Notas e comentários

Subsídios implícitos nas operações de crédito*

A. C. Sochaczewski**
J. Cleiman**
J. A. Ortega***

A concessão de subsídios através de operações de crédito defronta-se com dois problemas que não aparecem nas demais formas de subsídio. Em primeiro lugar, o nível de subsídio fixado para a operação (através, por exemplo, da identificação e quantificação das externalidades geradas pela atividade a ser fomentada) não é invariante ao prazo da operação, à inflação e às variações na taxa de juro. Assim, na maioria das vezes, o subsídio efetivamente concedido na operação é bastante distinto daquele originalmente projetado pelo órgão de fomento público. Em segundo lugar, a contabilização do montante de subsídio na despesa do órgão de fomento torna-se trabalhosa, se se quer fazê-lo de forma rigorosa, e por isso tem sido procedida de forma sistematicamente errada nos órgãos de fomento brasileiros. Como conseqüência, muito do debate recente sobre a pressão que estes subsídios estariam exercendo sobre a base monetária perde sentido se a avaliação de seu montante se faz incorretamente. O presente trabalho propõe um método simples e rigoroso de resolver ambos os problemas. Ademais, apresenta no anexo uma demonstração de um postulado de matemática financeira que, não obstante ser de intuição imediata, não aparece nos livros-textos correntes.

O governo brasileiro vem recentemente tomando medidas visando reduzir progressivamente os subsídios concedidos às diversas atividades econômicas. Por detrás destas medidas está a idéia de que, por um lado, o conjunto de subsídios cambiais,

* Algumas das idéias deste trabalho foram discutidas originalmente com Dionísio Dias Carneiro Netto, economista do INPES/Seplan, que no entanto não teve conhecimento desta versão final.

** Da Financiadora de Estudos e Projetos – Finep/Seplan.

*** Da Faculdade de Economia e Administração da UFRJ.

fiscais, creditícios e de preços existente tornou-se generalizado a ponto de perder seu caráter de mecanismo seletivo de incentivo a determinadas atividades – com a conseqüente distorção sobre a alocação de recursos – e, por outro, fazia-se necessário um controle mais rigoroso sobre os orçamentos fiscal e monetário, onde, em última instância, estas despesas devem ser contabilizadas.

À medida que se queira tornar a concessão de subsídios um instrumento mais efetivo de fomento a atividades prioritárias, dois problemas devem ser preliminarmente resolvidos. Em primeiro lugar, trata-se de fixar o nível do subsídio a ser concedido. Aceitando-se a idéia de que o subsídio deve refletir o grau de externalidade gerado pela atividade fomentada, a questão se resume em transformar um conjunto de parâmetros (identificáveis quantitativa ou apenas qualitativamente) que meça a externalidade em um valor que possa ser associado ao instrumento (mecanismo) de subsídio. Assim, seja através da comparação de uma taxa de rentabilidade social com a taxa de rentabilidade privada, seja através de lista de requisitos os quais a atividade fomentada deve atender, seja através de qualquer outro método de identificação de externalidades, sempre deverá ser possível transformar este parâmetro em uma variável subsidiada (preço, taxa de juro, taxa de câmbio, alíquota de imposto etc.). Este problema encontra-se suficientemente tratado na literatura tradicional e não nos ocuparemos dele. No entanto, vale a pena lembrar que, não obstante este fato, os níveis de subsídio concedidos nos diversos programas brasileiros de fomento ainda contêm um substancial grau de empirismo na sua determinação.

Uma vez fixado o nível de subsídio a ser concedido, a segunda questão refere-se à forma de contabilizá-lo na conta de despesa (ou de uso de fundos) do órgão de fomento.[1] Neste ponto desaparecem as semelhanças entre os diversos tipos de mecanismos. De fato, os subsídios concedidos via preços ou taxa cambial, por se tratarem de operações de compra e venda (de bens ou divisas), podem ser diretamente apropriados na despesa (ou usos) do órgão de fomento pelo valor da quantidade transacionada multiplicada pela diferença de preço ou taxa operada. Por outro lado, os subsídios fiscais normalmente não são apropriados como despesa por se tratarem de gastos virtuais (isto é, renda não recebida) e não efetivos desembolsos de caixa. Teoricamente sua contabilização não apresenta problemas, mas deve-se admitir que introduziria complicações de ordem prática nos orçamentos fiscal e monetário que possivelmente superariam os ganhos de análise e programação.

