Modernização da matriz de input-output utilizando modelos matemáticos *

Joanílio Rodolpho Teixeira **

Derli Chaves Machado da Silva ***

Resumo

Neste trabalho nos propomos a estudar alguns problemas relacionados com a modernização da matriz de **input-output** no contexto da abordagem leontiefiana. Sabemos que os coeficientes tecnológicos de produção a_{ij} **(t)** tendem a variar entre dois períodos, devido essencialmente a transformações tecnológicas e variações relativas nos preços. Como existe defasagem de alguns anos entre a execução de um censo e a construção da matriz de coeficientes tecnológicos $\mathbf{A} = |a_{ij}(t)|$, nesse ínterim se utilizam informações estatísticas inadequadas, que seriam corrigidas apenas a partir dos resultados do censo seguinte. Com isto, repetem-se os problemas ligados à defasagem dos resultados. É neste contexto que se coloca o problema de utilização de algumas técnicas para contornar esta situação. Dentre as técnicas que possibilitam a modernização da matriz discutimos o método RAS, a programação linear e a programação quadrática. Mostramos alguns aspectos matemáticos, estatísticos e computacionais, assim como a interpretação econômica dos resultados. Finalmente, procuramos fazer o estudo comparativo das diversas abordagens e um enfoque crítico do potencial das mesmas.

1. Colocação do problema

Um dos mais sérios problemas dos planejadores que utilizam como ferramenta a matriz de *input-output* (insumo-produto) consiste na obtenção de dados razoavelmente atuais. Sabemos que os coeficientes tecnológicos de produção, a_{ij} (t), mostram a quantidade do i-ésimo bem necessário

* Os autores agradecem ao Dr. Marcos de Aquino Pinto Pacca e a outros colegas do INPE pela colaboração em diversos estágios desse trabalho. Seria difícil indicar contribuições individuais sem fazer injustiça a outros. Apenas os autores são responsáveis por possíveis erros.

** Professor adjunto da Universidade de Brasília e economista da Divisão de Assuntos Especiais da Telebrás, Brasília, DF.

*** Pesquisador associado, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq e INPE, São José dos Campos, SP.

para a produção de uma unidade do j-ésimo bem, no período t. Estes coeficientes geram a matriz $A(t)$, de ordem n, que no caso comum é semipositiva. $A(t)$ reflete, entre outras coisas, tecnologia, preços relativos, grau de integração econômica e composição interna dos setores. Supõe-se que $A(t)$ satisfaz as condições de Hawkins-Simon (1949), e que existe certa estabilidade nos coeficientes desta matriz, quando comparamos os dados de dois períodos relativamente próximos, desde que os anos escolhidos sejam "normais". Da mesma forma, certa coincidência e estabilidade dos coeficientes $a_{ij}(t)$ [1] têm sido encontradas em países tecnologicamente avançados, principalmente para os setores industriais, como foi mostrado por Chenery e Watanabe (1956).

Assim podemos presumir que não erramos exageradamente usando a matriz de alguns países, como indicador das condições tecnológicas que prevalecem em outros, desde que tenhamos certa cautela com a definição dos setores, com os níveis de agregação utilizados e certos conceitos particulares, que tenham sido aplicados na construção das matrizes. Do ponto de vista estrutural, essa semelhança dos coeficientes poderia indicar que, provavelmente, a tecnologia utilizada segue padrões razoavelmente internacionais. Alternativamente poderíamos inferir que o processo produtivo, em países tecnologicamente avançados, tende para um caráter global, e os coeficientes tecnológicos apenas refletem a semelhança da estrutura existente nos diversos setores industriais.

Chenery e Watanabe (1956) também indicaram que, para os outros setores da economia, existe substancial variação entre os coeficientes tecnológicos, sendo razoável esperar modificações nos coeficientes durante o processo de crescimento econômico, quando as sociedades tendem a usar tecnologias mais avançadas — tradicionalmente poupadoras de trabalho.

Como os dados necessários para a obtenção de A são usualmente provenientes de censo estatístico e como, no Brasil, existe uma defasagem de mais de seis anos entre a obtenção dos dados estatísticos e a publicação das matrizes de insumo-produto, [2] é bastante duvidoso que elas tenham grande interesse operacional para os tomadores de decisão, a menos que

[1] Neste trabalho negligenciaremos o indicador de período (t) por ser desnecessário no contexto.

[2] Há apenas duas experiências brasileiras de elaboração de matrizes de relações intersetoriais com base em censos econômicos. Em 1967, o IPEA apresentou os resultados de uma matriz com 32 setores baseada no censo de 1960. Em 1976, o IBGE publicou a versão preliminar, baseada no censo de 1970, porém restrita às indústrias de transformação e extrativa mineral. Outra matriz, contendo 25 setores, foi publicada em 1973 por uma equipe do Banco Central, com base nos dados provenientes do IPI. O trabalho do IBGE (1976), na sua introdução, tece algumas considerações sobre essas matrizes.

tenhamos, como alternativa, técnicas que permitam, no intervalo entre os censos, atualizar os coeficientes tecnológicos. Num país como o Brasil, onde o crescimento econômico tem sido aparentemente acompanhado de significante mudança tecnológica,[3] mais urgente se torna o trabalho de atualização para facilitar o aproveitamento mais eficaz das matrizes de insumo-produto, como eficiente instrumento de planejamento.

