Uma nota sobre tendência e decomposição cíclica da série do PIB do Paraná de 1947 a 2019

Fabiano Prado Pedroso
Departamento de Economia, Universidade Estadual de Londrina, Brasil

Luciana Parzianello
Caixa Econômica Federal, Brasil

Marcos Minoru Hasegawa
Departamento de Economia, Universidade Federal do Paraná, Brasil

A decomposição de séries temporais apresenta diversas abordagens metodológicas, gerando divergências na interpretação do comportamento cíclico. A separação entre tendência e ciclo é complexa, e modelos determinísticos ou estocásticos, como o ARIMA, não são suficientes. Este estudo avaliou a eficácia dos métodos ARIMA, filtro de Kalman e filtro HP na estimação de tendência e decomposição cíclica da série anual do PIB do Paraná (1947–2019). Os resultados indicaram que o ARIMA subestima a flutuação cíclica, enquanto os métodos de filtragem proporcionam uma representação mais precisa da amplitude cíclica.

Palavras-chave. decomposição, séries temporais, filtro de Kalman.

Classificação JEL. E01.

1. Introdução

O estudo dos ciclos econômicos apresenta duas abordagens: causas e estimação empírica. Os ciclos caracterizam-se por flutuações na atividade econômica, com fases de expansão e recessão e pontos de reversão. Ciclo e tendência estão interligados, formando uma componente de longo prazo. A sazonalidade é um padrão de curto-prazo que deve ser isolado, enquanto a componente irregular requer suavização. Na estimação, a tendência era considerada linear e determinística, atribuindo-se as flutuações aos ciclos. Posteriormente, modelos estocásticos como ARIMA foram utilizados para melhorar a estimação da flutuação. Para identificar ciclos em torno de uma tendência de crescimento é necessário relaxar as hipóteses considerando tendência estocástica, determinística, linear e não-linear. Houve transição da decomposição clássica para modelos autoregressivos e estruturais, com aplicação de técnicas de filtragem como filtro Hodrick–Prescott (HP), phase-average-trend (PAT), band-pass e de Kalman.

Fabiano Prado Pedroso: pedroso.fabiano@gmail.com
Luciana Parzianello: lucianaparzianello@yahoo.com.br
Marcos Minoru Hasegawa: hasegawa@ufpr.br
Enviado em 26 de dezembro de 2024. Aceito em 11 de agosto de 2026. Publicado on-line em outubro de 2026.

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.

Tendências devem ser variáveis devido às interações com flutuações de curto prazo e quebras estruturais, o que a torna não linear, mas não necessariamente estocástica. Este estudo questiona a eficácia dos modelos do tipo ARIMA em capturar o comportamento da tendência. O objetivo é analisar como ARIMA, filtro de Kalman e de HP estimam a amplitude das fases nos ciclos do PIB do Paraná. Para analisar, foi criada uma estratégia, Índice de Fase (IF), que considera a amplitude das fases cíclicas medida pela distância vertical entre os pontos de máximo ou mínimo local e a tendência estimada. A série temporal utilizada foi o PIB do Paraná a preços constantes (1947–2019), com frequência anual, excluindo o impacto da pandemia COVID-19. Os Índices de Fase (IF) são calculados pela razão das amplitudes com base na estimativa do modelo ARIMA. Foi realizada a datação dos ciclos econômicos do Paraná. As técnicas de estimação da tendência influenciam a amplitude das fases cíclicas. Dado que as estimações de tendência por ARIMA, Kalman e HP apresentam diferenças, este estudo contribui para a discussão da escolha da melhor estimativa de tendência para a datação dos ciclos.

2. Ciclos de negócios e técnicas de decomposições

A teoria dos ciclos econômicos no século XIX pressupunha periodicidade determinística. Evidências empíricas levaram à adoção de modelos dinâmicos com repetição de movimentos (Carvalho e Hermanny, 2003). Ciclos apresentam duas fases: expansão e recessão, com duração medida entre picos ou vales e amplitude calculada pela diferença entre esses pontos (Ferraz, 2020). A amplitude refere-se ao grau de profundidade e à capacidade de reversão do ciclo (Kasznar, 1996). Ciclos são flutuações recorrentes na atividade econômica agregada que impactam indicadores como PIB, inflação e emprego, com durações variáveis e não periódicas (Burns e Mitchell, 1946; Zarnowitz e Ozyildirim, 2001).

Burns e Mitchell (1946) observaram ciclos de negócios de 7–11 anos, expansões de 3–5 anos e recessões de 1–3 anos. A duração de ciclos varia entre mais de um ano até dez ou doze anos, sendo normalmente maior que dois anos e menor que oito (Zarnowitz e Ozyildirim, 2001). O NBER[1], OCDE e CODACE[2] realizam a datação de ciclos de negócios. Essas instituições para obter a datação, a série é submetida ao algoritmo BBQ, proposta por Harding e Pagan (2002). Técnicas de desvio à tendência apresentam resultados quanto ao tempo e conformidade dos ciclos de crescimento agregados (Zarnowitz e Ozyildirim, 2006). Testes indicam que desacelerações cíclicas teriam sido antecipadas por indicadores (Klein e Moore, 1985). Kim et al. (1994) usa o procedimento Bry–Boschan em séries de PIB da Nova Zelândia para datar ciclos, comparando pontos de inflexão após aplicar métodos de desvios à tendência. Zarnowitz e Ozyildirim (2006) estimam ciclos de negócios e crescimento dos Estados Unidos de 1948 a 2000 comparando métodos de desvio à tendência PAT, HP e *band-pass*. Ferraz 2020 aplica o índice de concordância de Harding e Pagan (2006) para analisar a correlação dos ciclos de negócios do Brasil com países da América do Sul, BRICS e OCDE, de 1996 a 2016.

