equações:

$$\rho + \pi = \frac{v_m}{u_c}$$

$$m\pi = g$$

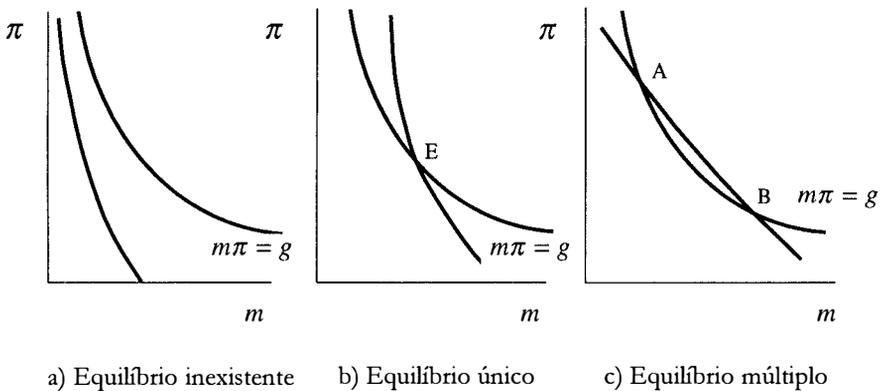
$$c = y - g - \phi(\pi)$$

A quantidade real de moeda ( $m$ ) e a taxa de inflação ( $\pi$ ) de equilíbrio estacionário estão negativamente correlacionadas, pois:

$$\frac{\partial m}{\partial \pi} = \frac{u_c - (\rho + \pi) u_{cc} \phi_\pi}{v_{mm}} < 0$$

O equilíbrio estacionário deste modelo pode não existir, ser único ou múltiplo, como indicado pela figura 3. Nos casos em que o equilíbrio existe, a condição de transversalidade é satisfeita para os valores dos pontos de equilíbrio. No equilíbrio múltiplo, o ponto de taxa de inflação baixa corresponde a um nível mais elevado de bem-estar, pois o agente representativo decide reter nessa situação uma quantidade real de moeda, maior do que aquela que ele teria se a inflação fosse alta.

Figura 3  
Equilíbrio estacionário do modelo



### 3.2 Dinâmica

A matriz jacobiana do sistema dinâmico formado pelas equações diferenciais de  $\pi$  e  $m$ , no ponto de equilíbrio, é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\pi}}{\partial \pi} & \frac{\partial \dot{\pi}}{\partial m} \\ \frac{\partial \dot{m}}{\partial \pi} & \frac{\partial \dot{m}}{\partial m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{u_c}{\phi_\pi u_{cc}} + \frac{v_m}{u_c} & \frac{v_{mm}}{\phi_\pi u_{cc}} \\ -m & -\pi \end{bmatrix}$$

O determinante e o traço da matriz são iguais a:

$$|J| = \left( \frac{u_c}{\phi_\pi u_{cc}} - \frac{v_m}{u_c} \right) \pi + \frac{mv_{mm}}{\phi_\pi u_{cc}} \begin{matrix} \geq 0 \\ < \end{matrix}$$

$$trJ = -\frac{u_c}{\phi_\pi u_{cc}} + \rho > 0$$

O determinante da matriz  $J$  tanto pode ser positivo como negativo, enquanto o traço é positivo. Logo, se o determinante for positivo, o modelo não converge para o ponto de equilíbrio estacionário; se o determinante for negativo, o sistema tem um ponto de sela. O sinal do determinante da matriz  $J$ , no ponto de equilíbrio, depende da elasticidade da quantidade demandada de moeda em relação à taxa de inflação. Com um pouco de álgebra pode-se demonstrar que este determinante também pode ser escrito do seguinte modo:

$$|J| = \pi \left( \frac{u_c}{\phi_\pi u_{cc}} - \frac{v_m}{u_c} \right) \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

onde a elasticidade  $\varepsilon$  é definida por:

