ISSN 0034-7140
00002 >
9 770034 714013

FGV

ISSN 0034-7140
Rio de Janeiro • v. 69 • n. 2 • Abr-Jun 2015

FGV

v. 69 • n. 2 • Abr-Jun 2015

Revista Brasileira de Economia

rbe

Revista Brasileira de Economia

Central Bank Communication Affects the Term-Structure of Interest Rates
Fernando Chague, Rodrigo De-Losso, Bruno Giovannetti, Paulo Manoel

O Efeito da Desigualdade da Distribuição de Renda no Crescimento Econômico
Poliano Bastos da Cruz, Arilton Teixeira, Danilo Soares Monte-Mor

Educação Pré-Escolar, Distorções e Crescimento Econômico
Bruno Ricardo Delalibera, Pedro Cavalcanti Ferreira

Impacto Sobre o Desempenho Escolar do Pagamento de Bônus aos Docentes do Ensino Fundamental do Estado de São Paulo
Cláudia Hiromi Oshiro, Luiz Guilherme Scorzafave, Tulio Anselmi Dorigan

Conquering Credibility for Monetary Policy Under Sticky Confidence
Jaylson Jair da Silveira, Gilberto Tadeu Lima

Decompondo a Inflação Implícita
José Valentim Machado Vicente, Flávia Mourão Graminho

Patrocinadores (Financiadores)

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)
Ministério da Educação (MEC)
Programa de Apoio a Publicações Científicas do Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT).

CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CAPES
Ministério da Educação
Ministério da Ciência e Tecnologia
BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

r b e

Revista Brasileira de Economia

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

Instituição de caráter técnico-científico, educativo a filantrópico, criada em 20 de dezembro de 1944 como pessoa jurídica de direito privado, tem por finalidade atuar no âmbito das ciências sociais, particularmente econômica e administração, bem como contribuir para a proteção ambiental e o desenvolvimento sustentável.

Presidente fundador: Luiz Simões Lopes.
Presidente: Carlos Ivan Simonsen Leal.
Vice-presidentes: Francisco Oswaldo Neves Dornelles, Marcos Cintra Cavalcanti de Albuquerque e Sergio Franklin Quintella.

CONSELHO DIRETOR
Presidente: Carlos Ivan Simonsen Leal. **Vice-presidentes:** Francisco Oswaldo Neves Dornelles, Marcos Cintra Cavalcanti de Albuquerque e Sergio Franklin Quintella.
Vogais: Armando Klabin, Carlos Alberto Pires de Carvalho e Albuquerque, Cristiano Buarque Franco Neto, Ernane Galvêas, José Luiz Miranda, Lindolpho de Carvalho Dias, Marcílio Marques Moreira e Roberto Paulo Cezar de Andrade.
Suplentes: Aldo Floris, Antonio Monteiro de Castro Filho, Ary Oswaldo Mattos Filho, Eduardo Baptista Vianna, Gilberto Duarte Prado, Jacob Palis Júnior, José Ermírio de Moraes Neto, Marcelo José Basílio de Souza Marinho e Mauricio Matos Peixoto.

CONSELHO CURADOR
Presidente: Carlos Alberto Lenz César Protásio. **Vice-presidente:** João Alfredo Dias Lins (Klabin Irmãos & Cia).
Vogais: Alexandre Koch Torres de Assis, Andrea Martini (Souza Cruz S.A.), Antonio Alberto Gouveia Vieira, Eduardo M. Krieger, Estado do Rio Grande do Sul, Heitor Chagas de Oliveira, Estado da Bahia, Leonardo André Paixão (IRB-Brasil Resseguros S.A), Luiz Chor, Marcelo Serfaty, Marcio João de Andrade Fortes, Marcus Antonio de Souza Fazer, Murilo Portugal Filho (Federação Brasileira de Bancos), Pedro Henrique Mariani Bittencourt (Banco BBM S.A.), Orlando dos Santos Marques (Publicis Brasil Comunicação Ltda), Pedro Henrique Mariani Bittencourt (Banco BBM S.A.), Raul Calfat (Votorantim Participações S.A.), Ronaldo Vilela (Sindicato das Empresas de Seguros Privados, de Previdência Complementar e de Capitalização nos Estados do Rio de Janeiro e do Espírito Santo), Sandoval Carneiro Junior e Willy Otto Jordan Neto.
Suplentes: Cesar Camacho, Clóvis Torres (VALE S.A.), José Carlos Schmidt Murta Ribeiro, Luiz Ildefonso Simões Lopes (Brookfield Brasil Ltda), Luiz Roberto Nascimento Silva, Manoel Fernando Thompson Motta Filho, Nilson Teixeira (Banco de Investimentos Crédit Suisse S.A.), Olavo Monteiro de Carvalho (Monteiro Aranha Participações S.A), Patrick de Larragoiti Lucas (Sul América Companhia Nacional de Seguros), Rui Barreto, Sergio Lins Andrade e Victório Carlos De Marchi.

Sede: Praia de Botafogo, 190
Rio de Janeiro, RJ, Brasil · CEP 22250-900 · Tel. 21 3799-6000
Caixa Postal 62591 · CEP 22252-970

Normas para Publicação

r b e

Escopo / missão

1) Artigos: trabalhos, de conteúdo analítico, que apresentem contribuições originais, tanto de cunho teórico como de avaliação empírica, no campo geral da economia;

2) Resenha bibliográfica: análise crítica de livros, editados no Brasil e no exterior, que digam respeito à economia.

Processo de avaliação

1) Todos os trabalhos submetidos à apreciação da RBE devem ser inéditos (nacional ou internacionalmente), não estando sob consideração para publicação em qualquer outro veículo de divulgação. Os trabalhos publicados em anais podem ser enviados depois de transformados em artigos;

2) Todos os trabalhos submetidos à publicação na RBE são examinados pelo editor e, ocasionalmente, por editores associados que auxiliam na escolha de alguns pareceristas e em decisões editoriais. O editor poderá rejeitar artigos que não estejam próximos da fronteira teórica e/ou empírica, sem a necessidade de apresentar pareceres, de modo a agilizar a submissão do artigo em outras revistas;

3) Em caso de aprovação, o trabalho é editorado e submetido para evisão do autor principal. No pedido de revisão será claramente informado o prazo para envio da revisão. Caso o autor não encaminhe a revisão no prazo estipulado, a publicação do trabalho poderá ser adiada.

Forma de apresentação dos originais

Os artigos submetidos à RBE devem obedecer às seguintes regras de apresentação dos originais:

1) O formato dos arquivos deverá ser, preferencialmente, LaTeX (classe *article*), mas artigos encaminhados em RTF ou Microsoft Word também serão aceitos, desde que observado o item 5;

2) Os artigos deverão ser acompanhados de resumos em português e em inglês, com no máximo 100 palavras com indicação de palavras-chave e códigos de classificação JEL;

3) Na primeira página devem constar as seguintes informações sobre cada autor: nome, instituições a que está vinculado e endereço para correspondência;

4) As referências bibliográficas dos artigos devem ser elaboradas de acordo com as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT – NBR-6023) e apresentadas no final do texto. Quando na utilização do LaTeX, deverá ser utilizado o programa BibTeX;

5) As figuras e gráficos do artigo deverão constar em arquivos separados, nos formatos PDF, PS ou EPS. Os arquivos deverão estar claramente identificados e numerados, e sua localização no corpo do texto claramente identificada;

6) Os trabalhos deverão ser submetidos através do sistema de submissão *online* `http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/`.

FGV

ISSN 0034-7140
Rio de Janeiro • v. 69 • n. 2 • Abr-Jun 2015

r b e

Revista Brasileira de Economia

Sumário

147	Central Bank Communication Affects the Term-Structure of Interest Rates *Fernando Chague, Rodrigo De-Losso, Bruno Giovannetti, Paulo Manoel*
163	O Efeito da Desigualdade da Distribuição de Renda no Crescimento Econômico *Poliano Bastos da Cruz, Arilton Teixeira, Danilo Soares Monte-Mor*
187	Educação Pré-Escolar, Distorções e Crescimento Econômico *Bruno Ricardo Delalibera, Pedro Cavalcanti Ferreira*
213	Impacto Sobre o Desempenho Escolar do Pagamento de Bônus aos Docentes do Ensino Fundamental do Estado de São Paulo *Cláudia Hiromi Oshiro, Luiz Guilherme Scorzafave, Tulio Anselmi Dorigan*
251	Conquering Credibility for Monetary Policy Under Sticky Confidence *Jaylson Jair da Silveira, Gilberto Tadeu Lima*
263	Decompondo a Inflação Implícita *José Valentim Machado Vicente, Flávia Mourão Graminho*

A **Revista Brasileira de Economia** é indexada nas bases de dados JEL, EconLit e SciELO.

Os artigos assinados são de responsabilidade exclusiva dos autores. É permitida a reprodução total ou parcial dos artigos, desde que seja citada a fonte.

Projeto gráfico: Inah de Paula Comunicações
Editoração Eletrônica: Sálvio Marcelo Soares / ConsulTEX
Impressão: Sermograf Gráfica e Editora Ltda.
Tiragem: 500 exemplares

CONSELHO EDITORIAL

Fundadores: Eugênio Gudin e Arizio de Viana
Editor: Ricardo de Oliveira Cavalcanti (FGV/EPGE)
Editores associados: Alexandre B. Cunha (UFRJ), Arilton Teixeira (FUCAPE), Bernardo Guimaraes (EESP/FGV), Carlos Eugênio da Costa (FGV/EPGE), Cezar Santos (University of Mannheim), Felipe Schwartzman (Federal Reserve Bank of Richmond), Gabriel de Abreu Madeira (USP), José Fajardo (EBAPE/FGV), Juliano J. Assunção (PUC-Rio), Marcelo Cunha Medeiros (PUC-Rio), Paulo Klinger Monteiro (FGV/EPGE) e Vladimir Ponczek (EESP/FGV).

EDITORA FGV

Editora Executiva: Marieta de Moraes Ferreira
Assinaturas: Paulo César Peres Appolinário

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Diretor Geral: Rubens Penha Cysne
Vice-Diretor: Aloisio Araujo
Vice-Diretor de Ensino: Carlos Eugênio da Costa
Vice-Diretor de Pesquisa: Humberto Moreira
Vice-Diretores de Graduação e Regulação Institucional: Luis Henrique Bertolino Braido & André Arruda Villela

CORRESPONDÊNCIA REDATORIAL

Revista Brasileira de Economia
Praia de Botafogo, 190 sala 1100
Rio de Janeiro, RJ – 22250-900
E-mail: rbe@fgv.br
Site: http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe

CORRESPONDÊNCIA COMERCIAL

Fundação Getulio Vargas / Editora
Caixa Postal 62591
Rio de Janeiro, RJ – 22250-900
Tel.: 0800-21-7777
Fax: (21) 3799-5532
E-mail: assine@fgv.br

LIVRARIAS

Livraria J C Felipe
Praia de Botafogo, 190
Rio de Janeiro, RJ
Tel.: (21) 3799-5535

Livraria Faria Lima
Av. Nove de Julho, 2029
São Paulo, SP
Tel.: (11) 3281-7875

Revista Brasileira de Economia, ano 1 n. 1 set. 1947.

Rio de Janeiro, Fundação Getulio Vargas

v. 23 cm trimestral

Revista da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas

1. Economia Política - periódicos. I. Fundação Getulio Vargas, Rio de Janeiro. Escola de Pós-Graduação em Economia.

CDD 33(0.5)
CDU 330.5

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150007
Revista Brasileira de Economia, **69**(2), 147–162

Central Bank Communication Affects the Term-Structure of Interest Rates*

Fernando Chague†, Rodrigo De-Losso‡, Bruno Giovannetti§, Paulo Manoel¶

Contents: **1. Introduction; 2. The Optimism Factor; 3. Data; 4. OF and Future Interest Rates; 5. Robustness Analysis; 6. Conclusion.**

Keywords: **Brazil, COPOM, Central Bank, Communication, Semantic, Term-structure of Interest Rates, Monetary Policy, Optimism Factor.**

JEL Code: **E43, E52, E58, G12.**

We empirically analyze how the Brazilian Central Bank (BCB) communication affects the term structure of future interest rates. Using principal components analysis, we construct a measure of the Monetary Policy Committee Minutes content that reflects policy makers optimism about the economic conditions. We call this measure the Optimism Factor (OF). When policy makers are more optimistic, reflected by increments in the OF, markets expectations respond and long-term future interest rates drop. Furthermore, when policy makers are pessimistic, reflected by a decrease in the OF, volatility on future interest rates increases. Our result indicates that policy maker communication has an effective impact on market expectations.

Analisamos empiricamente como as atas do Banco Central do Brasil (BCB) afetam a estrutura a termos da taxa de juros. Usando Análise de Componentes Principais, construímos uma medida do conteúdo dessas atas que reflete o otimismo dos gestores de política monetária em relação às condições economicas. Nomeamos essa medida de Fator de Otimismo (OF). Quando os gestores estão mais otimistas, de forma que o OF aumenta, as taxas de juros de longo prazo caem respondendo às expectativas de mercados. Além disso, quando os gestores estão pessimistas, de modo que o OF cai, a volatilidade das taxas de juros futuras aumenta. Nossos resultados sugerem que a comunicação dos gestores de política monetária tem um impacto efectivo nas expectativas do mercado.

*We would like to thank an anonymous referee, Gabriel Madeira, Ricardo Madeira, Carlos Eduardo Gonçalves, Fernando Botelho and Victor Westrupp for important comments and discussions.

†Department of Economics, University of São Paulo. Av. Prof. Luciano Gualberto, 908, Cidade Universitária, Butatã, São Paulo. E-mail: fchague@usp.br

‡Department of Economics, University of São Paulo. E-mail: delosso@usp.br

§Department of Economics, University of São Paulo. E-mail: bcg@usp.br

¶UC Berkeley Haas School of Business. E-mail: paulo_manoel@haas.berkeley.edu

1. INTRODUCTION

In the recent scenario of low interest rates in the U.S. and in the Euro zone, the use of alternative monetary policy instruments has been an important research topic. As argued by Eggertsson and Woodford (2003) and Bernanke, Reinhart, and Sack (2004), a key ingredient in this context is the skillful management of agents' expectations through credible and clear central bank communication. In this work we provide empirical evidence that central bank communication has an effective impact on market expectations. We show that the content of the Brazilian Central Bank (BCB) minutes affects long-term interest rates and the volatility of future interest rates.

The effects of communication shocks in the level of interest rates are stronger on longer maturities. However, the effects of communication shocks in the volatility of interest rates are stronger on shorter maturities. Furthermore, positive and negative shocks also have different impacts on volatility. While the disclosure of minutes generally decreases volatility, a result pointed out by Costa Filho and Rocha (2010), the disclosure of a pessimistic minute actually increases volatility. In that sense, we extend the work of these authors by analyzing directly the economic content of the BCB minutes and not only the effect of their releases.

Our empirical strategy has two steps. In step one, we analyze the content of all minutes published by the BCB between 2000 and 2012. The minutes are released eight days after the monetary policy meetings (the COPOM meetings) take place. The minute, as in many other countries, is the most important instrument of monetary policy communication in Brazil. It contains an explanation for the chosen target for the basic interest rate (the SELIC rate) as well as an outlook on the economic conditions.

Our content analysis of the minutes follows an automated procedure. First, we classify words into predetermined semantic themes. For this task we use the Harvard IV dictionary, which maps words into semantic groups, such as "Positive", "Negative", "Strong", and others. Then we compute for each minute the relative frequency of each semantic group and use Principal Component Analysis (PCA) to extract factors from the time-series of such frequencies. The factor analysis suggests that a large portion of the information can be summarized by a single factor. The factor loadings and the correlations with macroeconomic variables indicate that this factor captures the optimism of the text about the economic conditions. We label this factor the "Optimism Factor" (OF).[1]

In step two of our empirical strategy we show that the market incorporates the information of the minutes into future interest rates contracts, particularly at longer maturities. We run regressions which have the changes of the yield curve on the day of the release of a minute on the left-hand side and the change of the OF as the explanatory variable. The estimates indicate that an increase of one standard deviation on the OF is followed by a decrease of 3 basis points (3 bps) per year in the 6-month future rate and a decrease of 5 bps per year in the 12- and 24-month future rates. These effects are economically important: the standard deviation of the daily change of the 12-month interest rate is 9 bps, while the average of the absolute value of this same variable is 5 bps.

A plausible concern is that our result may be contaminated by the changes in the SELIC rate. Indeed, a minute with a high OF should come along with a decrease in the SELIC rate, what would directly lower future interest rates. However, since the minutes are released more than a week after the monetary policy decision is made public, we are likely capturing the effect of the communication in isolation, as the changes in SELIC target rate are almost instantaneously incorporated into future interest rate contracts.

In fact, there is a growing literature trying to measure the relevance of communication by policymakers, and Blinder, Ehrmann, Fratzscher, Haan, and Jansen (2008) makes a comprehensive revision on that. They conclude that, although communication has the potential to move financial markets and to improve the predictability of monetary policy decisions, there are huge differences in communication strategies across central banks, resulting in a lack of consensus about what an optimal communication

[1] The OF series can be found in the NEFIN website `http://http://www.fea.usp.br/nefin/` as COPOM Sentiment Factor.

strategy should be.

Generally speaking the literature tries to infer the impact on asset prices like our paper and Rosa and Verga (2008). However, they make a subjective evaluation of the content of ECB statements. Following the same subjective method of measurement, Costa Filho and Rocha (2010) quantify the impact of the Central Bank minutes on interest rates in a manner we have tried to do.

Other articles measure the communication content indirectly to infer the impact of the minutes' releases on the volatility of the term structure of interest rates. That is the case of Janot and Mota (2012) and Caldas M. (2012), who use dummy variables for COPOM communication dates. The former authors find that the BCB minutes are able to reduce uncertainties about the interest rates future path, diminishing the volatility of the future interest rates after minutes releases, a result that we qualify better along this article.

Following a bit distinct path, Kohn and Sack (2003) and Reeves and Sawicki (2007) measure the impact of different central bank communication channels on asset prices. However, while the former authors do find evidence of impacts due to individual communications like the central bank chairman speech, the latter do not. Generally speaking, the communications reduces asymmetric information in the economy and therefore volatility of asset prices.

Our results are in line with the literature that shows that communication of the policymaker plays an important role on the pricing of interest rate claims. Boukus and Rosenberg (2006) provide evidence that the information content of the Federal Open Market Committee (FOMC) minutes can impact the Treasury yield around the time of the minutes release. Lucca and Trebbi (2009) show that long-horizon treasuries are more sensitive to changes in the Fed communication. Rosa (2011) shows that the European Central Bank had been successful in moving their domestic asset prices using communication shocks. Lamla and Lein (2011) show that long-horizon interest rates in the Euro zone are more sensitive to changes in the ECB communication.

Our paper is more related to Costa Filho and Rocha (2010) and Carvalho, Cordeiro, and Vargas (2013). The former authors also investigate how the BCB communication influences future interest rates. They find that the minute release reduces the volatility in the market. However, differently from us, they do not find evidence that the informational content of the minute drives future interest rates in the predicted direction. The latter authors find that changes in the informational content of COPOM statements affect the yields at short and medium maturities for the period prior to Tombini's tenure. However, they use an approach based on Lucca and Trebbi (2009), which is different from ours. In that sense, we believe that our results complement theirs and are arguably more reliable. We consider our work more reliable because it is simpler and because the BCB minutes are in English, without the need to adapt any Portuguese word to use the Harvard dictionary. So we keep a farther distance from subjective judgments on the meaning of words.

The rest of the paper is organized as follows. Section 2 describes the automated procedure to build the OF. Section 3 describes our data and provides some interpretation of our OF by correlating it with some macroeconomic variables. Section 4 analyzes the effects of the OF on the future interest rates. Section 5 presents robustness checks. Section 6 concludes.

2. THE OPTIMISM FACTOR

In June 1999 the Brazilian monetary authorities adopted an Inflation Targeting regime to set the basic interest rate (the SELIC rate) in the Brazilian economy that was largely inspired by the British model. In the Brazilian inflation target regime, the Brazilian National Monetary Council (CMN) deliberates the target for the SELIC rate on regular meetings (the COPOM meetings), which are held once every 6 weeks.

One important ingredient of every inflation target regime is the transparency. Eight days after each COPOM meeting, the committee releases the minutes summarizing the views of the Central Bank regarding the economic outlook and the explanation of the policy decision. These minutes are closely monitored by market participants.

In order to assess empirically how market participants react to the minutes, we construct a time-series factor that summarizes the word content in the minutes with numbers. In this section we present our methodology.

2.1. Methodology

There are two main approaches to quantitatively extract the content of a document. The first uses only the words in the document and the content is obtained from the correlations of the word frequencies (e.g. Boukus and Rosenberg 2006). The second uses auxiliary data to help determine the content of the document. An example of this approach is Lucca and Trebbi (2009) that uses the Google Search Engine to find the group of qualitative words that relate to the document's content. Another example of this approach is Tetlock, Saar-Tsechansky, and Macskassy (2008) that uses the Harvard IV dictionary to classify words according to their psycho-social meaning.

In this paper we follow the second approach and use the Harvard IV dictionary to quantitatively extract the content of the minutes. The dictionary classifies English words into 182 different semantic groups. The word "abandon", for example, is classified into the semantic groups "Negative", "Week" and "Fail". In our analysis we focus on the 18 most relevant groups, in terms of number of words that fall into them: "Positive", "Negative", "Pleasure", "Pain", "Feel", "Arousal", "Virtue", "Hostile", "Fail", "Strong", "Weak", "Power", "Active", "Passive", "Work", "Try", "Persist" and "Complete".

The dictionary does not classify all inflected forms of words. For example, the dictionary may classify the word "connect", but does not classify the words "connected" or "connecting". In order to relate words that differ only due to inflections, we stem words using the algorithm proposed by Porter (1980).[2] Table 1 shows the most frequent stemmed words in our sample of documents for each of the 18 semantic groups.

To obtain a quantitative measure of the documents content we proceed in the following way. First we group the T documents (the COPOM minutes) in a collection denoted by $\{d_1,\ldots,d_T\}$. For each $t = 1,\ldots,T$ let $\boldsymbol{v}_t$ denote an 18×1 group-frequency vector of the document d_t, the vector whose ith coordinate is the relative frequency of the stemmed words belonging to the semantic group i in the document d_t. Next we use the vectors $\{\boldsymbol{v}_1,\ldots,\boldsymbol{v}_T\}$ to build a $T \times 18$ matrix $\boldsymbol{X}$ composed of 18 group-frequency time-series. We define $\boldsymbol{Z}$ as the matrix with the columns of $\boldsymbol{X}$ demeaned and normalized. Defined in this way, the matrix $\boldsymbol{Z}$ captures the *unexpected* changes in the content across documents.

Second, we summarize the available information in $\mathbf{Z}$ by using Principal Components Analysis (PCA). PCA does an orthogonal transformation of the data set into a new coordinate system such that the transformed time-series can be ranked by their explanatory power (measured by the contributions to total variance). Let $\mathbf{Y}$ denote the PCA projection of the data set $\mathbf{X}$. Figure 1 shows the portion of the variance associated with each column, i.e. factor, in $\mathbf{Y}$ in a descending order. We will use the first factor, which has by far the largest variance, to summarize the information content in the COPOM minutes.

3. DATA

Our sample consists of 130 minutes issued between 2000 and 2012. Up to 2005, the COPOM meeting were held once every month, and so in this period we have one minute per month. After 2005, the meeting were held less frequently but regularly spaced, and so in this period we have 8 minutes per year.

We use financial and macroeconomic variables to interpret our factors constructed from the minutes. We use a measure of economic activity, the real GDP variation over the previous twelve months seasonally adjusted, and of expected inflation, which is the variation in the consumer price index IPCA over the

[2] The open code of Porter (1980) algorithm can be found in several different computer languages in the website `http://tartarus.org/martin/PorterStemmer`

Table 1. MOST FREQUENT WORDS OF EACH SEMANTIC GROUP.
This table contains the most frequent (stemmed) words of each semantic group in all Central Bank minutes. Values in brackets represent relative frequencies, measured in basis points.

	Word Ranking (in frequency)		
Group	**1**	**2**	**3**
Positive	good (41.2 bps)	respect (30.6 bps)	consid (23.8 bps)
Negative	decreas (31.9 bps)	declin (20.4 bps)	lower (7.2 bps)
Pleasure	eas (3.9 bps)	optimist (0.4 bps)	resolv (0.2 bps)
Pain	shock (5.7 bps)	stress (1.6 bps)	tension (0.7 bps)
Feel	vigil (0.6 bps)	option (0.4 bps)	rigid (0.1 bps)
Arousal	determin (3.1 bps)	avers (2.0 bps)	anticip (1.9 bps)
Virtue	good (41.2 bps)	capit (19.0 bps)	real (14.2 bps)
Hostile	sever (4.5 bps)	exclus (3.4 bps)	exclud (3.0 bps)
Fail	delinqu (5.4 bps)	default (2.7 bps)	lag (2.6 bps)
Strong	increas (134.9 bps)	industri (45.1 bps)	reach (41.9 bps)
Weak	decreas (31.9 bps)	averag (27.1 bps)	declin (20.4 bps)
Power	mai (29.8 bps)	demand (20.4 bps)	employ (13.6 bps)
Active	increas (134.9 bps)	reach (41.9 bps)	oper (32.1 bps)
Passive	growth (36.4 bps)	expect (32.2 bps)	decreas (31.9 bps)
Work	adjust (38.9 bps)	oper (32.1 bps)	contribut (16.2 bps)
Try	avail (4.2 bps)	seek (0.2 bps)	redeem (0.1 bps)
Persist	continu (23.1 bps)	maintain (7.1 bps)	persist (6.1 bps)
Complete	reach (41.9 bps)	recoveri (12.8 bps)	establish (5.4 bps)

following twelve months. The financial variables we use are the Ibovespa stocks price index and the Brazilian Real / U.S. Dollar exchange rate.

We transform the macroeconomic and financial variables to have the same frequency of the COPOM minutes. For the variables that have lower frequencies, such as GDP growth and Consumer Prices (IPCA), we use the latest available observation. The variables that have higher frequencies, e.g. daily such as the exchange rate, we compute accumulated changes from the time one minute is disclosed to the following one.

3.1. Interpreting the Factor

Table 2 contains the factor loadings on the first factor. Higher weights are given to "Power" (with a negative sign) and "Positive" (with a positive sign). The other relevant weights are in "Virtue", "Pleasur", "Arousal", "Feel", with positive signs, and "Pain", "Fail" and "Hostile" with negative signs. The signs on the weights suggest an semantic interpretation of the resulting factor. Higher weights are given for words with positive, virtue, pleasure, arousal semantic content and lower weights are given on words with negative, pain, fail semantic content. Based on this observation we label this factor as the "optimism factor" (OF). We should emphasize, however, that this factor results from the PCA analysis – it is the factor that explains more of the variance. The fact that it may have some semantic interpretation is (in principle) a coincidence.

Figure 2 shows the evolution of the OF over time. First, we see a change of level around 2005. In the first five years, from 2000 to early 2005, negative changes in the OF were more often, while in the last 7 years, from 2005 and 2012, changes in the OF have been positive. In this period, the highest positive change in the OF occurred on December 2000, a period that coincided with low unemployment and controlled inflation. The two highest negative changes in the OF in this period occurred on May 2001

Figure 1. PORTION OF THE VARIANCE CORRELATED WITH EACH FACTOR.
This figure graphs, in descending order of magnitude, the portion of the variance correlated with each factor in the PCA based on the matrix of the 18 semantic indexes extracted from the Central Bank minutes.

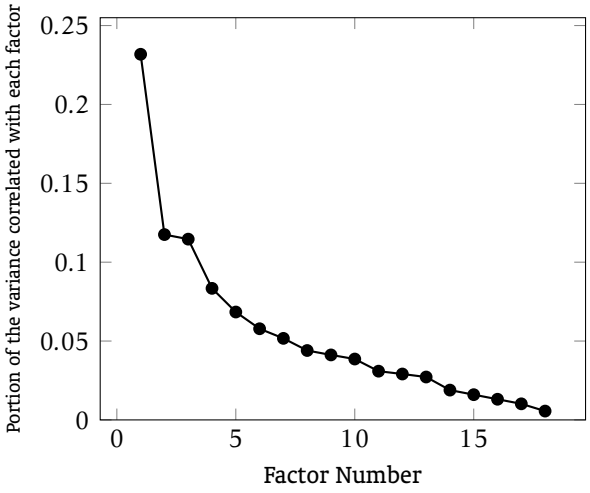


Table 2. LOADINGS ON THE FIRST FACTOR.
This table contains the weights by which each standardized original index should be multiplied to get the first factor. Weights are ordered by their absolute values.

Semantic Group	Weight
Negative	−0.357
Positive	0.352
Strong	0.307
Complet	0.306
Virtue	0.297
Work	0.280
Weak	−0.267
Pleasur	0.251
Persist	0.249
Arousal	0.223
Feel	0.212
Pain	−0.210
Passive	−0.138
Power	−0.112
Try	−0.096
Active	0.088
Fail	−0.074
Hostile	−0.065

and July 2001, a time when the energy crisis was a major source of concern. On the last 7 years, the two lowest changes in the OF are in January 2009 and July 2012, which coincide with recessionary and poor growth periods that followed the subprime crisis and the euro-zone crisis.

The contemporaneous correlations of the factors with macroeconomic and financial variables in the Table 3 confirms the interpretation given to the Optimism Factor. The OF is positively correlated with GDP growth (0.39) and negatively correlated with the expected inflation (-0.51). The OF is negatively correlated with the U.S Dollar/Real exchange rate variation (-0.16), indicating that less optimist minutes and currency depreciation—an indication of higher prices—are related. Finally, the OF is positively correlated with the Ibovespa stocks index (0.09), although only slightly.

4. OF AND FUTURE INTEREST RATES

Future interest rates traded in the BM&F Bovespa Stock Exchange provide a natural measure of investor's perception about future monetary policy decisions. In order to quantify such perception, we use six different contract maturities: one month, three months, six months, one year and two years. The data on futures contracts were obtained from the BM&F Bovespa website. Table 4 shows some descriptive statistics.

4.1. Effects in the Level of the Interest Rates

Let $\{1, 2, \ldots, T\}$ denote the set of COPOM meetings. Δy_t^m is the variation of the future interest rate in the contract with m months to maturity on the day the minute was released (i.e. in the closing price of the day the minute was released against the closing price one day before). We measure the shock in the communication from meeting t as the variation in optimism factor with respect to its previous value observed at the $t-1$ COPOM meeting. That is, communication shock is measured by $\Delta OF = OF_t - OF_{t-1}$.

An important fact regarding the minutes is that they are released eight days after the new interest rate target is announced. This is important because when measuring the sensitivity of the future rates to shocks in the communication *on the day* the minute is released, we need not to control for the monetary policy decision and other related variables, as they should be already incorporated in the contract prices. By the same reason, the change in the COPOM meetings frequency has no effects in our results. In that sense, our following regressions resemble event study methods.

Let $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \ldots, m_n)^\top$ denote the vector of maturities. We carry out the empirical analysis by running a linear regression model for $\Delta y_t^{m_i}$ against the optimism factor ΔOF_t:

$$\Delta y_t^{m_i} = c_i + \beta_i \Delta OF_t \tag{1}$$

for $i = 1, \ldots, n$.

Table 5 contains the regression results for maturities equal to 1, 3, 6, 12, and 24 months, $\mathbf{m}$ = (1-month, 3-months, 6-months, 12-months, 24-months). The estimates show that a positive shock of one standard deviation to the optimism factor has the following effects: i) a decrease of one basis point on the three-month future rate, ii) a decrease of three basis point on the six-month future rate, and iii) a decrease of five basis point on the one- and two-years future rate.

The results indicate the following. First, increases in the interest rates are associated with pessimist minutes. This is coherent with the minute's content signaling concern with future inflation and driving investors to raise their forecasts on future changes in the interest rate. This result is line with the correlations shown in Table 3, as the optimism factor is highly correlated with expected inflation.

Second, in line with previous studies on monetary authorities communication (e.g. Lucca and Trebbi (2009) for the American case), we see that contracts with longer maturities are more sensitive to shocks in minute's content. This confirms the view that minutes contain information about future policy rate decisions and that market prices compounds this information on longer contacts. The general picture that can be drawn from the results in Table 5 is that the communication *does affect* market expectations

Figure 2. TIME-SERIES OF THE FIRST FACTOR.
This figure graphs the time-series of the factor based on Central Bank minutes over the period from 2000 to 2012.

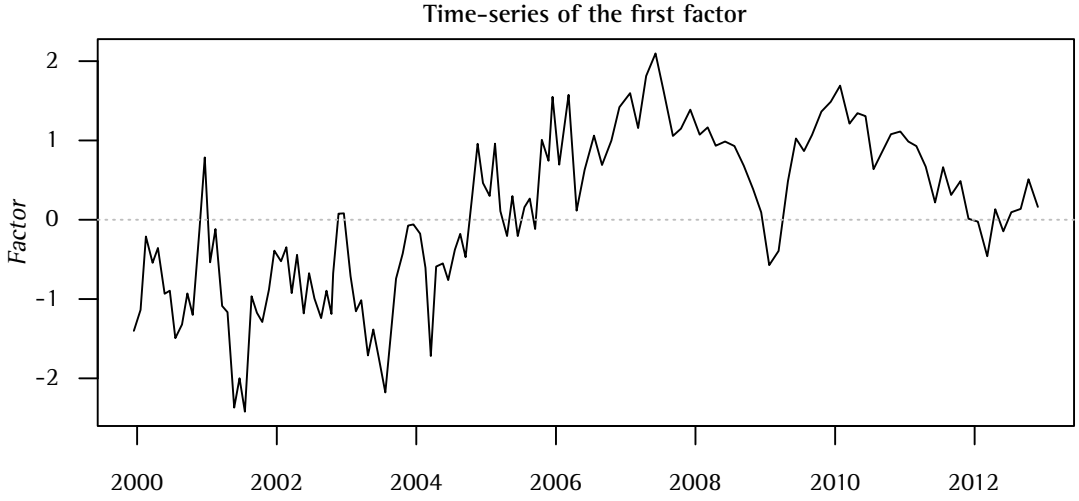


Table 3. SAMPLE TIME-SERIES CORRELATIONS.
This table contains the contemporaneous correlations between the optimism factor (OF) and four macroeconomic variables over the period from 2000 to 2012, with 129 observations. Macroeconomic variables are: i) SELIC, the monetary policy target rate; ii) INLF, the expected inflation measured by BCB inflation survey for the next twelve months; iii) GDP growth, measured by the inter meeting log-variation of the twelve months accumulated real GDP; iv) FX, the foreign exchange rate, measured by the intermeeting log-variation of the USD/BRL exchange rate; and v) IBOV, stocks returns measured by the intermeeting log-variation Ibovespa stocks index.

	SELIC	INFL	GDP	FX	IBOV	OF
SELIC	1.00					
INFL	0.64	1.00				
GDP	−0.38	−0.33	1.00			
FX	−0.05	−0.06	0.25	1.00		
IBOV	0.07	0.04	−0.19	−0.62	1.00	
OF	−0.64	−0.51	0.39	−0.16	0.09	1.00

Table 4. DESCRIPTIVE STATISTICS OF THE FUTURE INTEREST RATES.
This table contains descriptive statistics for the sample of future rates with constant maturities. The data is from BM&F Bovespa. Data from 03/01/2005 to 28/12/2012, 1967 observations.

	1 month	3 months	6 months	1 year	2 years
Mean	12.29	12.25	12.24	12.34	12.63
Median	11.62	11.55	11.56	11.88	12.22
Stdev	3.37	3.34	3.24	3.03	2.62
Min	6.97	7.03	6.92	6.87	7.31
Max	19.82	19.88	19.74	19.42	18.78

Table 5. REGRESSION RESULTS FOR FUTURE INTEREST RATES.
This table contains the estimates of the coefficients of the regression of the future interest rates changes (measured in basis points) against the changes in the optimism factor (OF) over the period from 2005 to 2012, with 68 observations. Changes in the future interest rate are the closing price on the day of disclosure of the minutes less the closing price one day before. Changes of the optimism factor are calculated as the difference of the OF between the contemporaneous minutes and the last minutes. Standard errors are in [square brackets].

	Dependent variable (estimates)				
Coefficient	Δ1-month yield	Δ3-month yield	Δ6-month yield	Δ1-year yield	Δ2-years yield
c	0.09 [0.16]	−0.20 [0.41]	−0.03 [0.76]	−0.39 [1.27]	0.55 [1.50]
ΔOF	0.02 [0.38]	−0.75 [0.82]	−2.75 [1.64]	−4.80 [2.14]	−4.81 [2.18]
R^2	0.00	0.01	0.03	0.04	0.03

and in the direction predicted by its content. To the best of our knowledge, this is the first clean evidence that the BCB communication affects market expectations in the predicted direction (see Costa Filho and Rocha (2010) for an inconclusive result).

4.2. Effects in the Volatility of the Interest Rates

Janot and Mota (2012) and Costa Filho and Rocha (2010) show that the volatility of future interest rates are lower immediately after the disclose of the BCB minutes. In this Section we test how *the content* of the minutes influence the volatility of future interest rates.

Our measure of volatility at time t on future contracts maturing in m months is:

$$Vol^m_{5,t} = \sqrt{5^{-1}\sum_{i=0}^{4}\Delta y^2_{t+i}}$$

where y_t is the m-month maturity contract future interest rate in basis points. To test how the minutes content affects the volatility we run the following regressions:

$$Vol^m_{5,t} = \beta_0 + \beta_1 \cdot minute_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$Vol^m_{5,t} = \beta_0 + \beta_1 \cdot minute_t + \beta_2 \cdot pessimism_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\log\left(Vol^m_{5,t}\right) = \beta_0 + \beta_1 \cdot minute_t + \beta_2 \cdot OF_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$\log\left(Vol^m_{5,t}\right) = \beta_0 + \beta_1 \cdot minute_t + \beta_2 \cdot OF_t + \beta_3 \cdot pessimism_t \cdot OF_t + \varepsilon_t \quad (5)$$

where $minute_t$ is a dummy variable that takes a value of one on the day the minute is disclosed and zero otherwise, $pessimism_t$ is a dummy variable that takes the value of one if the minute's optimism factor decreased and zero otherwise, and OF_t is the optimism factor on days minutes are disclosed and zero otherwise.

Regression (2) is designed to capture the relation between future volatility and the disclosure of minutes, regardless of content. According to previous empirical works, we would expect volatility to decrease on the days that follow the release of the minute and so the coefficient β_1 should be negative. To this specification we add a dummy of pessimism in the regression (3) to allow for a different response depending on qualitative content of the minute. We expect the coefficient β_2 to be positive, as an increase in pessimism is typically related to higher uncertainty about the economic outlook and in the volatility of markets.

In regression (4) we assess to which extent the magnitude of the shocks in the communication affect volatility. We use the natural logarithm transformation of the volatility to avoid the possibility of obtaining negative values for $Vol_{5,t}^{m}$ as function of the explanatory variables at the right hand side. In regression (5) we allow for this relation between qualitative content and future volatility to be asymmetric. If we find that $\beta_3 \neq 0$, we can conclude that pessimist and optimist minutes have different impacts on future volatility.

Table 6 contains the regression results of the 4 specifications for maturities of 3 months, 6 months, 1 year and 2 years. The estimated parameters in column (1) are in line with the findings of Costa Filho and Rocha (2010) and Janot and Mota (2012) that volatility decreases after the disclosure of the minutes. The parameters are negative and statistically different from zero for maturities up to 6 months. On longer maturities the parameters are still negative but not statistically significant.

The estimated parameters in the second column of Table 6 reveal that the disclosure of minutes has an asymmetric impact on volatility. Although on average the disclosure of minutes reduces volatility, when taking into account its content, we observe that minutes that bring pessimism actually increase volatility. The coefficients on the dummy for pessimistic minutes are positive for all maturities, and statistically significant on the regression with 6-months contracts. Also, when we include the pessimism dummy, the coefficients on the minute dummy turn out to be statistically different from zero at longer maturities. This shows that the content of the minute, particularly when it is optimistic, can also have a significant impact on the volatility of long maturity contracts.

The impact of the qualitative content of the minutes on volatility can also be seen when using the time-series of the OF instead of dummies. The estimates on the third column of Table 6 show that a negative shock of one standard deviation on the optimism factor (a pessimist minute) is followed by an increase of 27%, 30%, 21% and 18% in the log-volatility of the 3-months, 6-months, 1-year and 2-years contracts. The estimates on the fourth column show similar coefficients for the optimism factor and positive coefficients on minutes with negative content, although this asymmetry is not significantly different from zero.

We conclude that communication shocks, measured as changes in the qualitative content of the minutes, affects the level and the volatility of the future interest rates in different ways. The effects of communication shocks in the level of interest rates are stronger on longer maturities. However, the effects of communication shocks in the volatility of interest rates are stronger on shorter maturities. Furthermore, positive and negative shocks also have different impacts on volatility. While the disclosure of minutes generally decrease volatility, a result pointed out by Costa Filho and Rocha (2010), the disclosure of a pessimistic minute actually increase volatility.

5. ROBUSTNESS ANALYSIS

As a first robustness analysis exercise, we run the same regressions of section 3 but with changes in future interest rates one day *prior* to the disclosure of the minute as the dependent variable. Since the minute's content is not known beforehand, the OF should not have an effect on future interest rates unless there is a spurious relation. As expected, the results in Table 7 show that the estimated coefficients are not statistically different from zero.

In a second robustness exercise, we assess if the semantic classification of words are relevant to our results. For this purpose, we construct a factor based on a randomization of the Harvard IV dictionary. That is, we shuffle the dictionary categories in a random way and proceed to construct the factor following the same procedure. In our randomization of the dictionary, for example, the classification of the word "abolish" is substituted by the classification of the word "wild"; the classification of the word "accomplish" by that of the word "equate", and so on.

Table 8 contains the loadings of the factor constructed with the random dictionary. As we can observe, the optimism interpretation of the factor is no longer valid in this case. In fact, the resulting loadings do not allow for any clear interpretation as loadings on group of words with opposing semantic

Table 6. REGRESSION RESULTS FOR THE FUTURE RATES VOLATILITY.
This table contains the estimates of the coefficients of the future interest rates volatility in a time window with five network days against some selected variables. The dependent variable is defined by $Vol_{5,t} = (5^{-1}\sum_{i=0}^{4}\Delta y_{t+i}^2)^{1/2}$, where y_t is the future interest rate measured in basis points; "minute" is a dummy with value 1 when the minute is issued and 0 otherwise; "pessimism" is a dummy with value 1 when the variation of the optimism factor is negative in comparison with optimism factor of the last minutes and 0 otherwise. OF is the optimism factor when the minute is issued and 0 otherwise. We use data over the period from 2005 to 2012, with 2001 observations. The dummy "minute" and the variable OF have nonzero values in 68 observations, and the dummy "pessimism" have nonzero values in 33 observations.

	Regression			
Dep. variable	$Vol_{5,t}$	$Vol_{5,t}$	$\log(Vol_{5,t})$	$\log(Vol_{5,t})$
Maturity: 3-month				
Constant	3.12 [0.15]	3.12 [0.15]	0.87 [0.04]	0.87 [0.04]
Minute	−0.84 [0.21]	−1.00 [0.26]	−0.03 [0.10]	−0.04 [0.10]
Pessimism		0.33 [0.36]		
Optimism Factor			−0.27 [0.10]	−0.28 [0.12]
Pessimism × OF				0.04 [0.14]
R^2	0.0030	0.0031	0.0051	0.0051
Maturity: 6-month				
Constant	4.51 [0.21]	4.51 [0.21]	1.26 [0.04]	1.26 [0.04]
Minute	−0.54 [0.33]	−1.13 [0.37]	1.15 [0.11]	0.14 [0.11]
Pessimism		1.21 [0.60]		
Optimism Factor			−0.30 [0.10]	−0.31 [0.10]
Pessimism × OF				0.07 [0.15]
R^2	0.0006	0.0015	0.0026	0.0027
Maturity: 1-year				
Constant	6.76 [0.32]	6.76 [0.32]	1.71 [0.03]	1.71 [0.03]
Minute	−0.39 [0.48]	−1.02 [0.53]	0.14 [0.11]	0.14 [0.11]
Pessimism		1.31 [0.87]		
Optimism Factor			−0.21 [0.10]	−0.21 [0.10]
Pessimism × OF				0.01 [0.16]
R^2	0.0001	0.0006	0.0015	0.0015
Maturity: 2-years				
Constant	9.25 [0.43]	9.25 [0.43]	2.03 [0.03]	2.03 [0.03]
Minute	−0.70 [0.62]	−1.41 [0.63]	0.12 [0.08]	0.12 [0.08]
Pessimism		1.46 [1.13]		
Optimism Factor			−0.18 [0.08]	−0.18 [0.08]
Pessimism × OF				0.01 [0.15]
R^2	0.0003	0.0006	0.0011	0.0011

Table 7. Regression results for past interest rates.
This table contains the estimates of the coefficients of the regression of the lagged (past) future interest rates changes (measured in basis points) against the changes in the optimism factor (OF) over the period from 2005 to 2012, with 68 observations. Changes in the future interest rate are the closing price one day before the disclosure of the minutes less the closing price two days before. Changes of the optimism factor are calculated as the difference of the OF between the contemporaneous minutes and the last minutes. Standard errors are in [square brackets].