Os subsídios creditícios, no entanto, concedidos através de taxa de juro favorecida, apresentam dificuldades tanto na sua fixação quanto na sua contabilização, por incluírem uma dimensão temporal que não os torna invariantes ao prazo da operação, à modificações na taxa de juro de mercado e à inflação. Por esta razão,

[1] A expressão "órgão de fomento", no caso, está sendo utilizada no seu sentido amplo, incluindo o Tesouro Nacional, o Banco Central, o Banco do Brasil, agências específicas etc.

este tipo de subsídio não tem sido contabilizado pelos órgãos de fomento e mesmo sua estimativa tem sido sistematicamente realizada de forma errada.

De fato, quando se fixa um determinado nível de subsídio a ser concedido em uma operação de financiamento (a definição rigorosa de subsídio creditício será proposta mais adiante) é fácil perceber que as flutuações na taxa de juro e/ou taxa de inflação efetivas (desconhecidas no momento da fixação) implicarão em um nível efetivo de subsídio diferente daquele originalmente fixado. Por outro lado, a idéia razoavelmente generalizada de que o grau de subsídio pode ser medido pelo (ou associado ao) diferencial entre a taxa de juro de mercado e a taxa favorecida ou entre a correção monetária efetiva (como medida da inflação) e uma correção prefixada para a operação também induzem ao cálculo errôneo do montante de subsídio implícito no financiamento. A simples operação de multiplicar o saldo médio dos financiamentos concedidos pelo órgão de fomento durante um período pelo diferencial de taxas não só não está de acordo com a teoria financeira como impedem sua contabilização ao final do período. O que se propõe a seguir é um método que elimina ambas as dificuldades.

Definiremos o subsídio presente em uma operação de financiamento como a relação entre o valor atual dos créditos (C) recebidos pelo mutuário e o valor atual dos pagamentos (P) efetuados por conta de amortização e encargos, descontados a uma mesma taxa (ou, genericamente, a um mesmo vetor de taxas de desconto).

Assim, o subsídio S da operação de financiamento é dado por

$$S = 1 - \frac{\Sigma \text{ valor atual dos pagamentos efetuados}}{\Sigma \text{ valor atual dos créditos recebidos}} \qquad (1)$$

Pode-se demonstrar que para *qualquer* operação de financiamento[2] na qual os encargos tinham sido calculados à taxa efetiva i, a soma dos valores atuais dos pagamentos e a soma dos valores atuais dos créditos descontados à mesma taxa i são iguais. Esta taxa i pode ser tanto uma taxa de juro prefixada como correção monetária mais juro. Esta proposição de intuição imediata tem uma demonstração trabalhosa e se encontra exposta no anexo. Um corolário desta proposição é que se o financiamento é concedido à taxa de correção monetária mais juros e se estes valores expressam efetivamente o custo do dinheiro no mercado, o subsídio implícito na operação é nulo. Observe-se que a proposição e o corolário são válidos para qualquer vetor de correção monetária verificado no período.

As fontes de variação do nível de subsídio proposto para uma operação de financiamento são de dois tipos. Em primeiro lugar a prática de concessão de subsídios pelas agências de fomento em suas operações de financiamento geralmente é a de fixar uma taxa de encargos inferior à taxa de juro de mercado através

[2] Isto é, o fluxo de créditos e de amortizações não segue nenhum padrão preestabelecido, o mesmo então ocorrendo com o fluxo de caixa da operação.

da prefixação da correção monetária (em valor inferior à efetiva), ou da cobrança de uma fração da correção monetária efetiva, além de redução na taxa de juro cobrada adicionalmente à correção. Como a correção monetária efetiva é desconhecida no momento da fixação do nível de subsídio, os valores atuais de P e C também o serão, o que torna S geralmente (a menos de uma coincidência) diferente daquele nível.