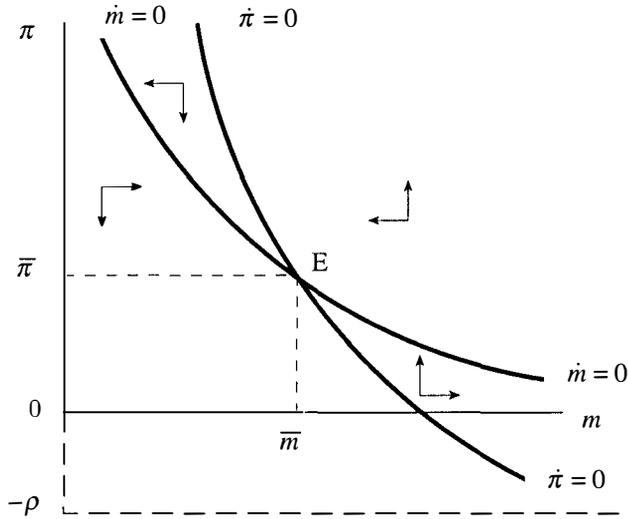
$$\varepsilon = \frac{\partial m}{\partial \pi} \frac{\pi}{m}$$

O primeiro termo entre parênteses desta expressão é negativo em virtude das hipóteses do modelo. Logo, quando a elasticidade da quantidade demandada de moeda em relação à taxa de inflação for igual a  $-1$ , o determinante é igual a zero; quando a elasticidade estiver compreendida entre  $-1$  e zero, o determinante é positivo; e se o valor absoluto da elasticidade for maior do que 1, o determinante é negativo. Isto é:

$$|J| \begin{matrix} \geq 0 \\ < \end{matrix} \Leftrightarrow |\varepsilon| \begin{matrix} \leq 1 \\ > \end{matrix}$$

A figura 4 mostra o diagrama de fases do modelo, supondo-se que o equilíbrio é único e que o determinante da matriz jacobiana é positivo, pois o valor absoluto da elasticidade da quantidade demandada de moeda em relação à taxa de inflação é menor do que um. Neste caso, se a quantidade real de moeda inicial for dada, a economia não convergirá para o equilíbrio.

Figura 4  
Diagrama de fases



### 3.3 Caso particular

Considere-se o caso particular do modelo em que a função utilidade é especificada por

$$u(c) + v(m) = \log c + \alpha \log m, \quad \alpha > 0$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro. A equação da aceleração da inflação pode ser escrita como:

$$\dot{\pi} = \frac{c}{\phi_{\pi}} \left( \rho + \pi - \alpha \frac{c}{m} \right)$$

que, juntamente com a equação da regra de política monetária, repetida aqui por conveniência,

$$\dot{m} = g - m\pi$$

são as duas equações diferenciais do modelo.

Em equilíbrio estacionário, quando  $\dot{\pi} = \dot{m} = 0$ , a taxa de inflação e a liquidez real são iguais a:

$$\pi = \frac{\rho g}{\alpha c - g}$$

$$m = \frac{\alpha c - g}{\rho}$$

supondo-se que  $c > g / \alpha$ ; caso contrário não existe equilíbrio.

A matriz jacobiana do sistema de equações diferenciais  $(\dot{\pi} \text{ e } \dot{m})$ , no ponto de equilíbrio, é expressa por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{c}{\phi_\pi} + \alpha \frac{c}{m} & \frac{\alpha c^2}{\phi_\pi m^2} \\ -m & -\pi \end{bmatrix}$$

com determinante e traço dados por:

$$|J| = -(\rho + \pi)\pi + \frac{c}{\phi_\pi}\rho = c \left( -\alpha \frac{\pi}{m} + \frac{\rho}{\phi_\pi} \right)$$

$$\text{tr } J = \rho + \frac{c}{\phi_\pi}$$

O traço da matriz  $J$  é um número positivo. O determinante da matriz jacobiana tanto pode ser positivo como negativo, pois:

$$|J| \underset{<}{\geq} 0 \Leftrightarrow \pi \underset{>}{\leq} \frac{\rho m}{\alpha \phi_\pi}$$