Uma das formas de resolver o problema da atualização consiste em utilizar técnicas *ex-ante* como os métodos Delphi e Batelle-Columbus.[4] Estes, basicamente, aproveitam a opinião de especialistas que indicariam, por meio de iterações sucessivas e convergência de opiniões, o valor dos novos coeficientes tecnológicos. Essa abordagem é promissora mas depende essencialmente do conhecimento real ou da validade das intuições dos especialistas consultados. Uma forma alternativa de abordar o problema consistiria numa seleção amostral dos setores relevantes, que pudesse gerar um indicador satisfatório dos coeficientes tecnológicos. Contudo, dadas as dificuldades de caracterizar adequadamente o tamanho da amostra, o conteúdo dos setores, o nível de agregação, assim como a coleta e a compatibilização dos dados essenciais, é evidente que o método consome tempo e deve ter um custo relativamente alto.

Também é claro que, por não existir um padrão contábil uniformemente usado pelas firmas, o método de amostragem, assim como o baseado no censo, provavelmente apresentarão viés.[5] As dificuldades mencionadas com relação aos métodos que usam *experts* talvez pudessem ser minimizadas usando *engineering information,* mas esses métodos dificilmente são apropriados para os setores não-industriais. De qualquer forma, parece ser necessária a utilização de uma abordagem que, aproveitando a informação disponível de confiabilidade aceitável, tenha baixo custo, rápida manipulação e possibilite uma estimação dos coeficientes tecnológicos. É de se esperar, também, que estes coeficientes permitam um estudo interessante do complexo problema de transformações tecnológicas.

[3] O Prof. S. E. Girão Barroso, em discussão com um dos autores, sugere que isto não é totalmente exato. Segundo ele, não tem havido mudanças tecnológicas significativas, exceto aquelas incorporadas por setores que começaram a existir entre os períodos considerados. Como não existem dados estatísticos confiáveis para indicar a validade do argumento, preferimos tratar essa indicação como uma conjetura a ser eventualmente testada.

[4] A técnica Delphi, utilizando convergência de opiniões em grupo, é bastante conhecida. O método Battelle-Columbus introduziu pequenas modificações na técnica Delphi. Para um estudo mais elaborado, ver Fisher e Chilton (1972).

[5] Note-se que existe a possibilidade de cancelamento dos erros nas amostras, mas nada se pode garantir, *a priori,* exceto que a probabilidade de ocorrência do cancelamento das distorções é muito baixa.

Neste trabalho procuramos estudar alguns aspectos da modernização de matrizes de insumo-produto utilizando instrumental matemático baseado em processo iterativo ou técnicas de otimização. Fazemos alguns comentários sobre as diferentes abordagens e, para mostrar os problemas operacionais envolvidos, assim como as dificuldades teóricas essenciais, fazemos um experimento com base em dados relativos à economia brasileira. Como a aplicação não está baseada em dados confiáveis e inexistem matrizes empíricas completas, para o período estimado, apenas fazemos comparações entre os resultados computacionais alternativos.

2. Formas de mudanças tecnológicas

As informações estatísticas de muitos países revelam que, no passado, ocorreram em países desenvolvidos diversos tipos de mudança tecnológica. Podemos conjeturar que estas mudanças, ou eventualmente outras, ocorrerão no futuro nos países em desenvolvimento. Uma delas, por exemplo, está relacionada com a substituição entre recursos energéticos, especialmente a transferência do uso de madeira para carvão, óleo, gás, eletricidade ou, eventualmente, energia nuclear. Um segundo tipo de câmbio tecnológico consiste na substituição do uso de matéria-prima natural por produtos manufaturados, como no caso de fibras sintéticas que substituíram significativamente a lã e o algodão. Ainda outra mudança se relaciona com a tendência geral para o uso de insumos industrializados e serviços capital-intensivos. Na agricultura, por exemplo, predomina a tendência à mecanização e maior uso de combustíveis. Da mesma forma, os reparos e outros serviços estão em processo de crescente automatização. As mudanças indicadas estão predominantemente relacionadas com as linhas dos coeficientes da matriz de coeficientes tecnológicos.

Contudo, existem mudanças tecnológicas, comentadas a seguir, que estão mais relacionadas com as colunas da matriz. Como Watanabe e Shishido (1970) indicam: "A longo prazo, os coeficientes de insumo-produto das indústrias de transformação (*manufacturing industries*) tendem a diminuir devido a processos mais eficientes de fabricação. Isto ocorre, por exemplo, na indústria química e de maquinaria. Por outro lado, há uma tendência oposta na indústria de construção, onde materiais pré-fabricados se tornam mais importantes, e assim podemos identificar um aumento na soma das colunas [da matriz de] coeficientes tecnológicos."