[1] National Bureau of Economic Research
[2] Comitê de Datação de Ciclos Econômicos

O filtro Hodrick–Prescott (HP) é um método de decomposição, esses autores aplicaram o filtro às séries trimestrais do produto nacional bruto real dos Estados Unidos do pós-guerra para separar o componente de tendência do componente cíclico. O estudo estimou a tendência como solução de um problema de minimização que penaliza a soma dos quadrados das segundas diferenças da tendência, utilizando parâmetro de suavização $\lambda = 1600$. Ellery Jr. et al. (2002) utilizaram o filtro HP para decompor séries trimestrais do PIB real do Brasil de 1980 a 2000 e analisar as propriedades dos ciclos de negócios brasileiros, comparando volatilidade, persistência e correlações com os ciclos dos Estados.

A decomposição clássica descreve a série temporal como soma de sazonalidade, tendência, ciclo e componente irregular (Morettin e Toloi, 2018). A sazonalidade é um padrão de oscilação de período definido; a tendência é a direção geral em longo intervalo; o ciclo é um padrão de oscilação de longo prazo com períodos de duração irregular; e a componente residual trata de flutuações de curto período (Makridakis e Wheelwright, 1982; Souza, 1989; Bouzada, 2012). Após eliminação da sazonalidade, técnicas de suavização reduzem o efeito irregular para identificar pontos de inversão no ciclo (Zarnowitz e Ozyildirim, 2006). A decomposição clássica apresenta desvantagens: perda de dados nas observações iniciais e finais, suavização excessiva, assume sazonalidade constante e não é robusta para outliers (Hyndman e Athanasopoulos, 2018).

Nelson e Plosser (1982) indicam que a tendência linear determinística não persiste por séries longas e não diferencia momentos de prosperidade daqueles de crise. A tendência linear estocástica assume que choques têm efeitos permanentes, possuindo flutuação e deixando pouco para os ciclos (Zarnowitz e Ozyildirim, 2006). Modelos ARIMA deixam uma lacuna nas estimativas por não serem sensíveis aos choques repentinos (Bézenac et al., 2020; Zarnowitz e Ozyildirim, 2006; Nelson e Plosser, 1982). Tendências devem ser variáveis devido às interações com flutuações de curto prazo e quebras estruturais, o que torna a tendência não linear, mas não necessariamente estocástica. Uma boa estimação de tendência deve ser influenciada por movimentos do ciclo e ser suavizada (Zarnowitz e Ozyildirim, 2006).

O modelo estrutural de séries temporais trata-se de um conjunto de processos estocásticos lineares que descrevem a dinâmica de cada componente e assume para cada componente um modelo ARIMA (Bee Dagum e Bianconcini, 2016). A representação em espaço de estados evidência dependência funcional, dinâmica e estocástica entre componentes. O filtro de Kalman estima variáveis não observáveis, obedecendo a uma estrutura dinâmica (Baturin, 2016). Kalman (1960) desenvolveu um algoritmo recursivo para estimação de estados em sistemas dinâmicos lineares com ruído gaussiano. Essa metodologia foi aplicada a séries macroeconômicas brasileiras por Maia e Cribari-Neto (2006), que utilizou a representação em espaço de estados e o filtro de Kalman para modelar a inflação no Brasil entre 1974 e 1985.

3. Dados e metodologia

A série de dados anual (ts) do PIB do estado do Paraná a preços constantes (y_t) de 1990, no período de 1947 a 2019 tem como fonte o IPEADATA (IBGE, 2021). No entanto, esta

série apresenta lacunas no período de 1970 a 1985, no qual só contém as observações dos respectivos quinquênios (1970, 1975, 1980 e 1985). Estas lacunas foram preenchidas com dados da série do PIB do Paraná a preços correntes de edição especial do IPARDES (IPARDES, 1988), na qual, originalmente os dados do período de 1970 a 1985 são apresentados em cruzados, e passaram por tratamento para adequação a preços constantes na moeda atual para dar origem a série Y_t. A metodologia do IPARDES, diferindo da metodologia do IBGE, apresentou fator erro de apenas 0,34. A série completa é apresentada na Figura 1.