Em segundo lugar, o prazo efetivo do financiamento é geralmente diferente daquele originalmente proposto a nível de projeto em face de atrasos na liberação das parcelas de recursos (fruto de atrasos nos cronogramas reais), atrasos no retorno das amortizações, eventuais consolidações e reprogramações da dívida etc. Dessa forma, o subsídio efetivo concedido será diferente daquele calculado em função do prazo original.

Assim, o nível efetivo de subsídio é função de três variáveis (o redutor de encargos, a inflação no período medida pela correção efetiva, e o prazo do financiamento), sobre as quais a agência de fomento só tem controle sobre uma delas (o redutor).

O método que se propõe a seguir garante que o nível de subsídio predeterminado para a operação se mantém invariante a qualquer modificação no prazo, inflação efetiva, novos aportes de recursos etc. Para tanto, estabelece-se em primeiro lugar que o financiamento será à taxa de correção monetária mais juros. Tudo se passa, portanto, como se o mutuário fosse pagar o custo de mercado, implicando um subsídio igual a zero. Em segundo lugar, uma vez definido o nível de subsídio S que se deseja conceder, a cada pagamento P referente a encargos e/ou amortizações, cobra-se apenas uma fração k de P, sendo $k = 1 - S$.

De fato, de acordo com o que foi exposto anteriormente, para uma operação à correção efetiva mais juros temos

$$\Sigma P_j^* = \Sigma C_j^* \tag{2}$$

onde P_j denota pagamentos do mutuário; C_j, créditos ao mutuário, e o asterisco denota o valor atual. Neste caso é evidente que $S = 0$.

Se fizermos cada pagamento igual a kP teremos

$$\Sigma\,(kP_j)^* = k\,\Sigma P_j^* \tag{3}$$

Substituindo (2) em (3)

$$\Sigma\,(kP_j)^* = k\Sigma C_j^* \tag{4}$$

Portanto, usando a definição (1) e (4)

$$S = 1 - \frac{\Sigma (kP_j)^*}{\Sigma C_j^*} = 1 - k \frac{\Sigma C_j^*}{\Sigma C_j^*}$$

$$S = 1 - k$$

independente de qualquer outra condição.

Portanto, para efeito do cálculo dos pagamentos P aplica-se o multiplicador $k = 1 - S$ sobre o montante devido por conta de amortização, correção monetária e juro. Tudo se passa, então, como se a cada pagamento fosse dado ao mutuário um "desconto" S sobre o valor devido. Da mesma forma, qualquer montante de recursos adicionais eventualmente aportado ao mutuário (um aditivo ao contrato, por exemplo) teria o mesmo tratamento, garantindo a invariância do nível de subsídio planejado. A diferença deste método com os usualmente aplicados pelas agências de fomento é que nestes últimos o "desconto" é dado sobre a correção monetária ou sobre os juros, o que torna o subsídio diferente do planejado a cada modificação no fluxo de caixa da operação ou na inflação efetiva. No método proposto, este "desconto" é concedido também sobre as parcelas de amortização, o que garante a invariância de S, quaisquer que sejam as modificações no fluxo de caixa ou na inflação efetiva. Uma vantagem adicional, e não menos importante, é que tanto o mutuário como a agência podem saber antecipadamente com precisão qual o montante do subsídio implícito na operação (em unidades padrão de capital, é claro) o que elimina uma importante fonte de variabilidade na análise da viabilidade de projetos.