	Dependent variable (estimates)				
Coefficient	Δ1-month yield	Δ3-month yield	Δ6-month yield	Δ1-year yield	Δ2-years yield
c	0.53 [0.25]	−0.85 [0.48]	−1.48 [0.60]	−2.17 [0.99]	−2.67 [1.19]
ΔOF	−0.34 [0.29]	−0.76 [0.46]	−1.11 [0.87]	−1.16 [1.13]	−1.80 [1.78]
R^2	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01

Table 8. First factor loadings (random dictionary).
This table contains the weights by which each standardized original index should be multiplied to get the factors (based on the random dictionary) values. Weights are ordered by their absolute values.

Semantic Group	**Weight**
Hostile	0.407
Strong	0.352
Try	−0.337
Negativ	0.313
Work	0.272
Arousal	0.266
Complet	0.264
Fail	0.251
Pain	0.194
Feel	0.189
Weak	−0.189
Passive	0.178
Persist	−0.165
Positive	0.151
Virtue	0.130
Active	−0.088
Pleasur	0.071
Power	0.031

meanings show up with same signs.

Table 9 contains the estimates of the regression of the interest rates against this "fake factor", the factor based on the random dictionary. As expected, the coefficients are statistically insignificant at the level 10%. This result points to the optimism factor not being related to an eventual spurious dynamic on the number of words, and that the meanings attached to the words by the dictionary plays a central role.

In our final robustness exercise, we check if future interest rate volatility responds incorrectly to shocks in the fake factor. We run the same regressions in section 4.2 but using the fake factor to construct the explanatory variables. Table 10 shows the results of regressing volatility of several contract maturities on a constant, a minute dummy (if on the day a minute was released), a fake pessimism dummy (if there was a negative variation in the fake factor), the fake factor (the value of the time-series when minutes are disclosed) and an interaction variable of the fake pessimism dummy and the value of the fake factor. As expected all the coefficients on the variables constructed using the fake factor are not statistically significant.

Our robustness analysis shows that the relation of the OF and future interest rates is not spurious, related to the mere number of words or some other mechanical aspect of our factor extraction procedure. The OF is likely to be capturing relevant information in the minutes that is taken into account by market participants and incorporated into future interest rates.

6. CONCLUSION

In this paper we objectively measure the impact of the Brazilian Central Bank (BCB) communication on future interest rates. For this purpose, we analyze the COPOM minutes (the Brazilian equivalent to the FOMC minutes) issued between 2000 and 2012 and propose a new method to measure the information content of the documents. Our method relies on the classification of words according to the semantic meanings and in the statistics of large data sets. The advantage of our methodology is that it is direct, without subjectivity in the interpretation of contents, and operationally simple.

We find that the information of the COPOM minutes can be summarized in a single factor. The analysis of factor loadings, as well as the correlations with economic and financial time-series, indicates that the factor is related to the optimism of the COPOM minutes about the economic outlook. We call our factor the optimism factor (OF).

Table 9. REGRESSION RESULTS FOR PAST INTEREST RATES.
This table contains the estimates of the coefficients of the regression of the future interest rates changes (measured in basis points) against the changes in the optimism factor based on the random dictionary over the period from 2005 to 2012, with 68 observations. Changes in the future interest rate are the closing price on the day of disclosure of the minutes less the closing price one day before. Changes of the optimism factor are calculated as the difference of the OF (based on the random dictionary) between the contemporaneous minutes and the last minutes. Standard errors are in [square brackets].

	Dependent variable (estimates)				
Coefficient	Δ1-month yield	Δ3-month yield	Δ6-month yield	Δ1-year yield	Δ2-years yield
c	0.34 [0.59]	−0.82 [1.15]	−1.37 [1.64]	−2.45 [2.01]	−1.41 [2.26]
ΔOF	0.17 [0.37]	−0.43 [0.67]	−1.93 [1.10]	−1.43 [1.56]	−1.36 [1.66]
R^2	0.00	0.01	0.01	0.01	0.00

Table 10. Regression results for the future rates volatility.
This table contains the estimates of the coefficients of the future interest rates volatility in a time window with five network days against some selected variables. The dependent variable is defined by $Vol_{5,t} = \sqrt{5^{-1}\sum_{i=0}^{4}\Delta y_{t+i}^2}$, where y_t is the future interest rate measured in basis points; "minute" is a dummy with value 1 when the minute is issued and 0 otherwise; "fake pessimism" is a dummy with value 1 when the variation of the fake factor is negative in comparison with fake factor of the last minutes and 0 otherwise. "FakeFactor" is the fake factor when the minute is issued and 0 otherwise. We use data over the period from 2005 to 2012, with 2001 observations.

	Regression			
Dep. variable	$Vol_{5,t}$	$Vol_{5,t}$	$\log(Vol_{5,t})$	$\log(Vol_{5,t})$
Maturity: 3-month				
Constant	3.12 [0.15]	3.12 [0.15]	0.87 [0.04]	0.87 [0.04]
Minute	−0.84 [0.21]	−0.81 [0.28]	−0.22 [0.14]	−0.21 [0.14]
Pessimism		−0.05 [0.35]		
Optimism Factor			0.01 [0.16]	0.9 [0.20]
Pessimism × OF				−0.12 [0.18]
R^2	0.0030	0.0030	0.0033	0.0035
Maturity: 6-month				
Constant	4.51 [0.21]	4.51 [0.21]	1.26 [0.04]	1.26 [0.04]
Minute	−0.54 [0.33]	−0.39 [0.48]	−0.10 [0.13]	−0.11 [0.13]
Pessimism		−0.34 [0.60]		
Optimism Factor			−0.05 [0.18]	−0.09 [0.23]
Pessimism × OF				0.06 [0.20]
R^2	0.0006	0.0007	0.0003	0.0004
Maturity: 1-year				
Constant	6.76 [0.32]	6.76 [0.32]	1.71 [0.03]	1.71 [0.03]
Minute	−0.39 [0.48]	−0.29 [0.68]	−0.01 [0.13]	−0.01 [0.13]
Pessimism		−0.21 [0.86]		
Optimism Factor			0.00 [0.17]	0.03 [0.23]
Pessimism × OF				−0.04 [0.20]
R^2	0.0001	0.0002	0.0000	0.0000
Maturity: 2-years				
Constant	9.25 [0.43]	9.25 [0.43]	2.03 [0.03]	2.03 [0.03]
Minute	−0.70 [0.62]	−0.56 [0.87]	0.09 [0.10]	0.09 [0.10]
Pessimism		−0.31 [1.11]		
Optimism Factor			0.13 [0.14]	0.17 [0.17]
Pessimism × OF				−0.06 [0.16]
R^2	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003

We find that the variation of the future rates in a time window around the COPOM meeting respond to variations in the OF. Our results indicates that longer contracts reacts more intensively to changes in the communication, in line with the view that the minutes contain information about the future monetary policy actions and that market participants incorporate this information when pricing longer contracts.

We also find that the disclosure of minutes reduce the uncertainty, particularly at shorter horizons. On the days the minute is made public, the volatility of future interest rates is reduced. However, when we allow for an asymmetric impact by controlling for its content, the disclosure of pessimistic minutes—defined as the minutes associated with downturns in the OF—actually increase the volatility of future interest rates.

This paper contributes in two dimensions. First, it provides a procedure for extracting the content of documents that successfully capture the variation in the relevant information. Second, it provides evidence that market participants incorporate the information disclosed by BCB minutes.

REFERENCES

Bernanke, B. S., Reinhart, V. R., & Sack, B. P. (2004). Monetary policy alternatives at the zero bound: An empirical assessment. *Brookings Papers on Economic Activity*, *35*(2), 1–100. Retrieved from http://www.brookings.edu/~/media/Projects/BPEA/Fall-2004/2004b_bpea_bernanke.PDF

Blinder, A. S., Ehrmann, M., Fratzscher, M., Haan, J. D., & Jansen, D.-J. (2008). Central bank communication and monetary policy: A survey of theory and evidence. *Journal of Economic Literature*, *46*(4), 910–945. doi: 10.1257/jel.46.4.910

Boukus, E., & Rosenberg, J. V. (2006, July). *The information content of FOMC minutes* (Tech. Rep.). Federal Reserve Bank of New York. doi: 10.2139/ssrn.922312

Caldas M., G. (2012). Financial market reaction to central bank monetary policy communications under an inflation-targeting regime: the case of Brazil. *CEPAL Review*, *107*(Aug), 165–181. Retrieved from http://www.cepal.org/publicaciones/xml/2/48672/RVI107Caldas.pdf

Carvalho, C., Cordeiro, F., & Vargas, J. (2013). Just words? A quantitative analysis of the communication of the Central Bank of Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, *67*(4), 443–455. doi: 10.1590/S0034-71402013000400004

Costa Filho, A. E., & Rocha, F. (2010). Como o mercado de juros futuros reage a comunicação do Banco Central? *Economia Aplicada*, *14*(3), 265–292. Retrieved from http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-80502010000300001

Eggertsson, G. B., & Woodford, M. (2003). The zero bound on interest rates and optimal monetary policy. *Brookings Papers on Economic Activity*, *34*(1), 139–233. Retrieved from http://www.brookings.edu/about/projects/bpea/papers/2003/zero-bound-interest-rates-monetary-policy-eggertsson

Janot, M., & Mota, D. E.-J. d. S. (2012, Jan). *O impacto da comunicação do Banco Central do Brasil sobre o mercado financeiro* (Trabalhos para Discussão No. 265). Banco Central do Brasil. Retrieved from http://www.bcb.gov.br/pec/wps/port/TD265.pdf

Kohn, D. L., & Sack, B. P. (2003). *Central bank talk: Does it matter and why?* (FEDS Working Paper No. 2003-55). Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.). doi: 10.2139/ssrn.483524

Lamla, M. J., & Lein, S. M. (2011). What matters when? The impact of ECB communication on financial market expectations. *Applied Economics*, *43*(28), 4289–4309. doi: 10.1080/00036846.2010.491452

Lucca, D. O., & Trebbi, F. (2009, September). *Measuring central bank communication: An automated approach with application to FOMC statements* (Working Paper No. 15367). National Bureau of Economic Research (NBER). doi: 10.3386/w15367

Porter, M. F. (1980). An algorithm for suffix stripping. *Program*, *14*(3), 130–137. doi: 10.1108/eb046814

Reeves, R., & Sawicki, M. (2007). Do financial markets react to Bank of England communication? *European Journal of Political Economy*, *23*(1), 207–227. doi: 10.1016/j.ejpoleco.2006.09.018

Rosa, C. (2011). Talking less and moving the market more: Evidence from the ECB and the FED. *Scottish Journal of Political Economy*, *58*(1), 51–81. doi: 10.1111/j.1467-9485.2010.00536.x

Rosa, C., & Verga, G. (2008, June). The impact of central bank announcements on asset prices in real time. *International Journal of Central Banking*, *4*(2), 175–217. Retrieved from http://www.ijcb.org/journal/ijcb08q2a5.pdf

Tetlock, P. C., Saar-Tsechansky, M., & Macskassy, S. (2008). More than words: Quantifying language to measure firms' fundamentals. *The Journal of Finance*, *63*(3), 1437–1467. doi: 10.1111/j.1540-6261.2008.01362.x

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150008
Revista Brasileira de Economia, **69**(2), 163–186

O Efeito da Desigualdade da Distribuição de Renda no Crescimento Econômico

Poliano Bastos da Cruz[*], Arilton Teixeira[†], Danilo Soares Monte-Mor[‡]

Sumário: **1. Introdução; 2. Desigualdade e crescimento econômico; 3. Dados e metodologia; 4. Apresentação dos resultados; 5. Conclusão.**

Palavras-chave: **Desigualdade, Crescimento, System-GMM, Painel Dinâmico.**

Códigos JEL: **C33, E24, E62.**

Esta pesquisa buscou identificar o efeito da desigualdade no crescimento no Brasil, de forma a mitigar o problema de comparabilidade presente nas pesquisas *cross-country*. O método econométrico System-GMM foi comparado às estimativas obtidas em um painel dinâmico a partir de outras três técnicas econométricas (MQO, Efeitos-Fixos e GMM), com vistas à obtenção de um estimador consistente frente à endogeneidade existente na relação entre crescimento e desigualdade. Os resultados obtidos sugerem que não se pode rejeitar as hipóteses de não-linearidade entre desigualdade e crescimento, de incompletude dos mercados de crédito e o argumento de que políticas redistributivas mitigam o crescimento.

This study attempts to identify the effect of inequality on growth by using Brazilian data, in order to mitigate comparability problems present in cross-country studies. The econometric method System-GMM was used and compared with other three econometric methods (OLS, Panel Within-Groups, and GMM) in a dynamic panel, aiming to use a consistent estimator in the presence of endogeneity in the analysis that involves inequality and growth. Our results suggest that the hypothesis of non-linearity between the variables cannot be rejected. The same conclusion holds for hypothesis of incomplete credit markets and the argument from political economy that redistributive policies mitigate growth.

1. INTRODUÇÃO

Durante os últimos anos pesquisadores têm apresentado conclusões conflitantes acerca da relação entre distribuição de renda e crescimento econômico. Enquanto trabalhos incluindo Forbes (2000) argumentam que a desigualdade exerce efeito positivo no crescimento, outros estudos incluindo Panizza (2002) sugerem que tal impacto é negativo. Grande parte dessas pesquisas, entretanto, se baseia em

[*]Fucape Business School. Av. Fernando Ferrari, 1358, Boa Vista, Vitória-ES, CEP 29075-505. Agradeço o suporte financeiro do da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES). E-mail: polianobc@yahoo.com.br

[†]Fucape Business School. Av. Fernando Ferrari, 1358, Boa Vista, Vitória-ES, CEP 29075-505. Agradeço o suporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). E-mail: arilton@fucape.br

[‡]Fucape Business School. Av. Fernando Ferrari, 1358, Boa Vista, Vitória-ES, CEP 29075-505. E-mail: danilo@fucape.br

análises *cross-country* e são influenciadas por problemas relacionados à qualidade, consistência e comparabilidade dos dados. Isso se deve principalmente à composição das séries históricas de desigualdade utilizadas, que são construídas por cada agência nacional de estatística com base em metodologias distintas (Knowles, 2005). Análises baseadas em dados de um único país e obtidos a partir de uma mesma pesquisa domiciliar, entretanto, podem ser utilizadas para que sejam obtidos resultados mais robustos e que mitiguem problemas de comparabilidade. Isso decorre da maior homogeneidade dos questionários aplicados, definições adotadas e do contexto cultural e institucional (Sierminska, Brandolini & Smeeding, 2006).

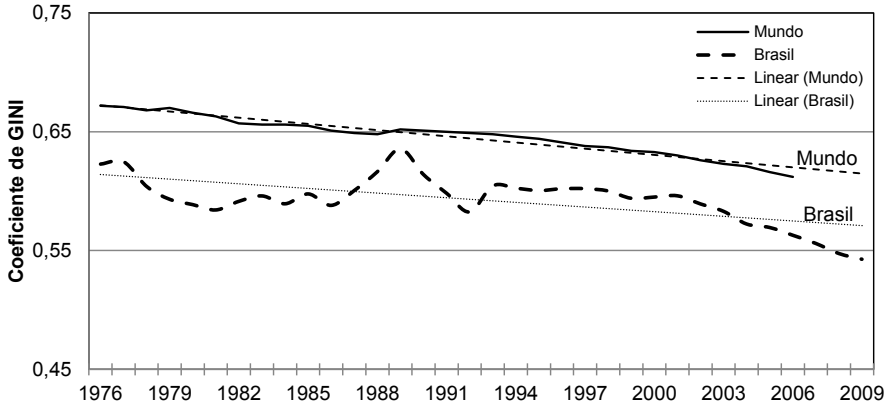
De acordo com a BBC Brasil (2011), o Brasil foi o único país no grupo dos BRICS a reduzir o abismo entre ricos e pobres em 15 anos e de forma a conciliar crescimento econômico com progresso social. Segundo pesquisa da Oxfam, o Brasil é ainda um dos países com maior eficácia na redução da desigualdade, com a saída de 12 milhões de brasileiros da pobreza absoluta entre 1999 e 2009 e com uma redução no coeficiente de Gini de 0,52 para 0,47 (BBC Brasil, 2012). Nesse sentido, o Brasil torna-se um interessante *case* de estudo, ao oferecer dados e condições propícias para que a relação entre crescimento econômico e desigualdade possa ser empiricamente verificada, e de forma que sejam mitigados ainda os problemas existentes nos estudos cross-country. Dessa forma, esta pesquisa buscou identificar empiricamente o efeito da desigualdade no crescimento econômico considerando-se o case brasileiro.

Um estudo realizado por Pinto (2012, CPS/FGV) indica que "a diminuição da desigualdade [...] na última década no Brasil se assemelha ao movimento verificado no conjunto de todos os países." O estudo aponta que "a comparação dos índices [de Gini] mostra que o Brasil é uma maquete muito próxima do mundo". Ainda segundo o Pinto (2012), a redução na desigualdade no país é "três vezes superior à meta do milênio da ONU [e] a renda média per capita cresceu 2,7% desde 2002. Nota-se, na Figura 1, que as inclinações da evolução do Gini, Mundial e do Brasil, são similares e com tendência negativa.

Tais fatos reforçam o Brasil como um case importante no estudo da relação entre desigualdade e crescimento. Algumas declarações, como a do Vice-Governador Sênior do Banco Central do Canada, Tiff Macklem, que "elogiou o Brasil por mostrar ao mundo como aumentar o crescimento econômico, mas ao mesmo tempo reduzir a desigualdade entre ricos e pobres" (Tower, 2012), e do ganhador do prêmio Nobel de economia Amartya Sen de que "o Brasil é um bom exemplo de conciliação entre rápido crescimento econômico e desenvolvimento social [podendo ser] modelo para China e índia" (Fleck, 2012), também realçam tal importância.

Para que fosse possível identificar empiricamente o efeito da desigualdade no crescimento econômico, foi proposto um modelo que procurou incorporar variáveis de controle de forma a mitigar o problema

Figura 1. Evolução do Gini de Renda de 1976 a 2009.



Fonte: IPEADATA; Pinkovskiy e Sala-i-Martin (2009).

de endogeneidade causado pela omissão de variáveis relevantes, correlacionadas com desigualdade e que afetam o crescimento. O método econométrico System-GMM foi empregado ao modelo proposto e comparado às estimativas obtidas em um painel dinâmico a partir de outras três técnicas econométricas (MQO, Efeitos-Fixos e GMM), com vistas à obtenção de um estimador consistente frente à endogeneidade existente nas análises que envolvem crescimento e desigualdade. Os dados utilizados se referem às vinte e sete Unidades Federativas do Brasil no período entre 1995 a 2009 e foram obtidos junto às bases de dados do IPEADATA, IBGE, PNUD, PNAD/IBGE, SCN/IBGE, SIM-DATASUS, MDIC e STN.

A partir da abordagem que sugere que a desigualdade afeta positivamente o crescimento para níveis mais baixos do PIB *per capita*, e negativamente quando esse assume valor mais elevado (Barro, 2000, 2008), verificou-se ainda a existência do efeito não linear da desigualdade no crescimento. Os resultados obtidos sugerem que não se pode rejeitar a premissa de não-linearidade entre desigualdade e crescimento, a hipótese da incompletude dos mercados de crédito e o argumento da economia política de que políticas redistributivas mitigam o crescimento.

Este trabalho contribui para a literatura de desigualdade e crescimento ao apresentar evidências de que a desigualdade exerce efeito positivo no crescimento para níveis de PIB per capita mais elevados e efeito negativo para níveis de PIB per capita baixo, o que confirma o questionamento feito por de Dominicis, Florax e de Groot (2008) à concepção teórica proposta por Bénabou (2000) e Galor (2010) de que o efeito da desigualdade no crescimento possui formato de U-invertido. Ao não rejeitar-se a hipótese de incompletude dos mercados de crédito, verifica-se ainda que, diante dos investimentos restritos na educação, a parcela de indivíduos sem a qualificação mínima requerida pelo mercado mitiga as taxas de crescimento do PIB per capita. Esse resultado sugere que o redirecionamento de recursos por parte do indivíduo afim de aumentar-se o nível de educação é fator que pode contribuir para o aumento do PIB per capita.

Os resultados encontrados contribuem ainda para a teoria de economia política ao sugerir que a pressão exercida pela sociedade por mais políticas redistributivas, como forma de atenuar os efeitos da distinção de renda, implicam em um impacto negativo na taxa de crescimento. Tal associação contraria a concepção de que a política redistributiva brasileira é a característica distintiva que permite ao país crescer e reduzir desigualdade concomitantemente. Os resultados sugerem que essa dinâmica pode advir do fato de que a desigualdade exerce efeito negativo no crescimento para níveis de baixo PIB per capita.

Os resultados obtidos contribuem ainda para a literatura de desigualdade e crescimento ao apresentar evidências de que análises *in-contry* podem mitigar problemas de comparabilidade, tais como os apontados por Atkinson e Brandolini (2009) e Banerjee e Duflo (2003). Os resultados obtidos a partir da comparação das estimações por meio de quatro métodos econométricos também contribuem para a análise empírica da relação entre desigualdade e crescimento ao apresentar considerações acerca de cada um dos estimadores utilizados. Acompanhando metodologia proposta por Bond, Hoeffler e Temple (2001), ao analisar-se os coeficientes do termo auto-regressivo, o método MQO em Painel com AR(1) apresentou viés para cima (Hsiao, 2003; Nerlove, 1967; Trognon, 1978), enquanto a técnica dos Efeitos-Fixos mostrou-se enviesada para baixo (Anderson & Hsiao, 1982; Nerlove, 1971; Nickell, 1981). O estimador GMM em Primeira Diferença, devido à fraca instrumentalização, apresentou resultados próximos à estimação de Efeitos-Fixos. Comparativamente, a estimação por System-GMM foi a que apresentou melhores resultados, ao produzir coeficientes consistentes e que satisfazem ao Teste de Sargan de sobre-identificação.

O presente artigo segue estruturado da seguinte forma: próxima seção é feita uma revisão das principais questões que envolvem a relação entre desigualdade e crescimento, de forma que seja fornecida sustentação teórica que fundamente a construção do modelo empírico proposto. A seção 3 apresenta uma descrição dos dados, bem como dos procedimentos metodológicos referentes a cada um dos modelos econométricos utilizados. Na seção 4 são apresentados os principais resultados. A seção 5 se destina à conclusão e demais comentários.

2. DESIGUALDADE E CRESCIMENTO ECONÔMICO

No final da década de 40 até início de 50, os trabalhos que abordavam desigualdade tinham como escopo compreender os efeitos da industrialização no crescimento. Considerava-se que a distribuição de renda derivava do processo de industrialização. Já nos anos 80, os modelos de crescimento endógeno não consideravam a desigualdade como um dos determinantes do crescimento. Contudo, nos anos 90, as novas teorias do crescimento e a abordagem da economia política atribuíram à desigualdade papel fundamental no processo de crescimento, renovando o interesse no tema. A disponibilidade de novos dados *cross-country* permitiu uma série de novos estudos (Ehrhart, 2009). No entanto, as primeiras pesquisas da década de 90 possuíam problemas de variável omitida (Clarke, 1995), não eram robustas a inclusões de *dummies* regionais (Nancy, Ross & Sabot, 1995), apresentavam erros de mensuração (Atkinson & Brandolini, 2009) e não consideravam efeitos específicos não observáveis dos países (Brock & Durlauf, 2001). Mesmo diante das críticas, Aghion, Caroli e Garcia-Penalosa (1999) ressaltam que esses trabalhos questionaram a visão dominante de que a desigualdade seria benéfica ao crescimento.

2.1. Efeito positivo da desigualdade no crescimento

Aghion et al. (1999) destacam que a abordagem que admite efeito positivo da desigualdade no crescimento fundamenta-se, usualmente, em três argumentos: Hipótese de Kaldor, custos indivisíveis de investimentos e *trade-off* entre eficiência e equidade.

2.1.1. A hipótese de Kaldor

A hipótese de Kaldor (1955–1956, 1957) diz que a propensão a poupar dos indivíduos ricos é superior à dos indivíduos pobres, sendo a taxa de poupança uma função crescente da renda. Desse modo a desigualdade eleva a taxa de poupança agregada por concentrar renda nos agentes com maior propensão a poupar. Admitindo-se correlação positiva entre poupança e investimento, tem-se que a desigualdade eleva o nível de investimento em capital físico e humano (Galor, 2010; Li & Zou, 1998). Attanasio e Binelli (2004) destacam que a função poupança deve apresentar monotonicidade para que tal hipótese seja validada. Contudo, a função pode possuir formato de U-invertido. Logo, a desigualdade exerceria efeito positivo no crescimento apenas diante de renda agregada acintosamente baixa, sendo a concentração de renda condição suficiente para estabelecer-se algum grau de acumulação de capital.

2.1.2. Custos indivisíveis de investimentos

Assumindo que determinados projetos possuam um custo mínimo elevado, devido principalmente às escalas produtivas necessárias a sua realização, somente indivíduos com alta renda poderiam empreendê-los, pois a alta renda atenua as restrições ao crédito, as quais tornam os custos de se investir elevados. Tal processo tende a ter maior magnitude nos países em desenvolvimento, pois nações desenvolvidas costumam possuir mercados de capitais e instituições legais melhor estruturadas, o que minimiza os efeitos do crédito restrito (Barro, 2000). O estabelecimento e disseminação de novas atividades industriais tem a concentração de renda como condição necessária, pois permitem que haja investidores capazes de incorrer nos custos de implementação, aspecto que pode ser observado nas atividades com alto grau de inovação. Desse modo, alta equidade pode inviabilizar novas atividades econômicas, implicando em perda de eficiência produtiva e mitigando as taxas de crescimento (Aghion et al., 1999).

2.1.3. Trade-off entre eficiência e equidade

Mirrlees (1971) defende a existência de um *trade-off* entre eficiência e equidade. Em sociedades equânimes os agentes econômicos não teriam os incentivos necessários para aumentar seus esforços produtivos. Isso decorre da baixa possibilidade de elevar a renda individual relativa. Como a produção depende desses esforços, que não são passíveis de controle e observação, cria-se um problema de *moral hazard*.

Desse modo, equidade elevada pode desestimular os esforços produtivos individuais. Isso implica em perda de eficiência produtiva, o que prejudica o crescimento (Attanasio & Binelli, 2004).

2.2. Efeito negativo da desigualdade no crescimento

O argumento teórico utilizado pelos estudos que defendem efeito negativo da desigualdade no crescimento é o de que a distribuição de renda influencia os níveis de investimento em capital humano (e.g. qualificação) e físico (e.g. novos empreendimentos) da economia. Os modelos teóricos podem ser divididos em quatro abordagens distintas: Mercado de crédito imperfeito; Economia política; Instabilidade social; Fertilidade e desigualdade.

2.2.1. Imperfeições do mercado de crédito e seguros

Baseados no trabalho seminal de Loury (1981), dois fatores são elencados como ocasionadores de imperfeições de mercado, o moral hazard (Piketty, 1997) e o inadimplemento dos pagamentos dos empréstimos (Ehrhart, 2009). O moral hazard ocorre quando a maior parte de um projeto é financiada. O mutuário não emprega o máximo de seus esforços produtivos, dado o baixo risco em caso de insucesso (Piketty, 1997). Visando equacionar o risco, os credores elevam as taxas de juros à medida que a participação do financiamento no custo total cresce e estabelecem um percentual máximo de participação dos empréstimos no montante total do investimento, condicionando-os a um nível mínimo de renda. O indivíduo de baixa renda é, então, impedido de ingressar nas atividades mais produtivas, por não possuir renda suficiente, o que subutiliza o seu potencial produtivo (Ehrhart, 2009). O inadimplemento ocorre quando o percentual de financiamento eleva-se aumentando o risco de moratória. Isso implica em aumento dos custos de transação para garantir os pagamentos e elaborar e fiscalizar os contratos. Dessa forma, os padrões dos investimentos realizados ficam distorcidos, pois dependem diretamente da renda e ativos dos indivíduos. Isso faz com que o crédito se torne restrito, uma vez que os investimentos em capital humano não possuem a liquidez necessária para servir como colateral. Decorrente disso, os investimentos não destinam-se aos projetos mais rentáveis e sim aos mais seguros (Carneiro & Heckman, 2002).

2.2.2. Economia política

A abordagem da economia política fundamenta-se no Teorema do Eleitor Mediano, que traça um paralelo entre o processo eleitoral e o funcionamento do mercado. A ideia central é a de que propostas políticas tendem a ser quase homogêneas devido ao interesse comum dos candidatos em angariar os votos da maioria. Black (1948) consolidou os estudos seminais em seu trabalho sobre votação majoritária ao sugerir que o voto implica em tomada de decisões políticas e econômicas nas quais o nível de renda inicial do eleitor mediano relativo à renda média define suas preferências, de forma a determinar o nível da tributação (Black, 1948) e influenciar a taxa de crescimento futura (Ehrhart, 2009). Como cada voto possui peso igual, elevados níveis de desigualdade (média da renda é superior à renda mediana) implicam em maior demanda por redistribuição, usualmente financiada por tributação, ocasionando distorções econômicas. Os desestímulos causados ao investimento privado, trabalho e poupança resultam em queda nas taxas de crescimento (Alesina & Rodrik, 1994; Persson & Tabellini, 1994).

2.2.3. Instabilidade social

Para Gupta (1990) a instabilidade social ocorre de três maneiras distintas: por meio de ações diretas de violência contra o governo (e.g. protestos em massa), atos de violência praticados pelo governo (e.g. ações de repressão a distúrbios sociais) e através da violência ocasionada pela mudança de governo (e.g. golpes políticos). Keefer e Knack (2002) apontam a desigualdade como um dos determinantes da instabilidade social, por reduzir os custos de ingresso em atividades ilegais, o que resulta na violação da

propriedade privada e o desrespeito aos contratos. O ambiente instável abala a credibilidade das instituições e do sistema legal, conduzindo a economia a um nível de investimentos abaixo do ponto ótimo (Perotti, 1996). A baixa estabilidade aumenta os custos de oportunidade, públicos e privados, devido à alta violência, o que eleva gastos com saúde e segurança e o custo de vida geral. Nesse caso, recursos produtivos são em geral desviados para atenuar os efeitos da instabilidade (Alesina & Perotti, 1996).

2.2.4. Fertilidade e desigualdade de renda

Tradicionalmente, na literatura econômica, considera-se que altas taxas de fertilidade exercem impacto negativo no crescimento, e investimentos em educação exercem efeito positivo (Lucas, 2002). Perotti (1996) argumenta que a desigualdade de renda possui correlação positiva com a taxa de fertilidade. As famílias de baixa renda tendem a aumentar a quantidade de filhos como alternativa para elevar a renda familiar, dada a incapacidade em investir-se em educação. As famílias mais abastadas comportam-se de maneira inversa, optando por menos filhos, com maior qualificação e saúde, buscando, dessa forma, aumentar a renda por meio da acumulação de capital humano (Ehrhart, 2009).

2.3. Efeito não-linear da desigualdade no crescimento

Bénabou (2000) propôs um modelo com incompletude no mercado de crédito, no qual a desigualdade gera concomitantemente perda e ganho de eficiência econômica. A perda decorre da redução dos investimentos em capital humano (indivíduos de alta renda), devido aos desestímulos gerados pela tributação. O ganho advém do incremento nos investimentos em educação (indivíduos de baixa renda), dada a atenuação da restrição ao crédito (Ehrhart, 2009). Galor (2010) propõe a unificação da visão fundamentada na hipótese de Kaldor com a abordagem dos mercados de crédito imperfeitos. O efeito da desigualdade no crescimento dependeria do PIB per capita, sendo a acumulação de capital, físico e humano, o motor do crescimento. Para níveis baixos do PIB, o capital físico é o principal determinante do crescimento, verificando-se a hipótese de Kaldor, com o aumento da poupança suplantando o efeito negativo da desigualdade no acumulo de capital humano, dado o crédito restrito. Já em níveis elevados do PIB, o capital humano torna-se a principal engrenagem do crescimento e os malefícios ocasionados pela restrição de crédito tornam-se superiores aos benefícios propiciados pela acumulação de capital físico (Galor, 2010).

2.4. Evidências empíricas

2.4.1. Efeito negativo da desigualdade no crescimento

Fishlow (1996) arguiu que a forte correlação negativa entre desigualdade e crescimento encontrada nos estudos da década de 90 advém de variável omitida (relacionada à educação) e do fato de não considerar-se as características regionais dos países. Corrigindo para estas variáveis omitidas, Deininger e Squire (1996, 1998) (incluindo dummies regionais) e Alesina e Rodrik (1994) (controlando os níveis de escolaridade primária e PIB per capita) encontraram efeito negativo da desigualdade no crescimento.

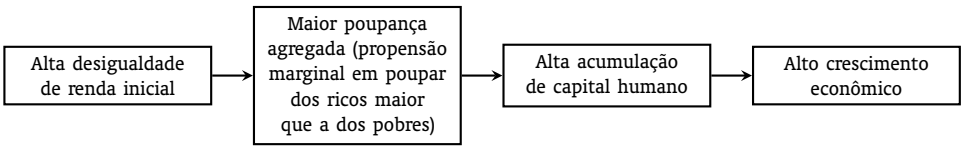
Entretanto, os autores acima utilizaram o Gini para medir a desigualdade de distribuição de terras como *proxy* para controlar a desigualdade de distribuição de riqueza. No entanto, para Griffin e Ickowitz (1997), variáveis de concentração de terras são inadequadas, pois consideram-se apenas a renda dos donos de terras, a posse da terra (distribuída, quase sempre, de forma mais equânime) e cada fazenda como uma unidade de propriedade individual.

Knowles (2005) ressalta que o comportamento e os padrões da distribuição de renda, famílias, indivíduos e o sistema de tributação costumam ser distintos entre os países. Visando minimizar problemas de heterogeneidade nas análises cross-country, Deininger e Squire (1996) e Perotti (1996) propuseram transformações nos dados de "alta qualidade" brutos. No entanto, mesmo com melhora, admitiu-se que a relação entre as várias categorias de renda e despesas fosse constante entre os países e ao longo do tempo (Knowles, 2005). Panizza (2002), ao analisar por painel os 48 estados norte-americanos utilizando o estimador GMM, evidenciou efeito negativo. Contudo, a adoção de métricas distintas de desigualdade

Figura 2. Canais Pelos Quais a Desigualdade Pode Afetar o Crescimento.

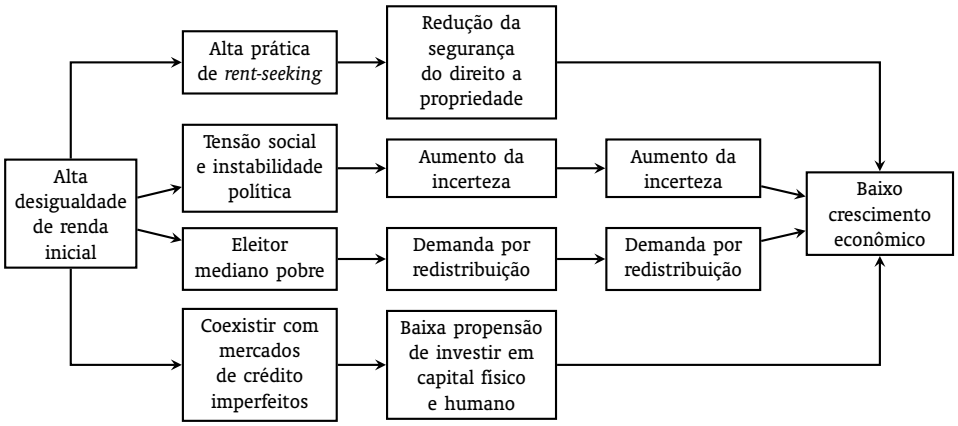
Efeito Positivo da Desigualdade no Crescimento

Bourguignon (1981); Kaldor (1955–1956, 1957); Keynes (1920).



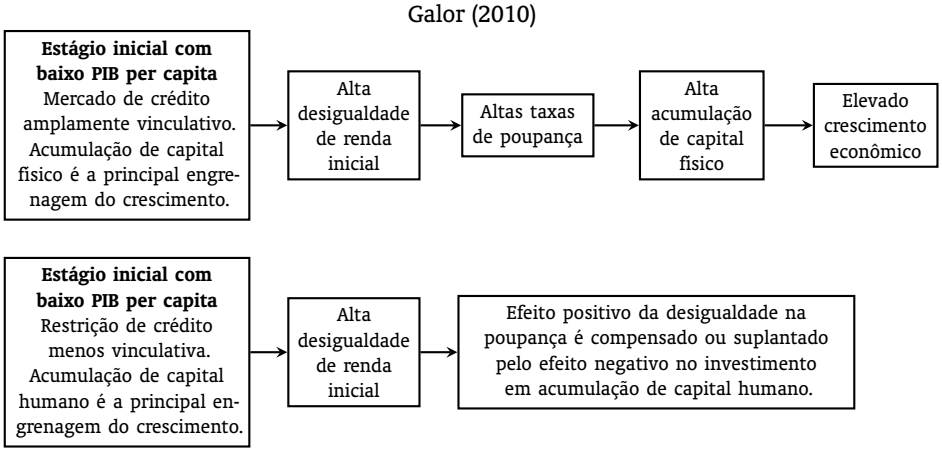
Efeito Negativo da Desigualdade no Crescimento

Alesina e Perotti (1996); Alesina e Rodrik (1994); Keefer e Knack (2002); Persson e Tabellini (1994).



A Abordagem Unificada

Galor (2010)



Fonte: Adaptado de Iradian (2005, p.5).

resultou em variabilidade contundente no efeito da desigualdade no crescimento. Diante disso, Panizza (2002) afirma que não se pôde confirmar que o efeito da desigualdade seja necessariamente negativo.

2.4.2. Efeito positivo da desigualdade no crescimento

Li e Zou (1998) sugeriram que a premissa de que o efeito da desigualdade no crescimento é negativo deveria ser revista, pois os resultados obtidos em sua análise em painel, na qual controlou-se os efeitos não observáveis dos países, se contrapuseram as evidências encontradas nos anos 90. Forbes (2000) argui que o viés desses estudos decorre de endogeneidade advinda de variável omitida. Pelo estimador GMM, controlando-se por escolaridade, PIB e investimentos, e utilizando-se Efeitos-Fixos com dummies temporais (controle de choques econômicos) e regionais (controle de variável omitida), Forbes (2000) evidenciou efeito positivo da desigualdade.

Aghion et al. (1999, pp.1618–1619) ressaltam três problemas no trabalho de Forbes (2000). Primeiro, o estimador "GMM utilizado resulta em erros padrão excessivamente pequenos quando a amostra é pequena, levando-se a questionar a significância dos coeficientes". Segundo, o uso incorreto de defasagem nos regressores, pois como padrão admite-se que a desigualdade exerça efeito ao longo de cinco anos no crescimento. E por fim, a exclusão da amostra de países, dos quais não se obtiveram dados de "alta qualidade". Roodman (2009) ressalta, ainda, que o uso excessivo de instrumentos relativo ao número de observações pode ter ocasionado problema de *over-fitting*, não se expurgando, assim, a endogeneidade e aproximando a estimação da obtida por MQO.

2.5. Efeito não-linear da desigualdade no crescimento

Utilizando dados de "alta qualidade" e separando a amostra em países desenvolvidos e em desenvolvimento, Barro (2000) evidenciou efeito não-linear, com impacto positivo da desigualdade no crescimento dos países desenvolvidos e negativo nos demais. Banerjee e Duflo (2003) apontam a não-linearidade como o motivo das divergências empíricas entre os estudos, que admitem, em sua maioria, causalidade linear. Ao realizarem regressões replicando as técnicas de estimação utilizadas nas principais pesquisas feitas, tais autores concluíram não haver evidências de que a técnica de Efeitos-Fixos tenha expurgado o viés da endogeneidade. Assim, a forma mais eficiente de identificar o efeito da desigualdade no crescimento seria conceber não-linearidade na estimação. Gregorio e Lee (2004) e Fielding e Torres (2006) arguem que a desigualdade exerce efeito indireto no crescimento, por possuir correlação com outras variáveis que também o afetam. Barro (2008) investigou possíveis efeitos indiretos, analisando a interação da desigualdade com a fertilidade (efeito positivo), democracia (efeito negativo) e ensino secundário (efeito negativo). Os resultados da interação das variáveis com o Gini não obtiveram significância estatística ou resultaram em coeficientes muito pequenos, sendo desse modo, suplantados pelo efeito direto da desigualdade no crescimento (Barro, 2008).

2.5.1. A influência do método econométrico e composição da amostra

Voitchovsky (2005, p.290) argumenta que há um padrão nos resultados encontrados na literatura, no qual "o efeito da desigualdade no crescimento é sensível à técnica econométrica utilizada". A autora argui que técnicas que valem-se mais da "variação das séries temporais nos dados tendem a indicar efeito positivo da desigualdade no crescimento (e.g. Forbes, 2000)". Já métodos que utilizam mais os dados cross-section "tendem a indicar efeito negativo (e.g. Alesina & Rodrik, 1994)". Para de Dominicis et al. (2008, p.670) as divergências empíricas encontradas (Barro, 2000, 2008; Bénabou, 2000; Forbes, 2000; Knowles, 2005; Perotti, 1996) podem ser atribuídas "às diferenças nos tipos de dados utilizados, do método de estimativa, qualidade dos dados, o período de tempo considerado, e cobertura da amostra". Deininger e Okidi (2003) e Bourguignon (2004) defendem que estudos em um único país (Deininger & Okidi, 2003; Panizza, 2002) obtêm resultados mais robustos, devido ao maior controle das variáveis não observáveis oriundas de características distintivas dos países.

No entanto, a maioria dos trabalhos empíricos sobre desigualdade e crescimento utiliza dados cross-country, ao invés de microdados de um único país (Otter, 2009). Grande parte dessas pesquisas tem sofrido críticas acerca da qualidade, consistência e comparabilidade dos dados utilizados, principalmente em relação às séries históricas de desigualdade (Schipper & Hoogeveen, 2005; Sierminska et al., 2006). Atkinson e Brandolini (2009) e Banerjee e Duflo (2003) destacam que as agências nacionais de estatística responsáveis pela compilação dos dados utilizam metodologias distintas, o que dificulta a comparabilidade. Devido à esses fatores, as pesquisas cross-country combinam de forma inconsistente dados heterogêneos não comparáveis. Tal procedimento é inadequado, uma vez que o comportamento da distribuição de renda e os padrões de distribuição de famílias e indivíduos variam entre os países (Ehrhart, 2009; Knowles, 2005). Ao combinar dados de diversos países, os estudos assumem a hipótese de constância nos parâmetros estimados, desconsiderando-se os efeitos dos fatores específicos dos países, quase sempre advindos de variáveis não observáveis. Dessa forma, as inferências causais nesses estudos carecem de poder explicativo (Brock & Durlauf, 2001; Deininger & Okidi, 2003).

Estudos feitos em um único país com dados provenientes de uma mesma pesquisa domiciliar têm os problemas de comparabilidade atenuados, dado que os questionários aplicados, as definições adotadas, os contextos cultural e institucional, dentre outras questões, são mais homogêneos (Deininger & Okidi, 2003; Otter, 2009; Sierminska et al., 2006). Para Bourguignon (2004), os estudos cross-country que investigaram crescimento e desigualdade e não obtiveram significância estatística em seus resultados não rejeitam a hipótese de existência de correlação ou causalidade entre as variáveis. Tais estudos apenas reforçam o fato de que as especificidades dos países são cruciais na forma como tais fenômenos interagem. Dessa forma torna-se quase inviável que se façam generalizações aplicáveis a todas as nações (Bourguignon, 2004).

3. DADOS E METODOLOGIA

A amostra é composta por dados secundários das 27 Unidades Federativas brasileiras, compreendendo o período entre 1995 a 2009. As informações tiveram como fonte as bases de dados do IPEADATA, IBGE, PNUD, PNAD/IBGE, SCN/IBGE, SIM-DATASUS, MDIC, STN. Os valores monetários estão em Reais constantes (ano-base 2000), deflacionados pelo Deflator de Transformação do PIB Implícito do IPEA. Os valores foram transformados em Logaritmo Neperiano ou em Taxas (e.g. Receitas Públicas/PIB).