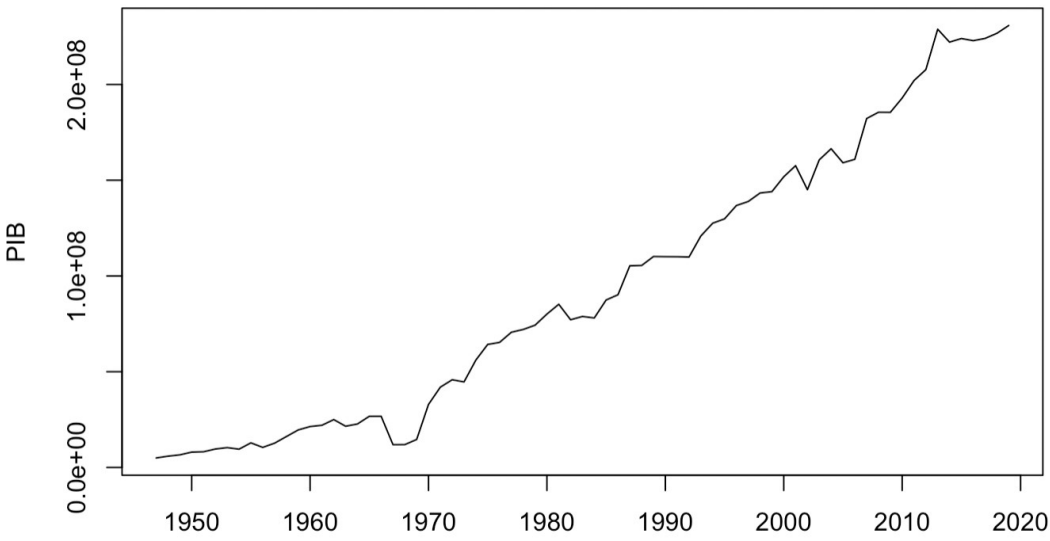


Figura 1. PIB do Paraná a preços constantes (1947 a 2019).

Fonte: Elaborada pelos autores.

A série Y_t é estimada por ARIMA (Hamilton, 2020), filtro de Kalman (Kalman, 1960) e filtro HP (Hodrick e Prescott, 1997). Um modelo da classe ARIMA(p,d,q) pode ser escrito como:

$$\phi_p(B)(1-B)^d T_t = \theta_q(B) a_{Tt}, \tag{1}$$

onde T_t é a tendência, $\phi_p(B)$ é o polinômio autoregressivo em B de ordem p, $\theta_q(B)$ é o polinômio de média móvel em B de ordem q, e $a_{Tt} \sim N\left(0,\sigma^2\right)$ é o ruído branco. Considera-se AY_t a estimativa da série do PIB paranaense pelo modelo ARIMA(p,d,q). Segundo Hyndman e Khandakar (2008), a série pode ser decomposta em tendência AT_t, sazonalidade AS_t, ciclos AC_t e ruído branco $A\varepsilon_t$, todos estimados via ARIMA:

$$AY_t = AT_t + AS_t + AC_t + A\varepsilon_t. \tag{2}$$

Um modelo de espaço de estados (MEE) é dado pelas equações de observação e de estado:

$$Y_t = A_t X_t + v_t, \tag{3}$$

$$X_t = G_t X_{t-1} + w_t. \tag{4}$$

Nas equações (3) e (4), A_t matriz do sistema, de ordem $q \times p$, com coeficientes fixos, v_t: vetor ruído da observação, $q \times 1$, não correlacionado, com $E[v_t] = 0$, G_t: matriz de transição, $p \times p$, que representa a evolução dinâmica do vetor de estados, w_t: vetor de ruídos não correlacionados, $p \times 1$, com $E[w_t] = 0$. O estado inicial X_0 tem média μ_0 e matriz de covariâncias Σ_0. Os ruídos v_t e w_t são não correlacionados entre si e com X_0. As matrizes A_t e G_t são pré-determinadas e podem variar no tempo. Como X_t não é observado, sua análise baseia-se nas observações Y_t, saída do sistema (Baturin, 2016). O MEE de Kalman inicia-se com valores para a estimativa de estado X_0 e covariância P_0:

$$X_{t|t} = E[X_t \mid Y_t], \tag{5}$$

$$P_{t|t_1,t_2} = E\left[\left(X_{t_1} - X_{t|t_1}\right)\left(X_{t_2} - X_{t|t_2}\right)\middle| Y_t\right]. \tag{6}$$

O filtro é composto por cinco equações: equações de previsão (7) e (8), equação de filtragem ou atualização de estado (9), a equação de correção ou atualização da covariância (10) e o ganho de Kalman, dado por K_t na equação (11).