Com este método, a contabilização do montante de subsídio despendido pela agência de fomento torna-se imediata. A cada pagamento credita-se as contas "Financiamentos concedidos" (pelo valor da parcela de amortização), "Correções monetárias ativas" e "Juros recebidos" pelos valores originais, debitando-se "Caixa" pelo valor recebido, e uma conta de "Subsídios concedidos", que recolheria a diferença entre o devido e o recebido. Esta última seria uma conta de despesa, apropriada ao resultado da agência ao final de cada exercício social. O saldo desta conta mostraria, então, o quanto efetivamente a agência despendeu por conta de subsídios no período.

Anexo

1. Introdução

Nos sistemas de amortização de financiamento de uso corrente (como por exemplo a Tabela Price) é fácil demonstrar que o valor atual dos pagamentos realizados pelo mutuário é igual ao valor atual do financiamento concedido, desde que se utilize como taxa de desconto a mesma taxa de juro usada no cálculo da amortização. Normalmente, nestes casos, supõe-se que o mutuário recebe o crédito em uma parcela única no instante zero do financiamento e que paga pontualmente as prestações contratadas. Este modelo talvez se aproxime, na prática, de uma operação de banco comercial, ao conceder capital de giro a uma empresa, mediante o desconto de um borderô de duplicatas ou uma nota promissória. Nos financiamentos de mais longo prazo, no entanto, principalmente aqueles ligados a um projeto específico da empresa e geralmente tomados junto a uma agência financeira pública, este modelo não é apropriado para ilustrar o fluxo de caixa da operação. Em geral o financiamento é liberado em parcelas correspondentes ao andamento do projeto, cujas datas não são previsíveis (a não ser formalmente no contrato), as amortizações nem sempre são pagas nos prazos previstos, os contratos sofrem aditivos por força de orçamentos reprogramados etc. Nestes casos as fórmulas correntes de matemática financeira são insuficientes para demonstrar a proposição de que o valor atual dos pagamentos é idêntico ao valor atual dos créditos.

A seguir demonstra-se que esta proposição é válida para *qualquer* fluxo de caixa do financiamento, independente de sistemas padronizados de amortização, prazos de ocorrência de eventos, aditivos etc. Adicionalmente, demonstra-se que a proposição é verdadeira, mesmo se se supõe uma taxa de juro variável em cada período de capitalização, o que é de especial importância para economias submetidas à inflação onde a taxa de juro se modifica acompanhando o movimento dos preços.

Seja então um financiamento de valor nominal F concedido sob as seguintes condições:

a) o crédito é liberado em parcelas de valor ℓ_i $(i = 1, 2 \ldots, d)$ durante o período de desembolso. Observe-se que os ℓ_i não são necessariamente de mesmo valor, podendo inclusive ser nulos, o que torna o fluxo de desembolso sem qualquer padrão preestabelecido;

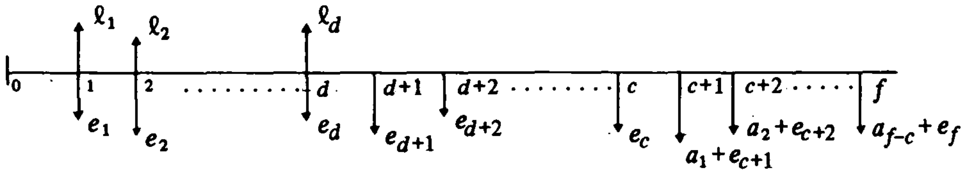
b) é dado um período de carência até o instante c;

c) durante o período de desembolso e de carência o mutuário paga apenas os encargos financeiros (e), calculados sobre o saldo devedor;

d) a partir do instante $c + 1$ e até o instante f o mutuário paga, além dos encargos, parcelas de amortização a_i $(i = 1, 2, \ldots, f - c)$. Da mesma forma os a_i não são necessariamente iguais, podendo ser nulos, o que torna o fluxo de amortizações também sem nenhum padrão preestabelecido;

e) os encargos são referentes ao juro no período de capitalização imediatamente anterior ao vencimento. Pode-se considerar que este encargo inclui tanto o juro contratual como a correção monetária referente à variação de preços do período. Designaremos este encargo composto de CM_i $(i = 1, 2, \ldots, f)$.