3.1. Procedimentos metodológicos

Os estudos de desigualdade e crescimento da década de 90 adotaram o método de regressão cross-country com equação reduzida, no qual combina-se uma medida de desigualdade a um conjunto de variáveis explanatórias (de Dominicis et al., 2008). Os resultados, na maioria, indicam correlação negativa robusta entre as variáveis, assumindo, usualmente, uma relação linear do tipo

$$(\ln y_{i,t} - \ln y_{i,t-\tau})\frac{1}{\tau} = \alpha_0 \ln y_{i,t-\tau} + \alpha_1 g_{i,t-\tau} + \beta X_{i,t-\tau} + \varepsilon_{i,t}, \quad (1)$$

onde $(\ln y_{i,t} - \ln y_{i,t-\tau})\frac{1}{\tau}$ é a média anual da taxa de crescimento do PIB per capita real do país i no tempo t; τ o intervalo de tempo; $g_{i,t-\tau}$ a medida de desigualdade; $X_{i,t-\tau}$ a matriz de variáveis de controle incluindo uma constante; e $\varepsilon_{i,t}$ o termo de erro.

A principal crítica a esse tipo de abordagem é a possibilidade de existência de viés devido a variáveis não observáveis específicas de cada país (e.g. padrões tecnológicos, estabilidade das instituições e diferenças culturais, climáticas) que podem explicar o crescimento econômico. Buscando controlar por tais fatores, pesquisas em painel admitem que essas variáveis sejam constantes no tempo e utilizam mais séries temporais que dados em cross-section (de Dominicis et al., 2008). Controlam-se, então, as características não observáveis por meio de Efeitos-Fixos ou Aleatórios, resultando em uma equação do tipo

$$\Delta \ln y_{i,t} = \bar{\alpha}_0 \Delta \ln y_{i,t-\tau} + \bar{\alpha}_1 g_{i,t-\tau} + \bar{\beta} X_{i,t-\tau} + \aleph_t + v_i + \bar{\varepsilon}_{i,t}, \quad (2)$$

onde $\aleph_t$ é o termo de Efeitos-Fixos específico no tempo; v_i são as características constantes no tempo de cada país; $\bar{\varepsilon}_{i,t}$ capta a parte remanescente do erro variante no tempo e nos países.

Os modelos de Efeitos-Fixos permitem a correlação das variáveis condicionais com os efeitos não observáveis individuais. Essa técnica é utilizada para analisar o efeito de variáveis que afetam o crescimento no longo prazo ou possuam razoável constância ao longo do tempo (Temple, 1999). Contudo, o método ignora efeitos persistentes, podendo resultar em conclusões imprecisas nos casos em que a maior parte da variação advém do corte transversal (e.g. série de desigualdade). Adicional a isso o fato da equação possuir regressores defasados compromete a hipótese de exogeneidade estrita das variáveis explicativas (de Dominicis et al., 2008).

Uma alternativa para tais questões é o estimador GMM. Arellano e Bond (1991) propuseram uma regressão em painel dinâmico, na qual a equação utilizada é diferenciada em primeira ordem, resultando em uma equação livre dos efeitos fixos. Suponha, sem perda de generalidade, um modelo auto-regressivo:

$$\begin{aligned} y_{i,t} &= \beta y_{i,t-1} + n_i + v_{i,t} \\ \text{para} \quad &\text{i)} \ |\beta| < 1 \\ &\text{ii)} \ i = 1,\ldots,N \\ &\text{iii)} \ t = 2,\ldots,T, \end{aligned} \tag{3}$$

onde $y_{i,t}$ é a taxa de Crescimento anual do PIB per capita dos estados i no período t; n_i é um fator específico não observável dos estados; $v_{i,t}$ é o resíduo; e $n_i + v_{i,t} = \mu_{i,t}$ é o termo de erro. Suponha ainda que as esperanças condicionais sejam, para $i = 1,\ldots,N$ e $t = 2,\ldots,T$,

$$\mathrm{E}[n_i] = 0 \qquad \mathrm{E}[v_{i,t}] = 0 \qquad \mathrm{E}[n_i v_{i,t}] = 0, \tag{4}$$

e onde o termo de erro $v_{i,t}$ não seja serialmente autocorrelacionado:

$$\mathrm{E}[v_{i,t} v_{i,s}] = 0 \tag{5}$$

para $i = 1,\ldots,N$ e $s \neq t$.

Tem-se como condição de início, predeterminada, de $y_{i,1}$,

$$\mathrm{E}[y_{i,1} v_{i,t}] = 0, \tag{6}$$

para $i = 1,\ldots,N$ e $t = 3,\ldots,T$.

Dados (3) a (6) a endogeneidade é tratada utilizando os regressores defasados (no mínimo em dois períodos) como variáveis instrumentais de (3) em primeira diferença. Para estimar o parâmetro β existem $m = 0,5(T-1)(T-2)$ condições de momento suficientes para uma amostra T (Bond et al., 2001):

$$\mathrm{E}[y_{i,t-s} \Delta v_{i,t}] = 0 \tag{7}$$

para $t = 3,\ldots,T$ e $s \geq 2$.

Pode-se escrever (7) matricialmente como

$$\mathrm{E}\left[\boldsymbol{Z}_i' \boldsymbol{\Delta v}_i\right] = \mathbf{0}, \tag{8}$$

onde $\boldsymbol{Z}_i$ é a matriz, de dimensão $(T-2) \times m$,

$$\boldsymbol{Z}_i = \begin{bmatrix} y_{i,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & y_{i,1} & y_{i,2} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & y_{i,1} & \cdots & y_{i,T-2} \end{bmatrix} \tag{9}$$

e

$$\boldsymbol{\Delta v}_i = (\Delta v_{i,3}, \Delta v_{i,4}, \ldots, \Delta v_{i,T})' \tag{10}$$

é um vetor de dimensão $(T-2)\times 1$.

Os ganhos em relação aos outros métodos, ao utilizar-se o GMM, são ausência de viés, oriundos dos efeitos fixos temporalmente invariantes, e consistência do estimador diante de endogeneidade. Isso torna-se possível uma vez que o estimador minimiza a norma de $\boldsymbol{\Delta v}'\boldsymbol{Z}\boldsymbol{W}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{\Delta v}$, na qual $\boldsymbol{Z}$ é a matriz de instrumentos de dimensão $M \times N(T-2)$ e definida por $[\boldsymbol{Z}_1', \boldsymbol{Z}_2', \ldots, \boldsymbol{Z}_N']$; $\boldsymbol{W}$ é a matriz de ponderação; $\boldsymbol{\Delta v}$, definida como $[\boldsymbol{\Delta v}_1', \boldsymbol{\Delta v}_2', \ldots, \boldsymbol{\Delta v}_N']$, é a matriz de erros de dimensão $N(T-2)\times 1$. Nesse caso, utilizar um conjunto apropriado de instrumentos, obter N suficientemente grande e T fixo são condições necessárias para consistência do estimador (Bond et al., 2001). O conjunto de dados dessa pesquisa possui $N = 27$ e $T = 15$.

No entanto, Blundell e Bond (1998) realizaram uma série de experimentos de Monte Carlo atestando que "o estimador System-GMM possui melhores propriedades de amostra finita, em termos de viés e erro quadrático, do que o estimador GMM" (Bun & Kleibergen, 2010, p.2). Na presença de variáveis com efeito persistente, os níveis defasados da série temporal constituem uma instrumentalização fraca após a primeira diferença quando T é pequeno. Isso ocorre quando algumas variáveis são associadas a tamanho (e.g. dependentes da população ou da renda agregada) ou na presença de termos dinâmicos. O fato dos instrumentos possuírem fraca correlação com a equação em primeira diferença ocasiona problema de correlação espúria, e a defasagem indica, de maneira errônea, a existência de uma raiz unitária (Bond et al., 2001).

Arellano e Bover (1995) e Blundell e Bond (1998) propõem uma condição de momento adicional ao GMM:

$$\mathrm{E}\left[n_i \Delta y_{i,2}\right] = 0, \tag{11}$$

para $i = 1, \ldots, N$.

É condição suficiente para que se garanta (11) que a média de $y_{i,t}$ seja constante $\forall i, t$. No entanto, essa condição de estacionaridade só se faz necessária nos primeiros momentos de $y_{i,t}$. Mesmo diante da correlação entre $\Delta y_{i,t}$ e n_i, por hipótese ela assume o valor zero. Admitindo (3) a (6) e (11) adiciona-se $T-2$ condições de momentos, como vê-se em (12):

$$\mathrm{E}\left[\mu_{i,t} \Delta y_{i,t-1}\right] = 0, \tag{12}$$

para $i = 1, \ldots, N$ e $t = 3, 4, \ldots, T$.

Assim, por um sistema de equações, o System-GMM, "combina condições de momento para o modelo em primeira diferença com condições de momento para o modelo em nível". Os níveis defasados são os instrumentos das primeiras diferenças e as primeiras diferenças defasadas instrumentalizam a equação em nível (Bun & Kleibergen, 2010, p.2), onde pelo uso de (7) e (12) origina a matriz de instrumentos (13):

$$\boldsymbol{Z}_i^+ = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta y_{i,2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \Delta y_{i,3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \Delta y_{i,T-1} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

onde de (9) obtem-se $\boldsymbol{Z}_i$.

Reescrevendo essa nova condição de momento em forma matricial tem-se

$$\mathrm{E}\left[\boldsymbol{Z}_i^{+\prime} \boldsymbol{\mu}_i^+\right] = 0 \tag{14}$$

onde $\boldsymbol{\mu}_i^+ = (\Delta v_{i,3}, \ldots, \Delta v_{i,T}, v_{i,3}, \ldots, v_{i,T})'$.

Na presença de séries persistentes, as primeiras diferenças defasadas mostram-se instrumentos mais eficientes para os níveis. Dada às propriedades de amostra finita, dado a validez dos instrumentos o System-GMM é um estimador consistente (Bond et al., 2001).

3.1.1. Especificações do modelo

Essa pesquisa utilizou variáveis com comportamento tipicamente persistente, como o PIB per capita e Gini de Renda. Como visto no tópico anterior, o System-GMM mostra-se robusto diante dessa característica (Bond et al., 2001). O modelo proposto nesse trabalho é

$$y_{i,t} = \beta_1 y_{i,t-1} + \beta_2 x1_{i,t} + \beta_3 x2_{i,t} + \cdots + \beta_{13} x12_{i,t} + n_i + v_{i,t}\,, \tag{15}$$

onde i representa os estados e t o período; $y_{i,t}$ é a Taxa de Crescimento anual do PIB per capita; $y_{i,t-1}$ é o Termo dinâmico; $x1_{i,t}$ é a Variável de Desigualdade; $x2_{i,t}$ é a Variável de Interação; $x3_{i,t}$ é a Taxa de Homicídios por 100.000 Habitantes; $x4_{i,t}$ é a Escolaridade Média; $x5_{i,t}$ é a Taxa de Analfabetismo; $x6_{i,t}$ é o Ln da Taxa de Fertilidade; $x7_{i,t}$ é a Esperança de Vida ao Nascer; $x8_{i,t}$ é o Grau de Abertura Econômica; $x9_{i,t}$ é a Razão das Receitas Públicas Estaduais pelo PIB; $x10_{i,t}$ é a Razão dos Gastos Públicos Estaduais pelo PIB; $x11_{i,t}$ é a Razão dos Investimentos Públicos Estaduais pelo PIB; $x12_{i,t}$ é a Razão dos Gastos Públicos Estaduais com Educação pelo PIB; n_i é um fator específico não observável; $v_{i,t}$ é o resíduo.

Buscando mitigar o problema apontado por Voitchovsky (2005) de que a técnica econométrica adotada influencia no sinal do efeito da desigualdade no crescimento, restringiu-se a análise a um único país, com vistas a tornar os dados mais homogêneos e controlar possíveis variáveis não-observáveis. Buscou-se ainda a construção de um modelo que incluísse variáveis de controle para os principais canais pelos quais a desigualdade pode afetar o crescimento. Visando detectar a presença de viés em amostra finita, Bond et al. (2001, p.7) propuseram uma metodologia na qual comparam-se os resultados obtidos para o termo auto-regressivo pelo estimador GMM com os coeficientes obtidos por estimativas alternativas. Os autores arguem que uma estimação por MQO de (15) "irá resultar em uma estimativa de β_1 enviesada para cima, na presença de efeitos específicos individuais". Nerlove (1967), Trognon (1978) e Hsiao (2003) provaram que, devido às propriedades de amostra finita, em modelos dinâmicos a correlação entre os efeitos específicos e β_1 ocasiona viés assintótico na estimação por MQO, superestimando os resultados. "A inclusão de variáveis exógenas no processo auto-regressivo de primeira ordem não altera a direção do viés do estimador do coeficiente da variável dependente defasada", e identificar o viés assintótico de um processo auto-regressivo de alta ordem mostra-se demasiadamente difícil (Hsiao, 2003, p.73).

Já uma estimação por Efeitos-Fixos "resultaria em uma estimativa de β_1 seriamente enviesada para baixo em painéis" com T pequeno (Bond et al., 2001, p.7). Nerlove (1971), Nickell (1981) e Anderson e Hsiao (1982) provaram que, dada a presença de efeitos individuais, o estimador de covariância em um painel dinâmico é inconsistente quando utilizados Efeitos-Fixos. Quando T é fixo, não importa quão grande seja N, o estimador será enviesado, devido à μ_i ser não correlacionado com o efeito individual não observável e ser distribuído de forma idêntica e independente, dado a Lei dos Grandes Números (Rao, 1973). "Isso é ocasionado por ter-se que eliminar o efeito individual não conhecido de cada observação, o que cria uma correlação de ordem $1/T$ entre as variáveis explanatórias e os resíduos do modelo transformado" (Hsiao, 2003, p.72):

$$(y_{i,t} - \bar{y}_i) = \beta_1 (y_{i,t-1} - \bar{y}_{i,-1}) + (\mu_{i,t} + \bar{\mu}_i)\,. \tag{16}$$

No entanto, pode-se estimar β_1 de maneira consistente pelo uso de um estimador assintóticamente não enviesado combinado ao uso de variáveis instrumentais (Hsiao, 2003). Pode-se considerar que β_1 foi estimado de forma consistente quando o valor obtido encontra-se no intervalo entre a estimação por MQO e Efeitos-Fixos. Caso o coeficiente do GMM esteja muito próximo ou abaixo da estimativa de Efeitos-Fixos "parece provável que a estimação esteja, também, enviesada para baixo, devido aos instrumentos fracos", podendo ser considerado como um indício de que o viés possa ser significante (Bond et al., 2001,

p.7). Nesses casos, Bond et al. (2001, p.7) sugerem que verifique-se "a qualidade dos instrumentos pelo estudo de equações de forma reduzida, para variáveis dependentes defasadas, diretamente ou considerar estimadores alternativos que possam ter melhores propriedades para amostras finitas diante de séries persistentes". Dado que as estimações de β_1 por MQO e Efeitos-Fixos possuem viés "em direções opostas, então, deixando de lado a variabilidade amostral e considerações de amostra-pequena, uma estimação consistente do parâmetro deve ficar entre esses dois extremos" (Nerlove, 1999). Isso implica que "formalmente, quando as variáveis explanatórias, com exceção de $y_{i,t-1}$, são estritamente exógenas" (Durlauf, 2005, p.663), temos

$$p\lim \hat{\beta}_{\text{EF}} < p\lim \hat{\beta} < p\lim \hat{\beta}_{\text{MQO}}, \tag{17}$$

onde $\hat{\beta}_{\text{EF}}$ é obtido pela estimação por Efeitos-Fixos; $\hat{\beta}_{\text{MQO}}$ é obtido pela estimação por MQO; $\hat{\beta}$ é parâmetro consistente.

No entanto, a condição (17) pôde ser apenas intuitivamente observada nesse estudo, dado que a endogeneidade dos regressores é tratada por meio de variáveis instrumentais. Contudo, tanto Bond et al. (2001) como Durlauf (2005) defendem que dado que o viés dos estimadores MQO e Efeitos-Fixos possuem direções opostas, é esperado que uma estimação consistente de β_1 encontre-se entre os coeficientes obtidos por esses métodos.

4. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Diante da metodologia exposta, o modelo em (15) foi estimado por meio de quatro métodos econométricos distintos, cujos resultados encontram-se nas quatro seções seguintes, com o intuito de identificar qual das técnicas resultaria em um $\beta_1 \in (\beta_{1(\text{EF})}, \beta_{1(\text{MQO})})$ (Bond et al., 2001), o que intuitivamente sugeriria que o β_1 atendeu ao critério exposto em (17) (Durlauf, 2005). Para captar a não-linearidade entre desigualdade e crescimento, adotou-se a metodologia proposta por Barro (2000). Incluiu-se no modelo uma Variável de Interação dada pelo produto do Ln do PIB per capita e a Variável de Desigualdade (e.g. Gini de Renda). "Um coeficiente positivo na Variável de Interação indica que o impacto negativo da desigualdade é maior" para valores baixos de PIB per capita. "Esse efeito atenua-se com o aumento do PIB" até o ponto em que o "efeito estimado da desigualdade torna-se positivo" (Barro, 2008, p.7):

$$y_{i,t} = [\beta_2 Gini + \beta_3 (Gini \times PIB)]. \tag{18}$$

4.1. Método dos Mínimos Quadrados (MQO) em Painel

Por ser considerado o *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE), estimou-se (15) pelo método MQO com AR(1). Os valores dos coeficientes da Variável de Desigualdade apresentados na Tabela 1 sugerem efeito negativo da desigualdade no crescimento para baixos valores de PIB per capita. Já os coeficientes com sinal positivo da Variável de Interação sugerem efeito contrário quando tem-se um PIB per capita elevado. Dessa forma, não rejeitou-se a presença de não-linearidade entre desigualdade e crescimento.

Tabela 1. Coeficientes das variáveis de desigualdade (MQO).

Variável	Gini	L-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Desigualdade	$-0{,}861^{*}$	$-0{,}729^{***}$	$-0{,}009^{**}$	0,002	$-0{,}006^{*}$
Interação	$0{,}0956^{***}$	$0{,}081^{***}$	$0{,}001^{**}$	$-0{,}000008$	$0{,}00002^{**}$

$^{***}\ p < 0{,}01$; $^{**}\ p < 0{,}05$; $^{*}\ p < 0{,}1$.

4.2. Método MQO com Efeitos-Fixos em Painel (Efeitos-Fixos)

Buscando minimizar a possível presença de viés na estimação por MQO advinda dos efeitos específicos, estimou-se (15) pelo método dos Efeitos-Fixos. Para tal, admitiu-se que esses efeitos são constantes no tempo e permitiu-se a correlação das variáveis condicionais com os mesmos. Observa-se na Tabela 2 que houve mudança na magnitude dos valores dos coeficientes de desigualdade. Contudo, ainda não rejeita-se o efeito não-linear da desigualdade no crescimento. Isso é observado pelos sinais negativo da Variável de Desigualdade e positivo na Variável de Interação.

Tabela 2. Coeficientes das variáveis de desigualdade (Efeitos-Fixos).

Variável	Gini	L-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Desigualdade	$-3{,}429^{***}$	$-1{,}983^{***}$	$-0{,}021^{***}$	$0{,}004$	$-0{,}007^{*}$
Interação	$0{,}441^{***}$	$0{,}241^{***}$	$0{,}003^{***}$	$-0{,}0000089$	$0{,}00002^{**}$

$^{***}\ p < 0{,}01$; $^{**}\ p < 0{,}05$; $^{*}\ p < 0{,}1$.

4.3. Método MM em Primeira Diferença (GMM)

Com vistas a mitigar o possível viés para baixo no estimador de Efeitos-Fixos devido à possibilidade do estimador de covariância ser inconsistente, dado o fato da dimensão temporal do painel ser pequena e fixa (15 anos), utilizou-se o método GMM. A equação (15) foi diferenciada em primeira ordem, resultando em uma nova equação livre dos efeitos fixos não observáveis. A endogeneidade presente nas variáveis explanatórias foi tratada pela utilização dos regressores defasados em no mínimo dois períodos como instrumentos da nova equação, conforme sugerido na literatura. Admitiu-se que os erros não são serialmente correlacionados e os regressores foram predeterminados por ao menos um período. Os coeficientes exibidos na Tabela 3 apresentaram mudança na magnitude dos valores comparados ao MQO e Efeitos-Fixos. Novamente a não-linearidade não foi rejeitada.

Tabela 3. Coeficientes das variáveis de desigualdade (GMM).

Variável	Gini	L-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Desigualdade	$-10{,}756^{***}$	$-7{,}956^{***}$	$-0{,}041^{**}$	$0{,}003$	$-0{,}0144^{**}$
Interação	$1{,}343^{***}$	$0{,}951^{***}$	$0{,}005^{**}$	$-0{,}000015$	$0{,}000038^{***}$

$^{***}\ p < 0{,}01$; $^{**}\ p < 0{,}05$; $^{*}\ p < 0{,}1$.

4.4. Generalized Method of Moments System

Objetivando sanar o problema da fraca instrumentalização no método GMM (Teste de Sargan de sobre-identificação apresentou Valor-p da Estatística J 0,0000), estimou-se (15) por meio do System-GMM a partir da adição da condição de momento (11) às condições já estabelecidas no GMM. Nas novas regressões de (15) os níveis defasados foram usados como instrumentos para as primeiras diferenças. Já as primeiras diferenças defasadas foram empregadas como instrumentos para a equação em nível. Todos os instrumentos foram defasados em ao menos dois períodos, acompanhando a literatura. O System-GMM propiciou um menor *ranking* de instrumentos relativo à estimação por GMM, o que minimiza a

possibilidade de *over-fitting*. Nota-se na Tabela 4 que a não-linearidade na relação entre desigualdade e crescimento não foi rejeitada, dados os coeficientes negativos da variável de Desigualdade e positivos na variável de Interação. Os resultados foram significantes estatisticamente quando a desigualdade foi mensurada pelo Gini de Renda, L de Theil e Taxa de Extrema Pobreza. Desse modo, encontraram-se evidências de efeito positivo da desigualdade diante de um PIB per capita elevado e negativo quando o PIB per capita é baixo. Tais resultados são similares aos de Barro (2000, 2008) e Voitchovsky (2005).

Tabela 4. Coeficientes das Variáveis de Desigualdade System-GMM.

Variável	Gini	L-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Desigualdade	$-5{,}075^{***}$	$-2{,}988^{*}$	$-0{,}022$	$0{,}011^{*}$	$-0{,}002$
Interação	$0{,}678^{***}$	$0{,}359^{*}$	$0{,}003$	$-0{,}00003^{*}$	$0{,}000009$

$^{***}\ p < 0{,}01$; $^{**}\ p < 0{,}05$; $^{*}\ p < 0{,}1$.

A Taxa de Extrema Pobreza apresentou coeficiente positivo, enquanto sua variável de Interação exibiu valor negativo. Os sinais contrários às demais medidas conflui com a hipótese de Attanasio e Binelli (2004) de que, dado um cenário de extrema pobreza (entendida como um baixo nível de renda individual), a desigualdade exerce efeito positivo no crescimento. A concentração de renda nesse ambiente configura-se como condição suficiente para a acumulação de capital, fisico e humano. à medida que a renda agregada se eleva, verifica-se o efeito da incompletude dos mercados de crédito (Variável de Interação negativa).

Nota-se na Tabela 5, a título de exemplificação, que na regressão que adotou-se o método System-GMM e o Gini de renda, obtêve-se um coeficiente $\beta_1 = -0{,}168797 \in (-0{,}234767, -0{,}124732)$, o que corrobora com a metodologia proposta por Bond et al. (2001) na qual um estimador é considerado consistente quando o coeficiente β_1 encontra-se no intervalo entre os valores resultantes das estimações por MQO e Efeitos-Fixos. Na regressão com o L de Theil, obtêve-se $\beta_1 = -0{,}222484 \in (-0{,}230902, -0{,}128536)$. Os demais intervalos podem ser calculados consultando a Tabela 5.

Tabela 5. Coeficientes de β_1 MQO, System-GMM, Efeitos-Fixos e GMM.

Método	Gini	L-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
MQO	$-0{,}12473^{***}$	$-0{,}12854^{***}$	$-0{,}12021^{***}$	$-0{,}105773^{**}$	$-0{,}10867^{**}$
System-GMM	$-0{,}16879^{***}$	$-0{,}22248^{****}$	$-0{,}21169^{***}$	$-0{,}184824^{**}$	$-0{,}193142^{*}$
Efeito-Fixo	$-0{,}34723^{***}$	$-0{,}23090^{***}$	$-0{,}23186$	$-0{,}1996^{***}$	$-0{,}200268^{***}$
GMM	$-0{,}34723^{***}$	$-0{,}36032^{***}$	$-0{,}21423^{***}$	$-0{,}21134^{***}$	$-0{,}20982^{***}$

$^{***}\ p < 0{,}01$; $^{**}\ p < 0{,}05$; $^{*}\ p < 0{,}1$.

Bond et al. (2001, p.7) ressaltam que se o coeficiente de β_1 obtido pela técnica GMM for "muito próximo ou inferior à estimativa de Efeitos-Fixos parece provável que a estimativa GMM é também enviesada para baixo, talvez devido aos instrumentos fracos". A título de exemplificação, na regressão do Gini de Renda, o $|\beta_1|$ do estimador GMM está a uma distância de 0,222505 do $|\beta_1|$ obtido na estimação por MQO. Já a distância do $|\beta_1|$ oriundo do estimador de Efeitos-Fixos é menor e igual a 0,11247. A única regressão na qual o β_1 do GMM ficou entre os do MQO e do Efeitos-Fixos foi na regressão que considera a Taxa de Pobreza. No entanto, o coeficiente está mais próximo do de Efeitos-Fixos, quando comparado ao coeficiente do System-GMM.

Com o intuito de atestar a validade das variáveis instrumentais utilizadas, aplicou-se o Teste de Sargan para sobre-identificação. Os Valores-p da Estatística J na Tabela 6 sugerem que os instrumentos utilizados em todas as regressões que adotaram o System-GMM são válidos, ou seja, não rejeitou-se a hipótese nula de que os instrumentos são não-correlacionados com o termo de erro, $\mathrm{Cov}[\boldsymbol{Z}_i^+ \boldsymbol{\mu}_i] = 0$, hipótese a qual foi rejeitada no método GMM.

Tabela 6. *Valores-P Teste de Sargan System-GMM e GMM.*

Variável	Gini	L-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
System-GMM	0,226666	0,160055	0,112700	0,155834	0,141097
GMM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Desse modo, as estimações do β_1 pelo método System-GMM, conforme metodologia proposta por Bond et al. (2001), encontram-se no intervalo entre os resultantes do MQO e Efeitos-Fixos, como visto na Tabela 5. Pode-se notar de forma intuitiva na Tabela 5 que, conforme apontado por Durlauf (2005), $p\lim \hat{\beta}_{\text{EF}} < p\lim \hat{\beta}_{\text{SYS-GMM}} < p\lim \hat{\beta}_{\text{MQO}}$. Além disso, como verificado na Tabela 6, os resultados obtidos para o Teste de Sargan de sobre-identificação sugerem que os instrumentos mostraram-se válidos em todas as regressões nas quais empregou-se o método System-GMM. Tais fatos sugerem que a técnica System-GMM mostrou-se assintóticamente não enviesada com variáveis instrumentais válidas, condições tidas como suficientes para que um estimador seja consistente, conforme apontado por Hsiao (2003). Com base nesses resultados, as hipóteses acerca dos efeitos da desigualdade no crescimento foram discutidas apenas com base nesse estimador.

4.5. Discussão dos resultados — método System-GMM

Como já dito no tópico anterior, a não-linearidade não foi rejeitada, como exposto na Tabela 7, o que corrobora com Voitchovsky (2005) e Barro (2000, 2008).

Pode ser observado na Tabela 8 que a variável Esperança de Vida apresentou sinal negativo, resultado repetido em todas as demais técnicas de estimação adotadas nesse estudo, o que contraria a teoria do crescimento. Mesmo que usualmente assuma-se que a Esperança de Vida impacte positivamente no crescimento, por ser uma proxy para saúde, caso admita-se a hipótese da instabilidade social, o efeito tende a possuir sinal contrário. Isso decorre da violência resultante da falta de estabilidade social aumentar os gastos com saúde e segurança, o que eleva o custo de vida geral dos indivíduos, além de direcionar recursos produtivos para atenuar os efeitos decorrentes do ambiente instável, efeitos confluentes com Bourguignon (2004).

Para analisar a hipótese da incompletude dos mercados, observou-se os coeficientes das variáveis Escolaridade Média e Analfabetismo, as quais constituem proxies para os efeitos da restrição do crédito no crescimento. Dada a incompletude dos mercados de crédito, credores buscam minimizar possíveis problemas de inadimplência. Um indivíduo de baixa renda, por não possuir dotação inicial suficiente, é impedido de acumular capital humano, o que subutiliza o seu potencial produtivo (Aghion & Bolton, 1992, 1997; Ehrhart, 2009; Piketty, 1992, 1997). Isso implica em elevação dos custos de transação para elaborar e fiscalizar os contratos de forma a garantir os pagamentos. Devido ao aumento dos custos de transação, os investimentos realizados ficam condicionados diretamente à renda e aos ativos dos indivíduos, o que ocasiona distorções nos padrões de investimento. Os custos adicionais gerados resultam em um maior spread entre as taxas de juros do rentista e do tomador de crédito, o que faz com que o crédito se torne mais restrito à parcela da população de mais baixa renda (Banerjee & Newman, 1993; Galor & Zeira, 1993), uma vez que os investimentos em capital humano não possuem a liquidez necessária para servir como colateral (Carneiro & Heckman, 2002). Esse mecanismo, associado às imperfeições do mercado de

Tabela 7. Resultados das Regressões por System-GMM.

Variáveis Independentes	Variável Dependente: Taxa de Crescimento do PIB				
	Gini	*L*-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Variável de Desigualdade	$-5{,}075^{***}$	$-2{,}988^{*}$	$-0{,}022$	$0{,}011^{*}$	$-0{,}0024$
Variável de Interação*	$0{,}678^{***}$	$0{,}359^{*}$	$0{,}003$	$-0{,}00003^{*}$	$0{,}000009$
Taxa de Crescimento PIB (-1)	$-0{,}169^{***}$	$-0{,}222^{***}$	$-0{,}212^{***}$	$-0{,}185^{**}$	$-0{,}193^{*}$
Taxa de Homicídios	$-0{,}000006$	$-0{,}0004$	$0{,}0025$	$0{,}0022$	$0{,}0015$
Escolaridade Média	$-0{,}011$	$0{,}01$	$0{,}015^{*}$	$0{,}008$	$0{,}0135$
Taxa De Analfabetismo	$-0{,}02^{***}$	$-0{,}021^{***}$	$-0{,}007^{*}$	$-0{,}0033$	$-0{,}015^{***}$
Ln da Taxa de Fertilidade	$-0{,}179$	$-0{,}016$	$-0{,}247$	$-0{,}235$	$-0{,}31$
Esperança de Vida	$-0{,}06^{***}$	$-0{,}057^{***}$	$-0{,}045^{***}$	$-0{,}03^{**}$	$-0{,}057^{***}$
Grau de Abertura Econômica	$0{,}356$	$0{,}427^{*}$	$0{,}249$	$0{,}33^{**}$	$0{,}324^{*}$
(Receitas Públicas)/PIB	$2{,}428^{***}$	$2{,}554^{***}$	$1{,}186^{**}$	$1{,}4^{**}$	$0{,}812$ [0,33]
(Gastos Públicos)/PIB	$-1{,}647^{*}$	$-2{,}19^{***}$	$-1{,}46^{***}$	$-1{,}876^{***}$	$-1{,}316^{**}$
(Investimentos Públicos)/PIB	$-0{,}42$	$-0{,}956$	$-0{,}592$	$-0{,}645$	$-0{,}276$
Gastos Públicos com Educação	$-1{,}62$	$-2{,}82^{**}$	$-1{,}814$	$-2{,}99^{**}$	$-2{,}623$
Desv. Pad. da Regressão	0,091668	0,089557	0,087636	0,088629	0,088567
Soma do Quadrado dos Resíduos	2,386481	2,409556	2,181162	2,073738	2,227720
Ranking de Instrumentos	27	27	27	27	27
Desv. Pad. da Var. Dependente	0,089557	0,089557	0,089557	0,088849	0,089557
Estatística J	17,57832	19,12963	20,58678	19,24400	19,66396
Valor-p (Estatística J)	0,226666	0,160055	0,112700	0,155834	0,141097

Notas: Amostra Ajustada: 1999 2009. Períodos: 11. Cross-sections: 27. Observações Totais do Painel (balanceado): 297. Cross-section Fixo: Desvios Ortogonais. Matriz de ponderação dos instrumentos: White period. Erros Padrão Robustos e Covariância: White period (no d.f. correction). * Produto (Ln do PIB) × (Desigualdade). $^{***}\ p < 0{,}01$; $^{**}\ p < 0{,}05$; $^{*}\ p < 0{,}1$.

Tabela 8. *Coeficientes da variável Esperança de Vida.*

Variável	Gini	*L*-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Esperança de Vida	−0,0603***	−0,0567***	−0,0448***	−0,0303**	−0,0569***

*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

seguros, faz com que os investimentos não sejam destinados aos projetos mais rentáveis e sim aos mais seguros (Banerjee & Newman, 1991).

Alesina e Rodrik (1994) encontraram evidencias empíricas que sugerem que o efeito da incompletude dos mercados na taxa de crescimento pode ser avaliado a partir dos níveis de escolaridade primária. Barro (2000) adotou níveis de escolaridade como uma de suas proxies para incompletude do mercado de créditos e evidenciou não-linearidade, com a desigualdade exercendo efeito positivo no crescimento dos países desenvolvidos e negativo nos demais. Barro (2008) investigou possíveis efeitos indiretos ao analisar a interação da desigualdade com a fertilidade (efeito positivo), democracia (efeito negativo) e ensino secundário (efeito negativo). Os resultados da interação das variáveis com o Gini não apresentaram significância estatística ou resultaram em coeficientes muito pequenos, sendo, desse modo, suplantados pelo efeito direto da desigualdade no crescimento (Barro, 2008).

Como verificado na Tabela 9, nossos resultados sugerem que a Taxa de Analfabetismo possui um coeficiente negativo e estatisticamente significativo, de forma que não é possível rejeitar a hipótese da incompletude dos mercados. Nesse caso, nossos resultados corroboram com evidências apresentadas por Carneiro e Heckman (2002) e Piketty (1997) nas quais indivíduos que não possuem qualificação mínima têm o seu potencial produtivo subutilizado, o que mitiga o crescimento.

Tabela 9. *Coeficientes das Variáveis, Escolaridade Média e Taxa de Analfabetismo.*

Variável	Gini	*L*-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Escolaridade	−0,010768	0,010359	0,015519*	0,007878	0,013517
Analfabetismo	−0,02042***	−0,02151***	−0,00662*	−0,003328	−0,014882***

*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

A hipótese da economia política foi testada pelas variáveis Receitas Públicas, Gastos Públicos, Investimentos Públicos e Gastos Públicos com Educação, e os valores seguem apresentados na Tabela 10. Dado o Teorema do Eleitor Mediano, a desigualdade implica em maior demanda por políticas redistributivas, o que desestimula a poupança, investimento e trabalho. Essa hipótese não foi rejeitada, dado o efeito negativo dos Gastos Públicos, o que corrobora com Alesina e Rodrik (1994). O sinal positivo das Receitas Públicas pode advir de sua correlação positiva com o crescimento, ou seja, à medida que a o PIB cresce, maior é o montante arrecadado pelos impostos. Desse modo, as evidências obtidas contradizem a ideia de que a redução da desigualdade por meio de políticas redistributivas é a característica que permite ao Brasil crescer à medida que se reduz a desigualdade.

Nesse trabalho visou-se controlar por outros dois efeitos com a inclusão do Grau de Abertura Econômica. Primeiro, o de que sociedades com baixa estabilidade social possuem menores capacidades de resposta a choques internacionais. Segundo, dado os influxos de investimentos internacionais, os agentes econômicos passam a ter acesso à tecnologia de ponta. Como nota-se na Tabela 11, os coeficientes obtidos nas regressões com o L de Theil, Extrema Pobreza e (10% Ricos)/(40% Pobres) são positivos, o que corrobora com as evidências de Barro (2008) e Barro e Sala-i-Martin (1995) de que maior abertura

Tabela 10. Coeficientes das Variáveis, Escolaridade Média e Taxa de Analfabetismo.

Variável	Gini	*L*-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Receitas Públicas	2,4275***	2,5542***	1,186**	1,3999**	0,8119
Gastos Públicos	−1,6475*	−2,1894***	−1,4592***	−1,8763***	−1,3161**
Invest. Públicos	−0,4204	−0,9561	−0,5920	−0,6448	−0,2761
Educação Pública	−1,6198	−2,8184**	−1,8144	−2,9873**	−2,6235

*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

econômica é benéfica ao crescimento.

Por fim, observa-se na Tabela 12 que o efeito isolado da desigualdade no crescimento no Brasil, derivado de (18) e mensurado pelo Gini de renda, mostra-se positivo, o que sugere que para os níveis de PIB per capita de 2009 a desigualdade foi positiva para o crescimento. Para que o efeito negativo suplantasse o positivo, seria necessário que o PIB assumisse o valor de R$ 1.789,54 (Ano-base 2000). Dado um intervalo de confiança (nível de confiança de 99%), a média do *Efeito* está no intervalo $(0{,}71, 1{,}02)$, o que sugere fortes indícios de que esse efeito seja positivo.

5. CONCLUSÃO

A presente pesquisa visou identificar o efeito da desigualdade no crescimento. De maneira distinta aos demais estudos, que valem-se em sua maioria de modelos com equação reduzida, estimou-se um modelo que incluiu variáveis de controle dos principais canais apontados pela teoria pelos quais a desigualdade afeta o crescimento. Devido a isso, acredita-se que o controle dos efeitos indiretos da desigualdade no crescimento foi efetuado com maior acuidade.

Partiu-se da premissa de que a desigualdade possui causalidade não-linear com o crescimento. Para verificar a existência de não-linearidade, incluiu-se como um dos regressores uma variável de interação entre desigualdade e o Ln do PIB per capita. Os resultados corroboraram com os de Barro (2000, 2008) e Voitchovsky (2005), nos quais a desigualdade exerce efeito positivo no crescimento para níveis de PIB per capita mais elevados (coeficiente da Variável de Interação) e efeito negativo nos de PIB baixo (coeficiente da Variável de Desigualdade). Isso contradiz a concepção teórica proposta por Bénabou (2000) e Galor (2010) de que o efeito da desigualdade no crescimento possui formato de U-invertido, confluindo com o questionamento de de Dominicis et al. (2008) à essa concepção. de Dominicis et al. (2008) arguem que o contexto atual dos países em desenvolvimento é distinto do vivenciado pelos países desenvolvidos, no qual esse modelo pôde ser verificado. Isso decorre do fato dos influxos de investimentos internacionais permitirem aos indivíduos de baixa renda o acesso à tecnologia de ponta, o que mitiga os efeitos positivos que a desigualdade exerce na acumulação de capital físico, dado um baixo PIB per capita. Sendo assim, a acumulação de capital humano seria a principal engrenagem do crescimento, mesmo sem a presença de um alto PIB per capita.

Tabela 11. Coeficientes da Variável Grau de Abertura Econômica.

Variável	Gini	*L*-Theil	Pobreza	Extr. Pobreza	$\frac{\text{10\% Ricos}}{\text{40\% Pobres}}$
Abertura Econômica	0,35629	0,427269*	0,248703	0,330436**	0,323839*

*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela 12. Efeito da Desigualdade no Crescimento Derivado da Equação (18) — PIB 2009 (Ano-base 2000).

Descrição	PIB per capita (R$)	Efeito	Descrição	PIB per capita (R$)	Efeito
Break Even Negativo	1.789,54	−2,2E−7	Região Norte	5.131,34	0,713773
Break Even Positivo	1.789,55	3,57E−6	Acre	5.161,12	0,717694
Brasil	8.169,78	1,028901	Amapá	5.706,41	0,785749
Região Sudeste	10.695,21	1,211412	Amazonas	7.060,66	0,930039
Espírito Santo	9.245,48	1,112714	Pará	3.795,32	0,509415
Minas Gerais	6.919,50	0,916356	Rondônia	6.497,88	0,873757
Rio de Janeiro	10.673,85	1,210057	Roraima	6.408,50	0,864372
São Paulo	12.653,43	1,325336	Tocantins	5.446,16	0,754119
Região Nordeste	3.944,33	0,535509	Região Centro-Oeste	10.800,20	1,218031
Alagoas	3.249,15	0,404135	Distrito Federal	24.357,46	1,769093
Bahia	4.522,35	0,628171	Goiás	6.976,51	0,921915
Ceará	3.711,98	0,49437	Mato Grosso	9.217,53	1,110662
Maranhão	3.022,77	0,3552	Mato Grosso do Sul	7.440,24	0,965521
Paraíba	3.678,70	0,488268	Região Sul	9.332,15	1,119036
Pernambuco	4.298,87	0,593831	Paraná	8.585,79	1,062555
Piauí	2.922,16	0,332263	Rio Grande do Sul	9.551,27	1,134762
Rio Grande do Norte	4.294,99	0,593219	Santa Catarina	10.244,80	1,182258
Sergipe	4.726,41	0,658075			

Não rejeitou-se também a hipótese da incompletude dos mercados de crédito, diante dos coeficientes negativos e significantes estatisticamente da Taxa de Analfabetismo em todas as regressões que empregaram o método System-GMM. Desse modo, as evidências sugerem que, dada a impossibilidade de se investir em educação devido principalmente ao crédito restrito, a parcela de indivíduos sem a qualificação mínima requerida pelo mercado mitiga as taxas de crescimento do PIB per capita. O argumento da economia política, dado o Teorema do Eleitor Mediano, também não foi rejeitado. Os coeficientes dos Gastos Públicos mostraram-se negativos e significantes estatisticamente, mesmo mensurando-se a desigualdade por cinco medidas distintas. Assim, as evidências sugerem que a pressão exercida pela sociedade por mais políticas redistributivas como forma de atenuar os efeitos da distinção de renda implicam em um impacto negativo na taxa de crescimento. Isso contraria a concepção de que a política redistributiva brasileira é a característica distintiva que permite ao país crescer e reduzir desigualdade concomitantemente. Essa dinâmica parece advir do fato de que a desigualdade exerce efeito negativo no crescimento para níveis de baixo PIB per capita.

A análise em um único país apresentou evidências de que os problemas de comparabilidade de dados em Atkinson e Brandolini (2009) e Banerjee e Duflo (2003) foram mitigados. Além disso, a adoção de um modelo que incluiu variáveis de controle dos principais canais pelos quais a desigualdade pode afetar o crescimento mostrou-se eficiente diante do problema ressaltado por Voitchovsky (2005), no qual a técnica econométrica pode influenciar o sinal do resultado obtido. Os resultados obtidos sugerem que tanto as técnicas que valem-se mais da variação das séries temporais (e quetendem a indicar efeito positivo da desigualdade) quanto os métodos que utilizam mais os dados cross-section (e que tendem a indicar efeito negativo) apresentaram os mesmos sinais, apenas com diferença na magnitude do efeito.

Foi possível também, após estimar-se por quatro técnicas econométricas distintas, tecer considerações acerca dos estimadores. Corroborando com a literatura (Bond et al., 2001; Durlauf, 2005), ao analisar-se os coeficientes do termo auto-regressivo, o método MQO em Painel com AR(1) apresentou

viés para cima (Hsiao, 2003; Nerlove, 1967; Trognon, 1978). A técnica dos Efeitos-Fixos mostrou-se enviesada para baixo (Anderson & Hsiao, 1982; Nerlove, 1971; Nickell, 1981). Já com relação ao estimador GMM, devido à fraca instrumentalização, obteve-se resultados próximos aos dos Efeitos-Fixos. Por fim, a estimação por System-GMM, de forma intuitiva, apresentou evidencias que atenderam aos critérios de consistências em (17) e ao Teste de Sargan de sobre-identificação.

Admitindo-se a validade das premissas sobre a interação entre desigualdade, fertilidade e educação, tem-se um fato interessante para o caso brasileiro, o qual sugere-se exploração em estudos futuros. Dado que os agentes econômicos com baixa renda possuem incentivos ao aumento do número de filhos como forma alternativa para elevar a renda familiar, tem-se um efeito negativo no crescimento devido ao baixo acumulo de capital humano. As políticas redistributivas brasileiras ocasionariam um incentivo adicional a esse movimento. Pelo fato de programas como o Bolsa Escola condicionarem à assistência a frequência das crianças na escola, tem-se um desincentivo às famílias com baixa renda a buscarem qualificação fora da rede pública. Os coeficientes dos Gastos Públicos com Educação, na estimação pelo System-GMM, para o L de Theil ($-2{,}818^{**}$) e para a Taxa de Pobreza Extrema ($-2{,}987^{**}$), mostram evidências que sugerem tal possibilidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aghion, P., & Bolton, P. (1992). Distribution and growth in models of imperfect capital markets. *European Economic Review*, *36*(2–3), 603–611.