$$X_{t|t-1} = GX_{t-1|t-1}, \tag{7}$$

$$P_{t|t-1} = GP_{t-1|t-1}G' + Q, \tag{8}$$

$$X_{t|t} = X_{t|t-1} + K_t\left(Y_t - A_t X_{t|t-1}\right), \tag{9}$$

$$P_{t|t} = [I - K_t A_t] P_{t|t-1}, \tag{10}$$

$$K_t = P_{t|t-1}A_t'\left[A_t P_{t|t-1} A_t' + R\right]^{-1}. \tag{11}$$

No sistema de equações (7)–(11), Q é um ruído branco, R é a matriz de covariância do erro de medida e I é a matriz identidade. O ganho de Kalman K_t pondera a medição, enquanto $(1 - K_t)$ pondera a estimativa. Se R é grande e a incerteza da estimativa P_t é pequena, $K_t \to 0$. Se R é pequena e P_t é grande, $K_t \to 1$ (Becker, 2021). Os parâmetros $\Theta = (X_0, P_0, Q, R, A, G)$ são estimados por máxima verossimilhança usando as inovações do filtro de Kalman, que são vetores aleatórios normais independentes. Relaxando a hipótese de tendência linear, seja $y_t \in \mathbb{R}^n$ a série multivariada no tempo t, onde $y_{t,i} \in \mathbb{R}$ é o valor da i-ésima série univariada. Com $X_{t,i} \in \mathbb{R}$ os k vetores crescentes no tempo e $y_{1:T}$ a sequência $y_1, \ldots, y_T$, o modelo para decomposição Ky_t é:

$$I_1 \sim N(\mu_1, \Sigma_1), \tag{12}$$

$$I_t = F_t(I_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma_t), \tag{13}$$

$$Ky_t = F_T(A_t I_t) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Gamma_t). \tag{14}$$

O filtro HP (Hodrick–Prescott) separa tendência e ciclo de uma série temporal, considera-se $y_t = g_t + c_t$, onde g_t é a tendência e c_t é o ciclo. O filtro minimiza:

$$\sum_{t=1}^{T} c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T} \left[(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})\right]^2. \tag{15}$$

Seja Hy_t o processo de filtragem (HP) análogo à equação (2) para Y_t e a tendência como HAY_t. Segundo Bueno (2012) e Hamilton (2020), uma questão metodológica central é a escolha de λ. A Tabela 1 resume as informações sobre as componentes.

Tabela 1. Origem de dados e estimações.

Fonte	Série observada	ARIMA(p,d,q)	HP Filter	Kalman Filter
Série	Y_t	AY_t (estimada)	Hy_t (recompose)	KY_t (recompose)
Tendência	T_t (teórica)	AT_t (decompose)	HT_t (filtro)	KT_t (filtro)
Sazonalidade	S_t (teórica)	AS_t (decompose)	Não	Não
Ciclo	C_t (teórica)	AC_t (decompose)	HC_t (filtro)	KC_t (filtro)
Aleatória	I_t (teórica)	AI_t (decompose)	HI_t (filtro)	KI_t (filtro)

Fonte: Elaborado pelos autores.

Seja ia a Amplitude da Fase, dada pela razão $\frac{Y_t}{KT_t}$, $\frac{Y_t}{HT_t}$ e para ARIMA (base) por $\frac{Y_t}{AT_t}$. Se $ia > 1$, indica um pico; se $ia < 1$, indica um vale. O nível da amplitude de cada fase é $(ia-1)$ para picos e $(1-ia)$ para vales. O índice de fase IF mede a proporção entre as amplitudes:

$$IF = \frac{ia_{(\text{Kalman ou HP})}}{ia_{(\text{ARIMA})}}. \tag{16}$$

Se $IF > 1$, o ARIMA deixa mais desvios para os ciclos. Se $IF < 1$, o ARIMA suaviza mais, retirando desvios dos ciclos. A mesma lógica se aplica aos filtros como medida de comparação.

Para a datação dos ciclos, algoritmo BBQ[3], foram selecionados picos e vales alternados, sendo cada um o ponto de maior amplitude em relação à tendência estimada por filtro de Kalman. Como a série é anual, usou-se o triângulo de aproximação para definir duração das fases e dos ciclos (expansão + recessão).

4. Estimações, decomposições e análise das amplitudes

Inicia-se a análise pela comparação entre as estimativas dos modelos escolhidos, e posteriormente busca-se entender o impacto de cada método de decomposição. Para Bueno (2012), as séries econômicas normalmente têm o componente autorregressivo de ordem 2, mostrando que a tendência ao longo do período representa o crescimento contínuo e os ciclos captam os impactos dos negócios em determinados períodos, que posteriormente são absolvidos pelo crescimento contínuo.

[3]Segundo Harding e Pagan (2002), a remoção da tendência não é necessária para analisar ciclos de negócios, e os pontos de reversão podem ser identificados visualmente. Bry e Boschan (1971), com apoio da NBER, desenvolveram o algoritmo BB para dados mensais, adaptado por Harding e Pagan (2002) para dados trimestrais como BBQ. Ambos seguem três regras: identificar picos e vales potenciais, garantir alternância entre eles e atender critérios de duração e amplitude. Para o BB exige-se no mínimo 6 meses por fase e 15 meses por ciclo, enquanto o BBQ usa o conceito de triângulo de aproximação, onde a altura representa a amplitude e a base a duração, gerando ciclos mais realistas.