3. A atualização da matriz insumo-produto usando o "método RAS"

A primeira apresentação sistemática de mudanças tecnológicas no contexto de tabelas de insumo-produto, usando uma abordagem formal, é devida a Stone (1963), no que ele chamou "método RAS". A abordagem consiste numa tentativa de atualizar a matriz de insumo-produto, levando em consideração dois efeitos simultâneos:

a) variações relativas nas proporções de insumos requeridos em certas indústrias (mudanças no processo produtivo);

b) mudanças na produtividade, isto é, deslocamento das tendências *upward* e *downward,* no grau de fabricação de certas indústrias.

O primeiro efeito é chamado "substituição" e o segundo "fabricação" ou "produtividade". O efeito substituição requer uma sistemática adaptação das linhas da matriz de insumo-produto, porque indica o uso feito, pelas diversas indústrias, dos insumos provenientes de uma dada indústria. O "efeito produtividade" provoca uma adaptação nas colunas, já que indica a utilização de insumos ocorrida no processo produtivo gerador de um certo produto, isto é, qual a contribuição das diversas indústrias para gerar o produto de uma indústria específica.

O método RAS é também conhecido como método biproporcional.[6] Preferimos a terminologia de Stone, em que RAS é um código proveniente da notação:

$$a^*_{ij} = r_i \, a_{ij} \, s_j \quad \text{com } i, j = 1, 2, \ldots, n \tag{3.1}$$

onde a_{ij} e a^*_{ij} são, respectivamente, os valores do (i, j)-ésimo coeficiente tecnológico no período inicial (ou básico) e no período projetado (estimado). Os componentes r_i e s_j são dois tipos de multiplicadores onde o primeiro indica o efeito substituição, e o segundo, o efeito produtividade.

Abordando o método, do ponto de vista matricial, podemos indicar que a operação necessária para obter $A^* = \{a^*_{ij}\}$ a partir de $A = \{a_{ij}\}$, consiste em pré-multiplicar A pela matriz diagonal r dos multiplicadores r_i's e pós-multiplicar pela matriz diagonal $\hat{s}$ dos multiplicadores s_j's. É claro que essas matrizes têm a mesma dimensão $(n \times n)$, que caracteriza o nível de agregação com que estudamos as relações intersetoriais. Assim, a relação entre a matriz original e a estimada será dada por:

$$A^* = \hat{r} \, A \, \hat{s} \tag{3.2}$$

[6] Esta terminologia foi introduzida por Bacharach (1970) e não constitui uma tentativa de substituir nomes mas, apenas, ajudar a abstrair as características matemáticas da interpretação econômica. Realmente o método é bastante geral e tem sido usado fora de aplicações envolvendo relações intersetoriais. Nesse trabalho estamos preocupados principalmente com aspectos econômicos.

Usando a pré-multiplicação, obtemos o ajustamento das linhas e, pela pós-multiplicação, o ajustamento das colunas, desde que $\hat{r}$ e $\hat{s}$ sejam conhecidos. O problema consiste, então, em encontrar uma matriz A^* que reflita a influência sistemática dos efeitos substituição e produtividade sobre as transformações tecnológicas, durante o período em consideração.

O tipo de informação necessária para aplicar o método RAS requer a utilização de um vetor n-dimensional x, do produto setorial bruto; do vetor n-dimensional v, do valor adicionado (também conhecido como valor agregado) e do vetor n-dimensional y, representando a demanda final. É claro que todos estes vetores estão relacionados com a tabela projetada de insumo-produto e não com a tabela original.

Usando os dados anteriores, calculamos o vetor n-dimensional u, que representa o produto total intermediário, e o vetor n-dimensional z, que indica o insumo total intermediário por meio das expressões:

$$u = x - y \tag{3.3}$$

$$z = x - v \tag{3.4}$$

O quadro 1 indica, esquematicamente, dados necessários para as operações mencionadas, assim como a posição típica dos mesmos.[7]

Quadro 1

Esquema dos dados necessários para a aplicação do método RAS

(a_{ij})	u	y	x	
z				$\Sigma y_i = \Sigma v_i$
v				
x				

[7] Note que no quadro 1 apenas apresentamos uma forma didática de visualizar as informações requeridas. $\{a_{ij}\}$ é dado do período básico, enquanto as outras componentes são relativas ao período projetado. Assim, essa não é uma tabela típica de insumo-produto. Devemos também lembrar que só haverá consistência entre os dados se $\Sigma y_j = \Sigma v_j$ $(i, j = 1, 2, \ldots, n)$, indicando que a demanda total por bens e serviços é igual à remuneração dos fatores de produção no período considerado.