Esquematicamente, portanto, o fluxo de caixa da operação pode ser representado como se segue



Destas condições resulta pois

$$\sum_1^d \ell_i = F$$

$$\sum_1^{f-c} a_i = F$$

$$e_1 = 0$$

$$e_i = CM_i \left\{ \sum_1^{i-1} \ell_j \right\} \qquad i = 2, \ldots\ldots, d$$

$$e_i = F \cdot CM_i \qquad i = d+1, \ldots\ldots, c+1$$

$$e_i = \left\{ F - \sum_1^{i-c-1} a_j \right\} \cdot CM_i \qquad i = c+2, \ldots\ldots, f$$

Os valores atuais dos créditos recebidos e dos pagamentos realizados pelo mutuário se escrevem respectivamente

$$D = \sum_1^d \ell_i \, \chi_i$$

$$V = \sum_1^f e_i \, \chi_i + \sum_{c+1}^f a_{i-c} \, \chi_i$$

onde

$$\chi_1 = \prod_1^i (1 + CM_j)^{-1}$$

Trata-se de demonstrar que $D = V$.

2. Formalização da questão

Com o objetivo de facilitar a apresentação vamos definir

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = CM_{c+2}\, a_1$$

$$\vdots$$

$$b_{i-c} = CM_i \sum_1^{i-c-1} a_j \qquad\qquad i = c+2, \ldots\ldots, f$$

assim,

$$D - V = \sum_1^d (\ell_i - e_i)\, \chi_i - F \sum_{d+1}^f CM_i\, \chi_i - \sum_{d+1}^f CM_i\, \chi_i - \sum_{c+1}^f (a_{i-c} - b_{i-c})\ \chi_i$$

Devemos mostrar que esta expressão é nula.

3. Resultados gerais

Alguns resultados preliminares podem ser obtidos para facilitar a demonstração. Vamos definir.

$$\underset{i}{\overset{j}{E}} = \sum_i^j CM_\theta + \sum_{\substack{\theta_1, \theta_2 \in \{i, \ldots, j\} \\ \theta_1 < \theta_2}} CM_{\theta 1}\, CM_{\theta 2} + \sum_{\substack{\theta_1, \theta_2, \theta_3 \in \{i, \ldots, j\} \\ \theta_1 < \theta_2 < \theta_3}} CM_{\theta 1}\, CM_{\theta 2}\, CM_{\theta 3} + \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + \sum_{\substack{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{j-i+1} \in \{i, \ldots, j\} \\ \theta_1 < \theta_2 < \ldots < \theta_{j-i+1}}} CM_{\theta 1}\, CM_{\theta 2} \ldots CM_{\theta_{j-i+1}} + \prod_i^j CM_\theta$$

Desta forma, E é a soma de diversos somatórios, cada um deles incluindo todos os produtos referentes às combinações dos CM_i tomados isoladamente, 2 a 2, 3 a 3 etc. A partir desta definição pode-se fazer as seguintes observações.

Observação 1

$$(1 + CM_i)\ (1 + CM_{i+1})\ \ldots\ldots\ (1 + CM_j) = 1 + \underset{i}{\overset{j}{E}}$$

Além disso, sendo $\dfrac{\chi_{i-1}}{\chi_j} = 1 + \overset{j}{\underset{i}{E}}$ então

$$\chi_{i-1} = \chi_j\,(1 + \overset{j}{\underset{i}{E}}) = \chi_j + \chi_j \overset{j}{\underset{i}{E}} \qquad \text{ou}$$

$$\chi_{i-1} - \chi_j \overset{j}{\underset{i}{E}} = \chi_j$$

Observação 2

$$(1 + \overset{j}{\underset{i}{E}}) = (1 + CM_i)\;(1 + \overset{j}{\underset{i+1}{E}}) = (1 + \overset{j}{\underset{i+1}{E}} + CM_i + CM_i\;\overset{j}{\underset{i+1}{E}})$$