Aghion, P., & Bolton, P. (1997). A theory of trickle-down growth and development. *Review of Economic Studies*, *64*(2), 151–172.

Aghion, P., Caroli, E. & Garcia-Penalosa, C. (1999). Inequality and economic growth: The perspective of the new growth theories. *Journal of Economic Literature*, *37*(4), 1615–1660. doi: 10.1257/jel.37.4.1615

Alesina, A., & Perotti, R. (1996). Income distribution, political instability, and investment. *European Economic Review*, *40*(6), 1203–1228.

Alesina, A., & Rodrik, D. (1994). Distributive politics and economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, *109*(2), 465-490. doi: 10.2307/2118470

Anderson, T. W., & Hsiao, C. (1982). Formulation and estimation of dynamic models using panel data. *Journal of Econometrics*, *18*(1), 47–82. doi: 10.1016/0304-4076(82)90095-1

Arellano, M., & Bond, S. R. (1991). Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations. *Review of Economic Studies*, *58*(2), 277–297. doi: 10.2307/2297968

Arellano, M., & Bover, O. (1995). Another look at the instrumental variable estimation of error-components models. *Journal of Econometrics*, *68*(1), 29–51. doi: 10.1016/0304-4076(94)01642-D

Atkinson, A. B., & Brandolini, A. (2009). On data: A case study of the evolution of income inequality across time and across countries. *Cambridge Journal of Economics*, *33*(3), 381–404. doi: 10.1093/cje/bel013

Attanasio, O., & Binelli, C. (2004). Inequality, growth and redistributive policies. In *Poverty, inequality and growth: Proceedings of the AFD–EUDN Conference, 2003* (pp. 179–223). Paris. Disponível em: http://www.afd.fr/webdav/site/afd/shared/PUBLICATIONS/RECHERCHE/Archives/Notes-et-documents/10-notes-documents.pdf

Banerjee, A. V., & Duflo, E. (2003). Inequality and growth: What can the data say? *Journal of Economic Growth*, *8*(3), 267–299. doi: 10.1023/A:1026205114860

Banerjee, A. V., & Newman, A. (1993). Occupational choice and the process of development. *Journal of Political Economy*, *101*(2), 274–298. Disponível em: http://EconPapers.repec.org/RePEc:ucp:jpolec:v:101:y:1993:i:2:p:274-98

Banerjee, A. V., & Newman, A. F. (1991). Risk-bearing and the theory of income distribution. *Review of Economic Studies*, *58*(2), 211–235. doi: 10.2307/2297965

Barro, R. J. (2000). Inequality and growth in a panel of countries. *Journal of Economic Growth*, *5*(1), 5–32. doi: 10.1023/A:1009850119329

Barro, R. J. (2008, Jan). *Inequality and growth revisited* (Working Papers on Regional Economic Integration Nº 11). Asian Development Bank. Disponível em: http://ideas.repec.org/p/ris/adbrei/0011.html

Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (1995). *Economic growth*. New York: McGraw-Hill.

BBC Brasil. (2011, dezembro 05). Apesar de redução, Brasil mantém maior desigualdade entre Brics, diz OCDE. *Mediacon news*. Acessado em 11 de maio de 2012: http://www.midiacon.com.br/materia.asp?id_canal=5&id=41881

BBC Brasil. (2012, janeiro 19). Brasil é o segundo país com maior desigualdade do G20, de acordo com um estudo realizado nos países que compoem o grupo. *BBC Brasil*. Acessado em 11 de maio de 2012: http://www.bbc.co.uk/portuguese/noticias/2012/01/120118_desigualdade_pesquisa.shtml

Black, D. (1948). On the rationale of group decision-making. *Journal of Political Economy*, *56*(1), 23-34. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1825026

Blundell, R., & Bond, S. (1998). Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models. *Journal of Econometrics*, *87*(1), 115–143. doi: 10.1016/S0304-4076(98)00009-8

Bond, S., Hoeffler, A. & Temple, J. (2001, Sept). *GMM estimation of empirical growth models* (Discussion Paper Series Nº 2001-W21). Economics Group, Nuffield College, University of Oxford. Disponível em: http://www.nuffield.ox.ac.uk/economics/papers/2001/w21/bht10.pdf

Bourguignon, F. (1981). Pareto superiority of unegalitarian equilibria in Stiglitz' model of wealth distribution with convex saving function. *Econometrica*, *49*(6), 1469–1475. doi: http://www.jstor.org/stable/1911412

Bourguignon, F. (2004, Mar). *The poverty-growth-inequality triangle* (Working Paper Nº 125). New Delhi, India: Indian Council for Research on International Economic Relations. Disponível em: http://siteresources.worldbank.org/INTPGI/Resources/342674-1206111890151/15185_ICRIER_paper-final.pdf

Brock, W. A., & Durlauf, S. N. (2001). What have we learned from a decade of empirical research on growth? Growth empirics and reality. *World Bank Economic Review*, *15*(2), 229–271. doi: 10.1093/wber/15.2.229

Bun, M., & Kleibergen, F. (2010, April 9). *GMM based inference for panel data models*. Paper presented at the 2nd Amsterdam-Bonn Workshop in Econometrics, Amsterdam, NL. Disponível em: https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=paneldata2010&paper_id=72

Bénabou, R. (2000). Unequal societies: Income distribution and the social contract. *American Economic Review*, *90*(1), 96-129. doi: 10.1257/aer.90.1.96

Carneiro, P., & Heckman, J. J. (2002). The evidence on credit constraints in post-secondary schooling. *The Economic Journal*, *112*(482), 989–1018. doi: 10.1111/1468-0297.00075

Clarke, G. R. G. (1995). More evidence on income distribution and growth. *Journal of Development Economics*, *47*(2), 403–427. doi: 10.1016/0304-3878(94)00069-O

Deininger, K., & Okidi, J. (2003). Growth and poverty reduction in Uganda, 1999-2000: Panel data evidence. *Development Policy Review*, *21*(4), 481–509. doi: 10.1111/1467-7679.00220

Deininger, K., & Squire, L. (1996). A new data set measuring income inequality. *World Bank Economic Review*, *10*(3), 565–591. doi: 10.1093/wber/10.3.565

Deininger, K., & Squire, L. (1998). New ways of looking at old issues: Inequality and growth. *Journal of Development Economics*, *57*(2), 259–287. doi: 10.1016/S0304-3878(98)00099-6

de Dominicis, L., Florax, R. J. G. M. & de Groot, H. L. F. (2008). A meta-analysis on the relationship between income inequality and economic growth. *Scottish Journal of Political Economy*, *55*(5), 654–682. doi: 10.1111/j.1467-9485.2008.00470.x

Durlauf, S. (2005). Growth econometrics. In P. Aghion & S. N. Durlauf (Eds.), *Handbook of economic growth* (Vol. 1, pp. 555–677). Elsevier.

Ehrhart, C. (2009, Feb). *The effects of inequality on growth: A survey of the theoretical and empirical literature* (Working Paper Nº WP 2009 – 107). ECINEQ, Society for the Study of Economic Inequality. Disponível em: http://www.ecineq.org/milano/WP/ECINEQ2009-107.pdf

Fielding, D., & Torres, S. (2006). A simultaneous equation model of economic development and income inequality. *The Journal of Economic Inequality*, *4*(3), 279–301. doi: 10.1007/s10888-005-9016-2

Fishlow, A. (1996). Inequality, poverty and growth: Where do we stand? In M. Bruno & B. Pleskovic (Eds.), *Annual world bank conference on development economics 1995* (pp. 25–39). Washington, D.C.: The

World Bank. Disponível em: http://documents.worldbank.org/curated/en/1996/05/696570/annual-world-bank-conference-development-economics-1995

Fleck, I. (2012, abril 2012). Para nobel de economia, Brasil é exemplo para China e Índia. *Folha/UOL*. Acessado em 2 de maio de 2012: http://www1.folha.uol.com.br/fsp/mundo/39157-paranobel-de-economia-brasil-e-um-exemplo-para-china-e-india.shtml

Forbes, K. J. (2000). A reassessment of the relationship between inequality and growth. *American Economic Review*, *90*(4), 869–887. doi: 10.1257/aer.90.4.869

Galor, O. (2010). The 2008 Lawrence R. Klein lecture–Comparative Economic Development: insights from unified growth theory. *International Economic Review*, *51*(1), 1–44. doi: 10.1111/j.1468-2354.2009.00569.x

Galor, O., & Zeira, J. (1993). Income distribution and macroeconomics. *The Review of Economic Studies*, *60*(1), 35–52. doi: 10.2307/2297811

Gregorio, J. D., & Lee, J.-W. (2004). Growth and adjustment in East Asia and Latin America. *Economia*, *5*(1), 69–134.

Griffin, K., & Ickowitz, A. (1997, Nov). *The distribution of wealth and the pace of development* (Working Paper Nº 3). United Nations Development Programme, Social Development and Poverty Elimination Division.

Gupta, D. K. (1990). *The economics of political violence: The effect of political instability on economic growth*. New York: Praeger Publishers.

Hsiao, C. (2003). *Analysis of panel data* (2nd ed.). Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511754203

Iradian, G. (2005, Feb). *Inequality, poverty, and growth: Cross-country evidence* (IMF Working Paper Nº 05/28). International Monetary Fund. Disponível em: http://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2005/wp0528.pdf

Kaldor, N. (1955–1956). Alternative theories of distribution. *The Review of Economic Studies*, *23*(2), 83–100. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/2296292

Kaldor, N. (1957). A model of economic growth. *The Economic Journal*, *67*(268), 591–624. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/2227704

Keefer, P., & Knack, S. (2002). Polarization, politics and property rights: Links between inequality and growth. *Public Choice*, *111*(1-2), 127–154. doi: 10.1023/A:1015168000336

Keynes, J. M. (1920). *The economic consequences of the peace*. New York: Harcourt, Brace, and Howe.

Knowles, S. (2005). Inequality and economic growth: The empirical relationship reconsidered in the light of comparable data. *Journal of Development Studies*, *41*(1), 135–159. doi: 10.1080/0022038042000276590

Li, H., & Zou, H.-f. (1998). Income inequality is not harmful for growth: Theory and evidence. *Review of Development Economics*, *2*(3), 318–334. doi: 10.1111/1467-9361.00045

Loury, G. (1981). Intergenerational transfers and the distribution of earnings. *Econometrica*, *49*(4), 843–67. Disponível em: http://EconPapers.repec.org/RePEc:ecm:emetrp:v:49:y:1981:i:4:p:843-67

Lucas, R. E., Jr. (2002). *Lectures on economic growth*. Harvard University Press.

Mirrlees, J. (1971). An exploration in the theory of optimum income taxation. *Review of Economic Studies*, *38*(114), 175–208. Disponível em: http://EconPapers.repec.org/RePEc:bla:restud:v:38:y:1971:i:114:p:175-208

Nancy, B., Ross, D. & Sabot, R. (1995). Inequality and growth reconsidered: Lessons from East Asia. *The World Bank Economic Review*, *9*(3), 477–508. doi: 10.1093/wber/9.3.477

Nerlove, M. (1967). Experimental evidence on the estimation of dynamic economic relations from a time series of cross-sections. *The Economic Studies Quarterly*, *18*(3), 42–74. Disponível em: http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p02b/p0266.pdf

Nerlove, M. (1971). Further evidence on the estimation of dynamic economic relations from a time series of cross sections. *Econometrica*, *39*(2), 359–382. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1913350

Nerlove, M. (1999). Properties of alternative estimators of dynamic panel models: An empirical analysis of cross-country data for the study of economic growth. In G. S. Maddala & C. Hsiao (Eds.), *Analysis of panels and limited dependent variable models*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Nickell, S. J. (1981). Biases in dynamic models with fixed effects. *Econometrica*, *49*(6), 1417–1426. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1911408

Otter, T. (2009, April). *Does inequality harm income mobility and growth? An assessment of the growth impact of income and education inequality in Paraguay 1992–2002* (IAI Discussion Paper Nº 188). Ibero-America Institute for Economic Research. Disponível em: http://EconPapers.repec.org/RePEc:got:iaidps:188

Panizza, U. (2002). Income inequality and economic growth: Evidence from american data. *Journal of Economic Growth*, *7*(1), 25–41. doi: 10.1023/A%3A1013414509803

Perotti, R. (1996). Growth, income distribution, and democracy: What the data say. *Journal of Economic Growth*, *1*(2), 149–187. doi: 10.1007/BF00138861

Persson, T., & Tabellini, G. (1994). Is inequality harmful for growth? *The American Economic Review*, *84*(3), 600–621. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/2118070

Piketty, T. (1992). *Imperfect capital markets and persistence of initial wealth inequalities* (Discussion Paper Nº TE/92/255). London School of Economics and Political Science–The Suntory and Toyota International Centres for Economics and Related Disciplines. Disponível em: http://eprints.lse.ac.uk/19371/

Piketty, T. (1997). The dynamics of the wealth distribution and the interest rate with credit rationing. *Review of Economic Studies*, *64*(2), 173–189. Disponível em: http://EconPapers.repec.org/RePEc:bla:restud:v:64:y:1997:i:2:p:173-89

Pinkovskiy, M., & Sala-i-Martin, X. (2009, October). *Parametric estimations of the world distribution of income* (Working Paper Nº 15433). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w15433

Rao, C. R. (1973). *Linear statistical inference and its applications* (2nd ed.). New York: Wiley.

Roodman, D. (2009). A note on the theme of too many instruments. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, *71*(1), 135–158. doi: 10.1111/j.1468-0084.2008.00542.x

Schipper, Y., & Hoogeveen, J. G. (2005, May). *Which inequality matters? Growth evidence based on small area welfare estimates in Uganda* (Policy Research Working Paper Nº WPS 3592). Washington, DC: World Bank. Disponível em: http://documents.worldbank.org/curated/en/2005/05/5800534/inequality-matters-growth-evidence-based-small-area-welfare-estimates-uganda

Sierminska, E., Brandolini, A. & Smeeding, T. (2006). The Luxembourg Wealth Study: A cross-country comparable database for household wealth research. *The Journal of Economic Inequality*, *4*(3), 375–383. doi: 10.1007/s10888-006-9030-z

Temple, J. (1999). The new growth evidence. *Journal of Economic Literature*, *37*(1), 112–156. doi: 10.1257/jel.37.1.112

Tower, C. (2012, Mar 12). BOC's Macklem: Brazil shows the way on growth, lower inequality. *MNI/Deutsche Börse Group*. Acessado em 11 de maio de 2012: https://mninews.marketnews.com/content/bocs-macklem-brazil-shows-way-growthlower-inequality

Trognon, A. (1978). Miscellaneous asymptotic properties of ordinary least squares and maximum likelihood estimators in dynamic error components models. *Annales de l'INSEE*, *30/31*(The Econometrics of Panel Data), 631–657. doi: http://www.jstor.org/stable/20075306

Voitchovsky, S. (2005). Does the profile of income inequality matter for economic growth? Distinguishing between the effects of inequality in different parts of the income distribution. *Journal of Economic Growth*, *10*(3), 273–296. doi: 10.1007/s10887-005-3535-3

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150009
Revista Brasileira de Economia, **69**(2), 187–212

Educação Pré-Escolar, Distorções e Crescimento Econômico*

Bruno Ricardo Delalibera†, Pedro Cavalcanti Ferreira‡

Sumário: **1. Introdução; 2. O modelo; 3. Metodologia; 4. Resultados; 5. Análise Quantitativa; 6. Sensibilidade do modelo; 7. Conclusão; A. Apêndice.**

Palavras-chave: **Educação, Distorções Econômicas, Crescimento Econômico.**

Códigos JEL: **O11, O40, O57.**

O objetivo deste trabalho é entender, pela ótica da educação, a divergência da renda per capita e a convergência dos anos de escolaridade entre os países da África Subsaariana e os países europeus entre 1960 e 2010. Para tanto, o presente trabalho utiliza um ferramental de equilíbrio geral, no qual existem dois setores na economia e consumidores homogêneos que escolhem consumo, educação formal e educação pré-escolar. De acordo com os resultados do trabalho, apesar da educação pré-escolar para os países subsaarianos ter evoluído entre 1960 e 2010 os países subsaarianos em 2010 não alcançaram essa educação pré-escolar que os europeus tinham em 1960. Além disso, a produtividade total dos fatores e a expectativa de vida foram fatores importantes para compreender esse aumento da distância da renda per capita entre os países subsaarianos e os europeus. Por fim, o principal resultado em termos de política educacional é que políticas de incentivo à educação pré-escolar são mais eficazes em impactar a renda per capita do que políticas de incentivo à formal.

The objective of this work is to understand, from the perspective of education, the divergence in per capita income and the convergence of schooling among the sub-Saharan and European countries between 1960 and 2010. This study uses a general equilibrium model where there are two sectors in the economy and homogeneous consumers who choose consumption, formal education and early childhood education. According to the results of the work, despite the evolution of early childhood education for the countries of sub-Saharan those countries did not reach early childhood education that Europeans had in 1960. Moreover, the life expectation and total factor productivity were important for understanding the increasing the distance in per capita income between sub-Saharan and European countries. Finally, the main result in terms of educational policy is that policies to encourage early childhood education are more effective to increase the per capita income than policies encouraging formal education.

*Agradecemos aos comentários de Francisco Junqueira Moreira da Costa, Samuel Pessoa, Marcelo Santos, aos Participantes do 36° encontro da SBE e as sugestões dos pareceristas anônimos. Além disso, Delalibera agradece o financiamento da Capes, e Ferreira o da Faperj e do CNPq/INCT.

†Escola de Pós-Graduação em Economia–Fundação Getúlio Vargas. R. Praia de Botafogo, 190, Botafogo, Rio de Janeiro-RJ. CEP 22250-900. Fone: (21) 98286-4895. E-mail: bruno.delalibera@fgvmail.br

‡Escola de Pós-Graduação em Economia–Fundação Getúlio Vargas. E-mail: pedro.ferreira@fgv.br

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas observa-se uma convergência nos anos de escolaridade entre países ricos e pobres, mas não se observa uma convergência na renda per capita entre esses países (Restuccia & Vandenbroucke, 2013c). Particularmente, ao analisar os dados da *Penn World Table* e do *Barro-Lee Educational Attainmennt Dataset* para os países da África subsaariana e da Europa no período de 1960 a 2010, nota-se que a renda per capita divergiu entre os dois grupos de países, apesar de haver uma convergência nos anos médio de escolaridade entre os grupos.

Uma explicação para esse resultado aparentemente contraditório é que além dos anos de escolaridade também existem outros fatores incorporados na formação do capital humano dos indivíduos que elevam a produtividade do trabalhador e, logo, a renda. Um exemplo é o investimento educacional que abrange a primeira parte da vida do agente.

O investimento na primeira infância favorece o desenvolvimento intelectual dos indivíduos e, logo, a ascensão socioeconômica. Em Rolnick e Grunewald (2003) e Schweinhart et al. (2005) o retorno do investimento na pré-escola é alto tanto para o setor privado, mediante o aumento da produtividade marginal do capital, quanto para o setor público, por meio da externalidade gerada com a melhoria socioeconomica dos agentes. Heckman, Moon, Pinto, Savelyev e Yavitz (2010) mostram que o retorno social do programa Perry Preschool[1] é entre 7% e 10%, considerado alto comparativamente a outros investimentos. Outros estudos enfatizam que os primeiros anos de vida são cruciais para a formação das conexões cerebrais que captam os diferentes estimulos do ambiente em que a criança está inserida, impactando no seu desenvolvimento intelectual, na personalidade e na sua conduta social (Irwin, Siddiqi & Hertzman, 2007; Myers & de San Jorge, 1999; Young, 1996). Em Heckman (2011) nota-se que a desigualdade econômica e intelectual entre os indivíduos começa na primeira infância, pois o diferencial de investimentos com essa fase se transforma em desigualdade de habilidade cognitiva e não cognitiva.[2] Nesse sentido, países que tivessem baixo investimento na primeira infância, teriam a priori uma baixa produtividade dos seus indivíduos o que poderia refletir em uma menor renda per capita.

Apesar da importância dessa fase de ensino para o desenvolvimento econômico não existem medidas de educação pré-escolar para grande parte dos países, dificultando o estudo de determinantes de desigualdade de renda entre os países. Assim, mensurar a educação pré-escolar para países europeus e países da África Subsaariana para os anos de 1960 e 2010 é um dos desafios tratados neste trabalho.

Além do estudo voltado para a África Subsaariana e para a Europa, este trabalho também se afasta da literatura já existente ao unir o aumento dos incentivos educacionais[3] como possível fator explicativo para a convergência nos anos de escolaridade e o investimento em educação da primeira infância que pode explicar a divergência da renda per capita entre esses dois grupos de países.

A educação pré-escolar é mensurada através de uma econometria estrutural realizada por meio de um modelo de equilíbrio geral, o qual é baseado nos artigos de Ferreira e Pessoa (2003, 2007). Existem dois setores na economia, um que produz bens de consumo e capital e outro que produz bens de educação, enquanto que os consumidores são homogêneos e escolhem consumo, educação formal e educação pré-escolar. Assim, os incentivos econômicos são calibrados endogenamente no modelo de forma a satisfazer o equilíbrio da economia.

[1] O programa Perry Preschool, realizado nos Estados Unidos na década de 60, tratou durante dois anos um grupo de crianças negras com 3 anos de idade e socioeconomicamente desfavorecidas. Este tratamento contou com aulas diárias e, além disso, com visitas semanais do professor à casa do aluno. O programa coletou dados, tanto do grupo de tratamento quanto do grupo de controle, das crianças até atingirem os 40 anos de idade.

[2] A habilidade não cognitiva é definida de forma ampla como determinação, auto estima, bom relacionamento social, baixa probabilidade de cometer um crime, perseverança, etc.

[3] Os incentivos educacionais afetam a escolha educacional dos agentes, pois reduzem o custo da educação. Esse custo da educação pode ser pensado de forma ampla como a compra de material escolar, o custo de se deslocar até a escola ou o pagamento de mensalidades. Ceteris paribus, quanto maior é o custo da educação, menor será a educação que o indivíduo irá adquirir.

De acordo com os resultados do presente trabalho, entre 1960 e 2010 as distorções sobre a educação formal[4] reduziram aproximadamente 83% e 71% o custo educacional para os países subsaarianos e europeus, respectivamente. Logo, um aumento dos incentivos para a educação formal nos países da África Subsaariana relativamente aos países da Europa pode ajudar a entender a convergência dos anos de escolaridade entre esses dois grupos.

Grande parte da literatura que explora a idéia da convergência nos anos de escolaridade entre países ricos e pobres não analisa os efeitos que as distorções econômicas têm sobre a redução do custo de educação formal como um dos fatores explicativos. Por exemplo, em Restuccia e Vandenbroucke (2013b, 2013c) essa convergência é analisada pela ótica da produtividade, do progresso tecnológico e da expectativa de vida. Já em outros artigos que não analisam diretamente essa convergência de escolaridade, essas distorções são fatores explícitos no modelo (Ferreira & Pessoa, 2003, 2007).

Com respeito a divergência do diferencial de renda per capita, a resposta pode estar em um fato até então não analisado diretamente pela literatura de crescimento econômico: a educação da primeira infância. Alguns autores consideram, além do fator quantitativo "anos de escolaridade", um fator qualitativo "gastos com educação" como um possível fator que afete o capital humano do agente (Erosa, Koreshkova & Restuccia, 2010; Manuelli & Seshadri, 2005; Restuccia & Vandenbroucke, 2013a, 2013c). Entretanto esses autores desconsideram a complementariedade da formação do capital humano ao longo do ciclo de vida. Além disso, apesar desses trabalhos tentarem reviver a importância dos fatores de produção para explicar o diferencial de renda entre os países, acrescentando uma medida de qualidade da educação para a formação de capital humano, esses autores não investigam a importância dos incentivos para a educação como uma forma de aumentar o nível de capital humano e, logo, a renda dos países.

Apesar de Manuelli e Seshadri (2005) incorporarem a primeira infância na formação do capital humano, os autores consideram que o investimento na primeira infância e na educação formal são bens substitutos. Isso implica que a falta de investimento na primeira infância poderia ser compensada por um investimento posterior. Mas, estudos do desenvolvimento cognitivo infantil afirmam que o investimento na primeira infância e na educação formal são complementares para a formação do capital humano (Cunha, Heckman & Schennach, 2010; Heckman & Cunha, 2007).

O presente trabalho mostra que o estimulo ao investimento em educação poderia reverter a divergência da renda per capita observada entre os países subsaarianos e europeus. Além disso, um incentivo para a educação pré-escolar tem maior efeito em termos de aumento da renda per capita que um igual estimulo para a educação formal. De forma mais específica, caso os países subsaarianos realizassem uma política de subsídio educacional igual a realizada pelos países europeus, o presente trabalho estima que 97,14% do aumento da renda per capita, devido a essa política educacional, é explicado apenas pelo subsídio para a educação pré-escolar. Um importante resultado para a implementação e revisão de políticas educacionais.[5]

A importância da educação pré-escolar evidenciada anteriormente também é encontrada quantitativamente neste trabalho. Em 1960 os países subsaarianos e europeus tinham em média 10% e 47%, respectivamente, de educação da primeira infância relativamente aos Estados Unidos. Em 2010 esse percentual passou para 36% e 69% para a África Subsaariana e Europa, respectivamente. Assim, apesar da evolução do investimento em educação da primeira infância, os países subsaarianos não alcançaram o resultado relativo que os países europeus tinham em 1960, representando 50 anos de atraso dos países africanos relativamente aos europeus.[6]

---

[4] O termo distorções faz referência aos diversos fatores econômicos que alteram as escolhas dos agentes. Com respeito a educação essas distorções estão representadas pela taxação sobre a educação e sobre o trabalho.

[5] Esse resultado é robusto com um exercício de sensibilidade no qual se reduz a complementariedade entre os bens educacionais.

[6] Alguns dados mais amplos podem corroborar esses resultados. Em 2004 na África Subsaariana 70,9 milhões de crianças com menos de 5 anos, ou 61 por cento do total, estavam abaixo do potencial desenvolvimento cognitivo devido a falta de cuidados básicos. Já nos países da Europa esse percentual era de apenas 18 por cento (Grantham-McGregor et al., 2007). Além disso, observa-se um menor decrescimento da taxa de mortalidade de crianças com menos de 5 anos em países da África Subsaariana relativamente a

Por fim, a importância da produtividade total dos fatores e da expectativa de vida, que são objetivos secundários do presente trabalho, também se aproximam de resultados estabelecidos pela literatura de crescimento econômico. Neste trabalho, o diferencial da produtividade total dos fatores (PTF) divergiu entre os países subsaarianos e europeus no mesmo sentido da divergência da renda per capita. A importância da PTF na composição da renda pode ser vista em vários trabalhos como em Erosa et al. (2010), Hall e Jones (1999), Klenow e Rodríguez-Clare (1997), entre outros. E com respeito a expectativa de vida, os trabalho de Ferreira e Pessoa (2003, 2007), Restuccia e Vandenbroucke (2013a, 2013c) evidenciam a relevância da expectativa de vida para a renda dos países e o investimento em educação formal. O resultado da expectativa de vida do presente trabalho segue a mesma direção dessa literatura: caso a expectativa de vida dos países subsaarianos fosse 10% maior que em 2010 a renda per capita aumentaria em média 5%, enquanto que a educação formal e infantil aumentariam 10% e 13%, respectivamente.

Dessa forma, o restante do trabalho é dividido em mais 6 partes. Nas seções 2 e 3, desenvolve-se o modelo teórico e a metodologia. Na quarta e quinta seção são apresentados os resultados e as análises quantitativas. Por fim, na seção 6 realiza-se um teste de sensibilidade do modelo e a sétima seção é dedicada à conclusão.

2. O MODELO

O modelo utilizado se baseia principalmente em Ferreira e Pessoa (2003, 2007) e Bils e Klenow (2000). Além disso, ao considerar a relevância da educação pré-escolar na formação do capital humano acrescenta-se à literatura de crescimento econômico os trabalhos de Cunha et al. (2010) e Heckman e Cunha (2007).

O modelo é de tempo contínuo. A cada momento de tempo nasce uma quantidade de agentes homogêneos. Esses agentes vivem finitos períodos e decidem o tempo que eles irão obter educação formal, a quantidade de educação pré-escolar e o consumo ao longo do ciclo de vida. O período em que o agente irá começar a obter escolaridade e a aposentadoria são exógenos, diferente do modelo de Ferreira e Pessoa (2007). Além disso, no período em que o agente está se educando ele não pode trabalhar. Dessa forma, como a aposentadoria é exógena, tem-se que o tempo em que o agente vai permanecer no mercado de trabalho depende negativamente do tempo que o agente irá permanecer se educando. Por simplicidade, o capital humano não dependerá da experiência no mercado de trabalho, sendo função apenas dos anos de escolaridade e da educação da primeira infância.

Existem dois setores na economia. O setor 1 produz os bens de capitais e consumo e o setor 2 produz os bens de educação. O governo tributa a educação pré-escolar e a formal, os salários dos trabalhadores e o capital físico. Com a receita da tributação, o governo faz transferências para os agentes de forma a ter equilíbrio fiscal.

2.1. Firmas

Existem dois setores na economia: um que produz os bens de consumo e capital e outro que produz os bens de educação. A função de produção do setor i é dada pela seguinte equação:[7]

$$Y_i = A_i K_i^{\alpha_i} H_i^{1-\alpha_i} \tag{1}$$

em que A_i é a produtividade total de fatores do setor i; K_i é o capital físico destinado ao setor i; H_i é o trabalho efetivo que é destinado ao setor i; e α_i é a elasticidade do bem i com relação ao capital. O

países da zona do Euro. De acordo com dados do Banco Mundial, em 1965 a cada mil crianças nascidas na África Subsaariana 255 morriam antes de completar 5 anos enquanto que nos países da zona do euro esse número de mortes era igual a 36. Em 2010 esse número de mortes caiu para 105 na África Subsaariana e para 4 nos países da zona do euro. Esses fatos ajudam a entender os resultados deste trabalho, pois mostram um maior cuidado com a primeira infância nos países europeus relativamente aos países subsaarianos.

[7] O setor de bens de consumo e capital é representado por $i = 1$ e o setor educacional por $i = 2$.

trabalho efetivo é função dos anos formais[8] de escolaridade, T_s, do consumo de educação da primeira infância, x, e do trabalho destinado ao setor i, L_i. Os anos de escolaridade e o consumo de educação da primeira infância afetam o capital humano através da função $\Phi(T_s, x)$. Logo, tem-se

$$H_i = e^{\Phi(T_s,x)} L_i$$

em que $\Phi_{T_s}(T_s, x) > 0$ e $\Phi_x(T_s, x) > 0$.

Intuitivamente quanto maior for os anos de escolaridade e o consumo de educação da primeira infância maior será o trabalho efetivo.

Por simplicidade, supõe-se que existe livre mobilidade dos fatores entre o setor 1 e o setor 2. Dessa forma, o salário, w, e o preço do capital, R, que são dados pelas condições de primeira ordem da firma, serão iguais entre os setores. Logo, sendo q o preço do bem 2 dado em termos relativos ao preço do bem 1 tem-se

$$\alpha_1 A_1 \kappa_1^{\alpha_1 - 1} = q\alpha_2 A_2 \kappa_2^{\alpha_2 - 1} = R \tag{2}$$

$$(1-\alpha_1) A_1 \kappa_1^{\alpha_1} = q(1-\alpha_2) A_2 \kappa_2^{\alpha_2} = w, \tag{3}$$

em que $\kappa_i = \frac{K_i}{e^{\Phi(T_s,x)} L_i}$.

Após algumas manipulações algébricas chega-se ao produto em unidades efetivas de cada setor:

$$y_i(q, \tilde{\kappa}) = A_i l e^{\Phi(T_s,x)} \kappa_i(q)^{\alpha_i} l_i(q, \tilde{\kappa}) \tag{4}$$

com $\tilde{\kappa} = \frac{K_1 + K_2}{e^{nt} e^{\Phi(T_s,x)} l}$.

Na equação (4), l é o número de trabalhadores per capita e l_i é a proporção dos trabalhadores do setor i com relação ao número de trabalhadores totais da economia. Além disso, e^{nt} representa a população total no tempo t com n representando a taxa de crescimento populacional.[9]

2.2. Consumidores

Os agentes vivem um número finito de anos dado por T. O ciclo de vida do agente é dividido em quatro fases: T_i, T_s, T_w e T_R que representam os anos da primeira infância, os anos que o agente obtêm escolaridade formal, os anos que o agente irá trabalhar e os anos de aposentadoria, respectivamente. Os agentes conhecem T no momento em que nascem e a cada período de tempo eles escolhem o quanto consumir. Além disso, o indivíduo também escolhe quanto tempo ele irá adquirir de educação formal, T_s, e quanto irá consumir de educação da primeira infância, x. Como a aposentadoria não é decidida pelo agente tem-se que ao escolher os anos de educação formal o agente também está escolhendo indiretamente o tempo que ele vai permanecer trabalhando, T_w. Nos primeiros T_i anos de vida o agente decide quanto irá gastar com a primeira infância e a partir dos T_i anos de vida o agente começa a obter educação formal. O agente também conhece T_i no momento em que nasce. O ganho de utilidade do agente é representado por

$$\int_s^{s+T} e^{-\rho(t-s)} \cdot \frac{c(t,s)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1}{1 - \frac{1}{\sigma}} \, \mathrm{d}t \tag{5}$$

em que s representa a geração do agente, ρ representa a taxa de desconto intertemporal, $c(t, s)$ é o consumo do agente da geração s no tempo t e σ é o parâmetro que fornece a elasticidade de substituição intertemporal do consumo.

A restrição orçamentária do consumidor mostra a igualdade entre o valor presente do ganho do indivíduo com o valor presente da despesa. A despesa é composta pelo consumo ao longo do tempo, pelo

[8] Considera-se anos formais de escolaridade os anos considerados a partir da educação primária.

[9] Ver a seção sobre a demografia.

gasto com a educação pré-escolar e pelo gasto com a educação formal. A parte da receita é composta pela renda adquirida pelo trabalho e pelas transferências do governo. Logo, a restrição orçamentária será dada por

$$\int_s^{s+T} e^{-r(t-s)}c(t,s)\,\mathrm{d}t + (1+\tau_{H_c})\int_s^{s+T_i} e^{-r(t-s)}xq\,\mathrm{d}t + (1+\tau_H)\int_{s+T_i}^{s+T_i+T_s} e^{-r(t-s)}q\,\mathrm{d}t = (1-\tau_L)\int_{s+T_y}^{s+T_y+T_w} e^{-r(t-s)}w(s,T_s,X)\,\mathrm{d}t + \int_s^{s+T} e^{-r(t-s)}\chi\,\mathrm{d}t,$$

em que $T_y = T_i + T_s$; $w(s,T_s,X) = we^{\Phi(T_s,x)}$, representa o salário do coorte s com x unidades de consumo de educação da primeira infância e T_s anos de escolaridade; r é a taxa de juros; τ_H é a taxa de imposto ou subsídio cobrado sobre os bens de educação formal; τ_{H_c} é a taxa de imposto ou subsídio cobrado sobre a educação de primeira infância; q é o custo de se adquirir educação; τ_L é a taxa de imposto cobrado sobre o salário; e χ é a transferência do governo.

No nível de consumo ótimo

$$c(s,t) = c(s,s)e^{\sigma(r-\rho)(t-s)}. \tag{6}$$

Logo, substituindo a equação (6) na restrição orçamentária tem-se

$$c(s,s) = \frac{v_\sigma}{r}\Big\{(1-\tau_L)we^{\Phi(T_s,x)}e^{-rT_y}(1-e^{-rT_w}) + \chi(1-e^{-rT}) - (1+\tau_H)qe^{-rT_i}(1-e^{-rT_s}) - qx(1+\tau_{H_c})(1-e^{-rT_i})\Big\}, \tag{7}$$

em que

$$v_\sigma = \frac{(1-\sigma)r+\sigma\rho}{1-e^{-[(1-\sigma)r+\sigma\rho]T}}.$$

Assim, a equação (7) diz que o consumo de cada geração no tempo inicial de vida é igual, em valor presente, a renda que o agente irá obter do trabalho mais as transferências do governo menos o gasto com educação formal e educação da primeira infância.

Além de escolher consumo, o agente também escolhe a quantidade de educação pré-escolar e o tempo em que irá permanecer adquirindo educação formal. Para tanto, o agente maximiza a renda líquida em valor presente influenciada pela educação pré-escolar, x, e pelos anos de escolaridade T_s.[10] Logo,

$$\max_{T_s,x}\Big\{(1-\tau_L)\int_{s+T_y}^{s+T_y+T_w} e^{-r(t-s)}w(s,T_s,x)\,\mathrm{d}t - (1+\tau_H)\int_{s+T_i}^{s+T_i+T_s} e^{-r(t-s)}q\,\mathrm{d}t - (1+\tau_{H_c})\int_s^{s+T_i} e^{-r(t-s)}xq\,\mathrm{d}t\Big\} \tag{8}$$

Note que $T_i + T_s + T_w = T - T_R$ que não depende dos anos de escolaridade. Logo, ao supor que a função $\Phi(T_s,x)$ é diferenciável em ambos os argumentos, a condição de primeira ordem de (8) com respeito a T_s será dado por

$$(1-\tau_L)we^{\Phi(T_s,x)}\Phi_1(T_s,x)\left(\frac{1-e^{-rT_w}}{r}\right) = (1-\tau_L)we^{\Phi(T_s,x)} + (1+\tau_H)q \tag{9}$$

e a condição de primeira ordem com respeito a x será

$$(1-\tau_L)we^{\Phi(T_s,x)}\Phi_2(T_s,x)e^{-r(T_i+T_s)}\left(\frac{1-e^{-rT_w}}{r}\right) = (1+\tau_{H_c})q\frac{1-e^{-rT_i}}{r} \tag{10}$$

[10] Note que o agente tem preferência apenas por consumo.

A equação (9) diz que, dado o gasto com a educação da primeira infância, o impacto nos ganhos do trabalho de um ano adicional de escolaridade é igual ao custo de oportunidade de ficar mais um ano sem trabalhar mais o custo financeiro de adquirir mais um ano de escolaridade. Como a educação de primeira infância afeta o salário, pode-se notar que esta educação entra em duas partes na equação: no primeiro termo do lado direito e no termo do lado esquerdo. Dessa forma , ao dividir toda a equação (9) por $e^{\Phi(T_s,x)}$ o capital humano irá passar a dividir o custo da educação formal. Assim, um maior investimento na educação pré-escolar irá reduzir o custo da educação formal, podendo implicar uma maior propensão a obter educação formal. Do mesmo modo, ao dividir a equação (10) por $e^{\Phi(T_s,x)}$ a educação formal poderá induzir, a obtenção de educação pré-escolar.

Um outro ponto importante a notar é que ao dividir a equação (9) por $(1-\tau_L)$ tem-se a razão $(1+\tau_H)/(1-\tau_L)$ multiplicando o custo da educação q. Essa razão é definida neste trabalho como as distorções econômicas sobre o custo da educação. Tais distorções afetam a escolha ótima do nível de educação. O mesmo argumento vale para a equação (10).

2.3. Demografia

A cada período de tempo nasce um montante me^{nt} de pessoas idênticas. Como a população total no período t será uma soma de todas as gerações que estão vivas no período t, então a população total será

$$\int_{t-T}^{t} me^{na}\,\mathrm{d}a = m\left(\frac{1-e^{-nT}}{n}\right)e^{nt},$$

em que $t-T$ representa a geração mais velha e t a mais nova. Considerando que $m = n/(1-e^{-nT})$ então a população total no período t será e^{nt} e a taxa de crescimento populacional será dada por n. Para uma certa geração $s \in [t-T, t]$ tem-se que a parcela da população no período t dessa geração será dada por

$$N(s,t) = \frac{me^{ns}}{e^{nt}} = me^{-n(t-s)}.$$

Definindo a idade dos indivíduos da geração s no tempo t como $\epsilon = t-s \geq 0$ pode-se[11] simplificar a equação anterior como $N(\epsilon) = me^{-n(\epsilon)}$. Além disso, considerando que em cada período de tempo a parcela de pessoas na primeira infância, na educação formal, no mercado de trabalho e na aposentadoria sejam representadas respectivamente por N_i, N_s, N_w e N_R,

$$N_i = \int_0^{T_i} me^{-n\epsilon}\,\mathrm{d}\epsilon = \frac{1-e^{-nT_i}}{1-e^{-nT}} \tag{11}$$

$$N_s = \int_{T_i}^{T_i+T_s} me^{-n\epsilon}\,\mathrm{d}\epsilon = e^{-nT_i}\frac{1-e^{-nT_s}}{1-e^{-nT}} \tag{12}$$

$$N_w = \int_{T_y}^{T_y+T_w} me^{-n\epsilon}\,\mathrm{d}\epsilon = e^{-nT_y}\frac{1-e^{-nT_w}}{1-e^{-nT}} \tag{13}$$

$$N_R = \int_{T_y+T_w}^{T_y+T_w+T_R} me^{-n\epsilon}\,\mathrm{d}\epsilon = e^{-n(T_y+T_w)}\frac{1-e^{-nT_R}}{1-e^{-nT}}. \tag{14}$$

Note que somando as equações anteriores $N_i + N_s + N_w + N_R = 1$.

2.4. Consumo agregado

Para obter o equilíbrio no mercado de bens dessa economia é necessário saber o consumo agregado per capita. Este é calculado ao somar os consumos de equilíbrio no período t de cada geração s que está

[11] Note que $\epsilon \in [0, T]$.

viva em t e dividir pelo tamanho da população em t. Como a parcela de cada coorte no período t é dada por $N(\epsilon)$, então

$$c = \frac{C(t)}{e^{nt}} = \int_0^T N(\epsilon)c(\epsilon)\,\mathrm{d}\epsilon.$$

Substituindo a equação (7) na equação anterior, o consumo agregado médio será

$$c = zm\frac{1 - e^{-T(n-\sigma(r-\rho))}}{n - \sigma(r-\rho)}, \tag{15}$$

com

$$z = \frac{(1-\sigma)r + \sigma\rho}{1 - e^{-[(1-\sigma)r+\sigma\rho]T}}\left\{(1-\tau_L)we^{\Phi(T_s,x)}e^{-rT_y}\frac{(1-e^{-rT_w})}{r} + \chi\frac{(1-e^{-rT})}{r}\right.$$
$$\left. - (1+\tau_H)qe^{-rT_i}\frac{(1-e^{-rT_s})}{r} - (1+\tau_{H_c})xq\frac{(1-e^{-rT_i})}{r}\right\}.$$

2.5. Governo

O governo transfere a receita dos impostos de forma a obter o equilíbrio fiscal. Dessa forma, a restrição orçamentária do governo será, em termos per capita, dada por

$$\tau_H qN_s + \tau_K R_1 \kappa + \tau_{H_c} xqN_i + \tau_L we^{\Phi(T_s,x)}N_w = \chi, \tag{16}$$

em que N_i, N_s e N_w são dadas pelas equações encontradas na demografia e κ indica o capital per capita da economia.

A equação (16) diz que toda a transferência que o governo faz em cada momento de tempo é financiada pela arrecadação de impostos que incidem sobre o custo da educação, o capital e sobre o trabalho.

2.6. Equilíbrio

Em *steady-state* o equilíbrio será formado pelo equilíbrio no mercado de bens de educação, no mercado de bens de consumo e capital, no mercado de ativos e pelo equilíbrio da escolha educacional.

(i) Mercado de bens de educação:

$$y_2(q, \tilde{\kappa}) = N_s + xN_i. \tag{17}$$

(ii) Mercado de bens de consumo e capital:

$$y_1(q, \tilde{\kappa}) = c + (\delta + n)k. \tag{18}$$

(iii) Mercado de ativos:

$$r = (1-\tau_k)R - \delta = (1-\tau_k)\alpha_1 A_1 \kappa_1^{\alpha_1 - 1} - \delta. \tag{19}$$

(iv) A condição de equilíbrio da escolha educacional e do gasto com a primeira infância são representadas pela equação (9) e (10) depois de substituir w pelo equilíbrio de oferta e de demanda por emprego.

3. METODOLOGIA

Começa-se a metodologia especificando a formação do capital humano dado pela função $\Phi(T_s, x)$. Em seguida calibra-se os parâmetros de incentivos das economias analisadas no trabalho. Para finalizar a seção, utiliza-se os incentivos calibrados para fazer a simulação do modelo e, logo, avaliar a eficiência deste em reproduzir os dados observados na realidade.