Para efetuar os cálculos, necessitamos tanto do modelo fechado de Leontief quanto da equação de balanceamento para o valor de produção mais custo dos fatores. Eles são respectivamente:

$$x = A^* \, x + y \tag{3.5}$$

$$x = \hat{x} (A^*)' \, e + v \tag{3.6}$$

onde x é a matriz formada pela diagonalização do vetor x, assim como e é o vetor unitário. O apóstrofo indica a transposição de matriz. De (3.5) temos:

$$x - y = A^* \, x \tag{3.7}$$

Usando (3.3) temos:

$$u = A^* \, x \tag{3.8}$$

De (3.6) chega-se a:

$$x - v = \hat{x} \, (A^*)' \, e \tag{3.9}$$

Assim:

$$z = \hat{x} \, (A^*)' \, e \tag{3.10}$$

Substituindo (3.2) em (3.8) temos:

$$u = \hat{r} \, A \, \hat{s} \, x \tag{3.11}$$

Substituindo também (3.2) em (3.10) obtém-se:

$$z = \hat{x} \, (\hat{r} \, A \, \hat{s})' \, e \tag{3.12}$$

Então:

$$z = \hat{x} \, \hat{s} \, A' \, \hat{r} \, e \tag{3.13}$$

mas $\hat{r} \, e = r,$ assim

$$z = \hat{x} \, \hat{s} \, A' \, r \tag{3.14}$$

O sistema formado por (3.11) e (3.14), de acordo com Nijkamp e Paelink (1974), "constitui um conjunto de equações não-lineares contendo as variáveis $\hat{r}$ e s. Como o número de equações é igual ao número de incógnitas, este sistema pode, em princípio, ser resolvido".

A solução é obtida usando o seguinte método iterativo: primeiro, insere-se em (3.11) a matriz identidade como solução inicial para $\hat{s}$, para então, resolvendo o sistema, encontrar-se uma primeira aproximação para o valor de $\hat{r}$. Este valor de $\hat{r}$ é substituído em (3.14), obtendo-se assim um novo valor de $\hat{s}$. Substitui-se este último em (3.11), obtendo-se novo valor de $\hat{r}$, e assim por diante. O processo se repete até que tenhamos uma solução para $\hat{r}$ e $\hat{s}$ com a precisão desejada, ou quando as modificações ocorridas entre duas iterações sucessivas forem insignificantes. Substituindo os últimos valores s e $\hat{r}$ em (3.2), temos a estimação A^*.

Bacharach (1965) estudou as propriedades matemáticas do método RAS e demonstrou a convergência e unicidade da solução. Não é difícil verificar que o método proposto, de atualização da matriz de insumo-produto, exibe alguma dificuldade computacional e requer considerável volume de dados. [8]

4. Método de modernização envolvendo programação linear

O método RAS é, provavelmente, o mais conhecido dos métodos de atualização da matriz de coeficientes tecnológicos. No entanto, diversas outras técnicas, baseadas em critérios de otimização, também podem ser usadas para a solução do problema. Uma alternativa de interesse é o "método de programação linear" (MPL), desenvolvido por Matuszewski e Pitts (1971). Esse método busca minimizar os desvios entre o valor original e o ajustamento dos coeficientes tecnológicos. [9]

Neste caso, usando a mesma notação do item 3, teríamos a seguinte formulação, usando como função objetivo "norma de Manhattan" ou "retilínea".

[8] É possível avançar a pesquisa a um segundo estágio e testar a estabilidade dos coeficientes da matriz projetada. Também é possível obter matrizes de insumo-produto para períodos intermediários por interpolação entre o período básico e o projetado. No entanto, estes aspectos estão fora do escopo do presente trabalho.

[9] Um argumento em favor da minimização dos desvios, em vez de sua maximização, é que, na ausência de variações de u, v e x em relação ao período básico, podemos garantir a simples reprodução da matriz original, ou seja $A = A^*$.

$$
\left.\begin{array}{l}
Min\ W = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} |a_{ij} - a_{ij}^*| \\
\text{sujeito a:} \\
v = A^* x \\
z = \hat{x}(A^*)' e \\
a_{ij}^* \geq 0 \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n
\end{array}\right\} \qquad (4.1)
$$

Este problema pode ser transformado num problema de PL. O assunto é discutido mais detalhadamente em Teixeira e Pacca (1977) e em Francis e White (1974).

Nijkamp e Paelink (1974) mostraram uma formulação alternativa do modelo (4.1), utilizando desvios relativos em vez de absolutos, obtendo resultados computacionais mais plausíveis. Nesse caso a função objetivo ficaria na forma:

$$
Min\ Z = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} \left| \frac{a_{ij} = a_{ij}^*}{a_{ij}} \right| \qquad (4.2)
$$

As restrições são as mesmas de (4.1). A componente a_{ij} (no denominador) pode gerar problemas pois, freqüentemente, assume o valor zero em problemas de média dimensão.

Uma inconveniência das abordagens (4.1.) e (4.2) é a rigidez implícita em modelos de PL. Sabemos que tais modelos usualmente apresentam *corner solution,* implicando maior ocorrência de valores nulos de a_{ij}^* do que poderíamos esperar dentro de um contexto econômico típico. Esta excessiva ocorrência de zeros tende, por outro lado, a gerar, em compensação, variações excessivas nos coeficientes positivos a_{ij}^*. É claro que a introdução de limites superiores e inferiores para os novos coeficientes, com base em informações *a priori,* evita o problema mencionado. Todavia, não são freqüentes as informações relevantes a respeito de valores ou limites conhecidos para certos a_{ij}^**'s.* Na prática, o que quase sempre ocorre é a imposição de limites de certa forma arbitrários, isto é, sem a necessária base estatística ou teórica. Outro aspecto negativo é que as soluções de problemas de PL tendem a ser, de certa forma, rígidas ou insensíveis a pequenas mudanças na função objetivo. Dessa forma, é de se esperar que mudanças relativamente significativas (grandes) nos elementos a_{ij} não exercerão correspondente influência em a^*_{ij}. Isto indica perceptivelmente a existência de certa inércia ou estabilidade implícita no modelo.[10] Schneider (1965) verificou que o modelo de PL tende a gerar ajustamentos de pior qualidade do que os obtidos por meio do Método RAS, sendo este um argumento mais forte sobre a sua impropriedade.