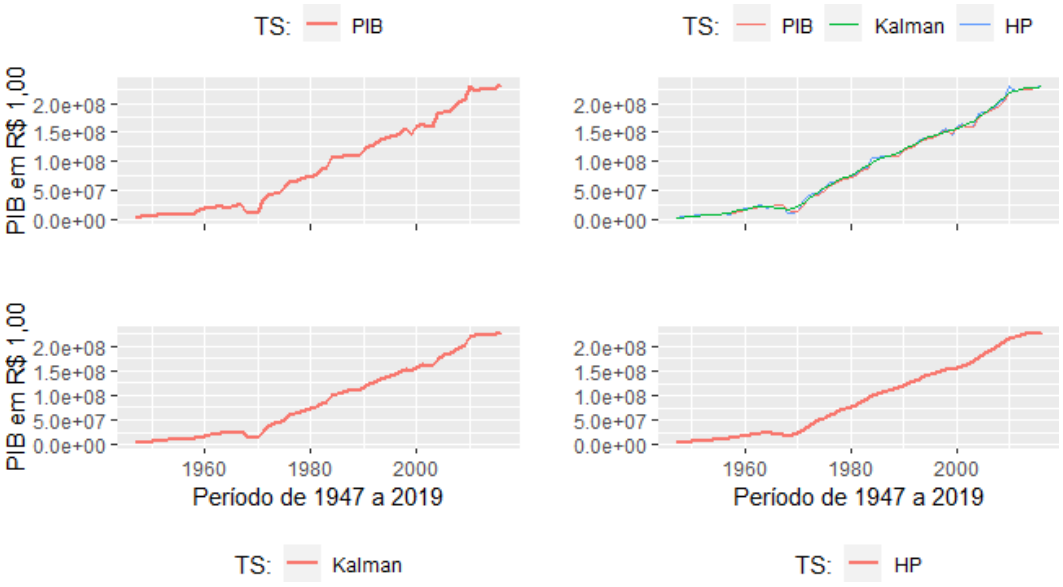


Figura 2. PIB do Paraná a preço constante, Kalman vs HP (1947 a 2019).

Fonte: Elaborada pelos autores(a).

Na Figura 2, o comportamento entre as predições de Kalman e de HP, é similar, mas não idêntico, já que são dois estimadores diferentes, porém são mais similares do que em comparação com as estimações ARIMA. Segundo Nelson e Plosser (1982), a tendência linear determinística, não é a ideal para diferenciar momentos de prosperidade dos momentos de crise. Existem pequenas mudanças nas inclinações da tendência, provocadas pelas inversões das fases e, quando não captadas sobram para os ciclos.

As estimações derivam das componentes com ênfase na tendência, pois, segundo Makridakis e Wheelwright (1982), a forma de estimar a tendência determina quanto sobra de variação para os ciclos. Comparando Kalman com a predição/recomposição do HP, observam-se comportamentos distintos nos picos e vales ao longo das séries. Zarnowitz e Ozyildirim (2001) aponta que o filtro de Kalman assume tendência estocástica e seu ganho está em captar variações não observadas na inclinação, já que flutuações de curtíssimo prazo e quebras estruturais tornam a tendência não linear. Uma boa estimação precisa considerar a interação probabilística entre ciclo e tendência. Bézenac et al. (2020) destacam que os filtros estimam desvios lineares locais ainda não observados. No geral, as figuras dos três modelos são parecidas, diferindo principalmente na magnitude dos desvios.

Na Figura 3, a base de comparação é a tendência da decomposição do modelo ARIMA e o ponto representa a tendência dos outros estimadores. Em vermelho, a base se comporta acima do ponto, e em azul, abaixo. Como não é plausível misturar as componentes, a análise adotada foi o índice de amplitude, uma proporção entre a componente e a série. As amplitudes são as distâncias por meio de uma proporção entre a tendência e a série temporal, cujo foco são os momentos das fases dos ciclos. Não se leva em consideração a eficiência dessas diferenças, se mais ou menos prejudica a esti-