3.1. Capital Humano

Psacharopoulos (1994) ao estimar o retorno minceriano da educação para diversos países estima que quanto maior o nível de escolaridade do país menor é o retorno da educação. Logo, Bils e Klenow (2000) consideram uma função para a escolaridade com retornos marginais decrescentes, diferente daquela relação linear minceriana. Entretanto essas duas especificações não consideram a primeira fase da educação como um componente da formação do capital humano. Dessa forma, acrescenta-se o trabalho de Heckman e Cunha (2007) e Heckman et al. (2010) para especificar o capital humano.

Heckman e Cunha (2007) considera que o capital humano é formado por investimentos em diferentes estágios da vida da criança.[12] Considerando apenas duas fases de investimento na formação do capital humano, os autores discutem qual a especificação que descreve a evidência da literatura empírica, a qual o retorno do investimento em adolescentes desfavorecidos na infância era muito baixo, enquanto que o retorno em crianças desfavorecidas era alto. Nesse sentido, os autores propõe uma função CES para a formação do capital humano dos agentes, levando em conta essas duas fases da vida.

Dessa forma, o presente trabalho utiliza uma função CES para a formação do capital humano como em Heckman e Cunha (2007), e parâmetros θ e φ para o retorno da educação como descrito por Bils e Klenow (2000):

$$\Phi(T_s, x) = \theta \frac{\left\{\left[\gamma(xT_i)^{\lambda} + (1-\gamma)T_s^{\lambda}\right]^{\frac{1}{\lambda}}\right\}^{1-\varphi}}{1-\varphi}, \tag{20}$$

com $\lambda \leq 1$, $\gamma \in [0,1]$, $\varphi \in [0,1]$ e $\theta \geq 0$.

Note que a elasticidade de substituição entre x e T_s é $1/(1-\lambda)$. Além disso, a sensibilidade da produtividade marginal de um tipo de educação com respeito ao outro tipo é representado pelo sinal da seguinte derivada:

$$\begin{aligned}\Phi_{xT_s}(T_s, x) &= \Phi_{T_s x}(T_s, x) \\ &= \frac{{T_i}^{\lambda}(-1+\gamma)\gamma(-1+\varphi+\lambda)\theta {T_s}^{-1+\lambda} x^{-1+\lambda}\left(\left({T_s}^{\lambda}(1-\gamma) + (xT_i)^{\lambda}\gamma\right)^{\frac{1}{\lambda}}\right)^{1-\varphi}}{\left((1-\gamma){T_s}^{\lambda} + \gamma(xT_i)^{\lambda}\right)^2}.\end{aligned} \tag{21}$$

Note que para $\Phi_{T_s x}(T_s, x) > 0$ é necessário que $(-1+\varphi+\lambda) < 0$ uma vez que $(-1+\gamma) < 0$. Como $\lambda \leq 1$ esse sinal é fortemente dependente de φ. No caso em que os bens são substitutos perfeitos tem-se $\lambda = 1$ e $\gamma = 1/2$. Logo, a derivada anterior seria negativa e o maior investimento na educação da primeira infância reduziria a produtividade marginal da educação formal. Entretanto, de acordo com Heckman e Cunha (2007) o caso de substitutos perfeitos não é sustentado pela evidência empírica.

Outro caso extremo seria o de complementos perfeitos em que a equação (20) seria

$$\Phi(T_s, x) = \theta \frac{\left\{\min\{T_s, xT_i\}\right\}^{1-\varphi}}{1-\varphi}.$$

Note que nesse caso, a escolha ótima do agente seria $T_s = xT_i$ e qualquer sobre-investimento não afetaria o capital humano.

Ao desconsiderar a educação pré-escolar no cômputo do capital humano a maioria da literatura de crescimento econômico anterior ao presente trabalho[13] assumia implicitamente que os dois estágios

[12] Por exemplo, quando a criança ainda se encontra no útero da mãe.

[13] Como exemplo, Ferreira e Pessoa (2003), Ferreira e Pessoa (2007), Erosa et al. (2010), Restuccia e Vandenbroucke (2013c), Bils e Klenow (2000), entre outros. O trabalho Manuelli e Seshadri (2005) apesar de incorporar a primeira infância como formador do capital humano, o capital humano da primeira infância pode ser substituido pelo capital humano posterior a essa fase.

de formação de capital humano são substitutos. Mas, de acordo com Heckman e Cunha (2007) uma alocação ótima de recursos entre as duas fases seria uma distribuição do investimento entre os dois tipos de educação, de forma a existir certo grau de complementariedade na equação (20), ou seja o parâmetro λ seria menor que zero. Dessa forma, a equação (21) terá sinal positivo indicando que um maior investimento educacional na primeira fase da vida irá levar a uma maior contribuição da educação formal para a produtividade do trabalhador.

3.2. Calibração

A calibração é feita para 26 países da África subsaariana e 17 países europeus[14] para os anos 1960 e 2010. Os Estados Unidos também são incluídos na calibração, pois são considerados como a economia de referência.

A estratégia de calibração é dividida em duas partes. Primeiramente, calibra-se exogenamente alguns parâmetros para a economia dos Estados Unidos. Dado os parâmetros exógenos, obtêm-se alguns parâmetros endogenamente no modelo. Na segunda parte da calibração utiliza-se os parâmetros obtidos endogenamente na economia de referência para calibrar endogenamente alguns parâmetros para os países subsaarianos e europeus.

Os parâmetros exógenos podem ser invariantes no tempo e nos países. A Tabela 1 apresenta os parâmetros invariantes entre os países e no tempo.

A taxa de crescimento populacional, n, é a média do crescimento populacional americano entre 1900 e 2010 obtidos no *US Census*; para taxa de depreciação do capital, δ, usa-se a calibração de Ferreira (2013). Os parâmetros da taxa de desconto intertemporal do consumo, ρ, e da taxa de juros, r, seguem Restuccia e Vandenbroucke (2013a); os parâmetros que definem o comportamento da função CES do capital humano, γ e λ, são estimações de Heckman et al. (2010); os parâmetros que governam o retorno educacional, θ e φ, são estimados por Bils e Klenow (2000); a elasticidade do produto do setor 1 e do

Tabela 1. *Parâmetros exógenos invariantes no tempo e entre os países.*

Parâmetros	Valores	Origem
n	$\log(1{,}0125)$	US Census
δ	$\log(1{,}066)$	Ferreira (2013)
r	$\log(1{,}04)$	Restuccia e Vandenbroucke (2013a)
ρ	$\log(1{,}04)$	Restuccia e Vandenbroucke (2013a)
γ	$-0{,}781$	Heckman et al. (2010)
λ	0,448	Heckman et al. (2010)
θ	0,32	Bils e Klenow (2000)
φ	0,58	Bils e Klenow (2000)
α_2	0,05	Ferreira e Pessoa (2007)
α_1	0,4	Ferreira e Pessoa (2007)
T_i	6	Ferreira e Pessoa (2003)
σ	1	Ferreira e Pessoa (2003)

[14] O conjunto de países africanos é formado por Benin, Botswana, Burundi, Camarões, República Centro Africana, República Democrática do Congo, Costa do Marfim, Gabão, Gâmbia, Gana, Quénia, Lesoto, Malawi, Mali, Mauritânia, Ilhas Maurício, Moçambique, Namíbia, Níger, Ruanda, Senegal , África do Sul, Tanzânia, Togo, Uganda e Zâmbia. Os países europeus são Áustria, Bélgica, Chipre, Dinamarca, Finlândia, França, Grécia, Islândia, Irlanda, Itália, Holanda, Noruega, Portugal, Romênia, Espanha, Suécia e Reino Unido.

produto do setor 2 com respeito ao capital, α_1 e α_2, foram obtidos de Ferreira e Pessoa (2007); o primeiro ciclo da vida o agente, T_i, é dada por Ferreira e Pessoa (2007) e Heckman et al. (2010); e, por fim, assume-se que a elasticidade de substituição intertemporal do consumo, σ, é igual a 1, implicando em uma forma funcional logaritmica para a função utilidade.

Neste trabalho a proporção de trabalhadores americanos no setor educacional é calibrada através do NIPA ao dividir a variável *Full time equivalent employees in Educational Services* pela variável *Full time equivalent employees*. Para o ano de 1960 encontra-se $l_2 = 0{,}009615$ e para 2010, $l_2 = 0{,}02392$. Dado l_2, calibra-se A_2 endogenamente para os Estados Unidos. Em seguida, considera-se A_2 invariante entre os países passando a encontrar l_2 endogenamente.

Cada elemento do conjunto $\{T, T_s, N_w, i, y\}$ varia para cada economia e para cada ano. A expectativa de vida, T, é calibrada com a variável *Life expectancy at birth* do *World Development Indicators*. Em *Barro-Lee Educational Attainment Dataset* usa-se a variável *Average Years of Total Schooling of Population Aged 15 and over* para os anos de escolaridade formal, T_s. As variáveis N_w, i e y são encontradas em *Penn World Table Version 7.1*. A proporção de trabalhadores com respeito a população total, N_w, é encontrada ao dividir a variável *rgdpl2* pela variável *rgdpl2wok*. O investimento, i, e a renda, y, são relativos a renda dos Estados Unidos. Como a variável ci do PWT é o investimento relativo a renda de cada país e a variável y é a renda de dado país relativa a renda dos Estados Unidos, faz-se $i = y * ci$ para ter o investimento relativo à renda dos Estados Unidos.

Uma vez que no presente trabalho só existem dois setores de produção e que os bens do setor 2 são medidos em termos dos bens do setor 1 através do preço relativo q, a renda de cada economia segue a seguinte forma funcional, as quais representam o equilíbrio do modelo:

$$y = y_1(q, \tilde{\kappa}) + q y_2(q, \tilde{\kappa}). \tag{22}$$

Dado a explanação anterior sobre a calibração das variáveis exógenas, agora apresenta-se a calibração endógena. A primeira parte da calibração endógena é realizada apenas para os Estados Unidos, encontrando o conjunto de parâmetros $\{A_1, A_2, \tau_H, \tau_l, \tau_K, T_r, k\}$.[15] O valor de T_r é encontrado da equação $T_r = T - T_w - T_s - T_i$, em que T_w soluciona a equação da proporção de trabalhadores com respeito a população total, N_W, que é apresentada na demografia do modelo. O capital em unidades eficientes, k, é dado por

$$k = \frac{i}{\delta + n}$$

Os outros parâmetros são encontrados conjuntamente com as variáveis q e x ao resolver um problema de minimização composto pela soma dos quadrados das equaçõesque representam o equilíbrio da economia:[16]

$$\begin{aligned}\min_{A_1,A_2,q,x,\tau_L,\tau_K,\tau_H} \Bigg\{ & \left(\frac{(1-\tau_L) w e^{\Phi(T_s,x)} \Phi_1(T_s,x) \left(\frac{1-e^{-rT_w}}{r}\right)}{(1-\tau_L) w e^{\Phi(T_s,x)} + (1+\tau_H) q} - 1 \right)^2 + \left(\frac{y}{y_1(q,\tilde{\kappa}) + q y_2(q,\tilde{\kappa})} - 1 \right)^2 \\ & + \left(\frac{(1-\tau_L) w e^{\Phi(T_s,x)} \Phi_2(T_s,x) e^{-r(T_i+T_s)} \left(\frac{1-e^{-rT_w}}{r}\right)}{(1+\tau_{H_c}) q \left(\frac{1-e^{-rT_i}}{r}\right)} - 1 \right)^2 + \left(\frac{y_2(q,\tilde{\kappa})}{N_s + x N_i} - 1 \right)^2 \\ & + \left(\frac{y_1(q,\tilde{\kappa})}{c + (\delta+n)k} - 1 \right)^2 + \left(\frac{r+\delta}{(1-\tau_k)\alpha_1 A_1 \kappa_1^{\alpha_1 - 1}} - 1 \right)^2 + \left(\frac{l_i(\tilde{\kappa}, q)}{\frac{\tilde{\kappa} - \kappa_j(q)}{\kappa_i(q) - \kappa_j(q)}} - 1 \right)^2 \Bigg\}\end{aligned}$$

[15] Aqui considera-se que $\tau_{H_c} = \tau_H$. Na seção dos contrafactuais esta hipótese é relaxada.

[16] Restuccia e Vandenbroucke (2013b, 2013c) utilizam um método semelhante a este.

A segunda parte da calibração endógena é realizada para os países europeus e subsaarianos. Para tanto, usa-se o valor de A_2 encontrado para os Estados Unidos e estima-se o conjunto de parâmetros $\{A_1, l_2, q, x, \tau_H, \tau_K, \tau_L, T_r\}$ pelo mesmo procedimento descrito no parágrafo anterior.

3.3. Simulação

Para a simulação são considerados os parâmetros obtidos na seção anterior $\{A_1, A_2, \tau_K, \tau_H, \tau_L, T_r\}$ para obter as variáveis endógenas ao modelo $\{\kappa_1, \kappa_2, T_s, x, l_2, q, y\}$. Nesse sentido, pela equação de equilíbrio do mercado de ativos, (19), encontra-se o valor de κ_1. Logo, dividindo a equação (2) pela equação (3) o κ_2 é encontrado. Com os valores de κ_1 e κ_2, resolve-se a escolha do investimento educacional do agente ao solucionar simultaneamente as equações (9) e (10) para T_s e x. O valor de l_2 é facilmente calculado ao resolver a equação (17). Em seguida, estima-se q pela equação (3) e, por fim, y através da equação (22).

A Tabela 2 mostra a diferença, média, entre demanda e oferta do setor 1 e também mostra a eficiência do modelo em reproduzir os dados observados na realidade. Como os valores das variáveis endógenas não são exatamente os valores que foram observados na realidade tem-se que a diferença entre oferta e a demanda dos bens de consumo e capital não são exatamente iguais. Mas, essa diferença é próxima de zero como pode ser observado na Tabela 2.

De acordo com a Tabela 2, o modelo reproduz, em média, exatamente os anos de escolaridade observados nos países subsaarianos tanto para o ano de 1960 quanto para 2010. Já para os países europeus, o modelo captura em média 99,9% e 99,7% dos anos de escolaridade observados para o ano de 1960 e 2010, respectivamente. Com respeito ao produto da economia, o ajuste médio para os países subsaarianos é de 100,7% e 100,4% para 1960 e 2010, nessa ordem. Para os países europeus esse ajuste médio é de 98,7% e 97,9% para os anos de 1960 e 2010, respectivamente. A tabela também mostra que o valor da função objetivo da calibração (resíduo da calibração) e o resíduo da calibração equação (18) ficaram próximos de zero, reforçando a robustez do modelo. Note também que o desvio padrão é baixo para todas as entradas da Tabela 2.

4. RESULTADOS

A primeira parte desta seção é dedicada à apresentação dos resultados da calibração descrita na seção 3. A segunda parte é destinada aos resultados da simulação.

Tabela 2. Ajuste do modelo aos dados - Valores médios *

	1960		2010	
	Europa	África	Europa	África
T_s calculado / T_s observado	0,999	1,000	0,997	1,000
	[0,003]	[0,000]	[0,004]	[0,000]
y calculado / y observado	0,987	1,007	0,979	1,004
	[0,016]	[0,014]	[0,016]	[0,016]
Resíduo da calibração	0,003	0,0002	0,003	0,0001
	[0,0019]	[0,0001]	[0,0019]	[0,0001]
Resíduo da equação (18)	−0,043	−0,007	−0,044	−0,007
	[0,02]	[0,01]	[0,01]	[0,01]

Nota: O desvio-padrão entre colchetes.

4.1. Resultados da calibração

Os parâmetros calibrados no modelo parecem estar em conformidade com o comportamento dos dados ao longo do tempo, como será apresentado ao longo desta seção.

Existe uma literatura que considera que a produtividade total dos fatores é uma importante explicação para o crescimento dos países (Erosa et al., 2010; Hall & Jones, 1999; Klenow & Rodríguez-Clare, 1997). O modelo deste trabalho também captou esse fato. Além disso, o subsídio para à escolha educacional também corrobora a evolução dos anos de escolaridade observada nos dados. A Tabela 3 representa o panorama geral dos resultados da calibração.

A Tabela 3 apresenta os valores médios da calibração por grupo de países para 1960 e 2010. O primeiro parâmetro a ser considerado é a produtividade total dos fatores, relativo aos Estados Unidos, do setor de bens de consumo e capital, A_1. Como mostra a tabela, entre os anos de 1960 e 2010 a produtividade total do fatores do setor 1 para os países europeus passou de 73% em 1960 para 97% em 2010, enquanto que para os países subsaarianos esse percentual foi de 48% para 29%. Logo, enquanto os países europeus reduziram em aproximadamente 24% a diferença com os Estados Unidos, os países subsaarianos aumentaram em aproximadamente 19% essa diferença com os Estados Unidos.

A Figura 1 ajuda a observar a relação entre a produtividade total de fatores do setor 1 e a renda por trabalhador dos países.

O eixo vertical do gráfico indica a razão entre a renda por trabalhador de 2010 e a renda de 1960, enquanto que o eixo horizontal mostra a razão entre a produtividade total dos fatores de 2010 com respeito a 1960. Logo, os pontos do eixo horizontal que são maiores que 1, indicam que houve um aumento da produtividade total dos fatores entre 2010 e 1960 e os pontos do eixo vertical maiores que 1 indicam que ocorreu um aumento da renda per capita entre 2010 e 1960. Nesse sentido, pode-se observar uma relação positiva entre o aumento da produtividade total dos fatores e da renda por trabalhador. Um fato interessante de se observar é que a maioria dos países europeus estão no primeiro quadrante do gráfico — que representa um aumento da PTF e da renda por trabalhador entre 2010 e 1960 — enquanto que a maioria dos países subsaarianos estão no terceiro quadrante — que indica uma redução da PTF e da renda por trabalhador entre 2010 e 1960. Este resultado indica que, no presente modelo, a produtividade total dos fatores foi uma das causas da divergência da renda por trabalhador entre os países subsaarianos e os europeus.

O segundo parâmetro da Tabela 3 é a razão entre o subsídio educacional e o efeito líquido da taxação sobre o trabalho, ou seja essa razão representa as distorções econômicas sobre o custo da educação.[17] De acordo com a tabela, em 1960 os países europeus tinham menos distorções, 31,44, para obter educação que os países subsaarianos, 40,77. Para 2010, houve uma redução das distorções educacionais para

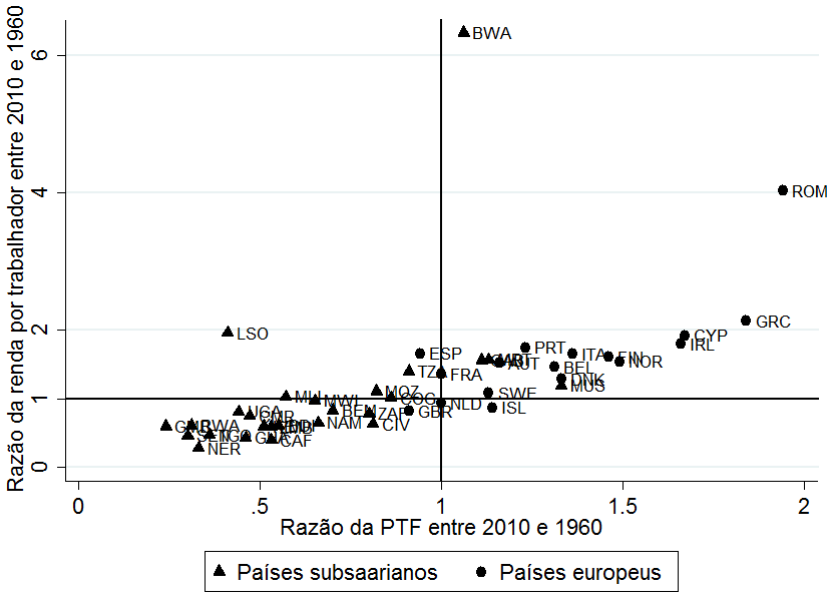
Tabela 3. *Valores médios da calibração por grupos de países*

	1960			2010		
	$A_1{}^*$	$\frac{(1+\tau_H)}{(1-\tau_L)}$	$(1-\tau_K)^*$	$A_1{}^*$	$\frac{(1+\tau_H)}{(1-\tau_L)}$	$(1-\tau_K)^*$
Europa	0,73	31,44	1,57	0,97	8,98	1,11
	[0,24]	[6,71]	[0,37]	[0,16]	[2,07]	[0,18]
África	0,48	40,77	1,18	0,29	6,98	1,28
	[0,19]	[14,86]	[1,04]	[0,13]	[2,13]	[0,58]

Notas: Desvio-padrão entre colchetes. * Valores relativos aos Estados Unidos.

[17] As equações (9) e (10) mostram como essa razão afeta diretamente o custo educacional.

Figura 1. Relação entre a produtividade total dos fatores do setor 1 e a renda por trabalhador relativo aos Estados Unidos.



ambos os países: a distorção média dos países subsaarianos reduziu em 83% enquanto que para os países europeus essa redução foi de aproximadamente 71% entre os anos. Dessa forma, entre 1960 e 2010 os países subsaarianos reduziram relativamente mais as distorções sobre o custo da educação que os países europeus, o que ajuda a entender a convergência dos anos de escolaridade entre os dois grupos de países.

Com respeito ao imposto sobre o capital, a Tabela 3 mostra um aumento desse imposto ao longo do tempo para os países europeus, enquanto que nos países subsaarianos observa-se uma redução dessa alíquota. No presente trabalho, esse aumento da taxação sobre o capital nos países europeus é um reflexo do aumento do subsídio sobre a educação, ou seja, o maior incentivo à educação dado pelos países europeus foi financiado por um maior imposto sobre o capital.

Alguns países africanos subsidiaram o capital em 1960 ou em 2010.[18] Logo, quando os países que subsidiaram o capital em algum desses anos são excluídos da amostra, os valores médios de τ_K para 1960 e 2010 são 0,79 e 1,04, nessa ordem. Com essa nova amostra, os países subsaarianos reduziram ao longo do tempo o incentivo para a acumulação de capital e, além disso, em ambos os anos os países subsaarianos passaram a incentivar menos a acumulação de capital que o países europeus.

4.2. Resultados da simulação

Agora são apresentados os resultados da simulação do modelo dado os parâmetros calibrados anteriormente. A Tabela 4 informa os valores médios relativos aos Estados Unidos da educação pré-escolar, x, preço da educação, q, proporção de trabalhadores no setor 1, l_1, e do capital em unidades eficiente dos setores 1 e 2, κ_1 e κ_2.

[18] República do Congo, Gabão, Gana e Mauricías subsidiaram o capital em 1960. O τ_k para esses países era igual a $-0{,}99$, $-0{,}84$, $-0{,}17$ e $-0{,}73$, respectivamente. Para 2010, os países Botswana, República do Congo, Lesoto, Malawi e Namíbia tiveram um valor de τ_K igual a $-0{,}73$, $-0{,}28$, $-0{,}09$, $-0{,}39$ e $-0{,}11$, respectivamente.

Tabela 4. Valores médios da simulação por grupo de países.*

	1960					2010				
	x	q	l_1	κ_1	κ_2	x	q	l_1	κ_1	κ_2
Europa	0,47	0,88	1,00	1,37	1,37	0,69	1,00	1,00	1,12	1,12
	[0,18]	[0,36]	[0,001]	[0,564]	[0,564]	[0,10]	[0,24]	[0,003]	[0,34]	[0,34]
África	0,10	0,30	1,00	0,46	0,46	0,37	0,17	0,99	0,23	0,23
	[0,12]	[0,21]	[0,003]	[0,76]	[0,76]	[0,21]	[0,15]	[0,01]	[0,25]	[0,25]

Notas: Desvio-padrão entre colchetes. * Valores relativos aos Estados Unidos.

A educação pré-escolar média mostrada na Tabela 4 apresentou uma evolução tanto para os países africanos quanto para os europeus. Apesar de haver um aumento relativo maior para os países subsaarianos vale notar que em 2010 a educação pré-escolar para os países africanos era, em média, 63% abaixo do país de referência, mas em 1960 os países europeus tinham 53% a menos que o país de referência. Logo, em 2010 os países subsaarianos ainda não tinham atingido a educação pré-escolar relativa de 1960 dos países europeus, indicando um atraso de 50 anos com respeito à educação pré-escolar européia.

O aumento da distância em termos de renda per capita dos países subsaarianos e europeus não ocorreu para todos os países subsaarianos da amostra. Os países subsaarianos que se aproximaram da renda per capita média dos países europeus foram: Botswana, Lesoto, Mauritânia e Ilhas Maurício. Para esses países a educação pré-escolar relativo aos Estados Unidos para 2010 foi 0,81, 0,55, 0,31 e 0,49. Logo, apenas Mauritânia obteve educação pré-escolar abaixo da média dos países subsaarianos. Como esses países elevaram os anos de escolaridade, esse resultado fortalece a estruturação do capital humano como importante fator para entender o diferencial de renda per capita através da complementariedade entre a educação formal e infantil.

O resultado expressivo da educação pré-escolar para Botswana e Lesoto pode ser entendido pelo aumento do investimento em ambos os países[19] impulsionando o aumento do benefício marginal da educação pré-escolar através do aumento do salário de equilíbrio. Além disso, o custo marginal também se reduziu entre os anos, pois o incentivo para a educação pré-escolar ponderado pelo desincentivo ao salário caiu em aproximadamente 88% e 82% para Botswana e Lesoto, respectivamente.[20]

Com respeito ao preço da educação, q, note que enquanto os países subsaarianos reduziram relativamente q entre 1960 e 2010, os países europeus se aproximaram mais da economia de referência. A equação (3) ajuda a entender. Em equilíbrio, o preço da educação se ajusta a diferença da produtividade marginal do trabalhador entre o setor 1 e o setor 2. Dessa forma, como a PTF dos países subsaarianos reduziu ao longo do tempo o preço relativo da educação também reduziu de forma a manter a igualdade entre os salários, dado pela hipótese de livre mobilidade de mão de obra entre os setores. Da mesma forma, a PTF dos países europeus aumentou entre 1960 e 2010 o que ajuda a entender esse aumento do preço relativo da educação.

A proporção relativa de trabalhadores no setor 1 não se alterou para os países europeus. Enquanto que os países subsaarianos apresentaram uma pequena redução dessa proporção relativamente a economia de referência. Essa redução implica um aumento na proporção dos trabalhadores no setor educacional. Isto pode ser explicado pela maior oferta de vagas no setor educacional, como visto em Majgaard e

[19] O investimento relativo ao produto per capita para Botswana e Lesotho em 1960 era 0,15 e 0,02 e para 2010 esse investimento aumentou para 0,5 e 0,31, respectivamente. Logo, o estoque de capital em unidade eficientes também aumentou.

[20] Vale dizer que apesar desses países apresentarem uma baixa expectativa de vida acompanhada de um aumento dos anos de escolaridade, este efeito não reduziu a extensão da vida laboral do agente pois o tempo de aposentadoria se ajustou, cancelando estes efeitos.

Mingat (2012). Além disso, a equação (4) diz que este aumento de l_2 afeta diretamente a quantidade per capita ofertada de bens educacionais, corroborando a evolução dos anos de escolaridade e da educação da primeira infância.

As duas últimas variáveis da Tabela 4 são o capital em unidades eficiente do setor 1 e 2, κ_1 e κ_2. Assim, o capital em unidades eficientes relativo a economia de referência é igual para ambos os setores. A explicação está nas condições de primeira ordem da firma. Como os termos α_1, α_2 e A_2 são constantes entre os países, o capital em unidades eficientes relativo aos Estados Unidos depende das mesmas variáveis que são constantes com respeito aos setores .[21] Dessa forma, apesar de κ_i cair ao longo do tempo em ambos os grupos de países, os valores dos países subsaarianos em 2010 ainda foram muito abaixo dos países europeus: em 2010 os países europeus possuíam aproximadamente 80% a mais de κ_i que os subsaarianos.

5. ANÁLISE QUANTITATIVA

Nesta etapa, realizam-se dois tipos de análises: uma envolvendo os subsídios educacionais e outra envolvendo a expectativa de vida e a PTF.

A análise envolvendo os subsídios educacionais seguem a sistemática de igualar os incentivos médios de 2010 dos países subsaarianos aos dos países europeus. O intuito dessas análises é observar como os países subsaarianos estariam caso adotassem uma política de incentivos econômicos similar aos subsídios europeus. Com respeito aos incentivos educacionais, realiza-se as seguinte políticas: tanto o subsídio para a educação formal quanto o subsídio para a educação pré-escolar dos países subsaarianos são igualados aos subsídios educacionais dos países europeus, $\tau_H = \tau_{H_c} = \tau_H^{\text{Europa}}$; iguala-se apenas o subsídio para a educação formal, $\tau_H = \tau_H^{\text{Europa}}$, e apenas para a educação pré-escolar, $\tau_{H_c} = \tau_H^{\text{Europa}}$.

Além dessas políticas educacionais, o presente trabalho também analisa o efeito sobre a educação e a renda per capita dos países subsaarianos no caso em que ocorre um aumento de 10% na expectativa de vida e no caso de um aumento de 10% na PTF.

5.1. Políticas educacionais

A Tabela 5 é uma resposta para pergunta: "Como evoluiria a renda e a educação dos países africanos caso as políticas africanas para a educação fossem as mesmas da média dos países europeus?" Para melhor representar esse contrafactual, os resultados da Tabela 5 estão em termos relativos dos resultados simulados para os países africanos em 2010. Além disso, também são as apresentadas três políticas educionais descritas anteriormente.

Com o subsídio educacional africano igual ao subsídio europeu para educação pré-escolar, x, e a formal, T_s, o grupo de países africanos aumentariam a educação formal em média 2,19 vezes enquanto que para a educação pré-escolar esse aumento seria de 10,77 vezes. Logo, essa política educacional têm maior impacto sobre a educação pré-escolar do que sobre a educação formal. Esse resultado pode ser entendido pela equação (9). O primeiro termo do lado direito dessa equação diz que quanto maior o nível educacional do agente maior é o custo de oportunidade de passar um ano a mais na escola.[22] Além disso, como as duas fases educacionais são complementares na formação do capital humano o aumento da educação pré-escolar implica em um maior custo de oportunidade para cada ano adicional de educação formal. Já para a educação pré-escolar, a equação (10) diz que o indivíduo não enfrenta esse custo de oportunidade, pois o agente escolhe intensivamente a quantidade de educação na primeira fase da vida. Assim, o custo marginal de adquirir educação formal é crescente com a educação enquanto que

[21] Note que $\frac{\kappa_i}{\kappa_i^{\text{US}}} = \left(\frac{qA_1}{q^{\text{US}}A_1^{\text{US}}}\right)^{\frac{1}{\alpha_2-\alpha_1}}$. Logo, $\frac{\kappa_1}{\kappa_1^{\text{US}}} = \frac{\kappa_2}{\kappa_2^{\text{US}}}$.

[22] Lembrando que no modelo o agente não pode trabalhar enquanto estiver adquirindo educação.

Tabela 5. Políticas educacionais para os países subsaarianos.

Políticas	Valores médios relativos à simulação de 2010		
	y	x	T_s
$\tau_H = \tau_{H_c} = \tau_H^{\text{Europa}}$	1,72	10,77	2,19
	[0,58]	[7,56]	[1,10]
$\tau_H = \tau_H^{\text{Europa}}$	1,09	1,23	1,32
	[0,08]	[0,22]	[0,32]
$\tau_{H_c} = \tau_H^{\text{Europa}}$	1,67	9,83	1,98
	[0,53]	[6,58]	[0,84]

Nota: Desvio-padrão entre colchetes.

o custo marginal de adquirir educação pré-escolar é constante, explicando o resultado educacional do igual subsídio para ambas as educações.

Como era esperado, as outras duas políticas tiveram um impacto menor sobre a educação. Mas, algo interessante de se notar é que o subsídio para a educação pré-escolar tem um maior impacto sobre a educação do que o mesmo subsídio para a educação formal. De acordo com a tabela, a política para a educação pré-escolar alcança aproximadamente 91,27% e 90,41% do resultado da política simultânea para a educação pré-escolar e para a educação formal, nessa ordem. Enquanto que a política para educação formal foi responsável por aproximadamente 11,42% da evolução da educação pré-escolar e 60,27% da evolução da educação formal da política com ambos os subsídios educacionais. Note que apesar de aumentar o incentivo apenas para um dos tipos de educação o outro tipo também sofre um efeito positivo. A razão está na função de formação do capital humano em que x e T_s são bens complementares. Além disso, como o equilíbrio do modelo está em estado estacionário esses resultado estão implicitamente sustentados por políticas governamentais que são anunciadas antes de sua implementação. Logo, ao antecipar o incentivo que o governo dará na educação formal o agente já reage a esse incentivo alterando sua escolha de educação pré-escolar. Note também que se os bens educacionais fossem substitutos na formação do capital humano o agente escolheria otimamente um menor nível de educação pré-escolar como resposta a um aumento do incentivo para a educação formal.

O efeito dos incentivos educacionais sobre a renda per capita, y, segue o mesmo sentido do efeito sobre a educação. Dessa forma, um maior incentivo para a aquisição de educação levaria a um aumento da renda per capita de 72%, 9% e 67% de acordo com a política de subsídio para ambas as educações, apenas para a educação formal e apenas para a educação infanil, respectivamente.

Como discutido anteriormente, o incentivo para a educação pré-escolar é o maior responsável pelo resultado educacional do primeiro política. Isso também se reflete na renda per capita: a política de incentivo para a educação pré-escolar é responsável por 97,09% do aumento da renda per capita ocasionado pela política que incentiva a primeira e a segunda fase educacional.

Dessa forma, a educação pré-escolar parece ser um importante meio para aumentar a renda per capita dos países subsaarianos e, logo, reverter a divergência em termos de renda per capita observada entre os países subsaarianos e europeus. Esse resultado continua válido mesmo quando a complementariedade entre os bens educacionais é reduzida. Na seção 6 (sensibilidade do modelo) apresenta-se essa análise de robustez.

5.2. Expectativa de Vida e Produtividade Total dos Fatores

A expectativa de vida e a produtividade total dos fatores são importantes aspectos econômicos na determinação dos diferenciais de renda per capita dos países. Nesse sentido, essa seção avalia o que ocorreria com a educação e a renda per capita dos países subsaarianos no caso que houvesse um aumento de 10% na expectativa de vida e no caso que houvesse um aumento de 10% na produtividade total dos fatores. A Tabela 6 apresenta os resultados desses aumentos.

A primeira linha da Tabela 6 mostra o que ocorreria com os países subsaarianos em 2010 caso a expetativa de vida fosse 10% maior que a de 2010. Como esperado, todos os países subsaarianos apresentariam um aumento da sua renda per capita,[23] sendo que em média a renda per capita dos países subsaarianos aumentaria em aproximadamente 5%. Uma vez que a expectativa de vida não afeta diretamente a renda per capita dos países como mostra a equação (22), esse resultado é explicado pelo efeito que a expectativa de vida tem sobre a educação. Em média, os anos de escolaridade aumentariam em 10% enquanto que a educação pré-escolar aumentaria 13%, ou seja, a educação aumentaria mais que proporcionalmente ao aumento da expectativa de vida. Assim, a expectativa de vida é um importante canal para políticas públicas que tenham como objetivo impactar a educação e, logo, a renda per capita.

De acordo com a Tabela 6 os países subsaarianos teriam um forte aumento da renda per capita relativa a simulação de 2010 caso a PTF fosse 10% maior que em 2010. Em média esses países aumentariam em 18% a sua renda per capita em comparação com a simulação de 2010. Com respeito a educação, observa-se que esse aumennto da PTF levaria a um aumento médio de 1% para ambas as educações.

A importância da PTF na determinação da renda é motivada pelos seus efeitos diretos e indiretos em estado estacionário sobre a renda per capita. Indiretamente, A_1 afeta o capital em unidades eficientes do setor 1 e do setor 2 e afeta o nível de capital humano através do impacto indireto sobre a educação.[24] Assim , o aumento da acumulação de fatores amplifica o efeito da PTF sobre a renda dos países. Isso explica o alto impacto da PTF na renda per capita dos países subsaarianos.

6. SENSIBILIDADE DO MODELO

Para testar a sensibilidade do resultado da política educacional descrita anteriormente, relaxa-se a complementariedade da função de formação de capital humano de modo a manter uma elasticidade de

Tabela 6. *Análise quantitativa para os países subsaarianos — Expectativa de Vida e PTF.*

	Valores médios relativos à simulação de 2010		
Políticas	y	x	T_s
Aumento de 10% em T	1,05	1,13	1,10
	[0,005]	[0,014]	[0,017]
Aumento de 10% em A_1	1,18	1,01	1,01
	[0,001]	[0,002]	[0,003]

Nota: Desvio-padrão entre colchetes.

[23] Ver a Tabela A-8 no Apêndice A (página 211).

[24] Com respeito ao capital, a equação (19) mostra o efeito de A_1 sobre o capital no setor 1 e a razão entre a equação (2) e (3) informa que o capital no setor 1 impacta positivamente o capital no setor 2. Logo, pela equação (3) pode-se notar que o salário de estado estacionário sem levar em conta a produtividade do trabalhador também irá aumentar. Então, o benefício marginal de adquirir uma unidade a mais de educação aumenta, levando a um aumento de x e T_s para que as equações (9) e (10) continuem sendo satisfeitas.

substituição menor do que 1. O exercício é exatamente como antes: iguala-se o subsídio educacional subsaariano ao subsídio europeu. A Figura 2 mostra este resultado de sensibilidade.

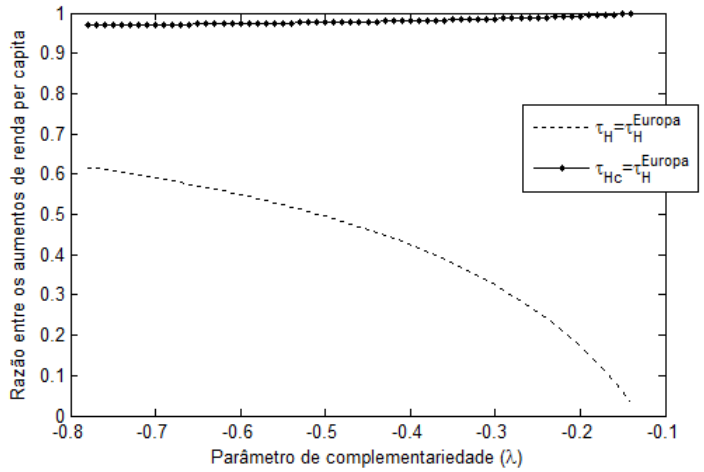
O eixo vertical da Figura 2 mostra a razão do aumento médio da renda per capita entre o subsídio educacional para apenas uma educação e o subsídio para ambas as educações africanas. Quando o valor do eixo vertical é igual a 1 isto significa que o aumento da renda per capita ocasionado por um estimulo a apenas uma fase educacional é igual ao aumento da renda per capita com o mesmo estimulo para ambas as fases educacionais.[25] O eixo horizontal se refere a redução do parâmetro de complementariedade da formação de capital humano dado pela equação (20). A linha com pontos em círculos representa a política relativa da educação pré-escolar e a linha pontilhada representa a política relativa para a educação formal. Dessa forma, conforme se reduz a complementariedade entre as educações a importância relativa da política para a educação pré-escolar se mantem enquanto que a política para a educação formal se torna cada vez menos importante em termos de impacto sobre a renda per capita.

Portanto, o principal resultado deste trabalho não é sensível com respeito a escolha de uma complementariedade mais fraca do que a estimada por Heckman et al. (2010).

7. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi estimar, através de um modelo de equilíbrio geral, a educação pré-escolar de países da África Subsaariana e de países da Europa para os anos de 1960 e 2010. Logo, este artigo pôde analisar pela ótica da educação pré-escolar a divergência da renda per capita e a convergência dos anos de escolaridade entre os países da África Subsaariana e os países europeus entre 1960 e 2010. De acordo com os resultados, apesar da educação pré-escolar para os países subsaarianos ter evoluído entre 1960 e 2010 os países subsaarianos em 2010 não alcançaram a educação pré-escolar dos europeus em 1960, ou seja, os países subsaarianos estão mais de 50 anos atrasados em termos de educação pré-escolar comparativamente aos países europeus. Além disso, a produtividade total dos fatores e a expectativa de

Figura 2. SENSIBILIDADE DO MODELO
Proporção do aumento da renda per capita capturado por cada incentivo educacional conforme a redução da complementariedade.



[25] Vale dizer que apesar de parecer graficamente que o subsídio para a educação pré-escolar tenha exatamente o mesmo efeito que o subsídio para ambas as educações quando a complementariedade é baixa, o maior valor observado dessa proporção é de 0,9985.

vida foram fatores importantes para compreender esse aumento da distância da renda per capita entre os países subsaarianos e os europeus.

Os resultados deste trabalho também sugerem que a convergência nos anos de escolaridade entre esses grupos de países pode ser explicada pelo aumento dos incentivos educacionais levando a uma redução dos custos de obter educação. Essa redução do custo está relacionada com o aumento da oferta de bens educacionais observada para os países subsaarianos.

O principal resultado deste trabalho é que um subsídio para a educação pré-escolar dos países da África subsaariana representaria mais de 97% do aumento da renda per capita de um igual subsídio tanto para a educação pré-escolar quanto para a educação formal. Este resultado mostra a importância da educação da primeira infância para políticas educacionais e, além disso, sugere que o desincentivo para a educação pré-escolar dos países subsaarianos relativo aos europeus ajuda a entender a divergência da renda per capita entre estes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bils, M., & Klenow, P. J. (2000, December). Does schooling cause growth? *American Economic Review*, *90*(5), 1160–1183. doi: 10.1257/aer.90.5.1160

Cunha, F., Heckman, J. J. & Schennach, S. M. (2010). Estimating the technology of cognitive and noncognitive skill formation. *Econometrica*, *78*(3), 883–931. doi: 10.3982/ECTA6551

Erosa, A., Koreshkova, T. & Restuccia, D. (2010). How important is human capital? A quantitative theory assessment of world income inequality. *Review of Economic Studies*, *77*(4), 1421–1449. doi: 10.1111/j.1467-937X.2010.00610.x

Ferreira, P. C. G. (2013). AIDS, longevity and long-run income. *Applied Economics*, *45*(15), 2117–2125. doi: 10.1080/00036846.2012.654915

Ferreira, P. C. G., & Pessoa, S. d. A. (2003, Jan). *The costs of education, longevity and the poverty of nations* (Ensaios Economicos Nº 472). Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas. Disponível em: http://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/handle/10438/507

Ferreira, P. C. G., & Pessoa, S. d. A. (2007, July). The effects of longevity and distortions on education and retirement. *Review of Economic Dynamics*, *10*(3), 472-493. doi: 10.1016/j.red.2007.01.003

Grantham-McGregor, S., Cheung, Y. B., Cueto, S., Glewwe, P., Richter, L., Strupp, B. & the International Child Development Steering Group. (2007). Developmental potential in the first 5 years for children in developing countries. *Lancet*, *369*(9555), 60–70. doi: 10.1016/S0140-6736(07)60032-4

Hall, R. E., & Jones, C. I. (1999, February). Why do some countries produce so much more output per worker than others? *The Quarterly Journal of Economics*, *114*(1), 83–116. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/2586948

Heckman, J. J. (2011). The economics of inequality: The value of early childhood education. *American Educator*, *35*(1), 31–35.

Heckman, J. J., & Cunha, F. (2007, May). The technology of skill formation. *American Economic Review*, *97*(2), 31–47. doi: 10.1257/aer.97.2.31

Heckman, J. J., Moon, S. H., Pinto, R., Savelyev, P. & Yavitz, A. (2010, Jul). *A new cost-benefit and rate of return analysis for the Perry Preschool Program: A summary* (NBER Working Paper Nº 16180). National Bureau of Economic Research. Disponível em: http://www.nber.org/papers/w16180

Irwin, L. G., Siddiqi, A. & Hertzman, C. (2007, June). *Early child development:a powerful equalizer* (Final Report for the World Health Organization's Commission on the Social Determinants of Health). Vancouver, BC: World Health Organization. Disponível em: http://www.who.int/social_determinants/themes/earlychilddevelopment/en/

Klenow, P., & Rodríguez-Clare, A. (1997). The neoclassical revival in growth economics: Has it gone too far? In *NBER Macroeconomics Annual 1997, volume 12* (pp. 73–114). MIT Press.