5. Método de programação quadrática

As críticas apresentadas ao método de PL indicam a necessidade de buscar outras abordagens para a obtenção dos coeficientes tecnológicos onde se procure reduzir a rigidez do modelo proposto. Baseado na programação quadrática (PQ), Friedlander (1961) substitui a função objetivo de (4.1) por outra na forma de desvios quadráticos entre os valores originais e os valores ajustados dos coeficientes tecnológicos. O problema consiste em minimizar uma nova função objetivo, sujeito às mesmas restrições do problema de PL. Nesse caso, em vez de termos uma "norma Manhattan" ou "retilínea", temos o "quadrado da norma euclidiana" e o problema fica na forma:

$$\left.\begin{array}{l} Min\ Z = \sum\limits_{\substack{i=1\\ j=1}}^{n} (a_{ij} = a^*_{ij})^2 \\ \text{sujeito a:} \\ u = A^*\, x \\ z = \hat{x}\,(A^*)'\, e \\ a^*_{ij} \geq 0 \qquad i,\, j = 1,\, 2, \ldots,\, n \end{array}\right\} \qquad (5.2)$$

Como a função objetivo é estritamente convexa, isto é, está na forma $f(x) = x'Dx + c'x$, onde D é a matriz identidade e, portanto, positiva definida e o conjunto viável é convexo, as condições de Kuhn-Tucker para um mínimo local são necessárias e suficientes para um mínimo global. Portanto, algoritmos próprios para a solução do problema de

[10] A ocorrência ou não desta estabilidade é um problema empírico. Neste trabalho apenas conjeturamos sobre expectativas das tendências.

PQ como o de Wolfe (1959), Lemke (1968), Beale (1967) garantem a convergência para este mínimo global.

Entretanto, estes se mostraram inadequados para matrizes de dimensão grande ($n \geqslant 15$) quando comparados com o uso de algoritmos de minimização irrestrita, como o de Fletcher-Reeves, aplicado a uma função de penalidade (Costa e Ramos, 1977) para o problema anterior (5.2). Uma discussão em maior profundidade se encontra em Teixeira e Pacca (1977).

Substituindo a função objetivo, em termos de desvios absolutos por outra, levando em conta desvios relativos, da forma:

$$Min\ Z = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} \left(\frac{a_{ij} - \hat{a}_{ij}}{a_{ij}} \right)^2,$$ mantendo-se as mesmas restrições de (5.2), parece-nos diminuir a ocorrência de zeros na matriz estimada A^*.

6. Comparação entre os métodos RAS, programação linear e programação quadrática

A experiência com as diversas técnicas de modernização de matriz dos coeficientes tecnológicos tem indicado preferência pelos métodos de PQ e RAS. Experiências feitas por Nijkamp e Paelinck (1974), usando dados de economia belga, indicam que não existe diferença significativa entre os resultados obtidos por esses dois enfoques. Contudo, ainda não existe condição de sermos conclusivos a respeito da preferência por uma das abordagens. Assim, acreditamos ser necessário discutir com maior cuidado os problemas de transformações tecnológicas para entender melhor as bases teóricas das abordagens apresentadas.

Para avançar nessa direção, é interessante considerar a dicotomia entre hipóteses de uma função de produção (envolvendo processo único), que apresenta coeficientes tecnológicos constantes, tanto de produção quanto de capital, em cada setor da economia, com a noção de transformação estrutural com fenômeno concomitante com o processo de crescimento econômico. Duas questões cruciais emergem dessa reflexão. Primeiro, como conciliar os requerimentos de capital e produto, baseados em relações tecnológicas existentes, com o desejo de introduzir novos métodos de produção e avanço tecnológico. Segundo, como tratar as indústrias ou setores completamente novos, que freqüentemente aparecem, dentro da economia brasileira, por meio do processo de substituição de importações.

O primeiro problema (da mudança dos coeficientes tecnológicos da produção) poderia ser tratado pela revisão periódica da matriz insumo-produto, usando um dos métodos indicados. Não obstante, os dados estatísticos existentes na maioria dos países em desenvolvimento não permitem tal especulação. A ausência das informações estatísticas requeridas para utilizar o método RAS ou programação matemática indica a necessidade de utilizar *educated guess* ou adaptação de informação empírica em países que estejam envolvidos (ou tenham passado) por condições semelhantes. Esta seria a justificativa para o uso de métodos baseados em informação dos *experts* mas, como já indicamos, a solução não é nada trivial.