Observação 3

Da observação 2 vem

$$CM_i\;(1 + \overset{j}{\underset{i+1}{E}}) = (1 + \overset{j}{\underset{i}{E}}) - (1 + \overset{j}{\underset{i+1}{E}}) = \overset{j}{\underset{i}{E}} - \overset{j}{\underset{i+1}{E}}$$

Proposição $\qquad \sum_m^n CM_i\,\chi_i = \chi_n \overset{n}{\underset{m}{E}}.$ $\qquad$ De fato,

$$\sum_m^n CM_i\,\chi_i = \frac{CM_m}{(1+CM_1)\ldots\ldots(1+CM_m)} + \ldots\ldots + \frac{CM_n}{(1+CM_1)\ldots\ldots(1+CM_n)} =$$

$$= \chi_n\;\{CM_m\,(1 + CM_{m+1})\ldots\ldots(1 + CM_n) \;+$$

$$+\; CM_{m+1}\,(1 + CM_{m+2})\ldots\ldots(1 + CM_n) + \ldots\ldots + CM_n\}$$

pela observação 1

$$= \chi_n\;\{CM_m\,(1 + \overset{n}{\underset{m+1}{E}}) + CM_{m+1}\,(1 + \overset{n}{\underset{m+2}{E}}) + \ldots\ldots + CM_n\} =$$

pela observação 3

$$= \chi_n\;\{(\overset{n}{\underset{m}{E}} - \overset{n}{\underset{m+1}{E}}) + (\overset{n}{\underset{m+1}{E}} - \overset{n}{\underset{m+2}{E}}) + \ldots\ldots + (\overset{n}{\underset{n-1}{E}} - \overset{n}{\underset{n}{E}}) + \overset{n}{\underset{n}{E}}\} =$$

$$= \chi_n \overset{n}{\underset{m}{E}}$$

4. Análise da primeira parcela de D – V

$$\ell_1 - e_1 = \ell_1$$

$$\ell_2 - e_2 = \ell_2 - CM_2\,\ell_1$$

$$\ell_3 - e_3 = \ell_3 - CM_3\,(\ell_1 + \ell_2)$$

$$\vdots$$

$$\ell_{d-1} - e_{d-1} = \ell_{d-1} - CM_{d-1}\,(\ell_1 + \ell_2 + \ldots\ldots + \ell_{d-2})$$

$$\ell_d - e_d = \ell_d - CM_d\,(\ell_1 + \ell_2 + \ldots\ldots + \ell_{d-1})$$

Agregando convenientemente os termos

$$\sum_1^d (\ell_i - e_i)\,\chi_i = \ell_1\chi_1 + \ell_2\chi_2 + \ldots\ldots + \ell_d\chi_d - \ell_1 \sum_2^d CM_i\chi_i - {}$$
$$- \ell_2 \sum_3^d CM_i\chi_i - \ldots\ldots - \ell_{d-1} \sum_d^d CM_i\chi_i$$

pela proposição

$$= \ell_1\chi_1 + \ldots\ldots + \ell_d\chi_d - \ell_1\chi_d \mathop{E}_2^d - \ell_2\chi_d \mathop{E}_3^d - \ldots\ldots - \ell_{d-1}\,\chi_d \mathop{E}_d^d$$

$$= \ell_1\,(\chi_1 - \chi_d \mathop{E}_2^d) + \ldots\ldots + \ell_{d-1}\,(\chi_{d-1} - \chi_d \mathop{E}_d^d) + \ell_d\chi_d$$

pela observação 1

$$= \ell_1\chi_d + \ell_2\chi_d + \ldots\ldots + \ell_d\chi_d$$

$$= \chi_d \sum_1^d \ell_i$$

$$= F\chi_d$$

5. Adição da segunda parcela de D – V

Pela proposição podemos escrever

$$-F \sum_{d+1}^{f} CM_i\,\chi_i = -F\,\chi_f \mathop{E}_{d+1}^{f}$$

então $$\sum_{1}^{d} (\ell_i - e_i)\, \chi_i - F \sum_{d+1}^{f} CM_i\, \chi_i = F\,(\chi_d - \chi_f \mathop{E}_{d+1}^{f})$$