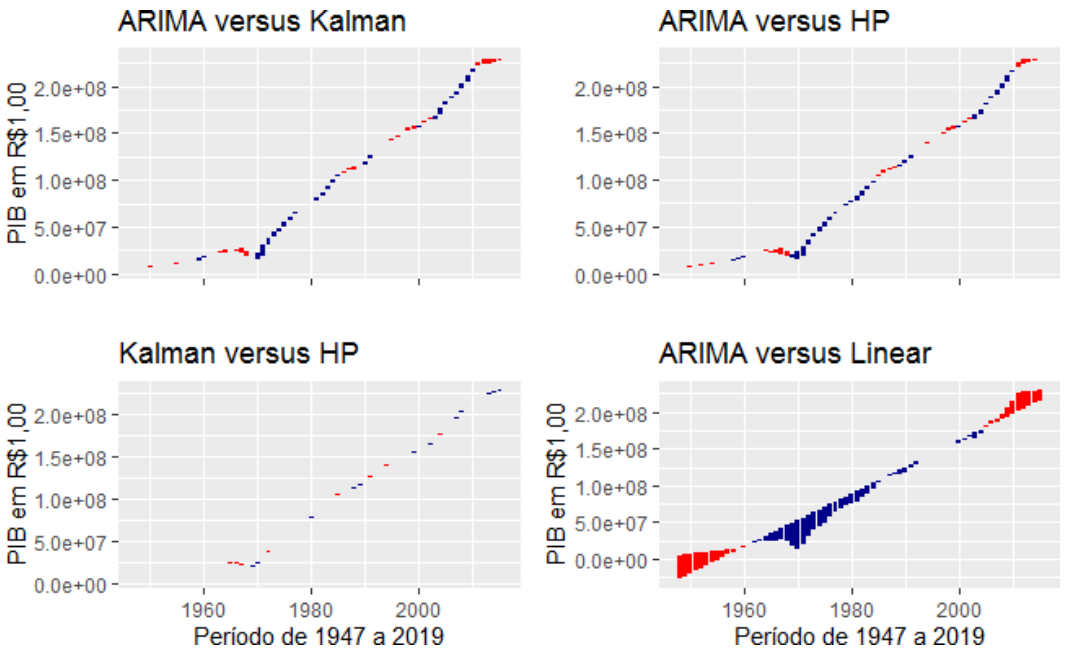


Figura 3. Comparação ARIMA, Kalman e HP: tendência linear vs estocástica (1947 a 2019).

Fonte: Elaborada pelos autores(a).

mação da série, e sim se o método e estimação da componente tendência deixa sobrar ou faltar desvios explicados para o comportamento do ciclo:

Nota-se na Figura 4, que a tendência estimada por ARIMA é bastante volátil comparado com Kalman e HP, dado seu índice de amplitude. Bézenac et al. (2020) explica que a predição do modelo ARIMA deixa lacuna nas estimativas, por não ser eficientemente sensitivos aos choques repentinos em uma série temporal. Para compreender o grau de suavização dos picos ou vales de série temporal por ARIMA, atenta-se que as fases são os diferenciais para descrever os ciclos. Por isso, é adotada outra proporção, o índice de fase, onde o denominador é a amplitude da predição ARIMA e o numerador a estimação dos demais métodos.

Na Figura 5 parte (c), a parte do gráfico em vermelho representa que a distância entre tendência Kalman e sua própria predição para PIB (amplitude) foi maior, em grande parte do período em relação a mesma medida considerando a predição e tendência ARIMA. Essa medida de distância dada pela proporção mostra a amplitude da fase, pico ou vale, no caso em que a estimação e decomposição por ARIMA obteve tal amplitude menor leva-se a entender que houve suavização das fases dos ciclos, conferindo com o estudo de Zarnowitz e Ozyildirim (2006), que buscaram entender o comportamento não observado da tendência predeterminada, a qual não capta variação de curtíssimo prazo que muda a inclinação localmente da tendência considerada estocástica.

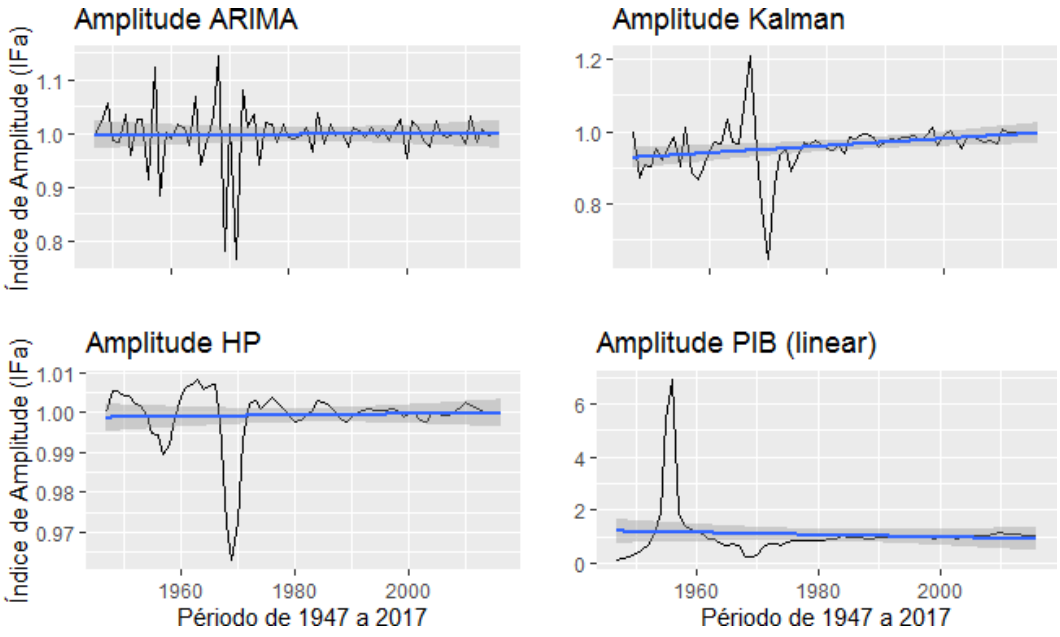


Figura 4. Variações de amplitude das fases.

Fonte: Elaborada pelos autores(a).