O segundo problema, do aparecimento de indústrias ou setores inteiramente novos, também representa algumas dificuldades conceituais e práticas. O procedimento usual para solucionar a questão consiste na introdução dos chamados *empty boxes,* pela incorporação de novas linhas para o produto intermediário e produto final, além das correspondentes colunas de material e insumos para representar novos setores ou indústrias. Porém, não existe satisfatória justificativa teórica para apoiar essa abordagem no contexto de modelos de insumo-produto. Isto apenas reflete duas hipóteses bastante limitadas e irrealistas dos modelos típicos de insumo-produto. A primeira, que os coeficientes tecnológicos são invariantes no tempo e, a segunda, que cada setor tem à sua disposição apenas um processo de produção dos bens. No entanto, como o nível de agregação com o qual freqüentemente operamos é relativamente restritivo, praticamente poderia ser possível incorporar novos bens em setores já existentes sem alterar, fundamentalmente, a estrutura intersetorial. A atualização é, obviamente, uma faca de dois gumes: por um lado "resolve" um dos problemas — incorporação na economia da produção de novos bens e serviços mas, simultaneamente, indica a insensibilidade de modelos para mudanças tecnológicas que, isoladamente, não apresentam grande peso, mas poderiam ser indicadores das tendências tecnológicas em formação.

7. Experiência simplificada usando dados brasileiros

Apresentamos a seguir alguns resultados computacionais referentes a um experimento, usando uma estilização de dados da economia brasileira. Para o período básico consideramos a matriz elaborada com base na tabela de insumo-produto do ano de 1959, publicada pelo Instituto de Planejamento Econômico e Social (IPEA), que contém 32 setores.[11]

[11] Essa matriz foi também publicada por Van Rijckeghen (1969) que foi quem orientou as pesquisas para a sua elaboração.

Como neste trabalho o interesse é puramente metodológico e para evitar elaborado trabalho computacional, resolvemos agregar a matriz em outra contendo apenas três setores: indústrias metálicas, indústrias não-metálicas e serviços. A classificação é semelhante à desenvolvida por Haddad (1974) que agrega os 32 setores em apenas quatro. A matriz de insumo-produto usada foi a seguinte:

Quadro 2

Matriz de insumo-produto do Brasil — 1959 (agregada) (Cr$ milhões)

Setores	1	2	3	*u*	*y*	*x*
1 – Indústria metálica	109.861	59.237	28.952	198.060	102.076	300.136
2 – Indústria não-metálica	12.056	498.628	146.926	697.610	880.901	1.538.511
3 – Serviços	41.080	187.283	152.514	380.877	502.080	962.957
z	162.997	745.148	328.402	1.236.547	1.565.057	2.801.604
v Valor agregado bruto	137.139	793.363	634.555	1.565.057	151.512	1.716.569
X Produção bruta	300.136	1.538.511	962.957	2.801.604	1.716.569	4.518.173

Fonte: Adaptado de Haddad, P. R., ed. *Planejamento regional: métodos e aplicação ao caso brasileiro.*

A matriz de coeficientes tecnológicos de produção A, originados do quadro 2, é a seguinte:

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}3660 & 0{,}03850 & 0{,}03010 \\ 0{,}04020 & 0{,}32410 & 0{,}15260 \\ 0{,}13690 & 0{,}12170 & 0{,}15840 \end{bmatrix} \qquad \text{(matriz 1)}$$

Os dados disponíveis, utilizados neste trabalho, a preços de 1959 e projetados para 1969 (em milhões de cruzeiros) são fornecidos nos quadros 3, 4 e 5.

Quadro 3

Vetor de produção bruta (x) (em Cr$ milhões)

Setores	Valores projetados
Indústria metálica	4,92765
Indústria não-metálica	19,44602
Serviços	55,32148

Quadro 4

Vetor de demanda final (y)
(em Cr$ milhões)

Setores	Valores projetados
Indústria metálica	2,54474
Indústria não-metálica	6,62808
Serviços	25,82539

Quadro 5

Vetor de consumo intersetorial (u)
(em Cr$ milhões)

Setores	Valores projetados
Indústria metálica	2,00764
Indústria não-metálica	7,18986
Serviços	25,80071

Os resultados computacionais, utilizando o Método RAS, são apresentados a seguir, na forma da matriz atualizada dos coeficientes tecnológicos de produção A^*, para 1969:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0{,}36599 & 0{,}01685 & 0{,}06443 \\ 0{,}09176 & 0{,}32410 & 0{,}13658 \\ 0{,}06388 & 0{,}13599 & 0{,}15838 \end{bmatrix} \quad \text{(matriz 2)}$$

Utilizando PL para a função objetivo descrita em termos de desvios absolutos $\left(Min\ Z = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} | a_{ij} - a^*_{ij} | \right)$ temos:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0{,}33932 & 0 & 0{,}00607 \\ 0{,}04020 & 0{,}21915 & 0{,}04935 \\ 0{,}13690 & 0{,}12170 & 0{,}41141 \end{bmatrix} \quad \text{(matriz 3)}$$

Utilizando PL para a função objetivo descrita em termos de desvios relativos

$$\left(Min\ Z = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} \left| \frac{a_{ij} - a^*_{ij}}{a_{ij}} \right| \right) \qquad \text{temos:}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} 0{,}33932 & 0{,}01726 & 0 \\ 0{,}04020 & 0{,}20189 & 0{,}05542 \\ 0{,}13690 & 0{,}12170 & 0{,}41141 \end{bmatrix} \qquad \text{(matriz 4)}$$