pela observação 1

$$= F\,\chi_f$$

6. Análise da terceira parcela de D − V

$$a_1 - b_1 = a_1$$

$$a_2 - b_2 = a_2 - CM_{c+2}\, a_1$$

$$a_3 - b_3 = a_3 - CM_{c+3}\,(a_1 + a_2)$$

$$\vdots$$

$$a_{f-c-1} - b_{f-c-1} = a_{f-c-1} - CM_{f-1}\,(a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_{f-c-2})$$

$$a_{f-c} - b_{f-c} = a_{f-c} - CM_f\,(a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_{f-c-1})$$

Agregando convenientemente os termos

$$\sum_{c+1}^{f} (a_{i-c} - b_{i-c})\, \chi_i = a_1\, \chi_{c+1} + a_2\, \chi_{c+2} + \ldots\ldots + a_{f-c}\, \chi_f - a_1 \sum_{c+1}^{f} CM_i\, \chi_i -$$
$$- a_2 \sum_{c+3}^{f} CM_i\, \chi_i - \ldots\ldots - a_{f-c-1} \sum_{f}^{f} CM_i\, \chi_i$$

pela proposição

$$= a_1\, \chi_{c+1} + \ldots\ldots + a_{f-c}\, \chi_f - a_1 \chi_f \mathop{E}_{c+2}^{f} - a_2\, \chi_f \mathop{E}_{c+3}^{f} - \ldots\ldots - a_{f-c-1}\, \chi_f \mathop{E}_{f}^{f}$$

$$= a_1\,(\chi_{c+1} - \chi_f \mathop{E}_{c+2}^{f}) + \ldots\ldots + a_{f-c-1}\,(\chi_{f-1} - \chi_f \mathop{E}_{f}^{f}) + a_{f-c}\, \chi_f$$

pela observação 1

$$= a_1\, \chi_f + a_2\, \chi_f + \ldots\ldots + a_{f-c}\, \chi_f$$

$$= \chi_f \sum_1^{f-c} a_i$$

$$= F \chi_f$$

então

$$-\sum_{c+1}^{f} (a_{i-c} - b_{i-c}) \chi_i = -F \chi_f$$

7. Conclusão

Somando as parcelas resultantes dos itens 5 e 6

$$D - V = F\chi_f - F\chi_f = 0$$

logo $D = V$, como queríamos demonstrar.

8. Casos particulares

Se $a_1 = a_2 = \ldots\ldots = a_{f-c} = a$, então

$$\sum_1^{f-c} a_i = (f - c)\, a \qquad \text{e}$$

$$\sum_1^{i-c-1} a_j = (i - c - 1)\, a$$

Analogamente, se $\ell_1 = \ell_2 = \ldots\ldots = \ell_d = \ell$, então

$$\sum_1^{d} \ell_i = d\ell \qquad \text{e}$$

$$\sum_1^{i-1} \ell_j = (i - 1)\, \ell$$

Abstract

Granting subsidies through credit operations face two problems which do not arise in other forms of subsidies. In the first place, the level of subsidy established for the operation (say, through the identification and quantification of externalities generated by the activity to be promoted) is not invariant with the term of the

operation, with the inflation rate and with variations in the interest rate. Therefore, in most cases the effective subsidy granted in the operation is far different from the one originally designed by the public development agency. Secondly, the precise accountancy of the amount of subsidy expended by the public agency is very troublesome, and for this reason it has been done sistematically wrong in Brazil. Therefore, much of the recent debate about the pressure exerted by these subsidies upon the monetary base makes no sense if the amount of subsidy is incorrectly valued. The present work proposes a simple and rigorous method to solve both problems. Moreover, it presents in the appendix the demonstration of a principle of financial mathematics which, yet of immediate intuition, does not appear in current text books.