O modelo é instável e quando o determinante for negativo o sistema de equações diferenciais tem um ponto de sela. O diagrama de fases da figura 6 descreve a dinâmica deste modelo e mostra o que ocorre com a taxa de inflação e a liquidez real quando a economia está fora do ponto  $E$  de equilíbrio estacionário.

A equação de demanda de moeda, obtida igualando-se a taxa marginal de substituição entre consumo e moeda  $(\partial v / \partial m / \partial u / \partial c)$  à taxa de juros nominal  $(\rho + \pi)$ , é dada por:

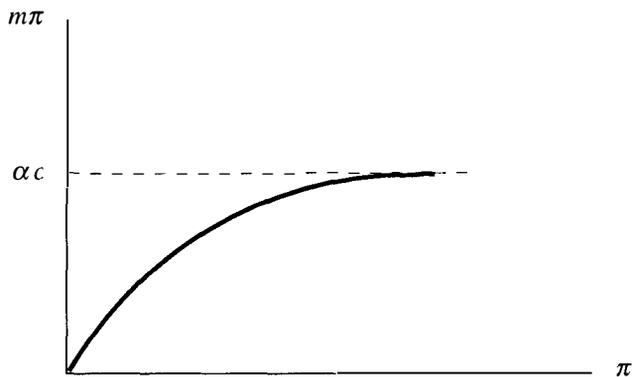
$$m = \frac{\alpha c}{\rho + \pi}$$

em que a elasticidade da quantidade de moeda em relação à taxa de inflação esperada, em valor absoluto, é sempre menor do que um quando  $\phi_\pi$  é igual a zero. Neste caso, o imposto inflacionário varia com a taxa de inflação, de acordo com:

$$m\pi = \frac{\alpha c \pi}{\rho + \pi}$$

Este imposto é igual a zero quando  $\pi = 0$ , cresce a uma razão decrescente quando a inflação aumenta e tende assintoticamente para  $\alpha c$  quando  $\pi \rightarrow \infty$ , como desenhado na figura 5.

Figura 5  
Imposto inflacionário



### 3.4 Hiperinflação

O modelo da economia apresentado nesta seção consiste em três equações e uma condição de transversalidade. Isto é:

$$\dot{\pi} = - \frac{u_c}{\phi_\pi u_{cc}} \left( \rho + \pi - \frac{v_m}{u_c} \right)$$

$$\dot{m} = g - m\pi$$

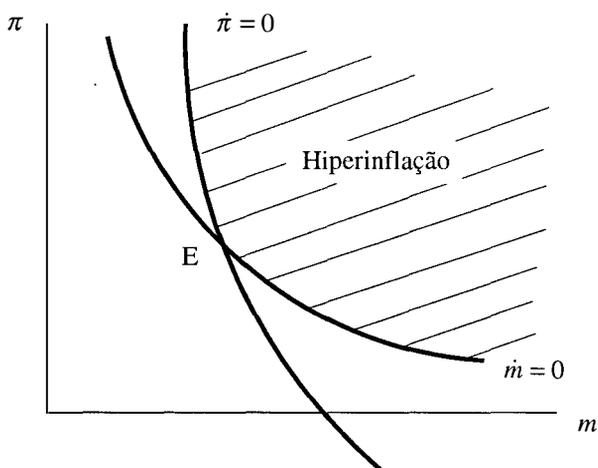
$$c = y - g - \phi(\pi)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda m e^{-\rho t} = \lim_{t \rightarrow \infty} u_c m e^{-\rho t} = 0$$