No caso da PQ, usando a função objetivo definida em termos de desvios absolutos quadráticos.

$$\left(Min\ Z = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} \left(a_{ij} - a^*_{ij}\right)^2\right), \qquad \text{temos:}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} 0{,}35282 & 0 & 0{,}00488 \\ 0{,}01754 & 0{,}21135 & 0{,}05411 \\ 0{,}14606 & 0{,}12954 & 0{,}40783 \end{bmatrix} \qquad \text{(matriz 5)}$$

Para o caso de PQ, utilizando a função objetivo definida em termos relativos ao quadrado,

$$\left(Min\ Z = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} \left(\frac{a_{ij} - a^*_{ij}}{a_{ij}}\right)^2\right), \qquad \text{temos:}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} 0{,}28506 & 0{,}02242 & 0{,}00302 \\ 0{,}04296 & 0{,}15200 & 0{,}07271 \\ 0{,}18841 & 0{,}16643 & 0{,}39109 \end{bmatrix} \qquad \text{(matriz 6)}$$

Uma simples comparação dos resultados computacionais utilizando os valores expostos, utilizando as cinco abordagens alternativas, indica claramente algumas peculiaridades. Destas ressaltamos as seguintes:

1. Os resultados são perceptivelmente diferentes quando comparados entre si.

2. Apenas o método RAS e o de PQ definida em termos relativos não apresentam zeros. Como o nível de agregação é compacto (apenas três setores) e, na matriz original, não há zeros, os resultados nulos são desapontadores: o simples "bom senso" indica que utilizando a forma de agregação exposta é pouco provável a ocorrência de tais resultados.

3. A abordagem que apresentou resultados mais similares aos da matriz original foi o método RAS. Embora possa ter ocorrido enorme transformação tecnológica no período considerado (1959-69) é pouco provável que tenhamos realmente resultados tão diferentes dos originais, como está explícito nas demais abordagens.

Poderíamos ainda mostrar algumas outras conclusões interessantes, mas desejamos apenas indicar que o método RAS parece ser realmente o mais promissor. Nossos resultados, de certa forma, contrariam os obtidos por Nijkamp e Paelink (1974) mas nada podemos garantir sobre a validade da colocação deles com respeito ao nosso trabalho, por desconhecermos a distribuição dos erros e não apresentarmos aqui uma comparação com os resultados empíricos baseados no censo de 1970. Isto deixou de ser feito porque a matriz de 1970 ainda não foi completamente publicada.

Desejamos, ao final, salientar que as projeções utilizadas para o ano de 1969 não são satisfatórias, pois não existem deflatores setoriais aceitáveis para o período. Assim, tanto as projeções quanto as atualizações da matriz de coeficientes tecnológicos têm apenas interesse metodológico, sendo inútil introduzir aperfeiçoamentos para obter resultados mais confiáveis.

8. Conclusões

Depois de examinar diversas técnicas relacionadas com a atualização de matrizes de insumo-produto, precisamos analisar criticamente os aspectos metodológicos envolvidos e os resultados apresentados. Acreditamos ser questionável que modelos matemáticos mais sofisticados que os propostos possam melhorar significativamente o conhecimento das mudanças tecnológicas ocorridas entre dois períodos. Em parte, essa conclusão algo pessimista está relacionada com a grande margem de erro associada com a compilação dos dados estatísticos. Sem embargo, esta é apenas uma das causas das dificuldades em se prever mudanças nos coeficientes. De certa forma, é possível antecipar que modelos mais sofisticados dificilmente mostrarão resultados conclusivos. A razão é simples: estes métodos estão baseados, essencialmente, na idéia de utilizar uma correção uniforme aplicável a todos os setores de economia. Possivelmente há uma ingênua falácia em tentar fazer a correção de projeções de coeficientes, que são originalmente pouco precisos e apenas resultantes de uma primeira aproximação de um processo extremamente complicado de iterações econômicas e relações sociais.

Considerando que a matriz de insumo-produto apresenta visão simplificada de uma realidade complexa, é evidente que tentativas de correção e atualização de coeficientes tecnológicos, por meio de processos mecânicos (requerendo relativamente poucas informações adicionais além da matriz original) raramente serão bem sucedidas. É provavelmente correto aceitar, como afirma Ghosh (1975), que alguns métodos são aplicáveis em alguns momentos para alguns setores, mas dificilmente em todos os setores, independente do período considerado. Assim, concordamos com ele em que "nenhum [método] tem aplicação universal" e, portanto, é necessário um estudo mais elaborado das causas das mudanças tecnológicas, analisando cuidadosamente outros tipos de fatores, especialmente aspectos políticos e históricos. Este é, seguramente, um assunto onde uma atitude puramente tecnocrática tem pouca possibilidade de levar a resultados positivos. Vinculada às mudanças tecnológicas existe mais complexidade do que pode perceber um observador afoito. Isto não implica rejeitar, de modo apriorístico, trabalhos que procurem enfocar o assunto formalmente. Apenas indica nosso cuidado em não sermos hipnotizados pelo requinte matemático, abstraindo as peculiaridades de um problema altamente controvertido como é o estudo das causas das mudanças tecnológicas.