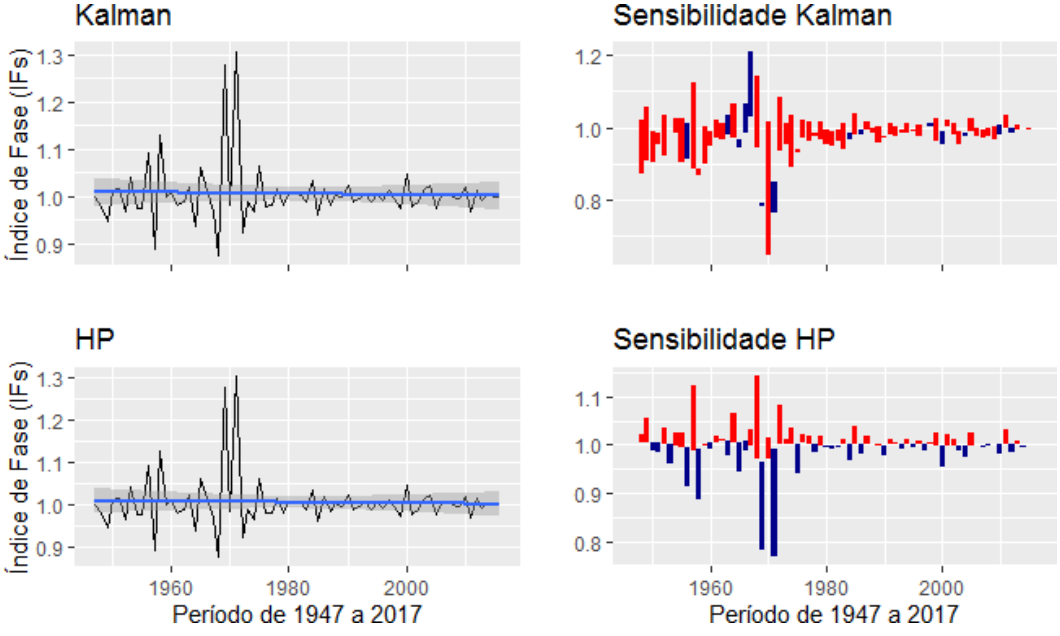


Figura 5. Variações de amplitude das fases.

Fonte: Elaborada pelos autores(a).

4.1 *Datação dos ciclos no Paraná de 1947 a 2019*

Identificando fases de expansão e recessão do PIB estadual em relação à tendência estimada pelo filtro de Kalman. Esse método foi o que gerou maior suavização da tendência na série anual do PIB, equilibrando a flutuação não-linear. As estimativas de Kalman indicam períodos de recessão e fases de expansão.

Foram identificados 10 ciclos completos de vale a vale entre 1947 e 2017. A duração máxima foi de 10 anos e a mínima de 3 anos. Em geral, as fases de expansão foram maiores que as de recessão. A exceção ocorreu no ciclo de 1984 a 1992, quando a expansão durou 3 anos e a recessão se estendeu por 7 períodos, no auge da estagflação brasileira. Alguns períodos classificados como recessão foram, na prática, desacelerações sem queda efetiva da atividade. Observa-se também uma desaceleração do crescimento médio nas expansões ao longo do tempo, com menor flutuação entre expansões e recessões e fases mais curtas nos anos recentes. Outros estudos de datação de ciclos no Brasil, como Gomes e Magalhães (2015) para o Espírito Santo, Morais (2013) para o Rio Grande do Sul e Evangelista (2009) para os principais estados, incluindo o Paraná de 1981 a 2009, usaram séries de produção industrial mensais ou trimestrais. Evangelista (2009) conclui que o Paraná não tem sincronização de fases cíclicas com os demais estados, nem mesmo com os da região Sul.

5. Considerações finais

Nos estudos de ciclos e decomposição de séries temporais, é importante atentar ao método de estimação da componente tendência-ciclo. Métodos de filtragem são, hoje, os mais avançados e sensíveis aos movimentos da série, tornando equilibrada a distribuição da flutuação para ciclos e a tendência, já que estimam os desvios locais ainda não observados. Isto torna mais simples a definição de pontos de reversão (picos e vales) e, consequentemente, facilita a datação de ciclos de negócios, sem que a tendência seja linear ou que seja removida. Processos estocásticos capturam maior volatilidade da série, enquanto filtros a suavizam, como foi possível identificar pela comparação da amplitude das fases realizada pelo índice de fase.

Os ciclos de negócios do Paraná apresentam desacelerações de crescimento durante a história. As fases mostraram-se menos voláteis e mais curtas nas últimas duas décadas e as fases de expansão são geralmente mais longas que as de recessão, o que indica boa capacidade de recuperação da economia paranaense.