Este sistema dinâmico pode gerar um bom número de trajetórias instáveis, nas quais a taxa de inflação aumenta, a quantidade real de moeda diminui e o consumo

aproxima-se do seu limite inferior. No processo de transferência de recursos para a produção de substitutos de moeda, em virtude do aumento da inflação, o ajuste da taxa de inflação tende a ser feito de maneira instantânea ( $\phi_\pi \rightarrow 0$ ). Nestas circunstâncias, a economia entra numa trajetória de hiperinflação, que satisfaz a condição de transversalidade. A região em que a hiperinflação pode ocorrer é delimitada pelas condições:  $\dot{m} < 0$ , que equivale a  $g < m\pi$ , e  $\dot{\pi} > 0$ , que corresponde a  $\pi > \frac{v_m}{u_c} - \rho$ . A área tracejada da figura 6 mostra a região em que é possível a ocorrência da hiperinflação.

Figura 6  
Região de hiperinflação



#### 4. Conclusão

No modelo analisado neste trabalho, em que recursos da economia são usados na produção de substitutos próximos de moeda, a estabilidade depende da elasticidade da quantidade de moeda com relação à taxa de inflação. Quando essa elasticidade for inferior a um, em valor absoluto, o modelo é instável no sentido de que o ponto de equilíbrio estacionário, na linguagem dos sistemas dinâmicos, é um repulsor. Neste caso, se a quantidade real de moeda inicial for dada, a economia não convergirá para o equilíbrio. Quando a elasticidade for maior do que um, em valor absoluto, o ponto de equilíbrio estacionário é um ponto de sela, existindo, portanto, uma trajetória que leva a economia do ponto inicial ao equilíbrio estacionário. Essas proposições reforçam a conclusão de um trabalho anterior (Barbosa, 1993), de que a elasticidade da quantidade de moeda com relação à taxa de inflação é uma variável crucial para se compreender o fenômeno da hiperinflação.

Um choque qualquer que coloque a economia fora do equilíbrio estacionário pode gerar uma trajetória de hiperinflação, com o nível de consumo atingindo seu limite inferior em virtude da transferência de recursos para a produção de substitutos de moeda, a taxa de inflação aumentando de maneira ilimitada e a quantidade real de moeda convergindo para zero.

## Referências Bibliográficas

Barbosa, F. H. Correção monetária e realimentação inflacionária. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 8:757-79, dez. 1978.

\_\_\_\_\_. Hiperinflação e a forma funcional da equação de demanda de moeda. *Revista de Análise Econômica*, 20:5-16, 1993.

\_\_\_\_\_. A contribuição acadêmica de Mario Henrique Simonsen. *Revista de Econometria*, 17:115-30, maio 1997.

\_\_\_\_\_; Oliva, W. M. & Sallum, E. M. A dinâmica da hiperinflação. *Revista de Economia Política*, 13:5-24, jan./mar. 1993.

\_\_\_\_\_; Pereira, P. L. Valls & Sallum, E. M. A substituição de moeda no Brasil: a moeda indexada. *Pesquisa e Planejamento Econômico*. dez. 1995. p. 407-26.

Cagan, Philip. The monetary dynamics of hyperinflation. In: Friedman, Milton (ed.). *Studies in the quantity theory of money*. Chicago, Chicago University Press, 1956.

Chari, V. V.; Jones, L. E. & Manuelli, R. E. The growth effects of monetary policy. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*. Fall 1995. p. 18-32.

Friedman, Milton. The optimum quantity of money. In: Friedman, Milton (ed.). *The optimum quantity of money and other essays*. Chicago, Aldine, 1969.

Sidrauski, Miguel. Rational choice and patterns of growth in a monetary economy. *American Economic Review*. Papers and Proceedings, 51:534-44, May 1967.

Stockman, Alan C. Anticipated inflation and the capital stock in a cash-in-advance economy. *Journal of Monetary Economics*, 8:387-93, Nov. 1981.