Majgaard, K., & Mingat, A. (2012). *Education in sub-saharan Africa: a comparative analysis*. Washington, D.C.: The World Bank. doi: 10.1596/978-0-8213-8889-1

Manuelli, R. E., & Seshadri, A. (2005). *Human capital and the wealth of nations* (2005 Meeting Papers Nº 56). Society for Economic Dynamics

Myers, R., & de San Jorge, X. (1999, April). *Childcare and early education services in low-income communities in Mexico City: patterns of use, availability, and choice* (LCSHD Paper Series Nº 20936). Washington, DC: World Bank: Latin America and the Caribbean Regional Office. Disponível em: http://documents.worldbank.org/curated/en/1999/04/693204/childcare-early-education-services-low-income-communities-mexico-city-patterns-use-availability-choice

Psacharopoulos, G. (1994). Returns to investment in education: A global update. *World Development*, *22*(9), 1325–1343. doi: 10.1016/0305-750X(94)90007-8

Restuccia, D., & Vandenbroucke, G. (2013a). A century of human capital and hours. *Economic Inquiry*, *51*(3), 1849–1866. doi: 10.1111/j.1465-7295.2012.00497.x

Restuccia, D., & Vandenbroucke, G. (2013b). The evolution of education: A macroeconomic analysis. *International Economic Review*, *54*(3), 915–936. doi: 10.1111/iere.12022

Restuccia, D., & Vandenbroucke, G. (2013c, Jan). *Explaining educational attainment across countries and over time* (Working Paper Nº 469). University of Toronto, Department of Economics. Disponível em: http://ideas.repec.org/p/tor/tecipa/tecipa-469.html

Rolnick, A., & Grunewald, R. (2003). Early childhood development: Economic development with a high public return. *The Region*, *17*(4), 6–12.

Schweinhart, L. J., Montie, J., Xiang, Z., Barnett, W. S., Belfield, C. R. & Nores, M. (2005). *The High/Scope Perry Preschool Study Through Age 40: Summary, conclusions, and frequently asked questions*. HighScope Press

Young, M. E. (1996). *Early child development: investing in the future*. Washington, DC: The International Bank for Reconstruction and Development/The World Bank

A. APÊNDICE

Tabela A-1. Calibração – África Subsaariana

	1960					2010				
	A_1^*	$(1+\tau_H)$	$(1-\tau_K)$	τ_L	T_r	A_1^*	$(1+\tau_H)$	$(1-\tau_K)$	τ_L	T_r
Estados Unidos	1,00	0,41	0,54	0,98	28,49	1,00	0,16	0,63	0,98	18,77
Benin	0,34	2,59	0,74	0,95	14,01	0,24	2,05	0,68	0,72	26,22
Botswana	0,31	2,51	0,49	0,95	21,70	0,32	0,11	1,73	0,98	5,02
Burundi	0,31	2,55	0,26	0,96	13,91	0,17	2,46	0,34	0,74	17,13
Camarões	0,57	2,43	0,34	0,94	17,15	0,27	1,83	0,62	0,68	19,68
República Centro Africana	0,40	2,60	0,55	0,96	11,63	0,22	2,15	0,32	0,71	16,54
República Democrática do Congo	0,27	2,87	2,00	0,94	23,95	0,23	0,16	1,28	0,97	21,94
Costa do Marfim	0,49	2,45	0,44	0,93	16,34	0,40	1,99	0,21	0,63	20,38
Gabão	0,63	2,36	1,84	0,95	16,09	0,70	0,11	0,83	0,98	24,87
Gâmbia	1,06	2,50	0,09	0,95	11,55	0,25	2,13	0,79	0,76	25,21
Gana	0,51	2,48	1,17	0,95	21,90	0,24	0,53	0,79	0,91	22,55
Quênia	0,44	2,29	0,51	0,94	21,49	0,22	1,90	0,62	0,63	25,51
Lesoto	0,44	2,29	0,06	0,91	17,39	0,18	1,41	1,09	0,68	15,38
Malawi	0,19	2,51	0,83	0,94	11,98	0,13	2,10	1,39	0,72	19,67
Mali	0,58	2,49	0,30	0,95	14,06	0,33	2,08	0,72	0,63	32,20
Mauritânia	0,31	2,35	0,89	0,89	24,92	0,35	2,00	0,97	0,63	33,01
Ilhas Maurício	0,39	2,44	1,73	0,89	33,29	0,52	0,17	0,93	0,98	26,99
Moçambique	0,29	2,53	0,24	0,94	11,00	0,24	2,39	0,65	0,79	19,41
Namíbia	0,64	2,23	0,77	0,89	23,28	0,42	0,19	1,11	0,97	26,56
Níger	0,62	2,54	0,41	0,94	18,69	0,20	2,27	0,93	0,74	32,74
Ruanda	0,78	2,49	0,09	0,96	14,50	0,24	2,23	0,54	0,78	23,57
Senegal	0,71	2,37	0,20	0,92	14,52	0,22	2,02	0,98	0,75	26,34
África do Sul	0,64	2,15	0,76	0,79	26,13	0,51	0,07	0,81	0,98	20,56
Tanzânia	0,19	2,01	0,69	0,95	14,26	0,17	2,15	0,93	0,74	18,98
Togo	0,43	2,48	0,46	0,96	17,73	0,16	2,06	0,62	0,72	17,14
Uganda	0,53	2,47	0,19	0,94	17,78	0,23	2,01	0,57	0,67	24,18
Zâmbia	0,51	2,37	0,45	0,93	17,47	0,27	1,78	0,60	0,68	19,17

* Os valores estão relativos aos Estados Unidos.

Tabela A-2. Calibração – Europa

	1960					2010				
	A_1^*	$(1+\tau_H)$	$(1-\tau_K)$	τ_L	T_r	A_1^*	$(1+\tau_H)$	$(1-\tau_K)$	τ_L	T_r
Estados Unidos	1,00	0,41	0,54	0,98	28,49	1,00	0,16	0,63	0,98	18,77
Áustria	0,96	0,83	0,82	0,98	29,50	1,11	0,20	0,74	0,98	24,91
Bélgica	0,77	0,52	0,85	0,98	31,07	1,01	0,16	0,82	0,98	28,89
Chipre	0,41	1,65	1,24	0,94	35,01	0,69	0,20	0,77	0,98	21,39
Dinamarca	0,77	0,61	0,71	0,98	27,41	1,03	0,20	0,70	0,98	22,02
Finlândia	0,66	0,75	1,11	0,98	25,78	0,96	0,19	0,81	0,98	24,80
França	1,01	0,77	0,74	0,98	32,45	1,01	0,16	0,69	0,98	29,23
Grécia	0,50	0,55	0,81	0,98	26,98	0,93	0,15	0,63	0,98	29,65
Islândia	0,96	0,57	0,90	0,98	35,99	1,09	0,21	0,51	0,98	17,58
Irlanda	0,65	0,44	0,66	0,98	30,15	1,07	0,16	0,53	0,98	24,81
Itália	0,73	0,75	1,08	0,98	29,91	0,99	0,15	0,83	0,98	35,07
Holanda	1,05	0,57	0,76	0,98	36,68	1,05	0,19	0,64	0,98	20,68
Noruega	0,73	0,54	1,10	0,98	32,60	1,08	0,18	0,78	0,98	18,38
Portugal	0,66	2,29	0,79	0,93	32,06	0,81	0,22	0,80	0,98	25,14
Romênia	0,26	2,61	0,65	0,93	22,04	0,51	0,16	0,74	0,98	22,66
Espanha	0,89	2,28	0,69	0,94	35,75	0,84	0,19	0,84	0,98	25,24
Suécia	0,90	0,70	0,75	0,98	25,80	1,02	0,19	0,61	0,98	20,34
Reino Unido	1,28	0,70	0,54	0,98	27,81	1,17	0,20	0,57	0,98	25,01

* Os valores estão relativos aos Estados Unidos.

Tabela A-3. Variáveis endógenas do modelo – África Subsaariana

	1960					2010				
	x	q	k_1	k_2	l_1	x	q	k_1	k_2	l_1
Estados Unidos	1,00	1,00	1,00	1,00	1,000	1,00	1,00	1,00	1,00	1,000
Benin	0,03	0,21	0,28	0,28	1,007	0,25	0,11	0,10	0,10	0,994
Botswana	0,07	0,15	0,12	0,12	1,006	0,81	0,30	0,81	0,81	0,989
Burundi	0,03	0,10	0,04	0,04	1,007	0,16	0,04	0,02	0,02	1,000
Camarões	0,06	0,32	0,19	0,19	1,005	0,44	0,12	0,11	0,11	0,986
República Centro Africana	0,02	0,24	0,23	0,23	1,008	0,20	0,06	0,02	0,02	0,994
República Democrática do Congo	0,06	0,27	0,99	0,99	1,006	0,43	0,15	0,28	0,28	0,990
Costa do Marfim	0,05	0,29	0,22	0,22	1,005	0,30	0,12	0,03	0,03	0,984
Gabão	0,07	1,00	3,64	3,64	1,006	0,67	0,67	0,87	0,87	0,987
Gâmbia	0,02	0,38	0,05	0,05	1,007	0,18	0,13	0,14	0,14	0,999
Gana	0,06	0,54	1,20	1,20	1,006	0,51	0,12	0,13	0,13	0,989
Quênia	0,09	0,27	0,24	0,24	1,004	0,50	0,09	0,08	0,08	0,983
Lesoto	0,20	0,07	0,01	0,01	1,001	0,55	0,09	0,14	0,14	0,979
Malawi	0,06	0,10	0,14	0,14	1,006	0,27	0,06	0,12	0,12	0,994
Mali	0,01	0,30	0,15	0,15	1,007	0,14	0,19	0,20	0,20	0,988
Mauritânia	0,10	0,21	0,33	0,33	1,001	0,31	0,24	0,35	0,35	0,986
Ilhas Maurício	0,30	0,44	1,45	1,45	1,000	0,49	0,44	0,62	0,62	0,999
Moçambique	0,05	0,09	0,03	0,03	1,006	0,08	0,11	0,10	0,10	1,007
Namíbia	0,26	0,61	0,86	0,86	1,000	0,41	0,35	0,60	0,60	0,993
Níger	0,02	0,40	0,28	0,28	1,007	0,09	0,10	0,14	0,14	1,000
Ruanda	0,04	0,24	0,04	0,04	1,007	0,19	0,09	0,07	0,07	1,002
Senegal	0,12	0,33	0,11	0,11	1,003	0,30	0,11	0,16	0,16	0,996
África do Sul	0,57	0,61	0,86	0,86	0,993	0,90	0,40	0,49	0,49	0,973
Tanzânia	0,10	0,08	0,09	0,09	1,005	0,33	0,08	0,10	0,10	0,997
Togo	0,02	0,24	0,19	0,19	1,007	0,34	0,05	0,04	0,04	0,994
Uganda	0,06	0,20	0,06	0,06	1,005	0,36	0,09	0,07	0,07	0,988
Zâmbia	0,15	0,31	0,24	0,24	1,003	0,48	0,13	0,11	0,11	0,986

* Os valores estão relativos aos Estados Unidos.

Tabela A-4. Variáveis endógenas do modelo – Europa

	1960					2010				
	x	q	k_1	k_2	l_1	x	q	k_1	k_2	l_1
Estados Unidos	1,00	1,00	1,00	1,00	1,000	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Áustria	0,27	1,20	1,88	1,88	1,004	0,59	1,29	1,53	1,53	1,003
Bélgica	0,63	0,87	1,39	1,39	1,001	0,77	1,18	1,56	1,56	0,999
Chipre	0,41	0,40	0,93	0,93	1,002	0,63	0,62	0,74	0,74	1,003
Dinamarca	0,64	0,78	1,04	1,04	1,002	0,62	1,11	1,23	1,23	1,003
Finlândia	0,41	0,79	1,68	1,68	1,004	0,64	1,08	1,39	1,39	1,002
França	0,29	1,23	1,74	1,74	1,004	0,74	1,07	1,17	1,17	0,999
Grécia	0,66	0,43	0,64	0,64	1,001	0,79	0,88	0,87	0,87	0,997
Islândia	0,52	1,25	2,18	2,18	1,002	0,65	1,02	0,81	0,81	1,005
Irlanda	0,80	0,56	0,67	0,67	1,000	0,84	1,00	0,82	0,82	1,000
Itália	0,35	0,91	1,88	1,88	1,004	0,68	1,16	1,54	1,54	0,997
Holanda	0,54	1,32	1,91	1,91	1,001	0,72	1,09	1,10	1,10	1,003
Noruega	0,69	0,92	1,95	1,95	1,002	0,84	1,28	1,62	1,62	1,003
Portugal	0,22	0,65	0,96	0,96	1,003	0,46	0,82	1,04	1,04	1,004
Romênia	0,37	0,13	0,14	0,14	1,003	0,74	0,37	0,42	0,42	0,997
Espanha	0,22	0,95	1,23	1,23	1,004	0,68	0,89	1,18	1,18	1,002
Suécia	0,57	1,03	1,47	1,47	1,003	0,76	1,00	0,96	0,96	1,003
Reino Unido	0,48	1,47	1,50	1,50	1,003	0,58	1,20	1,08	1,08	1,003

* Os valores estão relativos aos Estados Unidos.

Tabela A-5. Política educacional para os países subsaarianos em 2010 – Subsídio educacional subsaariano igual ao subsídio educacional europeu médio para educação pré-escolar e para a formal.*

	Valores relativos à simulação de 2010			
	y	x	T_s	Razão $\frac{1+\tau_H^{\text{Europa}}}{1+\tau_H}$
Benin	2,01	13,64	2,55	0,09
Botswana	0,73	0,45	0,66	1,65
Burundi	2,55	22,73	3,71	0,07
Camarões	1,76	9,62	1,94	0,10
República Centro Africana	2,08	15,70	2,87	0,08
República Democrática do Congo	0,94	0,83	0,90	1,12
Costa do Marfim	1,71	10,75	2,11	0,09
Gabão	0,74	0,44	0,63	1,68
Gâmbia	2,23	17,06	3,11	0,09
Gana	1,51	3,54	1,61	0,34
Quênia	1,70	9,23	1,84	0,10
Lesoto	1,55	6,82	1,67	0,13
Malawi	2,04	13,77	2,51	0,09
Mali	1,58	12,04	2,46	0,09
Mauritânia	1,65	10,26	2,02	0,09
Ilhas Maurício	0,96	0,91	0,95	1,05
Moçambique	2,53	28,39	5,15	0,08
Namíbia	1,02	1,06	1,03	0,96
Níger	1,97	19,34	3,74	0,08
Ruanda	2,63	20,61	3,50	0,08
Senegal	2,13	13,67	2,51	0,09
África do Sul	0,63	0,25	0,49	2,58
Tanzânia	2,31	14,98	2,58	0,08
Togo	2,15	13,52	2,43	0,09
Uganda	1,84	11,20	2,12	0,09
Zâmbia	1,77	9,33	1,90	0,10

* Neste contrafactual tem-se para os países subsaarianos $\tau_H = \tau_{H_c}$.

Tabela A-6. Política educacional para os países subsaarianos em 2010 – Subsídio para a educação formal subsaariana igual ao subsídio médio para a educação formal dos países europeus.*

	Valores relativos à simulação de 2010			
	y	x	T_s	Razão $\frac{1+\tau_H^{\text{Europa}}}{1+\tau_H}$
Benin	1,13	1,31	1,42	0,09
Botswana	0,95	0,92	0,90	1,65
Burundi	1,22	1,55	1,78	0,07
Camarões	1,07	1,17	1,22	0,10
República Centro Africana	1,15	1,38	1,53	0,08
República Democrática do Congo	0,99	0,97	0,97	1,12
Costa do Marfim	1,08	1,20	1,28	0,09
Gabão	0,95	0,91	0,89	1,68
Gâmbia	1,17	1,43	1,60	0,09
Gana	1,06	1,12	1,16	0,34
Quênia	1,06	1,14	1,19	0,10
Lesoto	1,05	1,11	1,14	0,13
Malawi	1,13	1,30	1,40	0,09
Mali	1,08	1,27	1,40	0,09
Mauritânia	1,07	1,18	1,25	0,09
Ilhas Maurício	0,99	0,99	0,98	1,05
Moçambique	1,25	1,78	2,21	0,08
Namíbia	1,00	1,01	1,01	0,96
Níger	1,16	1,53	1,81	0,08
Ruanda	1,22	1,52	1,71	0,08
Senegal	1,13	1,30	1,40	0,09
África do Sul	0,94	0,88	0,86	2,58
Tanzânia	1,15	1,31	1,41	0,08
Togo	1,13	1,28	1,37	0,09
Uganda	1,09	1,21	1,28	0,09
Zâmbia	1,07	1,16	1,21	0,10

* Aqui τ_{H_c} se mantem fixo.

Tabela A-7. Política educacional para os países subsaarianos em 2010 – Subsídio para a educação pré-escolar subsaariana igual ao subsídio médio para a educação pré-escolar dos países europeus.*

	Valores relativos à simulação de 2010			
	y	x	T_s	Razão $\frac{1+\tau_H^{\text{Europa}}}{1+\tau_{H_c}}$
Benin	1,94	12,58	2,29	0,09
Botswana	0,78	0,51	0,76	1,65
Burundi	2,43	20,43	3,23	0,07
Camarões	1,73	9,15	1,81	0,10
República Centro Africana	2,00	14,27	2,53	0,08
República Democrática do Congo	0,95	0,86	0,93	1,12
Costa do Marfim	1,68	10,07	1,93	0,09
Gabão	0,79	0,50	0,75	1,68
Gâmbia	2,13	15,41	2,72	0,09
Gana	1,47	3,35	1,50	0,34
Quênia	1,67	8,84	1,73	0,10
Lesoto	1,52	6,54	1,58	0,13
Malawi	1,98	12,78	2,27	0,09
Mali	1,54	10,80	2,12	0,09
Mauritânia	1,62	9,63	1,86	0,09
Ilhas Maurício	0,97	0,93	0,96	1,05
Moçambique	2,33	23,53	4,05	0,08
Namíbia	1,02	1,05	1,02	0,96
Níger	1,86	16,33	2,99	0,08
Ruanda	2,51	18,76	3,10	0,08
Senegal	2,06	12,75	2,29	0,09
África do Sul	0,70	0,31	0,65	2,58
Tanzânia	2,23	14,06	2,37	0,08
Togo	2,09	12,69	2,23	0,09
Uganda	1,79	10,56	1,96	0,09
Zâmbia	1,74	8,90	1,79	0,10

* Aqui τ_H se mantem fixo.

Tabela A-8. Análise quantitativa para os países subsaarianos em 2010 – aumento de 10% na expectativa de vida dos países subsaarianos.

	Valores relativos à simulação de 2010			
	y	x	T_s	Expectativa de vida em 2010
Benin	1,05	1,13	1,11	58,75
Botswana	1,05	1,11	1,09	46,44
Burundi	1,06	1,15	1,13	52,62
Camarões	1,05	1,12	1,10	53,69
República Centro Africana	1,06	1,15	1,13	48,10
República Democrática do Congo	1,05	1,12	1,10	57,20
Costa do Marfim	1,05	1,13	1,11	49,68
Gabão	1,05	1,10	1,08	62,29
Gâmbia	1,05	1,14	1,12	58,13
Gana	1,05	1,11	1,09	60,60
Quênia	1,05	1,11	1,09	59,55
Lesoto	1,05	1,12	1,09	47,48
Malawi	1,05	1,14	1,11	53,47
Mali	1,04	1,14	1,12	53,77
Mauritânia	1,04	1,12	1,10	61,02
Ilhas Maurício	1,05	1,11	1,09	72,97
Moçambique	1,05	1,16	1,14	49,14
Namíbia	1,05	1,12	1,09	62,48
Níger	1,04	1,14	1,13	56,99
Ruanda	1,06	1,14	1,12	62,21
Senegal	1,05	1,13	1,11	62,84
África do Sul	1,04	1,10	1,07	54,39
Tanzânia	1,06	1,13	1,11	59,18
Togo	1,06	1,13	1,11	55,47
Uganda	1,05	1,13	1,10	57,30
Zâmbia	1,05	1,12	1,09	54,53

* Aqui τ_H se mantem fixo.

Tabela A-9. Análise quantitativa para os países subsaarianos em 2010 – aumento de 10% na PTF dos países subsaarianos.

	Valores relativos à simulação de 2010		
	y	x	T_s
Benin	1,178	1,014	1,009
Botswana	1,177	1,011	1,005
Burundi	1,180	1,018	1,013
Camarões	1,177	1,012	1,006
República Centro Africana	1,178	1,015	1,010
República Democrática do Congo	1,177	1,012	1,007
Costa do Marfim	1,177	1,012	1,007
Gabão	1,177	1,011	1,005
Gâmbia	1,179	1,016	1,011
Gana	1,178	1,012	1,006
Quênia	1,177	1,011	1,006
Lesoto	1,176	1,010	1,005
Malawi	1,178	1,014	1,009
Mali	1,176	1,013	1,008
Mauritânia	1,176	1,012	1,006
Ilhas Maurício	1,180	1,015	1,008
Moçambique	1,178	1,018	1,014
Namíbia	1,178	1,013	1,007
Níger	1,177	1,016	1,012
Ruanda	1,180	1,018	1,013
Senegal	1,179	1,015	1,009
África do Sul	1,175	1,009	1,003
Tanzânia	1,179	1,015	1,010
Togo	1,179	1,015	1,009
Uganda	1,177	1,013	1,007
Zâmbia	1,177	1,012	1,006

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150010
Revista Brasileira de Economia, **69**(2), 213–249

Impacto Sobre o Desempenho Escolar do Pagamento de Bônus aos Docentes do Ensino Fundamental do Estado de São Paulo[*,†]

Cláudia Hiromi Oshiro[‡], Luiz Guilherme Scorzafave[§], Tulio Anselmi Dorigan[¶]

Sumário: **1. Introdução; 2. Revisão literária; 3. O programa de bonificação de São Paulo; 4. Metodologia; 5. Dados; 6. Resultados; 7. Análise de robustez; 8. Considerações finais; A. Apêndice.**

Palavras-chave: **Educação, Bônus, Accountability, Salário, Pagamento a Professores.**

Códigos JEL: **I25, I28.**

Políticas de bonificação têm se popularizado como mecanismo de indução de melhoria da qualidade da educação. Dada a escassa evidência dessas políticas para o Brasil, este artigo avalia o efeito do programa de bonificação de professores do estado de São Paulo sobre o desempenho escolar dos alunos utilizando os métodos de *Propensity Score Matching* e Diferenças em Diferenças. Foram encontrados efeitos positivos e significativos para Matemática (0,42 desvios-padrão) e Português (0,14 desvios-padrão) para o quinto ano do ensino fundamental entre 2007 e 2009, mas em 2011 há uma diminuição expressiva desse efeito positivo. Para o nono ano, não foram encontrados efeitos e, para algumas especificações e grupos de controle utilizados, houve impacto negativo sobre a proficiência em 2009 e 2011. Os resultados foram robustos a diferentes grupos de controle.

Bonus payment schemes to teachers have been growing overseas as a tool for education quality improvement. Since there is very little evidence concerning this kind of policy in Brazil, this papers aims to evaluate the effect of bonus program for teachers in the state of Sao Paulo, Brazil, over proficiency of students. Propensity Score Matching and Difference in Differences methods are used to measure the impact of the program. We found positive and significant effects on Math tests (0,42 standard-deviations) and Lecture tests (0,14 standard-deviations) for the fourth grade between

[*]Os autores agradecem aos comentários dos pareceristas anônimos, bem como os de Lígia Vasconcellos, Priscila Albuquerque, Miguel Foguel, Claúdio Ferraz, Rafael Camelo, Cristine Xavier Pinto e Elaine Toldo Pazello.

[†]Endereço para correspondência: Luiz Guilherme Scorzafave. FEA. Av. Bandeirantes, 3900, Ribeirão Preto-SP. CEP 14040-905.

[‡]Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getulio Vargas (FGV/EAESP). Doutoranda em Administração Pública e Governo. E-mail: claudiahiromi@gmail.com

[§]Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto / Universidade de São Paulo (FEA-RP/USP). E-mail: scorza@usp.br

[¶]Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto / Universidade de São Paulo (FEA-RP/USP). E-mail: tulioandorigan@gmail.com

2007 and 2009, but there is a sharp decay in these effects in 2011. We didn't find any effects for eighth grade of elementary school and, in some specifications and control groups, the results were negative in 2009 and 2011. These results are robust to different control groups.

1. INTRODUÇÃO

A melhoria do sistema educacional vem se mostrando um grande desafio para a sociedade brasileira nos últimos anos. A quase universalização do ensino fundamental nas últimas décadas representou um grande avanço para a educação. Porém, a formação de capital humano requer educação de qualidade e, nesse sentido, o sistema brasileiro ainda deixa a desejar. O nível educacional brasileiro ainda é muito baixo quando comparado a outros países. Segundo o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) de 2009, o Brasil ocupou a 54ª posição entre 65 países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

As políticas públicas educacionais em todo o mundo têm voltado suas atenções para a melhora da qualidade em todos os níveis de formação escolar. Diante desse desafio, as reformas na área têm como um dos temas centrais programas de responsabilização dos agentes escolares pela melhoria do desempenho dos alunos.

No Brasil, a expansão das avaliações externas do ensino a partir da década de 1990 tornou possível a elaboração de mecanismos de responsabilização. Um importante passo foi a reformulação do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), em 1995. Com o passar dos anos, houve uma evolução considerável dos sistemas de avaliação nas esferas estaduais e municipais.

A divulgação pública dos resultados dos exames mais recentes funciona como uma forma de responsabilizar as escolas e seus funcionários pelo desempenho dos alunos e, desta forma, criar incentivos para melhoria. O conhecimento público das notas pode gerar pressão por parte dos pais e da comunidade como um todo sobre as instituições com piores resultados. Também pode haver premiações ou punições condicionadas ao desempenho em exames.

Diante desse contexto, o objetivo deste trabalho é investigar se o programa de bonificação de professores e funcionários da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, implantado em 2008, ao responsabilizar os agentes escolares pelo desempenho dos alunos, tem algum efeito sobre as notas nos testes padronizados. A ideia desse tipo de política é que ao pagar uma bonificação aos docentes, haveria um incentivo para que os mesmos mudassem suas práticas escolares, realizando um maior esforço e mostrando mais comprometimento com a melhoria do aprendizado dos alunos.

Para este estudo, foi utilizada a metodologia de *Propensity Score Matching* e de Diferenças em Diferenças. Esta abordagem consiste, basicamente, em encontrar um grupo de controle mais parecido com o grupo tratamento com base em características observáveis e, então, comparar os resultados ao longo do tempo, para eliminar diferenças não observáveis fixas no tempo entre as escolas afetadas pelo tratamento, ou seja, as estaduais paulistas e as não afetadas. Para isso, são utilizados dados da Prova Brasil de 2005 a 2011. Diversas análises de robustez são levadas a cabo para assegurar a validade dos resultados.

Além da introdução, em seguida é apresentada uma breve revisão da literatura pertinente ao tema. Na seção 3 o programa de bonificação paulista é detalhado, e na seção 4 é apresentada a metodologia empregada. A seção 5 apresenta a descrição da base de dados e algumas estatísticas descritivas. Na seção 6 encontram-se os resultados da análise econométrica, que são validados a partir dos testes de robustez contidos na seção 7. Por fim, a última seção apresenta as considerações finais do trabalho.

2. REVISÃO LITERÁRIA

Uma das características das políticas educacionais mais recentes tem sido a busca de alternativas à mera distribuição de recursos e insumos escolares da forma como é tradicionalmente realizada, uma

vez que essas práticas vêm se mostrando ineficientes, já que o aumento dos gastos com educação, por si só, não leva necessariamente a um crescimento da qualidade do ensino. Hanushek (2003) mostrou que recursos escolares estão pouco relacionados com o desempenho dos alunos e com a variação da qualidade dos professores.

Dentro do contexto de valorização da profissão de docente, vários países têm adotado políticas de pagamento por mérito. Entretanto, os resultados desse tipo de política não são consensuais. Holmstrom e Milgrom (1991), ao analisarem o problema do agente-principal sob modelo multitarefas, citam as discussões sobre os incentivos na área de educação. Os defensores dessa prática se baseiam na teoria microeconômica do problema unidimensional padrão de agente-principal, no qual o incentivo levaria os professores a um maior esforço com impacto positivo sobre a proficiência do aluno. Já o contra-argumento é que o incentivo levaria o professor a colocar maior esforço em tarefas que podem ser medidas por meio de exames padronizados, deixando de lado funções importantes como, por exemplo, o desenvolvimento da criatividade e de diversas habilidades não cognitivas que talvez não sejam medidas nas provas.

Vigdor (2008) investigou o programa de bonificação de professores da Carolina do Norte — um dos mais antigos dos Estados Unidos — utilizando dados de 2002/03 e 2005/06 e observou melhora do desempenho nos exames de Matemática. Porém, o autor faz ressalvas quanto à estrutura de incentivos adotada — baseada nos resultados gerais da escola —, que pode levar ao problema do *free-rider*. O mesmo programa foi avaliado por Lauen (2011), mas para um período diferente. Desta vez, foram encontrados efeitos positivos e significativos apenas para o exame de Leitura do quinto ano (ganho de 0,1 desvio padrão).

Figlio e Kenny (2007) combinaram dados do *National Education Longitudinal Survey*, de 2000, com uma pesquisa própria e fizeram uma análise cross-section para verificar a relação entre incentivos aos professores e desempenho dos alunos nos Estados Unidos. Segundo eles, escolas que oferecem pagamento por mérito apresentaram notas maiores, sobretudo aquelas que têm um mínimo de participação dos pais. Entretanto, não descartam a possibilidade de que escolas mais eficientes — e que, portanto, tem pontuação maior — sejam mais propensas a adotar essas políticas.

Lavy (2009) avaliou um programa experimental em Israel que recompensava individualmente os professores — com bônus em dinheiro — pela melhora do desempenho dos estudantes. O desenho do programa consistia em um torneio, no qual o pagamento dependia da posição relativa do professor entre aqueles de mesma área de atuação. Os resultados indicam que houve melhora do desempenho dos estudantes em exames durante o ensino médio utilizados como requisito para ingresso no ensino superior.

Também em caráter temporário, Glewwe, Ilias e Kremer (2003) avaliaram um programa de premiação de professores no Quênia condicionado ao desempenho dos estudantes e encontraram maiores ganhos de notas em escolas participantes durante o período do programa. Todavia, não verificaram mudanças em atitudes dos professores, seja em relação à maior presença em sala de aula ou nos métodos pedagógicos, a não ser na alocação de tempo para treinamento para a prova, o que pode explicar o aumento das notas. Muralidharan e Sundararaman (2011) analisaram os resultados de um experimento aleatório no estado rural indiano de Andhra Pradesh que bonificava professores de escolas primárias que obtivessem melhoria da pontuação média, e os resultados encontrados após dois anos de programa foram de aumento de 0,27 e 0,17 desvio padrão em testes de Matemática e de Linguagem, respectivamente.

Entre os estudos que não mostraram efeito positivos, Glazerman, Carey e McKie (2009) avaliaram os efeitos do *Teacher Advancement Program* (TAP) de Chicago, implementado em 2007, que promove uma remuneração extra e novas responsabilidades ao docente por meio da designação de Professor Mentor. A bonificação fica atrelada ao desempenho do aluno em sala de aula. Não foram encontrados sinais de melhora com relação às notas ou à satisfação dos professores. Springer et al. (2010) analisaram os resultados do *Project on Incentives in Teaching* (POINT), um projeto realizado no Sistema Escolar Metropolitano de Nashville, entre 2006/07 e 2008/09, do qual participavam voluntariamente professores de Matemática do *middle school* (sexta a oitava séries) que eram remunerados de acordo com ganhos de notas dos alunos em testes padronizados. Também não foram encontrados resultados muito favoráveis. Os alunos

dos professores do grupo de tratamento não tiveram desempenho melhor do que aqueles cujos professores estavam no grupo controle. Evidências positivas foram encontradas apenas para a quinta série, sobretudo no segundo ano do experimento. Fryer (2013) analisou o impacto dos incentivos financeiros a professores sobre o desempenho dos alunos na cidade de Nova Iorque no período de 2006/2007 a 2009/2010. Além de buscar os efeitos sobre a proficiência, o estudo verificou se houve alguma alteração sobre o comportamento do professor por meio de análise de dois indicadores: falta e repetência. Não foram encontradas evidências de mudança no comportamento dos professores ou alunos, tampouco indício de melhora da proficiência. Pelo contrário, os efeitos estimados foram negativos para ensino básico e *middle school*.

Com relação à literatura brasileira, poucos são os estudos empíricos na área. Apesar dos grandes avanços em termos de mobilização social e em debates sobre a educação, o que dá força para maior responsabilização dos agentes escolares, praticamente não há tentativas de avaliação dos programas de *accountability* forte brasileiros. Isso torna ainda mais relevante o presente artigo, ainda mais diante da evidência internacional inconclusiva acerca da eficácia de tais políticas.[1]

3. O PROGRAMA DE BONIFICAÇÃO DE SÃO PAULO

As regras do sistema de remuneração paulista foram lançadas pelo Programa de Qualidade da Escola (PQE) em maio de 2008 (Governo do Estado de São Paulo/SEE, 2009b) e o projeto de lei referente ao programa foi aprovado apenas em dezembro do mesmo ano[2]. A Secretaria de Educação do Estado de São Paulo estipulou metas para cada série da escola e remunera todos professores do ciclo avaliado e os demais funcionários. As metas são estabelecidas com base no Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (Idesp) para cada etapa escolar s. O Idesp, por sua vez, é composto por dois outros índices:

$$\text{IDESP}_s = \text{ID}_s \times \text{IF}_s. \tag{1}$$

ID é o Índice de Desempenho e IF é o Índice de Fluxo. O ID é baseado nas notas do Saresp, exame de avaliação externa paulista, que é aplicado para a segunda, quarta, sexta e oitava séries (ou terceiro, quinto, sétimo e nono ano) do ensino fundamental, além da terceira série do ensino médio nas escolas administradas pelo governo estadual.[3] O índice representa a quantidade relativa de alunos em cada nível de proficiência, divididas em quatro níveis: (i) Abaixo do básico, (ii) Básico, (iii) Adequado, e (iv) Avançado. O Saresp avalia a proficiência dos alunos de acordo com as exigências do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, que define o aprendizado desejado para o aluno no final de cada ciclo. Para o pagamento de bônus, considera-se apenas a proficiência em Matemática e Português.

A partir dos dados do IDESP, calcula-se a parcela de cumprimento da meta, por meio do Índice de Cumprimento (IC) em determinado ano t para cada etapa escolar s, por meio da seguinte expressão:

$$\text{IC} = \left(\frac{\text{IDESP}_{s,t} - \text{IDESP}_{s,t-1}}{\text{META}_{s,t} - \text{IDESP}_{s,t-1}} \right). \tag{2}$$

Ou seja, o IC é dado pela razão da variação do IDESP entre dois anos no ano pela variação da meta da escola na série s no ano t, em relação ao IDESP do ano.[4] O IC é limitado no intervalo de 0% a 120%. Para

[1] Cabe destacar que estão em andamento pelo menos dois outros trabalhos avaliando o impacto do sistema de bonificação dos docentes no desempenho escolar no Brasil: Ferraz e Bruns (2012) avaliando a experiência de Pernambuco e Guerra e Foguel (2012), comparando os casos de São Paulo e Pernambuco.

[2] Projeto de Lei Complementar nº 1.078.

[3] Como o período analisado corresponde exatamente à transição do ensino fundamental de oito para o de nove anos, ao longo do texto utilizou-se quarta série e quinto ano de modo intercambiável. Idem para oitava série e nono ano.

[4] As metas anuais foram estabelecidas para cada escola de acordo a distância da meta de longo przo, seguindo uma função de crescimento logística (Ferraz, 2009). Desta forma, escolas que partem de uma pontuação baixa têm que apresentar uma melhora porcentual maior com relação àquelas com maiores notas.

valores negativos, considera-se o piso (zero). Para valores superiores a 120%, considera-se o cumprimento de 120%.

Um adicional por qualidade passou a ser considerado a partir de 2009. Este índice reflete a posição da escola em relação à média das outras escolas ($\text{IDESP}^{\text{GLOBAL}}$) e à sua meta de longo prazo (2030). O Índice de Qualidade (IQ) do ano t para a série s é calculado pela seguinte fórmula:

$$\text{IQ}_{s,t} = \left(\frac{\text{IDESP}_{s,t} - \text{IDESP}_{s,t}^{\text{GLOBAL}}}{\text{META}_{s,2030} - \text{IDESP}_{s,t}^{\text{GLOBAL}}} \right). \tag{3}$$

As metas de longo prazo do IDESP para cada série são iguais para todas as escolas ($\text{META}_{s,2030}$) e foram estabelecidas levando-se em consideração níveis de aprendizado comparáveis aos de países da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), correspondendo a 7,0 para o 5º ano e 6,0 para o 9º ano do ensino fundamental.

Para efeito de pagamento do bônus, o sistema paulista considera a soma dos indicadores (IQ + IC), limitado entre 0 e 120%. O valor pago varia de acordo com a parcela da meta cumprida e é feito a professores do ciclo que cumpriram a meta e para funcionários com nível de absenteísmo abaixo de $1/3$. Em escolas que cumprem 100% da meta, por exemplo, os funcionários recebem o equivalente a 2,4 salários. Em escolas que superam a meta prevista, o bônus pode chegar a 2,9 salários. O número de salários recebidos como bônus é proporcional a percentagem de atendimento da meta. Por exemplo, se a escola alcançou 50% da meta, os funcionários recebem 1,2 salários de bônus. Escolas que não cumprem as metas, mas que, nos dois anos anteriores foram classificadas entre as 10% melhores, também recebem uma remuneração. Esse seria um incentivo para escolas boas, cujas metas são difíceis de cumprir, pois as notas já estariam num patamar relativamente elevado. Funcionários das diretorias regionais recebem bônus pela média da região em que atuam.

A Tabela 1 apresenta os dados a respeito da abrangência e das características básicas do sistema de bonificação paulista. Os pagamentos são feitos no início do ano seguinte ao ano-referência para cálculo do bônus. Com exceção de 2010, que teve um valor menor de bônus médio pago, nos demais anos o bônus médio variou entre R$ 2.600,00 e R$ 3.100,00, o que equivalia a cerca de 2,5 salários até 2010 e a 1,9 salários mensais em 2012. Ou seja, o bônus médio equivale ao recebimento de 14º e 15º salários, um

Tabela 1. *Caracterização dos pagamentos do sistema de bonificação paulista.*

Ano	Data do pagamento	Valor total pago (R$ milhões)	Nº de beneficiados	Bônus médio (R$)*	Nº salários médio*
2008	31/03/2009	590,6	195.504	3.020,91	2,5
2009	25/03/2010	655,0	210.000	3.119,05	2,5
2010	01/04/2011	340,0	190.000	1.789,47	2,4
2011	30/03/2012	538,5	205.329	2.622,62	2,1
2012	28/03/2012	590,2	206.000	2.865,05	1,9

* Calculado excluindo-se escolas que alcançaram 0% da meta.
Fonte: Elaboração própria a partir da consulta os seguintes sites:
http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/professores-do-estado-recebem-hoje-pela-primeira-vez-bonus-por-desempenho
http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/educacao-paga-r-655-milhoes-em-bonus-por-resultado
http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/educacao-paga-r-340-milhoes-em-bonus
http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/bonus-por-desempenho-da-rede-estadual-de-ensino-aumenta-59-2
http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/numero-de-servidores-estaduais-que-ganharao-bonus-por-desempenho-acima-de-r-5-mil-aumenta-25

valor em linha com alguns sistemas de bonificação americanos. Por exemplo, Vigdor (2008) mostra que o programa da Carolina do Norte pagava de US$ 750,00 a US$ 1.500,00 por docente, valor semelhante ao adotado em São Paulo. Fryer (2013) mostra que o bônus de Nova York é mais generoso (US$ 3.000,00 por docente sindicalizado, a ser dividido como a escola preferir, se alcance das metas for de 100%).

Uma outra característica importante dos sistemas de bonificação é a dificuldade (ou não) para o alcance das metas. Se o sistema for desenhado de tal sorte que as metas sejam facilmente alcançadas, a lógica da bonificação de premiar um maior esforço na melhoria da prática docente fica prejudicado. Por outro lado, se a meta for considerada muito difícil de ser alcançada, também pode desestimular a mudança de comportamento por parte dos agentes envolvidos no processo.

Nesse sentido, a Tabela 2 apresenta a proporção de escolas que não receberam bônus em cada ano, e, para aquelas que ganharam algum bônus, qual a porcentagem média de alcance das metas. Aqui ficam evidentes as diferenças entre escolas de 5º e 9º ano. Desde 2009, todas as escolas têm alcançado, em média, uma fração menor da meta; porém, a queda foi muito mais pronunciada no 9º ano, especialmente a partir de 2011. Por sua vez, a fração de escolas que não receberam bônus varia bastante ao longo dos anos (entre 14% e 49%), com comportamento mais parecido entre 5º e 9º ano, exceto em 2010. Ou seja, o sistema paulista não está nem entre os mais rígidos, nos quais praticamente todos os docentes são beneficiados, nem entre os menos rigorosos, onde praticamente ninguém consegue receber a bonificação.

Por fim, a Figura A-1 do Apêndice A mostra a distribuição das escolas por cumprimento das metas. Em geral, as distribuições são bimodais em torno dos valores 0% e 120%, com poucas escolas obtendo valores intermediários. Este fato pode indicar que para algumas escolas as metas são muito difíceis de serem alcançadas, enquanto que para outras, as metas são facilmente atingíveis, uma característica ruim do sistema. Ou seja, apesar de na média, o sistema não ser tão rígido, pode haver uma assimetria de incentivos para diferentes escolas.

4. METODOLOGIA

Para averiguar o impacto do programa, deveríamos comparar o desempenho das escolas em duas situações, com e sem a presença do bônus. No entanto, é impossível observar essas duas situações simultaneamente. Segundo Abadie, Drukker, Herr e Imbens (2004), se a exposição à política for aleatória, pode-se comparar dois grupos: um que recebeu o incentivo (grupo de tratamento) e outro que não (grupo controle). Depois, bastaria calcular a diferença do desempenho nas duas situações para avaliar o impacto do bônus. Entretanto, em nosso estudo, a escolha não é aleatória, uma vez que apenas escolas da rede estadual de São Paulo receberam essa política de incentivos em 2008.

Tabela 2. *Porcentagem de Alcance da Meta e Fração de Escolas Não Contempladas.*

	% de Alcance da Meta Média		% de Escolas Não Contempladas	
Ano	5º ano	9º ano	5º ano	9º ano
2008	104,9	105,4	49,0	44,2
2009	110,0	100,1	14,0	16,9
2010	108,8	94,3	28,9	44,6
2011	98,6	78,5	22,7	29,6
2012	89,6	66,7	31,2	33,9

* Média calculada excluindo-se escolas que alcançaram 0% da meta.
Fonte: Elaboração própria a partir de dados administrativos da Secretaria de Educação de São Paulo.

Assim, iremos combinar duas técnicas para estimar o efeito do programa de bônus paulista. Inicialmente, será utilizada a técnica de propensity score matching para encontrar para cada escola estadual paulista, uma outra que não pertencesse a essa rede, mas que fosse a mais parecida possível em uma série de características observáveis.

No entanto, mesmo após esse processo, ainda podem existir características não observáveis diferentes (e que afetem a evolução da proficiência escolar) nas escolas da rede estadual paulista e nas demais. Se essas características forem fixas ao longo do tempo, podemos eliminá-las através do método de Diferenças em Diferenças. Além disso, efeitos comuns entre os grupos de tratamento e controle, não causados pelo tratamento, também são eliminados nesse método, como efeitos macro, por exemplo. A combinação dessas estratégias irá permitir estimar o efeito tratamento sobre os tratados, ou seja, o impacto da política de bonificação sobre a proficiência escolar dos alunos do ensino fundamental da rede estadual paulista.

Para que essa combinação de estratégias seja válida na obtenção do efeito causal do tratamento, são necessárias duas hipóteses: suporte comum e tendência comum paralela pré-tratamento. A hipótese de suporte comum garante que nenhuma combinação das covariadas utilizadas no pareamento define exatamente a probabilidade de uma escola pertencer à rede estadual paulista (ou não). A hipótese de tendência comum paralela pré-tratamento exige que os grupos de tratamento e controle tenham evolução paralela nas variáveis de resultado. Em nosso caso, é necessário que a proficiência média das escolas estaduais paulistas tenha trajetória pré-tratamento paralela àquela das escolas do grupo de controle.