Referências Bibliográficas

Baturin, O. (2016): “Modelos Estruturais na Análise de Séries Temporais de Dados Ambientais,” Dissertação (mestrado), Universidade do Minho. [3, 5]

Becker, A. (2021): “Kalman Filter Tutorial,” . [5]

Bee Dagum, E. e S. Bianconcini (2016): *Seasonal Adjustment Methods and Real Time Trend-Cycle Estimation*, Cham: Springer. [3]

Bouzada, M. A. C. (2012): "Aprendendo decomposição clássica: Tutorial para um método de análise de séries temporais," *Tecnologias de Administração e Contabilidade*, 2 (1), 1–18. [3]

Bry, G. e C. Boschan (1971): *Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs*, National Bureau of Economic Research. [6]

Bueno, R. de L. de S. (2012): *Econometria de Séries Temporais*, São Paulo: Cengage Learning, 2. ed. rev. e atualiz. ed. [6]

Burns, A. F. e W. C. Mitchell (1946): *Measuring Business Cycles*, National Bureau of Economic Research. [2]

Bézenac, E. de et al. (2020): "Normalizing Kalman filters for multivariate time series analysis," in *Advances in Neural Information Processing Systems 33 (NeurIPS 2020)*. [3, 7, 8]

Carvalho, F. J. C. de e P. F. Hermanny (2003): "Ciclos e previsão cíclica: O debate teórico e um modelo de indicadores antecedentes para a economia brasileira," *Análise Econômica*, 21 (39). [2]

Ellery Jr., R., V. Gomes, e A. Sachsida (2002): "Business cycle fluctuations in Brazil," *Revista Brasileira de Economia*, 56 (2), 269–308. [3]

Evangelista, I. R. (2009): "Sincronização de Ciclos Econômicos para as Regiões Brasileiras," Tese (doutorado), Universidade Federal do Ceará. [10]

Ferraz, D. H. (2020): "Caracterização dos Ciclos de Negócio e o Efeito de Crises Econômicas: América do Sul, BRICS e OCDE," Tese (doutorado), Universidade Federal do Ceará. [2]

Gomes, F. A. R. e M. A. Magalhães (2015): "Construindo uma cronologia mensal de recessões para o estado do Espírito Santo," *Brazilian Business Review*, 12 (2), 26–48. [10]

Hamilton, J. D. (2020): *Time Series Analysis*, Princeton, NJ: Princeton University Press. [4, 6]

Harding, D. e A. Pagan (2002): "Dissecting the cycle: A methodological investigation," *Journal of Monetary Economics*, 49 (2), 365–381. [2, 6]

——— (2006): "Synchronization of cycles," *Journal of Econometrics*, 132 (1), 59–79. [2]

Hodrick, R. J. e E. C. Prescott (1997): "Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation," *Journal of Money, Credit and Banking*, 29 (1), 1–16. [4]

Hyndman, R. J. e G. Athanasopoulos (2018): "Forecasting: principles and practice," . [3]

Hyndman, R. J. e Y. Khandakar (2008): "Automatic time series forecasting: The forecast package for R," *Journal of Statistical Software*, 27 (3), 1–22. [4]

IBGE (2021): "PIB Estadual a preços constantes," . [3]

IPARDES (1988): "Produto Interno Bruto do Paraná (1970–87)," . [4]

Kalman, R. E. (1960): "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of Basic Engineering*, 82 (1), 35–45. [3, 4]

Kasznar, I. K. (1996): "Business Cycles in Brazil: Models, Types, Evolution, and Dominant Tendencies, by Industrial Sectors, between 1980 and 1992," Tese (doutorado), Business Administration - PhD California Coast University. [2]

Kim, K., R. A. Buckle, e V. B. Hall (1994): "Dating New Zealand business cycles," GSBGM Research Publications Series. [2]

Klein, P. A. e G. H. Moore (1985): *Monitoring Growth Cycles in Market-Oriented Countries: Developing and Using International Economic Indicators*, Ballinger for National Bureau Economic Research. [2]

Maia, A. L. S. e F. Cribari-Neto (2006): "Dinâmica inflacionária brasileira: Resultados de auto-regressão quantílica," *Revista Brasileira de Economia*, 60 (2), 153–165. [3]

Makridakis, S. G. e S. C. Wheelwright (1982): *The Handbook of Forecasting: A Manager's Guide*, New York: John Wiley and Sons, Inc. [3, 7]

Morais, I. A. C. (2013): "Ciclo e indicadores antecedentes na indústria do Rio Grande do Sul," *Nova Economia*, 23 (1), 133–154. [10]

Morettin, P. A. e C. M. Toloi (2018): *Análise de Séries Temporais: Modelos Lineares Univariados*, vol. 1, São Paulo: Editora Blucher, 3. ed. ed. [3]

Nelson, C. R. e C. I. Plosser (1982): "Trends and random walks in macroeconmic time series: Some evidence and implications," *Journal of Monetary Economics*, 10 (2), 139–162. [3, 7]

Souza, R. C. (1989): *Modelos Estruturais para Previsão de Séries Temporais: Abordagens Clássica e Bayesiana*, 17º Colóquio Brasileiro de Matemática, Rio de Janeiro: IMPA. [3]

Zarnowitz, Victor e Ataman Ozyildirim (2001): "Economics program working paper series time series decomposition and measurement of business cycles, trends and growth cycles," Working paper 01-03, The Conference Board Economics Program. [2, 7]

Zarnowitz, V. e A. Ozyildirim (2006): "Time series decomposition and measurement of business cycles, trends and growth cycles," *Journal of Monetary Economics*, 53 (7), 1717–1739. [2, 3, 8]

Editor Chefe: Ricardo Cavalcanti.
Disponibilidade de dados: Os dados do artigo estão disponíveis mediante solicitação ao autor Fabiano P. Pedroso (pedroso.fabiano@gmail.com).