Abstract

Updating the input-output matrix usiny mathematical mehods.

The purpose of this paper is to study some problems associated with the updating of Leontief type input-output Matrices. The technological production coefficients $a_{ij}(t)$ tend to vary between two periods due, essentially, to technological and relative price changes. Since there is a lag of a few years between a census taking and the building of the

corresponding matrix of technological coefficients, $A = [a_{ij}(t)]$, inadequate statistics are used in the interim, and data will only be corrected after the next following census, with the problems, therefore, repeating themselves. Within this framework it seems desirable to investigate some techniques capable of circumventing the situation. In this work, we discuss updating techniques such as the RAS Method, linear and quadratic programming, giving mathematical, statistical and computational interpretation of the results. Lastly we try to compare the different approaches and critically evaluate their potencial.

Bibliografia

Bacharach, M. Estimating nonnegative matrices from marginal data. *International Economic Review,* v. 6, p. 294-310, sept. 1965.

_______. *Biproportional matrices and input-output change.* Cambridge, Cambridge University Press, 1970.

Beale, E. M. L. Numerical methods. In: Abadie, J. *Nonlinear programming.* Amsterdam, North Holland, 1967. p. 143-63.

Chenery, H. B. & Watanabe, T. International comparisons of the structure of production. *Econometrica,* v. 24, 1956.

Costa, J. C. P. M. & Ramos, W. C. Utilização das técnicas de programação não linear em problemas de grande dimensão. Projeto coletivo de mestrado. INPE, 1977.

Fisher, W. B. & Chilton, C. H. Developing ex-ante input-output flow and capital coefficients. In: Brody, A. & Carter, A. P. *Input-output techniques.* Amsterdam, North Holland, 1972.

Francis, R. L. & White, J. A. *Facility layout and location: an analytical approach.* Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1974.

Friedlander, D. A technique for estimating a contingency table, given the marginal totals and some supplementary data. *Journal of the Royal Statistical Society,* v. 124, p. 412-20, july, 1961.

Ghosh, A. Review of book: Input-output and throughput. Proceedings of the 1971. Norwich Conference. *Economic Journal,* v. 85, p. 920-3, dec., 1975.

Haddad, P. R. Análise insumo-produto regional e inter-regional. In: Haddad, P. R., ed. *Planejamento regional: métodos e aplicação ao caso brasileiro.* Rio de Janeiro, IPEA/INPES, 1975 (Monografia n.º 8).

Hawkins, D. & Simon, H. A. Note: some conditions of macroeconomic stability. *Econometrica,* v. 17, 245-8, oct. 1949.

Lemke, C. E. Bimatrix equilibrium points and mathematical programming. *Management Science,* v. 11, p. 681-9, 1965.

Matuszewski, T. I. & Pitts, R. R. Linear programming estimates of changes in input coefficients. *Canadian Journal of Economics and Political Science,* 1964.

Nijkamp, P. & Paelink, J. H. P. *Some methods for updating input-output tables.* Netherlands Economics Institute, 1974 (Foundations of empirical economic research).

Schneider, H. M. *An evaluation of two alternative methods for updating input-output tables.* M. A. Thesis, Department of Economy, Cambridge, Harvard University, 1965.

Stone, R., ed. *Input-output relationships,* 1954-1966, London, Chapman and Hall, 1963 (A programme for growth).

Teixeira, J. R. & Pacca, M. J. A. P. *Estimativa de matrizes utilizando certas normas,* 1977.

Van Rijckeghen, W. An intersectoral consistency model for economic planning in Brazil. In: Ellis, H. S. *The economy of Brazil.* Los Angeles, University of California Press, 1969.

Wagner, H. M. *Principles of operations research with applications to managerial decisions.* 2 ed. Englewood Clifs, Prentice-Hall, 1975.

Watanabe, T. & Shishido, S. Planning aplications of the Leontief model in Japan. In: Carter, A. P. & Brody, A. *Applications of input-output analysis.* Amsterdam, North-Holland, 1970, p. 19.

Wolfe, P. The simplex method for quadratic programming. *Econometrica,* v. 27, p. 382-98, 1959.

ERRATA

As seguintes correções deverão ser feitas no **Índice Remissivo** publicado na **RBE** n. 4, v. 31, out./dez., 1977.

1) p. 729 e 733, "Zerkowski, Ralph Miguez deverá ser lido como Zerkowski, Ralph Miguel".

2) p. 731, após o item "96-Economia das Leis" que compreende apenas: "Carvalho, José L. Dos custos de se tornar visível 'a mão invisível': o caso da intervenção do Estado. **RBE,** v. 31, p. 97-130, mar. 1977" deveria ter constado o título: "**RBE:** Índice Remissivo por Autor e Título", portanto "Barbosa, Fernando de Holanda. Estimação de modelos econométricos — algumas considerações. **RBE,** v. 31, p. 371-89, jun. 1977" inicia este outro índice.