Mais formalmente, seja $Y^0_{it_1}$ a proficiência média para a escola i no período t_1 (posterior à adoção da política de bonificação) na ausência da política (sobrescrito "0"). O efeito da política de bônus sobre os tratados pode ser representado como

$$\text{DD} = \text{E}\left[Y^1_{it_1} - Y^0_{it_0} \middle| T_i = 1, X_i\right] - \text{E}\left[Y^1_{it_1} - Y^0_{it_0} \middle| T_i = 0, X_i\right]. \quad (4)$$

Note que $\text{E}\left[Y^1_{it_1} \middle| T_i = 0, X_i\right]$ é não observado e representa qual seria o resultado médio das escolas do controle, após o tratamento, caso fossem estaduais paulistas. Para que esse contrafactual seja válido para estimação do efeito causal, é necessário que a evolução temporal dos grupos de tratamento e controle, na ausência do tratamento, seja exatamente a mesma. Ou seja,

$$\text{E}\left[Y^0_{it_1} - Y^0_{it_0} \middle| T_i = 1, X_i\right] = \text{E}\left[Y^0_{it_1} - Y^0_{it_0} \middle| T_i = 0, X_i\right]. \quad (5)$$

Como temos múltiplos períodos de tempo, um antes (2007) e dois depois do tratamento (2009 e 2011), a especificação da regressão que permitirá estimar o efeito do tratamento sobre os tratados é dada pela seguinte expressão, adaptada a partir de Galiani, Gertler e Schargrodsky (2005):

$$\text{NotaMédia}_{it} = \beta_0 + \beta_1 \text{EE}^{\text{SP}}_i + \beta_2 I_{i2009} + \beta_3 I_{i2011} + \beta_4 d_{2009} + \beta_5 d_{2011} + \varepsilon_{it}, \quad (6)$$

em que NotaMédia_{it} refere-se à proficiência média em cada escola i no tempo t; $\text{EE}^{\text{SP}}_i = 1$, se a escola i for estadual paulista, e 0, caso contrário; I_{i2009} é uma variável que assume valor 1 para as escolas estaduais paulistas apenas em 2009; I_{i2011} assume valor 1 para escolas estaduais paulista apenas em 2011; d_{2009} e d_{2011} são *dummies* de tempo para os anos de 2009 e 2011, respectivamente.

O intercepto β_0 é a proficiência média das escolas do grupo de controle em 2007. As dummies de tempo capturam mudanças temporais que afetam igualmente o tratamento e o controle. Os parâmetros β_2 e β_3 capturam o efeito causal da política de bonificação sobre o desempenho dos estudantes da rede estadual paulista nos anos de 2009 e 2011, respectivamente.

O método de Diferenças em Diferenças pressupõe que a nota média das escolas estaduais paulistas tenha a mesma trajetória (Hipótese de tendência comum) da nota do grupo de controle. Todavia, ainda pode haver fatores (não relacionados ao programa de bonificação) que afetem as notas dos grupos de

forma desigual. Para eliminar essas possíveis diferenças, podemos combinar mais de um grupo de controle por meio das diferenças triplas (DDD):

$$\begin{aligned}\text{NotaMédia}_{it} = \beta_0 + \beta_1 \text{SP}_i + \beta_2 \text{EE}_i + \beta_3 d_{2009} + \beta_4 d_{2011} + \beta_5 \text{SP}_i d_{2009} + \beta_6 \text{SP}_i d_{2011} + \beta_7 \text{EE}_i d_{2009} \\ + \beta_8 \text{EE}_i d_{2011} + \beta_9 \text{EE}_i \text{SP}_i + \beta_{10} \text{EE}_i \text{SP}_i d_{2009} + \beta_{11} \text{EE}_i \text{SP}_i d_{2011} + \varepsilon_{it},\end{aligned} \quad (7)$$

em que $\text{SP}_i = 1$, se a escola pertence ao estado de São Paulo e 0, caso contrário; $\text{EE}_i = 1$, se a escola é estadual. Neste caso, os coeficientes que medem o impacto do programa em 2009 e 2011 são, respectivamente, β_{10} e β_{11}, e podem ser escritos como

$$\begin{aligned}\beta_{10} = &\left[\left(\text{Nota}^{\text{E,SP}}_{2009} - \text{Nota}^{\text{E,SP}}_{2007}\right) - \left(\text{Nota}^{\text{M,SP}}_{2009} - \text{Nota}^{\text{M,SP}}_{2007}\right)\right] \\ &- \left[\left(\text{Nota}^{\text{E,F}}_{2009} - \text{Nota}^{\text{E,F}}_{2007}\right) - \left(\text{Nota}^{\text{M,F}}_{2009} - \text{Nota}^{\text{M,F}}_{2007}\right)\right]\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\beta_{11} = &\left[\left(\text{Nota}^{\text{E,SP}}_{2011} - \text{Nota}^{\text{E,SP}}_{2007}\right) - \left(\text{Nota}^{\text{M,SP}}_{2011} - \text{Nota}^{\text{M,SP}}_{2007}\right)\right] \\ &- \left[\left(\text{Nota}^{\text{E,F}}_{2011} - \text{Nota}^{\text{E,F}}_{2007}\right) - \left(\text{Nota}^{\text{M,F}}_{2011} - \text{Nota}^{\text{M,F}}_{2007}\right)\right]\end{aligned} \quad (9)$$

em que E = Estadual, M = Municipal, SP = Estado de São Paulo e F = Fora do Estado de São Paulo.

5. DADOS

Para avaliarmos o efeito do programa de bonificação sobre a proficiência dos alunos utilizaremos os dados da Prova Brasil. Embora a bonificação esteja atrelada às notas do SARESP, que é a avaliação externa aplicada pela Secretaria de Educação do estado de São Paulo, esses dados limitam nossa avaliação e a aplicação de metodologias de avaliação de políticas públicas. Como o exame é realizado apenas em São Paulo, ela impossibilita que alunos e escolas de outros estados possam servir como grupo de controle.

Assim, será utilizada como base de dados a Prova Brasil. Nela, são realizados testes de Matemática (com foco na resolução de problemas) e de Língua Portuguesa (com foco em leitura) para o quinto e nono anos do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio. Este exame tem características muito semelhantes ao SARESP: usam como base a TRI (Teoria de resposta ao item) e avaliam os anos finais de cada ciclo em pelo menos duas disciplinas básicas (Matemática e Português).

Segundo o Governo do Estado de São Paulo/SEE (2009a), em 2007 foram introduzidas mudanças importantes no SARESP, num esforço para tornar o exame mais adequado tecnicamente às características de um sistema de avaliação em larga escala que permitisse acompanhar a evolução da qualidade do sistema estadual de ensino ao longo dos anos. Além de o SARESP ter adequado as habilidades avaliadas aos padrões do Saeb, a escala de proficiência passou a ser igual ao da prova nacional. Assim, a partir de 2007, os resultados obtidos pelos alunos paulistas nos dois exames ao longo dos anos tornaram-se passíveis de comparação. Dessa forma, a semelhança das avaliações nos leva a acreditar que o efeito de um programa que pretende melhorar o ensino deve ter impacto positivo nas notas dos dois exames.

Além da Prova Brasil nos proporcionar comparações com escolas de outros estados, ela evita alguns tipos de *gaming*[5]. Como este exame não está diretamente atrelado ao pagamento de bônus, não há incentivos para seleção de alunos, ajuda na prova ou outros tipos de fraudes que podem ocorrer no dia

[5]Pode-se definir *gaming* como comportamentos estratégicos intencionais, voltados apenas a aumentar a nota média das provas, sem necessariamente melhorar o aprendizado dos alunos de modo consistente.

da aplicação. Mesmo que não seja possível evitar todos os efeitos indesejados, o uso do exame nacional ajuda a minimizar alguns deles.

Para as estimações, utilizaremos as notas médias das escolas da Prova Brasil de 2007, 2009 e 2011 de Língua Portuguesa e Matemática para o quinto ano e nono ano do ensino fundamental. Como a Prova Brasil não é censitária no 3º ano do ensino médio, excluímos essa série da análise. Além das provas, os alunos, professores e diretores respondem a questionários socioeconômicos que fornecem as covariadas necessárias para a estimação do *Propensity Score*.

A Tabela 3 possui uma breve análise descritiva das variáveis da Prova Brasil de 2007 utilizadas no processo de *Propensity Score Matching*. As diferenças entre as características dos alunos das escolas estaduais paulistas e os alunos de escolas municipais de SP, bem como do resto do Brasil não são muito grandes, tanto no quinto como no nono ano. Já em relação ao salário dos professores, as escolas estaduais de São Paulo mostraram indicadores melhores do que a média do País e do que a média das redes municipais do estado de São Paulo. O mesmo é válido para a diferença salarial entre diretores: enquanto 58% dos diretores em escolas do primeiro ciclo do ensino fundamental recebem mais de R$ 1.500 no país como um todo, nas redes municipais de SP esse número atinge 86% e na rede estadual paulista, 96%. Por outro lado, os docentes da rede estadual paulista possuem menos tempo de experiência dentro de uma mesma escola no 5º ano; já no 9º ano, isso não ocorre. Também não se verificam grandes diferenças em termos de tempo no cargo de diretor da escola entre os três grupos analisados. Um aspecto interessante é que as escolas estaduais paulistas têm um número maior de alunos, em média, do que as demais, tanto no 5º quanto no 9º ano. Por fim, em termos de proficiência, a rede estadual paulista ocupava em 2007, uma posição intermediária entre o resto do Brasil e as redes municipais de São Paulo. Esse resultado ratifica nossa escolha de trabalharmos com diversos grupos de controles alternativos para assegurar a robustez dos resultados.

6. RESULTADOS

A estimação do escore de propensão, ou seja, da probabilidade de ser tratado, foi realizada por meio do modelo Probit. No contexto deste trabalho, foi estimada a probabilidade de ser uma escola estadual paulista. Nesse conjunto de resultados iniciais, consideramos que qualquer escola do Brasil possa ser, potencialmente, utilizada como controle para as escolas estaduais paulistas.

A vasta disponibilidade de dados da Prova Brasil 2007 nos permite, a princípio, utilizar um número muito grande de variáveis explicativas. Quanto mais covariadas relevantes conseguirmos utilizar, mais o grupo de controle tenderá a ser parecido com o grupo de tratamento; por outro lado, aumenta a dificuldade de encontrar um controle exatamente igual ao tratado. Num primeiro exercício, ao utilizar um conjunto muito grande de variáveis explicativas, poucos indivíduos foram pareados, levando a uma pequena região de suporte comum. Desta forma, optou-se por um modelo com um número menor de covariadas. A Tabela A-1 (Apêndice A, página 234) apresenta os resultados da estimação das especificações que apresentaram uma boa qualidade do matching, com covariadas balanceadas e maior região de suporte comum. Cabe destacar que foram utilizados como regressores do Probit a proficiência média em 2007 e a variação da proficiência entre 2005 e 2007, no intuito de garantir a validade da hipótese de tendência paralela pré-tratamento na amostra pareada.

Após a estimação do escore de propensão foi feito o pareamento através do método de um vizinho mais próximo e impondo a condição de suporte comum. A Tabela 4 mostra que o número de escolas tratadas dentro do suporte comum é bastante grande, variando entre 93% a 96% das escolas, dependendo da série e da disciplina avaliada.

A boa aderência do pareamento também pode ser notada ao observar a distribuição do escore de propensão (Figura 1) após o pareamento. Outro procedimento importante nesse tipo de metodologia é a checagem das condições de balanceamento. As tabelas A-2 a A-5 no Apêndice A mostram a média das variáveis nos grupos de tratamento e controle. Depois do pareamento, para a maioria das covariadas não foi possível rejeitar a hipótese nula de igualdade das médias e, portanto, tem-se um pareamento

Tabela 3. Médias das variáveis utilizadas no modelo probit para Brasil, Rede Estadual de SP e Redes Municipais de São Paulo em 2007.

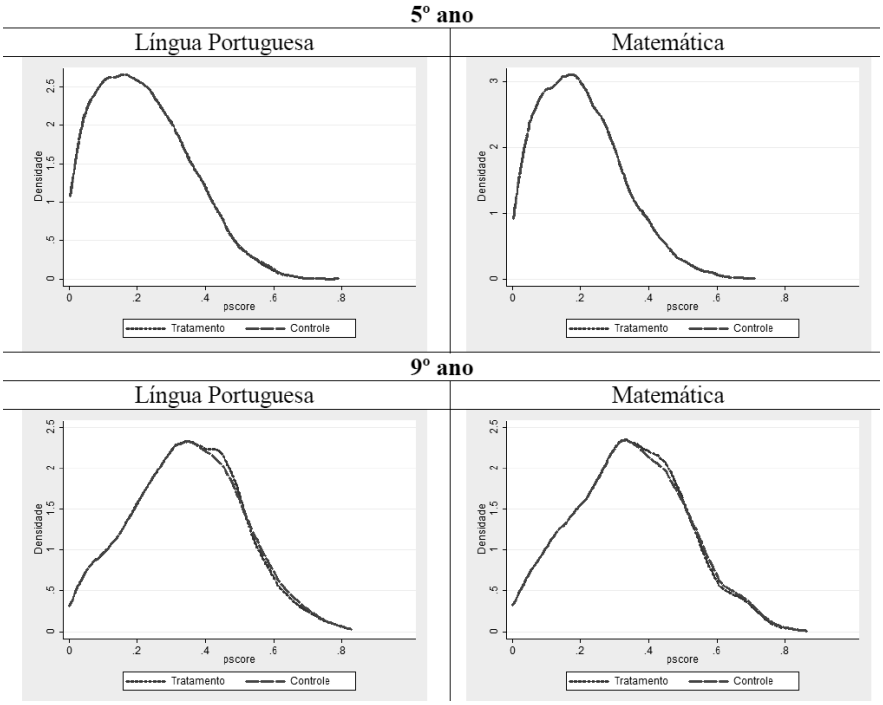
	Quinto ano			Nono ano		
	Brasil	SP (Estadual)	SP (Municipal)	Brasil	SP (Estadual)	SP (Municipal)
Proporção de alunos com a característica dentro da escola						
Mãe completou a 8ª série	12,5	14,1	13,7	15,5	18,4	18,1
Possuem de 1 a 20 livros em casa	52,1	52,4	53,0	59,3	60,3	60,3
Possuem de 21 a 100 livros em casa	15,7	15,5	15,3	19,0	18,3	17,9
Possuem mais de 100 livros em casa	9,1	8,9	8,2	6,3	5,5	5,0
Fizeram o Maternal	33,2	34,0	35,9	41,5	42,2	39,5
Trabalham fora de casa	13,8	13,1	11,6	20,9	18,3	17,7
Mora com o pai e com a mãe	53,7	62,0	63,5	59,7	61,8	62,1
Mora com o pai ou com a mãe	33,4	32,2	30,8	29,5	32,1	31,7
Proporção de professores com a característica dentro da escola						
Salário até R$ 1.300,00	30,9	8,1	12,3	25,5	6,6	9,3
Leciona na escola entre 1 e 2 anos	14,0	20,4	15,8	15,2	18,8	17,0
Leciona na escola entre 3 e 5 anos	21,7	11,7	23,9	21,2	20,4	26,5
Variáveis de Diretores/Escola						
Salário maior que R$ 1.500,00	57,1	95,7	86,2	69,0	97,2	89,9
Diretor da escola há até 2 anos	33,1	34,9	32,4	35,5	34,4	32,7
Diretor da escola entre 2 e 4 anos	35,3	32,5	35,4	32,4	31,3	32,8
Diretor da escola entre 5 e 10 anos	22,8	24,1	25,2	23,1	24,0	25,5
Média de nº de alunos da escola	483	668	525	730	969	826
Proficiência Escolar						
Média de Matemática em 2007	188,71	193,6	203,44	238,86	242,03	246,44
Média de Português em 2007	171,29	176,48	184,03	227,16	231,13	233,87

Fonte: Elaboração própria com base nos dados do Inep.

Tabela 4. Distribuição de Escolas por região de suporte comum após pareamento.

		Suporte Comum		
		Fora do suporte	Dentro do suporte	Total
Quinto ano				
Português	Controles	0	21.780	21.780
	Tratados	49	1.383	1.432
Matemática	Controles	0	21.774	21.774
	Tratados	8	1.423	1.431
Nono ano				
Português	Controles	0	14.628	14.628
	Tratados	201	2.734	2.935
Matemática	Controles	0	14.632	14.632
	Tratados	181	2.749	2.930

Figura 1. Densidade Kernel do escore de propensão após pareamento – 5º e 9º anos – Português e Matemática.



com um bom balanceamento dessas variáveis.

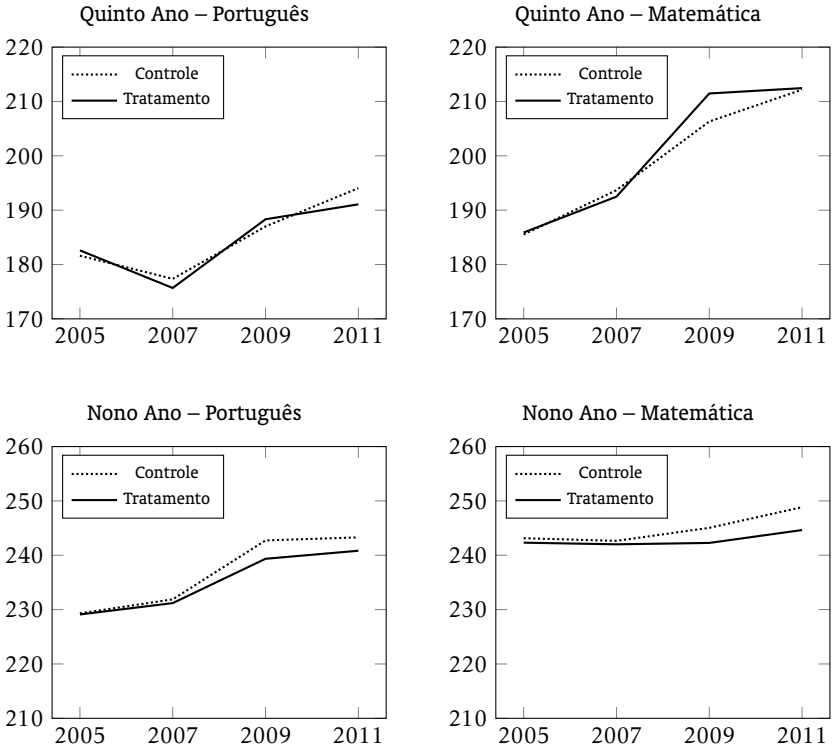
Por fim, foi checado o que ocorreu com o Pseudo R^2 do modelo Probit após o pareamento. Ao se reestimar o Probit utilizando apenas informações das escolas tratadas e de controle selecionadas, o valor do Pseudo R^2 deve diminuir se o pareamento foi bem sucedido. É exatamente o que ocorre em nosso caso, como mostrado na Tabela 5, já que os grupos passam a ser semelhantes nessas covariadas. O poder explicativo das covariadas cai, ou seja, elas não conseguem mais explicar as diferenças existentes entre grupo de controle e tratamento e a probabilidade de participação.

A Figura 2 apresenta a evolução das notas de português e matemática, para o 5º e 9º ano, na amostra de escolas de tratamento e controle após o pareamento. Conforme a Tabela 4, mais de 93% das escolas de tratamento estão sendo utilizadas para a análise, percentual que chega a 99% no caso de matemática no quinto ano. Ou seja, essa evolução reflete de modo fidedigno o que ocorreu na rede estadual paulista nos últimos anos. O primeiro aspecto a ser destacado nesse gráfico é que a evolução das notas das escolas do grupo de controle é bastante semelhante daquela observada para as escolas de tratamento entre 2005 e 2007. Assim, a hipótese do método de diferenças em diferenças de tendência comum pré-tratamento, fundamental para a inferência causal nesse método, é respeitada no nosso caso. Infelizmente,

Tabela 5. Pseudo R^2.

	Quinto ano		**Nono ano**	
	Português	Matemática	Português	Matemática
Antes do pareamento	0,293	0,268	0,267	0,263
Depois do pareamento	0,007	0,001	0,002	0,003

Figura 2. Evolução das Notas Médias de Português e Matemática na Prova Brasil – Quinto e Nono ano – 2005 e 2011.



Obs: Estão representadas na figura a proficiência média para as escolas do grupo de tratamento (estaduais paulistas) e do grupo de controle após o pareamento realizado via *propensity score matching*.
Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Prova Brasil.

não dispomos de informações anteriores à 2005 para assegurar que tal comportamento ocorria antes dessa data.

O segundo ponto a ser destacado é que entre 2007 e 2011, no 5º ano, houve crescimento das notas de português (12 pontos) e matemática (20 pontos), sendo essa evolução bastante semelhante nas escolas de tratamento e de controle. No caso de matemática, a rede estadual experimentou um avanço mais forte até 2009 e, entre 2009 e 2011, as escolas de controle eliminaram essa diferença. Já no 9º ano, as escolas do grupo de controle tiveram desempenho ligeiramente melhor que as de controle tanto em 2009 quanto em 2011. Um dado preocupante adicional no caso de matemática no 9º ano é que praticamente não houve evolução da proficiência média das escolas estaduais entre 2005 e 2011. Desse modo, as evidências da Figura 1 já sinalizam que, provavelmente, a política de bonificação não conseguiu mudar radicalmente a tendência do aprendizado das escolas estaduais paulistas após sua implantação.

No entanto, para averiguarmos se essa evidência gráfica se traduz em resultados estatísticos, foi aplicado o estimador de Diferenças em Diferenças na amostra pareada para eliminar o efeito de características não observadas (fixas no tempo). Os resultados mostram indícios de impactos positivos apenas para o quinto ano do ensino fundamental e limitado ao ano de 2009 (Tabela 6). No exame de Matemática, o efeito estimado foi de cerca de 6,3 pontos na prova, o que representa 0,42 desvio padrão na escala SAEB, o que é um efeito considerável. Já para o exame de Português, o efeito do bônus mostra-se menor, em cerca de 2,6 pontos (0,14 desvio padrão). No entanto, esse efeito desaparece quando se

consideram os dados de 2011. Ou seja, para o quinto ano, há efeito de curto prazo, mas o decaimento é bastantepronunciado.

Com relação ao nono ano, os coeficientes são negativos, indicando que a política de bonificação pode estar contribuindo para diminuir a proficiência dos alunos.

Outro dado que chama atenção na Tabela 6 é que houve evolução da proficiência em ambos os grupos (tratamento e controle) no período, de mais de 10 pontos na escala SAEB entre 2007 e 2011, o que pode ser verificado nos coeficientes das variáveis d_{2009} e d_{2011}. Por sua vez, é alarmante é a tímida evolução da proficiência em matemática no 9º ano.

7. ANÁLISE DE ROBUSTEZ

Uma das críticas que pode ser feita aos resultados anteriormente encontrados é que eles podem ser sensíveis à escolha do grupo de controle, ou seja, se mudássemos o grupo de controle, os resultados poderiam ser diferentes. Implicitamente, essa crítica aponta que o grupo de controle escolhido através do pareamento pode não ser um bom contrafactual para o grupo de escolas estaduais paulistas. Para checar a robustez dos resultados encontrados, nessa seção serão utilizadas técnicas e grupos de controle alternativos para checarmos se os resultados encontrados são robustos a alterações nessas especificações. Em todos os casos (exceto Diferenças Triplas e Diferenças em Diferenças por municípios), foi realizado o pareamento das escolas de tratamento e de controle pré intervenção, por meio do *propensity score matching*.[6] Também foram construídas figuras análogas à Figura 2, para assegurar a validade da hipótese de tendência comum pré-intervenção, o que foi constatado em praticamente todos os casos.[7] Relacionamos abaixo as estratégias para assegurar a robustez dos resultados.

Tabela 6. Resultado do modelo de Diferenças em Diferenças.

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	$-0{,}13$	$-0{,}34$	$-0{,}74^{*}$	$-0{,}33$
	(0,59)	(0,63)	(0,39)	(0,41)
d_{2009}	$10{,}19^{***}$	$13{,}60^{***}$	$11{,}11^{***}$	$2{,}74^{***}$
	(0,65)	(0,76)	(0,44)	(0,47)
d_{2011}	$17{,}09^{***}$	$19{,}61^{***}$	$11{,}75^{***}$	$6{,}84^{***}$
	(0,67)	(0,77)	(0,45)	(0,48)
I_{2009}	$2{,}55^{***}$	$6{,}29^{***}$	$-2{,}36^{***}$	$-2{,}11^{***}$
	(0,86)	(0,97)	(0,58)	(0,6)
I_{2011}	$-1{,}82^{**}$	1,15	$-1{,}67^{***}$	$-3{,}71^{***}$
	(0,87)	(0,98)	(0,58)	(0,62)
Constante	$177{,}83^{***}$	$194{,}90^{***}$	$232{,}22^{***}$	$242{,}97^{***}$
	(0,45)	(0,49)	(0,3)	(0,32)
Observações	8.298	8.538	16.404	16.494
R^2	0,1501	0,1834	0,0968	0,0226

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

[6] As variáveis utilizadas nos pareamentos foram as mesmas utilizadas nos pareamentos da seção 6. O resultado da estimação dos modelos Probit, bem como a análise de qualidade desses pareamentos podem ser obtidas por solicitação aos autores.

[7] As figuras A-2 à A-6 do Apêndice A apresentam a evolução das notas dos grupos de tratamento e controle nesses casos.

Diferenças em diferenças ponderado pelo escore de propensão. Seguindo Hirano, Imbens e Ridder (2003), a equação (6) foi reestimada, ponderando-se as observações pelo escore de propensão estimado. Ou seja, a estimação do *propensity score* e o pareamento foi exatamente o mesmo realizado na seção 6. Mudou-se apenas a ponderação do estimador de diferenças em diferenças.

Diferenças em diferenças por município. O modelo do programa permite que dentro de um mesmo município existam escolas que foram contempladas pelo programa (rede estadual) e escolas que não tiveram o incentivo da bonificação (outras redes). Escolas de um mesmo município estão expostas aos mesmos fatores econômicos e geográficos, bem como ao mesmo ambiente macroeconômico. É razoável supor que esses aspectos afetem de forma semelhante estudantes de redes de ensino distintas dentro de um mesmo município. Assim, a comparação entre escolas da mesma localidade pode mostrar melhor o efeito do programa, já que se estaria controlando por efeitos locais que afetam a proficiência escolar nas duas redes. Devido à pouca disponibilidade de dados para escolas particulares e federais, o grupo de comparação será formado apenas por escolas municipais.

Escolhido o contrafactual, lançaremos mão, novamente, da hipótese de tendência comum e, ao considerar fixos os efeitos dentro de cada município, usaremos então o método de Diferenças em Diferenças. A equação (6) foi acrescida de variáveis dummy para cada município e pode ser lida pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\text{NotaMédia}_{it} = \beta_0 + \beta_1 \text{EE}_i^{\text{SP}} + \beta_2 I_{i2009} + \beta_3 I_{i2011} + \beta_4 d_{2009} + \beta_5 d_{2011} \\ + \text{Município}_1 + \text{Município}_2 + \cdots + \text{Município}_J + \varepsilon_{it}, \quad (10)\end{aligned}$$

na qual J representa a quantidade de municípios que serão considerados. O estado de São Paulo contém 645 municípios, mas para esta estratégia foram utilizadas apenas cidades paulistas com pelo menos três escolas de cada rede de ensino. Ao todo, foram utilizados dados de 83 municípios para a estimação do quinto ano e 42 municípios para o nono ano.

Escolas estaduais paulistas × Escolas municipais paulistas. Nesse caso, no processo de pareamento, foram usados como potenciais controles apenas escolas municipais localizadas no estado de São Paulo, mas sem impor a restrição de que cada par de escolas tratamento-controle tivesse que ser, necessariamente, do mesmo município como no caso anterior. Uma vez feito o pareamento, foi estimada a equação (6) na amostra pareada.

Escolas estaduais paulistas × Escolas estaduais do resto do Brasil. Foram utilizadas como possíveis contrafactuais apenas escolas pertencentes a redes estaduais das outras unidades de federação e estimada a equação (6) na amostra pareada.

Escolas estaduais paulistas × Escolas estaduais de MG, RJ e ES. Também foi utilizado como possível contrafactual o grupo formado por escolas estaduais da região Sudeste (exceto do estado de São Paulo) já que é razoável admitir que escolas de estados vizinhos tenham maior probabilidade de serem parecidas em fatores não observáveis que escolas muito distantes.

Escolas estaduais paulistas × Escolas estaduais de RJ e ES. Esse grupo de controle é semelhante ao anterior, excluindo-se Minas Gerais pelo fato de as notas de 5º ano em Minas Gerais terem comportamento distinto do observado para os demais estados do Sudeste.

Escolas estaduais paulistas × Escolas de redes que não introduziram política de bonificação após 2008. Uma crítica que pode ser feita aos grupos de controle acima é que essas escolas podem pertencer a redes estaduais que também adotaram políticas de bonificação aos docentes após a entrada em vigor

do programa paulista. Desse modo, após levantamento das políticas de bônus adotadas nos últimos anos nas redes estaduais brasileiras, excluímos escolas das redes estaduais dos seguintes estados: RJ, MG, ES, PE, GO e CE. Claramente, uma limitação dessa análise é que não temos como saber que redes municipais adotaram políticas de bônus semelhantes àquela do estado de São Paulo. Assim, é possível que haja algumas escolas no grupo de controle que também estejam suscetíveis a políticas de bonificação.

Efeito Placebo. Outro exercício de robustez realizado foi estimar modelo de diferenças em diferenças da equação abaixo com dados de 2005 e 2007, considerando todas as escolas do Brasil como potenciais controles:

$$\text{NotaMédia}_{it} = \beta_0 + \beta_1 \text{EE}_i^{\text{SP}} + \beta_2 I_{i2007} + \beta_3 d_{2007} + \varepsilon_{it}. \tag{11}$$

Estimamos, nesse caso, um efeito placebo, isto é, qual teria sido o resultado de uma política de bônus adotada entre 2005 e 2007. Como na verdade a política de bonificação data de 2008, espera-se que o coeficiente β_2 seja não significativo na (11).

Diferenças triplas (DDD). O método de Diferenças em Diferenças exige que as trajetórias das notas das escolas estaduais paulistas sejam semelhantes às dos grupos de controle. Todavia, ainda pode haver fatores (não relacionados ao programa de bonificação) que afetem as notas dos grupos de forma desigual como, por exemplo, as diferenças inerentes entre as administrações estaduais e municipais. Para eliminar essas possíveis diferenças, podemos combinar mais de um grupo de controle por meio das diferenças triplas (DDD). Um aspecto importante a ser considerado é que, nesse caso de Diferenças Triplas, não foi realizado o processo de pareamento das escolas de tratamento e controle antes da estimação do modelo, o que pode ocasionar alguma diferença em relação às análises anteriormente citadas. Foram realizados três exercícios de DDD, com os seguintes grupos:

- Escolas Estaduais SP vs Escolas Municipais SP $\times$ Escolas Estaduais Brasil vs Escolas Municipais Brasil;
- Escolas Estaduais SP vs Escolas Municipal SP $\times$ Escolas Estaduais Sudeste vs Escolas Municipais Sudeste;
- Escolas Estaduais SP vs Escolas Municipais SP $\times$ Escolas Estaduais RJ + ES vs Escolas Municipais RJ + ES.

7.1. Diferenças em Diferenças e Efeito Placebo

A Tabela 7 apresenta os coeficientes de impacto causal para as análises de robustez mencionadas anteriormente e que envolvem o uso do método de diferenças em diferenças.[8]

Os resultados mais robustos foram encontrados para o quinto ano em matemática em 2009. Os valores de efeito causal em 2009 variaram entre 2,88 e 7,71 pontos na escala SAEB, dependendo do grupo de controle considerado. No entanto, os resultados para 2011 dessa disciplina e série indicam desde valores não significativos até o valor de 6,16 (significativo), no caso de diferenças em diferenças dentro dos municípios paulistas. Cabe destacar que, nesse caso, o efeito está limitado a um subconjunto de municípios que possuem pelo menos 3 escolas de cada rede de ensino. Assim, se por um lado, as escolas estão sendo comparadas com outras da mesma cidade, por outro a validade externa do resultado é menor. De qualquer modo, em todos os casos há uma diminuição (ou desaparecimento em quatro especificações) do efeito do programa entre 2009 e 2011, corroborando o resultado da Tabela 6.

Para português no quinto ano em 2009, apenas duas especificações não mostraram efeito positivo e significativo: quando o grupo de controle foi restrito às escolas municipais paulistas e quando se restringiu às escolas estaduais do sudeste. Nos outros cinco casos, o efeito foi positivo e variou entre 1,58

[8] Os resultados completos de todas as estimações encontram-se nas tabelas A-6 a A-12 do Apêndice A.

Tabela 7. Resultado da análise de robustez – Diferenças em Diferenças.

	Quinto ano		Nono ano	
	Português	Matemática	Português	Matemática
D-D com reponderação				
I_{2009}	2,36***	6,01***	−2,44***	−2,09***
I_{2011}	−1,41	1,54*	−1,67***	−3,74***
Diferenças em diferenças por município				
I_{2009}	4,02***	7,25***	−1,14	−0,19
I_{2011}	2,34***	6,16***	−2,51***	−2,59***
Grupo de controle: Escolas municipais paulistas				
I_{2009}	1,26	4,00***	−0,35	0,32
I_{2011}	−1,49	1,72	−3,86***	−3,36***
Grupo de controle: Escolas estaduais do restante do Brasil				
I_{2009}	2,59***	7,71***	−2,21***	−2,11***
I_{2011}	−2,42**	2,16**	−0,30	−2,40***
Grupo de controle: Escolas estaduais do restante do sudeste				
I_{2009}	−0,16	2,88***	−2,61***	−3,14***
I_{2011}	−2,69***	−0,19	−3,64***	−6,09***
Grupo de controle: Escolas estaduais do RJ e ES				
I_{2009}	1,58*	4,85***	−1,42	−1,13
I_{2011}	−1,42	1,46	−1,26	−3,38***
Grupo de controle: Escolas do restante do Brasil, exceto das redes estaduais de MG, RJ, CE, PE, ES e GO				
I_{2009}	1,85**	5,92***	−2,80***	−2,28***
I_{2011}	−2,54***	0,41	−2,26***	−3,59***
Efeito Placebo				
I_{2007}	−1,56*	−1,06	−0,51	0,03

Notas: Estimação com erro padrão robusto a heterocedasticidade.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

e 4,02 pontos na escala SAEB. Assim, nesse caso, não corroboramos o resultado negativo e significativo da Tabela 6.

Para português no nono ano em 2009, as estimativas ou são não significativas ou significativas com sinal negativo, sendo que o valor encontrado na Tabela 6 (−2,36) encontra-se dentro desse intervalo. Como há três casos não significativos, o resultado de que a política de bonificação teria efeito *negativo* sobre a proficiência escolar não é robusto para o ano de 2009. No entanto, ao analisarmos o efeito em 2011, em apenas dois casos o efeito é não significativo; nos demais é negativo e significativo. Assim, as evidências nos levam a concluir que o efeito do bônus em 2011 foi, na melhor das hipóteses nulo, mas é provável que tenha sido negativo em até 3,86 pontos na escala SAEB. Para matemática no nono ano em 2009, há alguns resultados negativos, mas outros não significativos. No entanto, para 2011, todas as especificações indicam efeito *negativo* entre 2,4 e 6,9 pontos na escala SAEB, corroborando os resultados da Tabela 6.

Por fim, a estimativa do efeito placebo corroboram parcialmente a nossa hipótese de identificação, já que para Português, no quinto ano, há um efeito negativo e significativo de cerca de 1,5 pontos na escala SAEB. Já para os demais casos, os coeficientes são não significativos, conforme esperado.

Portanto, os resultados da análise de robustez usando diferenças em diferenças indicam que o efeito mais forte da política de bônus ocorreu para o quinto ano em matemática em 2009, um efeito menor

ocorreu em português, mas em ambos os casos, houve um decaimento importante do efeito em 2011. Para o nono ano, os resultados apontam para uma situação em que ou pode estar ocorrendo efeito negativo ou a ausência de efeito da política em 2009. Porém, em 2011, os resultados indicam para efeito negativo de 3 pontos na escala SAEB (média das estimativas da Tabela 7).

7.2. Diferenças triplas (DDD)

Os resultados de diferenças triplas apontam um quadro um pouco mais positivo para o programa, com valores positivos, significativos e maiores do que os anteriormente encontrados, tanto para matemática como para português em 2009 e 2011 no 5º ano. Já para o 9º ano, os resultados confirmam os anteriormente obtidos de ausência de efeito positivo do programa, tanto em 2009 como em 2011.

7.3. Bônus e Indicadores Escolares

Mas o que pode explicar os resultados obtidos e as diferenças entre 5º e 9º anos? Apesar de não termos medidas diretas do comportamento dos docentes, pode ser que a política de bonificação tenha induzido mudanças nas escolas (perfil dos alunos, diretor e docentes, clima escolar, práticas didáticas, etc.), que podem estar mediando o impacto do bônus sobre as notas. Assim, construímos o mesmo conjunto de indicadores de Tavares (2014) e utilizamos cada um desses indicadores como variável dependente na equação (6), no lugar da proficiência escolar dos alunos. Assim, conseguimos saber se esses indicadores mudaram mais nas escolas estaduais paulistas do que nas escolas do grupo de controle entre 2007 e 2011.

Para o quinto ano em 2009, houve melhoria do clima escolar, maior liderança do diretor e maior participação dos pais nas escola e maior alocação de alunos em turmas homogêneas (por idade e rendimento acadêmico). Essas variáveis podem explicar o porquê houve um efeito positivo do bônus sobre as notas, tanto de português como de matemática em 2009. Por outro lado, entre 2007 e 2009, relativamente às escolas do grupo de controle, as estaduais paulistas tiveram uma piora do clima escolar, da

Tabela 8. Resultado da análise de robustez – Diferenças Triplas.

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
Estadual SP vs Municipal SP × Estadual Br vs Municipal Br				
EE·SP·2009	4,06***	5,43***	−0,33	0,63
	(0,70)	(0,80)	(0,83)	(0,89)
EE·SP·2011	2,37***	4,86***	−0,78	−0,61
	(0,72)	(0,82)	(0,82)	(0,90)
Estadual SP vs Municipal SP × Estadual SE vs Municipal SE				
EE·SP·2009	5,78***	5,71***	−2,32**	−1,37
	(0,89)	(1,02)	(1,01)	(1,11)
EE·SP·2011	5,74***	8,83***	−0,01	0,45
	(0,90)	(1,02)	(1,00)	(1,13)
Estadual SP vs Municipal SP × Estadual RJ + ES vs Municipal RJ + ES				
EE·SP·2009	8,12***	9,45***	−1,18	−1,87
	(1,21)	(1,34)	(1,25)	(1,33)
EE·SP·2011	8,58***	10,82***	4,38***	3,10**
	(1,28)	(1,41)	(1,26)	(1,40)

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

formação acadêmica dos docentes e redução dos diretores com pós-graduação na área de gestão, fatores que podem ter atuado para diminuir o impacto da política de bonificação nesse período.

Entre 2009 e 2011, o efeito do programa sobre a proficiência se reduz bastante no quinto ano. Curiosamente, a maioria dos indicadores passa a ser impactado positivamente em 2011, o que deveria contribuir para ampliar o efeito da política. Por exemplo, houve melhoria no clima escolar, na liderança do diretor, no uso do tempo em sala de aula, no cumprimento do currículo, diminuição do número de alunos médio por escola e maior dedicação do professor. Os indicadores na direção contrária foram: piora no índice de composição socioeconômica dos alunos, piora na participação dos pais, menos diretores com pós-graduação em gestão e diminuição do tempo de experiência do diretor.

Portanto, para o quinto ano, não fica claramente estabelecido um padrão dos indicadores que nos permita associá-los diretamente ao processo de melhoria inicial e posterior decaimento da proficiência escolar após a implantação do bônus em 2008.

Para o nono ano, onde os resultados sobre proficiência para ambos os anos foram negativos ou inexistentes, os sinais dos efeitos da política de bônus sobre os indicadores foram semelhantes aos encontrado para o quinto ano em praticamente todos os casos. Assim, não parece que os indicadores observáveis conseguem explicar o mau resultado da política de bonificação no nono ano, assim como não explicavam os resultados mais favoráveis do quinto ano.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As reformas educacionais têm como um dos temas centrais programas de responsabilização dos agentes escolares pela melhoria do desempenho dos alunos. Dentro deste contexto, este trabalho procurou investigar se o programa de bonificação de professores implantado em 2008 no estado de São Paulo teve impacto sobre a proficiência dos estudantes.

Boa parte da literatura internacional indica que programas de premiação de docentes levam a uma melhora do desempenho dos alunos, porém, há estudos que não mostram impacto sobre as notas, ou até mesmo, que mostram efeitos negativos, como Fryer (2013).

Para este trabalho, utilizou-se como método principal o Diferenças em Diferenças (DD) para eliminar efeitos fixos não observáveis, combinado com Propensity Score Matching (PSM) aplicado no período anterior ao início da política para encontrar escolas para o grupo de controle que fossem os mais semelhantes possíveis com as escolas estaduais paulistas (grupo de tratamento). Procedimentos de checagem mostraram boa qualidade do pareamento, bem como a validade da hipótese chave do método de diferenças em diferenças de tendência comum prévia ao tratamento na variável de resultado para as escolas de tratamento e de controle.

Foram encontrados indícios de impacto positivo do programa de incentivo de professores apenas nas notas do quinto ano do ensino fundamental em 2009, de 6,3 pontos na escala SAEB em Matemática e de 2,6 pontos em Língua Portuguesa. No entanto, há forte decaimento desses efeitos entre 2009 e 2011. Para o nono ano, encontramos resultados negativos; mas nas análises de robustez para 2009, em alguns casos observou-se ausência de efeito da política. No entanto, para 2011, praticamente todas as estimativas confirmaram um impacto negativo.

Por fim, tentamos avaliar se a adoção do bônus alterou alguns indicadores escolares (como clima escolar, participação dos pais na escola, cumprimento do currículo, uso do tempo em sala de aula, experiência dos professores/diretores, etc.) que poderiam ajudar a entender tanto a diferença de resultados entre o quinto e o nono anos, como o decaimento do efeito para o quinto ano entre 2009 e 2011. No entanto, essa análise foi inconclusiva em apontar claramente algum desses fatores como estando associados a essa trajetória do efeito da política sobre as notas.

Nesse sentido, é possível levantar algumas hipóteses adicionais que poderiam ajudar a explicar as diferenças de impacto sobre notas tanto entre as disciplinas e como nos diferentes anos do ensino fundamental. Com relação à diferença entre Português e Matemática, devemos considerar a diferença de aprendizado nas duas disciplinas. Talvez o esforço do professor dentro de sala de aula seja mais efetivo

Tabela 9. Efeito da política de bonificação sobre indicadores escolares – 5º ano.

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
Contínuas				
Índice socioeconômico (+)	0,00	−0,21**	0,02	−0,22**
Índice de clima escolar (−)	0,24*	−0,35***	0,30**	−0,22**
Expectativa do professor sobre futuro dos alunos (+)	0,03	0,00	0,05**	0,00
Índice de liderança do diretor (+)	0,43***	0,51***	0,30**	0,50***
Índice de uso do tempo de aula (+)	0,06	0,23***	0,08*	0,25***
Índice de cumprimento curricular	0,11***	0,10***	0,12***	0,09***
Formação acadêmica do professor (+)	−0,17***	−0,20***	−0,18***	−0,21***
Experiência do professor (+)	−0,02	0,04*	−0,01	0,07***
Número total de matrículas	−40,09	−79,56***	−39,87	−75,90***
Índice de Participação dos pais na escola (+)	0,27***	−0,07***	0,25***	−0,08***
Dedicação do professor (+)	0,00	0,08***	−0,02	0,07**
Discretas				
Formação do diretor (*dummy* pós-graduação em gestão)	−0,07***	−0,06**	−0,08***	−0,06**
Experiência do diretor (*dummy* mais de 5 anos)	0,00	−0,13***	−0,01	−0,15***
Alocação dos alunos em turma homogênea (por idade e rendimento)	0,06**	0,22***	0,04	0,21***

Notas: Os valores correspondem aos coeficientes estimados das variáveis I_{i2009} e I_{i2011} da equação (6), onde cada indicador contido na primeira coluna da tabela foi utilizado como variável dependente dessa equação. Para detalhamento e definição dos indicadores, ver Tavares (2014). O sinal (+) indica que aumentos no valor do índice levam a melhoria no indicador; (−) tem a interpretação inversa.
Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Prova Brasil de 2007, 2009 e 2011.

para o aprendizado de Matemática do que de Língua Portuguesa, uma vez que, para esta última, a leitura fora de sala de aula é bastante importante.

No que diz respeito às diferenças entre quinto e nono anos, um ponto importante é que o número de escolas estaduais do primeiro ciclo do ensino fundamental é consideravelmente menor do que as de segundo ciclo. O processo de descentralização do ensino ocorrido desde meados de 1990 levou a migração da administração estadual para municipal de algumas escolas do primeiro ciclo do ensino fundamental, o que explica essa discrepância. Isso pode ter alguma relação com o fato do programa funcionar melhor para este grupo de estudantes.

Também devemos levar em consideração que a qualidade do ensino está muito aquém do desejado, e muitos alunos passam de ano sem ter alcançado um nível desejado de aprendizado para sua série. Isso acumula um déficit de aprendizado ao passar dos anos e é provável que o déficit em relação ao desejável ao chegar ao nono ano seja maior do que no quinto ano. Embora o esforço do professor possa ser maior, é mais difícil conseguir uma melhora desses alunos, principalmente quando os assuntos abordados vão ficando mais complexos.

Por fim, os alunos de quinto ano têm contato com um número bem menor de professores, o que pode contribuir para desincentivar o problema de carona dos programas de bonificação coletivos — caso do sistema estadual paulista —, já que a identificação do professor de como seu esforço pessoal vai impactar no recebimento de bônus é muito mais direta nesse caso do que no segundo ciclo do ensino fundamental. Esse último aspecto sugere, portanto, que o tratamento (exposição à política de bonificação) pode ser, na prática heterogêneo, dependendo da série considerada.

Tabela 10. Efeito da política de bonificação sobre indicadores escolares – 9º ano.

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
Contínuas				
Índice socioeconômico (+)	0,10	−0,12*	0,09	−0,13*
Índice de clima escolar (−)	−0,33***	−0,05	−0,33***	−0,04
Expectativa do professor sobre futuro dos alunos (+)	0,03**	−0,02*	0,02	−0,03**
Índice de liderança do diretor (+)	0,30***	0,22**	0,37***	0,25***
Índice de uso do tempo de aula (+)	0,05	0,52***	0,06**	0,54***
Índice de cumprimento curricular	−0,01	−0,02*	−0,02*	−0,01
Formação acadêmica do professor (+)	−0,16***	−0,15***	−0,16***	−0,15***
Experiência do professor (+)	0,06***	0,16***	0,05***	0,13***
Número total de matrículas	−27,13	−41,06**	−26,84	−40,14**
Índice de Participação dos pais na escola (+)	0,18***	−0,05***	0,17***	−0,08***
Dedicação do professor (+)	0,06***	0,12***	0,05***	0,09***
Discretas				
Formação do diretor (*dummy* pós-graduação em gestão)	−0,06***	−0,04**	−0,02	−0,02
Experiência do diretor (*dummy* mais de 5 anos)	0,00	−0,21***	0,00	−0,21***
Alocação dos alunos em turma homogênea (por idade e rendimento)	0,01	0,13***	0,01	0,15***

Notas: Os valores correspondem aos coeficientes estimados das variáveis I_{i2009} e I_{i2011} da equação (6), onde cada indicador contido na primeira coluna da tabela foi utilizado como variável dependente dessa equação. Para detalhamento e definição dos indicadores, ver Tavares (2014). O sinal (+) indica que aumentos no valor do índice levam a melhoria no indicador; (−) tem a interpretação inversa.
Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Prova Brasil de 2007, 2009 e 2011.

Cabe destacar também que políticas de bônus podem ter efeitos colaterais, como por exemplo o *teaching for the test*, prática na qual os professores focam os conteúdos exclusivamente naqueles que são cobrados nas avaliações externas, podendo inclusive a escola diminuir a carga didática de outras disciplinas que não entram no cômputo do bônus para tentar melhorar o desempenho nas disciplinas avaliadas. Assim, investigar a prática ou não desse tipo de comportamento no sistema paulista também é uma a item importante na agenda de investigação do tema.

Portanto, este trabalho apresentou alguns resultados sobre o efeito do programa de bonificação de professores sobre a proficiência, mas ainda há um espaço muito grande para discussões sobre o mesmo tema. Estudos posteriores podem ajudar a elucidar a diferença dos resultados para as diferentes séries e o decaimento do efeito no tempo, bem como compreender os canais que podem potencialmente estar mediando o impacto da política sobre o aprendizado dos alunos. Com isso, pode ser possível, então, contribuir para um melhor desenho dessa política educacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abadie, A., Drukker, D., Herr, J. L. & Imbens, G. W. (2004). Implementing matching estimators for average treatment effects in Stata. *The Stata Journal*, *4*(3), 290–311(22). Disponível em: http://www.stata-journal.com/article.html?article=st0072

Ferraz, C. (2009). Sistemas educacionais baseados em desempenho, metas de qualidade e a remuneração de professores: Os casos de Pernambuco e São paulo. In F. Veloso, S. Pessôa, R. Henriques & F. Giambiagi (Eds.), *Educação básica no Brasil: Construindo o país do futuro* (pp. 239–260). Rio de Janeiro: Elsevier.

Ferraz, C., & Bruns, B. (2012). *Paying teachers to perform: The impact of bonus pay in Pernambuco, Brazil.* Society for Research on Educational Effectiveness.

Figlio, D. N., & Kenny, L. W. (2007). Individual teacher incentives and student performance. *Journal of Public Economics*, *91*(5-6), 901–914. doi: 10.1016/j.jpubeco.2006.10.001

Fryer, R. G. (2013). Teacher incentives and student achievement: Evidence from New York City public schools. *Journal of Labor Economics*, *31*(2), 373–407. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/10.1086/667757

Galiani, S., Gertler, P. & Schargrodsky, E. (2005). Water for life: The impact of the privatization of water services on child mortality. *Journal of Political Economy*, *113*(1), 83–120. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/10.1086/426041

Glazerman, S., Carey, N. & McKie, A. (2009, Apr 27). *An evaluation of the Teacher Advancement Program (TAP) in Chicago: Year One Impact Report* (Final Report). Washington, DC: Mathematica Policy Research Inc. Disponível em: http://foundationcenter.org/educationexcellence/report.jhtml?id=fdc82500013

Glewwe, P., Ilias, N. & Kremer, M. (2003, May). *Teacher incentives* (NBER Working Paper Nº 9671). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w9671

Guerra, S., & Foguel, M. (2012). *An evaluation of the Teacher Performance-Pay reforms in São Paulo and Pernambuco: A synthetic control method approach.* Encontro da SBE, 2012.

Hanushek, E. A. (2003). The failure of input-based schooling policies. *The Economic Journal*, *113*(485), F64–F98. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/3590139

Hirano, K., Imbens, G. W. & Ridder, G. (2003). Efficient estimation of average treatment effects using the estimated propensity score. *Econometrica*, *71*(4), 1161–1189. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1555493

Holmstrom, B., & Milgrom, P. (1991). Multitask principal–agent analyses: Incentive contracts, asset ownership, and job design. *Journal of Law, Economics, & Organization*, *7*(special issue), 24–52. doi: 10.1093/jleo/7.special_issue.24

Lauen, D. L. (2011). *The effects of school wide bonuses on student achievement: Regression discontinuity evidence from North Carolina.* Society for Research on Educational Effectiveness.

Lavy, V. (2009). Performance pay and teachers' effort, productivity, and grading ethics. *American Economic Review*, *99*(5), 1979-2011. doi: 10.1257/aer.99.5.1979

Muralidharan, K., & Sundararaman, V. (2011). Teacher performance pay: Experimental evidence from India. *Journal of Political Economy*, *119*(1), 39–77. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/10.1086/659655

Springer, M. G., Ballou, D., Hamilton, L., Le, V., Lockwood, J. R., McCaffrey, D., … Stecher, B. (2010). *Teacher Pay for Performance: Experimental evidence from the Project on Incentives in Teaching (POINT).* Society for Research on Educational Effectiveness.

São Paulo/SEE. (2009a). *Matrizes de referência para a avaliação Saresp: documento básico*. Governo do Estado de São Paulo/Secretaria de Estado da Educação. Disponível em: http://saresp.fde.sp.gov.br/2009/pdf/Saresp2008_MatrizRefAvaliacao_DocBasico_Completo.pdf

São Paulo/SEE. (2009b, Março). *Programa de Qualidade da Escola* (Nota Técnica). Governo do Estado de São Paulo/Secretaria de Estado da Educação. Disponível em: http://idesp.edunet.sp.gov.br/Arquivos/NotaTecnicaPQE2008.pdf

Tavares, P. A. (2014). *Três ensaios em economia da educação* (Tese de Doutorado). Fundação Getulio Vargas–Escola de Economia de São Paulo.

Vigdor, J. L. (2008). *Teacher Salary Bonuses in North Carolina* (Working Paper Nº 15). National Center for Analysis of Longitudinal Data in Education Research.

A. APÊNDICE

Tabela A-1. Estimação do escore de propensão – 2007.

	Quinto ano		Nono ano	
Variável dependente: Escola estadual paulista	Português	Matemática	Português	Matemática
Variáveis de Alunos (Proporções)				
Mãe completou a 8ª série	1,09***	1,01***	2,47***	2,56***
	(0,31)	(0,31)	(0,22)	(0,22)
Possuem de 1 a 20 livros em casa	−2,45***	−2,43***	−1,84***	−1,84***
	(0,21)	(0,21)	(0,23)	(0,23)
Possuem de 21 a 100 livros em casa	−2,76***	−2,47***	−3,43***	−3,16***
	(0,28)	(0,27)	(0,25)	(0,24)
Possuem mais de 100 livros em casa	−2,34***	−2,18***	−2,83***	−2,94***
	(0,34)	(0,34)	(0,4)	(0,4)
Fizeram o Maternal	−0,07	0,07	−0,21***	−0,18**
	(0,1)	(0,1)	(0,07)	(0,07)
Trabalham fora de casa	1,55***	1,05***	−0,90***	−0,83***
	(0,28)	(0,27)	(0,16)	(0,16)
Mora com o pai e com a mãe	7,36***	7,77***	10,21***	10,60***
	(0,4)	(0,4)	(0,34)	(0,34)
Mora com o pai ou com a mãe	5,90***	6,26***	11,00***	11,11***
	(0,45)	(0,45)	(0,37)	(0,37)
Variáveis de Professores (Proporções)				
Salário até R$ 1.300,00	−1,19***	−1,25***	−1,08***	−0,91***
	(0,07)	(0,07)	(0,05)	(0,05)
Leciona na escola entre 3 e 5 anos	−0,79***	−0,78***	0,12***	0,20***
	(0,06)	(0,06)	(0,04)	(0,03)
Leciona na escola entre 1 e 2 anos	0,40***	0,40***	0,43***	0,43***
	(0,06)	(0,05)	(0,04)	(0,04)
Leciona na escola entre 6 e 9 anos	−0,64***	−0,64***	0,22***	0,04
	(0,07)	(0,07)	(0,04)	(0,04)
Variáveis de Diretores				
Salário maior que R$ 1.500,00	0,98***	1,02***	1,11***	1,16***
	(0,06)	(0,05)	(0,05)	(0,05)
É diretor desta escola entre 2 e 4 anos	0,13**	0,10*	0,01	0,02
	(0,05)	(0,05)	(0,04)	(0,04)
É diretor desta escola há no máximo 2 anos	0,14**	0,12**	0,05	0,05
	(0,05)	(0,05)	(0,04)	(0,04)
É diretor desta escola entre 5 e 10 anos	0,08	0,06	−0,01	−0,01
	(0,06)	(0,05)	(0,04)	(0,04)
Variáveis de Escola				
Ln do tamanho da Escola	0,35***	0,34***	0,42***	0,40***
	(0,02)	(0,02)	(0,02)	(0,02)
Variáveis de Tendência				
Média de proficiência da Escola em 2007	0,01***	0,00**	0,00*	0,00***
	(0,00)	(0,00)	(0,00)	(0,00)
Média da Variação da proficiência da escola entre 2005 e 2007	−4,82***	−2,41***	−1,45***	0,12
	(0,24)	(0,23)	(0,24)	(0,26)
Constante	−10,90***	−9,81***	−12,21***	−10,90***
	(0,48)	(0,47)	(0,43)	(0,42)

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses. *** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-2. Diferença de médias das variáveis explicativas – Quinto ano – Português.

	Antes do Matching			**Depois do Matching**		
	Tratamento	Controle	$p > t$	Tratamento	Controle	$p > t$
Variáveis de Alunos (Proporções)						
Mãe completou a 8ª série	0,140	0,125	0,00	0,140	0,142	0,29
Possuem de 1 a 20 livros em casa	0,524	0,517	0,03	0,525	0,524	0,69
Possuem de 21 a 100 livros em casa	0,159	0,158	0,82	0,159	0,157	0,39
Possuem mais de 100 livros em casa	0,092	0,093	0,55	0,092	0,092	0,82
Fizeram o Maternal	0,343	0,336	0,12	0,343	0,340	0,51
Trabalham fora de casa	0,127	0,131	0,03	0,126	0,127	0,58
Mora com o pai e com a mãe	0,618	0,525	0,00	0,618	0,625	0,04
Mora com o pai ou com a mãe	0,325	0,339	0,00	0,325	0,321	0,20
Variáveis de Professores (Proporções)						
Salário até R$ 1.300,00	0,079	0,309	0,00	0,081	0,076	0,43
Leciona na escola entre 3 e 5 anos	0,119	0,225	0,00	0,122	0,125	0,68
Leciona na escola entre 1 e 2 anos	0,202	0,129	0,00	0,197	0,198	0,92
Leciona na escola entre 6 e 9 anos	0,108	0,184	0,00	0,111	0,099	0,09
Variáveis de Diretores (Proporções)						
Salário maior que R$ 1.500,00	0,959	0,593	0,00	0,958	0,937	0,01
É diretor desta escola entre 2 e 4 anos	0,328	0,353	0,06	0,329	0,328	0,94
É diretor desta escola há no máximo 2 anos	0,331	0,322	0,48	0,324	0,333	0,60
É diretor desta escola entre 5 e 10 anos	0,250	0,232	0,12	0,254	0,250	0,83
Variáveis de Escola						
Ln do tamanho da Escola	6,58	6,32	0,00	6,57	6,55	0,40
Variáveis de Tendência						
Média da Escola na proficiência em 2007	177,488	172,496	0,00	177,70782	177,8395	0,83
Média da Variação da proficiência da escola entre 2005 e 2007	−0,03401	0,00513	0,00	−0,03101	−0,02526	0,03

Tabela A-3. Diferença de médias das variáveis explicativas – Quinto ano – Matemática.

	Antes do Matching			Depois do Matching		
	Tratamento	Controle	*p* > *t*	Tratamento	Controle	*p* > *t*
Variáveis de Alunos (Proporções)						
Mãe completou a 8ª série	0,140	0,125	0,00	0,140	0,140	0,98
Possuem de 1 a 20 livros em casa	0,524	0,517	0,03	0,525	0,524	0,80
Possuem de 21 a 100 livros em casa	0,159	0,158	0,81	0,159	0,159	0,90
Possuem mais de 100 livros em casa	0,092	0,093	0,51	0,092	0,092	0,76
Fizeram o Maternal	0,342	0,336	0,13	0,343	0,340	0,69
Trabalham fora de casa	0,127	0,131	0,03	0,127	0,127	0,90
Mora com o pai e com a mãe	0,618	0,525	0,00	0,618	0,621	0,32
Mora com o pai ou com a mãe	0,325	0,339	0,00	0,325	0,323	0,42
Variáveis de Professores (Proporções)						
Salário até R$ 1.300,00	0,076	0,308	0,00	0,076	0,075	0,75
Leciona na escola entre 3 e 5 anos	0,118	0,224	0,00	0,118	0,122	0,64
Leciona na escola entre 1 e 2 anos	0,201	0,128	0,00	0,200	0,198	0,85
Leciona na escola entre 6 e 9 anos	0,106	0,183	0,00	0,107	0,099	0,29
Variáveis de Diretores (Proporções)						
Salário maior que R$ 1.500,00	0,959	0,593	0,00	0,959	0,958	0,85
É diretor desta escola entre 2 e 4 anos	0,328	0,353	0,06	0,329	0,327	0,94
É diretor desta escola há no máximo 2 anos	0,331	0,322	0,46	0,330	0,328	0,94
É diretor desta escola entre 5 e 10 anos	0,249	0,232	0,13	0,250	0,247	0,86
Variáveis de Escola						
Ln do tamanho da Escola	6,5835	6,3242	0,00	6,58214	6,57251	0,66
Variáveis de Tendência						
Média da Escola na proficiência em 2007	194,51	194,01	0,00	194,55	194,90	0,58
Média da Variação da proficiência da escola entre 2005 e 2007	0,040	0,060	0,00	0,040	0,044	0,16

Tabela A-4. Diferença de médias das variáveis explicativas – Nono ano – Português.

	Antes do Matching			**Depois do Matching**		
	Tratamento	Controle	$p > t$	Tratamento	Controle	$p > t$
Variáveis de Alunos (Proporções)						
Mãe completou a 8ª série	0,184	0,154	0,00	0,183	0,185	0,29
Possuem de 1 a 20 livros em casa	0,602	0,589	0,00	0,601	0,603	0,42
Possuem de 21 a 100 livros em casa	0,184	0,195	0,00	0,185	0,183	0,46
Possuem mais de 100 livros em casa	0,056	0,065	0,00	0,056	0,056	0,59
Fizeram o Maternal	0,419	0,425	0,17	0,421	0,418	0,54
Trabalham fora de casa	0,182	0,209	0,00	0,182	0,181	0,69
Mora com o pai e com a mãe	0,618	0,596	0,00	0,617	0,620	0,35
Mora com o pai ou com a mãe	0,321	0,294	0,00	0,321	0,319	0,56
Variáveis de Professores (Proporções)						
Salário até R$ 1.300,00	0,065	0,268	0,00	0,069	0,061	0,09
Leciona na escola entre 3 e 5 anos	0,207	0,209	0,73	0,208	0,207	0,97
Leciona na escola entre 1 e 2 anos	0,181	0,133	0,00	0,175	0,168	0,37
Leciona na escola entre 6 e 9 anos	0,191	0,181	0,13	0,190	0,194	0,63
Variáveis de Diretores (Proporções)						
Salário maior que R$ 1.500,00	0,973	0,692	0,00	0,971	0,967	0,39
É diretor desta escola entre 2 e 4 anos	0,307	0,318	0,27	0,308	0,301	0,58
É diretor desta escola há no máximo 2 anos	0,344	0,355	0,25	0,343	0,341	0,84
É diretor desta escola entre 5 e 10 anos	0,246	0,236	0,24	0,245	0,254	0,43
Variáveis de Escola						
Ln do tamanho da Escola	6,913	6,701	0,00	6,897	6,866	0,02
Variáveis de Tendência						
Média da Escola na proficiência em 2007	231,27	228,05	0,00	231,47	232,22	0,06
Média da Variação da proficiência da escola entre 2005 e 2007	0,011	0,020	0,00	0,012	0,013	0,69

Tabela A-5. Diferença de médias das variáveis explicativas – Nono ano – Matemática.

	Antes do Matching			Depois do Matching		
	Tratamento	Controle	$p > t$	Tratamento	Controle	$p > t$
Variáveis de Alunos (Proporções)						
Mãe completou a 8ª série	0,184	0,154	0,00	0,183	0,186	0,10
Possuem de 1 a 20 livros em casa	0,602	0,590	0,00	0,602	0,603	0,75
Possuem de 21 a 100 livros em casa	0,183	0,195	0,00	0,184	0,183	0,36
Possuem mais de 100 livros em casa	0,056	0,065	0,00	0,056	0,056	0,76
Fizeram o Maternal	0,419	0,424	0,24	0,421	0,427	0,23
Trabalham fora de casa	0,182	0,209	0,00	0,183	0,180	0,17
Mora com o pai e com a mãe	0,618	0,597	0,00	0,619	0,619	0,88
Mora com o pai ou com a mãe	0,321	0,294	0,00	0,320	0,320	0,78
Variáveis de Professores (Proporções)						
Salário até R$ 1.300,00	0,072	0,268	0,00	0,076	0,071	0,36
Leciona na escola entre 3 e 5 anos	0,246	0,227	0,01	0,245	0,243	0,86
Leciona na escola entre 1 e 2 anos	0,180	0,126	0,00	0,171	0,160	0,2
Leciona na escola entre 6 e 9 anos	0,156	0,175	0,01	0,159	0,162	0,73
Variáveis de Diretores (Proporções)						
Salário maior que R$ 1.500,00	0,974	0,692	0,00	0,972	0,969	0,58
É diretor desta escola entre 2 e 4 anos	0,307	0,317	0,30	0,306	0,292	0,26
É diretor desta escola há no máximo 2 anos	0,343	0,356	0,19	0,341	0,343	0,89
É diretor desta escola entre 5 e 10 anos	0,247	0,235	0,18	0,248	0,249	0,93
Variáveis de Escola						
Ln do tamanho da Escola	6,9134	6,7002	0,00	6,898	6,8712	0,05
Variáveis de Tendência						
Média da Escola na proficiência em 2007	242,2	240,04	0,00	242,64	242,98	0,42
Média da Variação da proficiência da escola entre 2005 e 2007	0,001	0,004	0,042	0,002	0,000	0,42

Tabela A-6. Resultado do Diferenças em Diferenças com reponderação.

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	−2,36***	−2,59***	−1,83***	−2,84***
	(0,60)	(0,57)	(0,41)	(0,41)
2009	10,97***	13,94***	11,46***	2,61***
	(0,40)	(0,41)	(0,41)	(0,43)
2011	17,89***	19,79***	12,02***	6,89***
	(0,41)	(0,43)	(0,41)	(0,43)
Interação 2009	2,36***	6,01***	−2,44***	−2,09***
	(0,83)	(0,87)	(0,61)	(0,62)
Interação 2011	−1,41	1,54*	−1,67***	−3,74***
	(0,89)	(0,93)	(0,61)	(0,63)
Constante	177,99***	195,02***	231,21***	242,18***
	(0,27)	(0,26)	(0,27)	(0,29)
Observações	69.636	69.615	52.689	52.686
R^2	0,1553	0,1584	0,1066	0,039

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-7. Resultado do Diferenças em Diferenças por Município.

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	−3,30***	−4,41***	−2,57***	−3,91***
	(0,48)	(0,50)	(0,64)	(0,64)
2009	9,03***	12,46***	9,47***	0,15
	(0,46)	(0,50)	(0,77)	(0,76)
2011	14,09***	15,16***	12,85***	5,39***
	(0,48)	(0,53)	(0,75)	(0,78)
Interação 2009	4,02***	7,25***	−1,14	−0,19
	(0,67)	(0,73)	(0,94)	(0,92)
Interação 2011	2,34***	6,16***	−2,51***	−2,59***
	(0,69)	(0,75)	(0,91)	(0,94)
Constante	184,27***	203,63***	256,15***	264,75***
	(2,93)	(3,43)	(3,34)	(3,72)
Dummy Municípios	Sim	Sim	Sim	Sim
Observações	9.530	9.527	5.869	5.869
R^2	0,37	0,428	0,26	0,259

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-8. Diferenças em Diferenças: Estaduais paulistas × Municipais paulistas.

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	0,83	0,23	0,51	0,32
	(0,70)	(0,72)	(0,81)	(0,87)
2009	10,60***	15,53***	8,56***	−0,47
	(0,74)	(0,82)	(0,90)	(0,96)
2011	16,04***	18,45***	12,75***	5,41***
	(0,74)	(0,85)	(0,88)	(0,98)
Interação 2009	1,26	4,00***	−0,35	0,32
	(1,00)	(1,09)	(1,18)	(1,26)
Interação 2011	−1,49	1,72	−3,86***	−3,36***
	(1,00)	(1,12)	(1,15)	(1,28)
Constante	179,41***	197,18***	233,63***	245,84***
	(0,51)	(0,53)	(0,61)	(0,66)
Observações	5.640	5.814	3.960	3.900
R^2	0,1489	0,1983	0,089	0,0154

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-9. Diferenças em Diferenças: Estaduais paulistas × Resto do Brasil (Estaduais).

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	0,69	0,37	−0,46	−0,08
	(0,65)	(0,67)	(0,43)	(0,46)
2009	9,90***	12,07***	11,02***	2,78***
	(0,73)	(0,81)	(0,49)	(0,52)
2011	17,44***	18,40***	10,53***	5,61***
	(0,76)	(0,81)	(0,49)	(0,54)
Interação 2009	2,59***	7,71***	−2,21***	−2,11***
	(0,96)	(1,04)	(0,64)	(0,67)
Interação 2011	−2,42**	2,16**	−0,3	−2,40***
	(0,98)	(1,04)	(0,64)	(0,69)
Constante	176,99***	194,19***	232,32***	243,23***
	(0,49)	(0,52)	(0,33)	(0,36)
Observações	6.630	7.122	13.338	13.554
R^2	0,1491	0,1853	0,0906	0,0154

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-10. Resultado do Diferenças em Diferenças: Estaduais paulistas × Escolas estaduais do restante do Sudeste.

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	0,01	−0,29	−0,45	0,43
	(0,62)	(0,64)	(0,46)	(0,50)
2009	12,52***	16,86***	11,54***	3,77***
	(0,68)	(0,75)	(0,52)	(0,57)
2011	17,47***	20,60***	13,98***	9,01***
	(0,69)	(0,75)	(0,53)	(0,59)
Intereção 2009	−0,16	2,88***	−2,61***	−3,14***
	(0,9)	(0,99)	(0,69)	(0,74)
Interação 2011	−2,69***	−0,19	−3,64***	−6,09***
	(0,91)	(0,99)	(0,69)	(0,76)
Constante	178,68***	195,94***	233,15***	243,84***
	(0,46)	(0,48)	(0,35)	(0,39)
Observações	7.386	7.596	11.490	11.040
R^2	0,1579	0,2052	0,1152	0,0335

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-11. Resultado do Diferenças em Diferenças: Estaduais paulistas × Estaduais Rio de Janeiro e Espírito Santo.

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	−0,46	−0,22	0,16	−0,58
	(0,63)	(0,65)	(0,58)	(0,64)
2009	10,67***	14,85***	10,20***	1,97***
	(0,68)	(0,76)	(0,64)	(0,70)
2011	16,00***	18,95***	11,63***	7,01***
	(0,69)	(0,77)	(0,66)	(0,74)
Interação 2009	1,58*	4,85***	−1,42	−1,13
	(0,91)	(0,99)	(0,86)	(0,92)
Interação 2011	−1,42	1,46	−1,26	−3,38***
	(0,92)	(1,01)	(0,87)	(0,96)
Constante	179,53***	196,15***	232,30***	243,72***
	(0,47)	(0,50)	(0,43)	(0,49)
Observações	7.014	7.332	7.242	7.170
R^2	0,1462	0,1958	0,0922	0,0239

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-12. Resultado do Diferenças em Diferenças: Estaduais paulistas × Escolas do Brasil, excluindo Redes que também adotaram bônus (RJ, PE, GO, ES e MG).

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
EE^{SP}	$-1{,}06^{*}$	$-0{,}71$	$0{,}27$	$0{,}32$
	$(0{,}60)$	$(0{,}63)$	$(0{,}39)$	$(0{,}41)$
2009	$10{,}85^{***}$	$13{,}95^{***}$	$11{,}65^{***}$	$2{,}93^{***}$
	$(0{,}67)$	$(0{,}75)$	$(0{,}44)$	$(0{,}47)$
2011	$17{,}76^{***}$	$20{,}31^{***}$	$12{,}40^{***}$	$6{,}72^{***}$
	$(0{,}68)$	$(0{,}77)$	$(0{,}44)$	$(0{,}49)$
Interação 2009	$1{,}85^{**}$	$5{,}92^{***}$	$-2{,}80^{***}$	$-2{,}28^{***}$
	$(0{,}87)$	$(0{,}97)$	$(0{,}57)$	$(0{,}61)$
Interação 2011	$-2{,}54^{***}$	$0{,}41$	$-2{,}26^{***}$	$-3{,}59^{***}$
	$(0{,}88)$	$(0{,}98)$	$(0{,}57)$	$(0{,}62)$
Constante	$178{,}77^{***}$	$195{,}34^{***}$	$231{,}25^{***}$	$242{,}24^{***}$
	$(0{,}45)$	$(0{,}48)$	$(0{,}30)$	$(0{,}32)$
Observações	8.316	8.472	16.356	16.500
R^2	0,1533	0,1884	0,1032	0,0196

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-13. Diferenças triplas: Estadual SP vs Municipal SP × Estadual Br vs Municipal Br.

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
Dummy de UF (SP)	16,16***	18,30***	9,75***	11,07***
	(0,30)	(0,35)	(0,50)	(0,55)
Escola Estadual (EE)	5,13***	4,95***	3,42***	4,24***
	(0,21)	(0,23)	(0,24)	(0,26)
SP·EE	−12,68***	−14,76***	−6,13***	−8,59***
	(0,48)	(0,52)	(0,56)	(0,61)
2009	9,79***	11,68***	10,92***	2,62***
	(0,18)	(0,21)	(0,29)	(0,31)
2011	16,81***	18,07***	12,62***	8,36***
	(0,19)	(0,22)	(0,29)	(0,33)
SP·2009	−1,28***	1,56***	−1,99***	−2,76***
	(0,43)	(0,51)	(0,73)	(0,79)
SP·2011	−3,58***	−2,32***	−0,34	−3,03***
	(0,44)	(0,52)	(0,71)	(0,80)
EE·2009	0,02	0,83**	0,34	0,22
	(0,33)	(0,38)	(0,36)	(0,39)
EE·2011	−0,07	−0,04	−1,11***	−1,34***
	(0,35)	(0,40)	(0,37)	(0,41)
EE·SP	−12,68***	−14,76***	−6,13***	−8,59***
	(0,48)	(0,52)	(0,56)	(0,61)
EE·SP·2009	4,06***	5,43***	−0,33	0,63
	(0,70)	(0,80)	(0,83)	(0,89)
EE·SP·2011	2,37***	4,86***	−0,78	−0,61
	(0,72)	(0,82)	(0,82)	(0,90)
Constante	167,87***	185,14***	224,10***	235,31***
	(0,12)	(0,13)	(0,19)	(0,21)
R^2	0,1553	0,1575	0,0973	0,0347
Observações	104.015	104.015	78.181	78.181

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-14. Diferenças triplas: Estadual SP vs Municipal SP × Estadual SE vs Municipal SE.

	Quinto ano		Nono ano	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
SP	7,96***	9,17***	−0,16	1,19*
	(0,37)	(0,41)	(0,59)	(0,66)
EE	3,91***	3,97***	−2,23***	0,00
	(0,42)	(0,46)	(0,46)	(0,54)
SP·EE	−11,46***	−13,79***	−0,47	−4,35***
	(0,60)	(0,65)	(0,69)	(0,77)
2009	15,78***	19,04***	11,30***	3,74***
	(0,35)	(0,40)	(0,54)	(0,60)
2011	22,41***	25,87***	16,26***	12,98***
	(0,35)	(0,40)	(0,53)	(0,61)
SP·2009	−7,27***	−5,79***	−2,37***	−3,88***
	(0,53)	(0,61)	(0,86)	(0,95)
SP·2011	−9,18***	−10,12***	−3,97***	−7,65***
	(0,53)	(0,61)	(0,84)	(0,95)
EE·2009	−1,69***	0,54	2,32***	2,23***
	(0,64)	(0,74)	(0,68)	(0,77)
EE·2011	−3,44***	−4,01***	−1,87***	−2,41***
	(0,65)	(0,72)	(0,69)	(0,80)
EE·SP	−11,46***	−13,79***	−0,47	−4,35***
	(0,60)	(0,65)	(0,69)	(0,77)
EE·SP·2009	5,78***	5,71***	−2,32**	−1,37
	(0,89)	(1,02)	(1,01)	(1,11)
EE·SP·2011	5,74***	8,83***	−0,01	0,45
	(0,90)	(1,02)	(1,00)	(1,13)
Constante	176,07***	194,27***	234,03***	245,20***
	(0,24)	(0,26)	(0,37)	(0,42)
R^2	0,1786	0,1946	0,1269	0,0697
Observações	37.566	37.566	30.244	30.244

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Tabela A-15. Diferenças triplas: Estadual SP vs Municipal SP × Estadual RJ + ES vs Municipal RJ + ES.

	Quinto ano		**Nono ano**	
Variáveis	Português	Matemática	Português	Matemática
SP	6,16***	9,12***	0,91	4,60***
	(0,40)	(0,46)	(0,65)	(0,72)
EE	−4,03***	−3,96***	−8,81***	−8,32***
	(0,67)	(0,71)	(0,65)	(0,72)
SP·EE	−3,51***	−5,84***	6,11***	3,97***
	(0,79)	(0,85)	(0,83)	(0,91)
2009	10,58***	12,82***	11,26***	3,73***
	(0,45)	(0,49)	(0,67)	(0,72)
2011	16,83***	21,34***	15,07***	12,86***
	(0,45)	(0,51)	(0,67)	(0,76)
SP·2009	−2,07***	0,42	−2,32**	−3,87***
	(0,59)	(0,68)	(0,95)	(1,03)
SP·2011	−3,60***	−5,59***	−2,79***	−7,54***
	(0,60)	(0,70)	(0,94)	(1,05)
EE·2009	−4,03***	−3,19***	1,19	2,73***
	(1,04)	(1,14)	(1,00)	(1,06)
EE·2011	−6,29***	−6,00***	−6,28***	−5,06***
	(1,12)	(1,21)	(1,03)	(1,14)
EE·SP	−3,51***	−5,84***	6,11***	3,97***
	(0,79)	(0,85)	(0,83)	(0,91)
EE·SP·2009	8,12***	9,45***	−1,18	−1,87
	(1,21)	(1,34)	(1,25)	(1,33)
EE·SP·2011	8,58***	10,82***	4,38***	3,10**
	(1,28)	(1,41)	(1,26)	(1,40)
Constante	177,86***	194,32***	232,95***	241,78***
	(0,29)	(0,33)	(0,46)	(0,52)
R^2	0,1585	0,194	0,1342	0,0649
Observações	25.845	25.845	20.766	20.766

Notas: Erro Padrão robusto a heterocedasticidade entre parênteses.
*** $p < 0{,}01$; ** $p < 0{,}05$; * $p < 0{,}1$.

Figura A-1. Distribuição de escolas de acordo com a fração de cumprimento das metas da política de bônus da rede estadual de São Paulo entre 2008 e 2012.

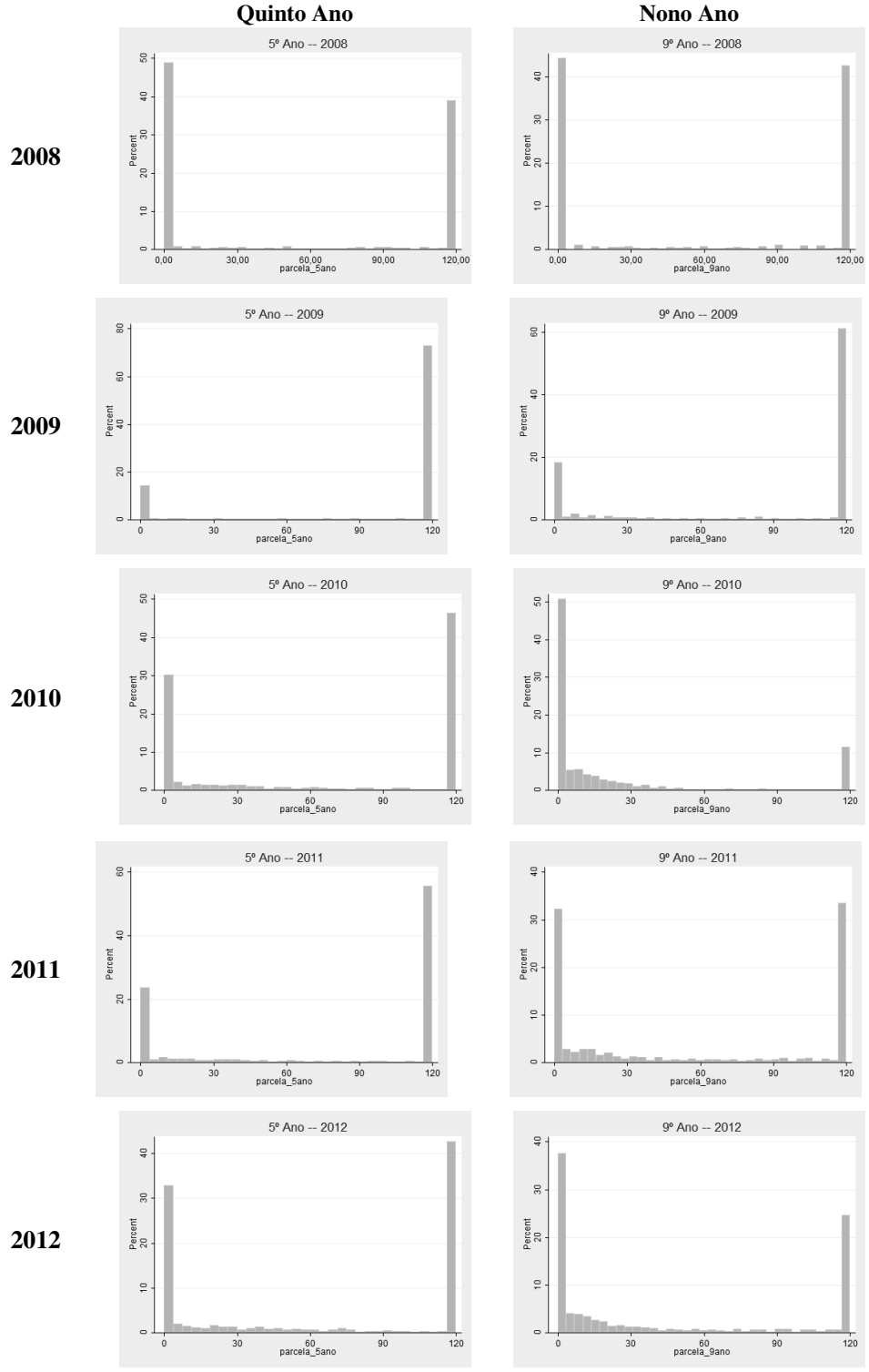


Figura A-2. Evolução das notas entre 2005 e 2011 para escolas estaduais e escolas municipais do estado de São Paulo.

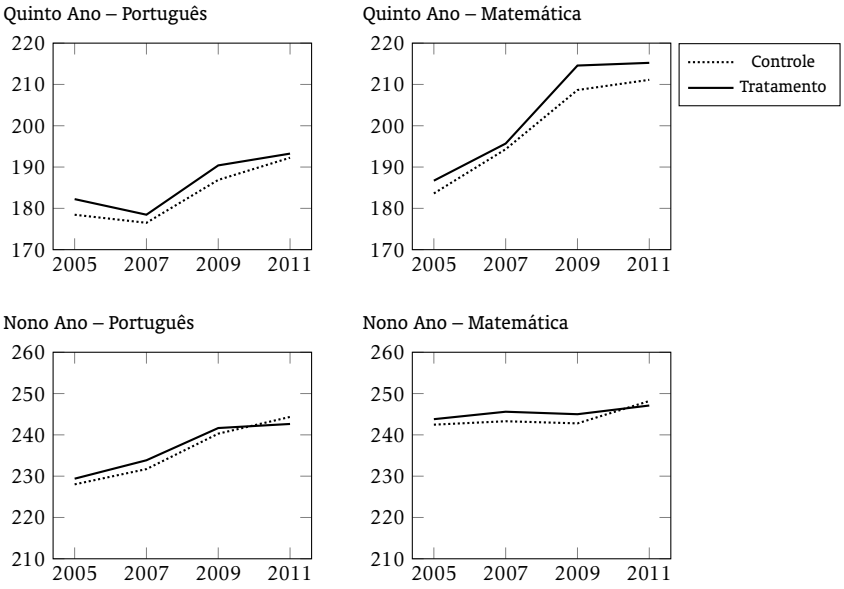


Figura A-3. Evolução das notas entre 2005 e 2011 para escolas estaduais paulistas e escolas estaduais do resto do Brasil.

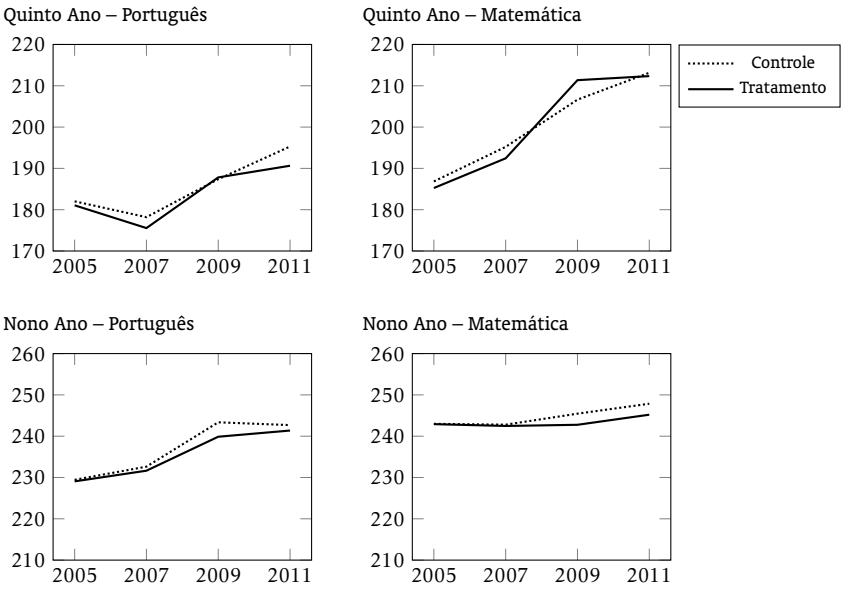


Figura A-4. Evolução das notas entre 2005 e 2011 para escolas estaduais paulistas e escolas estaduais do Sudeste.

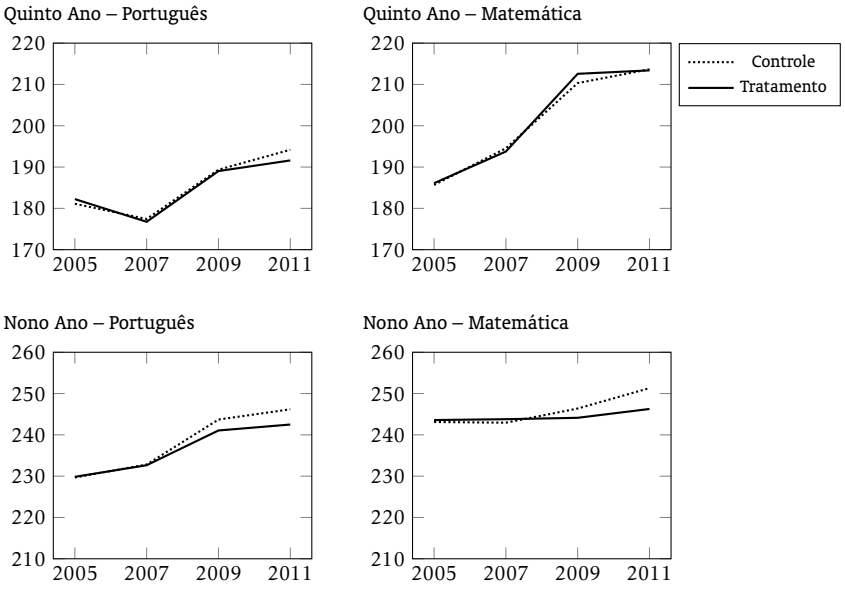


Figura A-5. Evolução das notas entre 2005 e 2011 para escolas estaduais paulistas e escolas estaduais do Rio de Janeiro e do Espírito Santo.

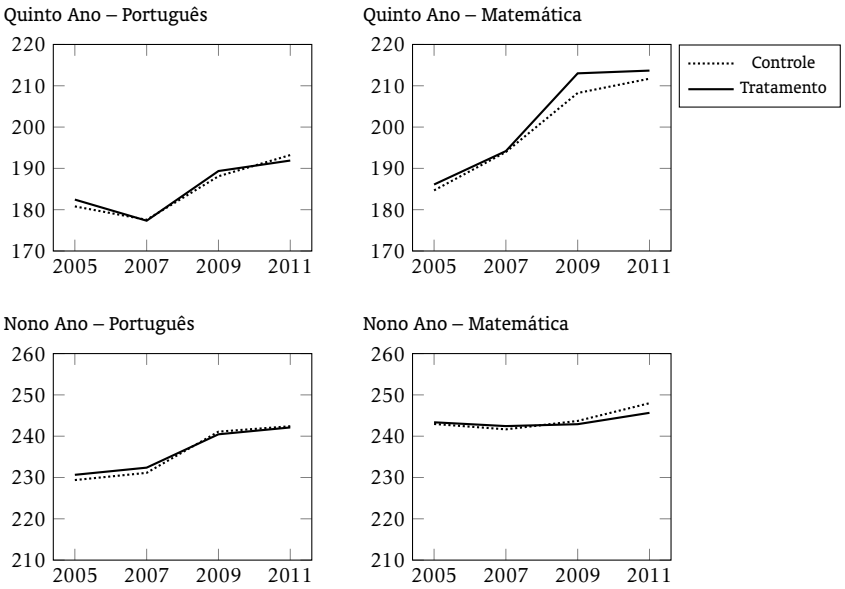
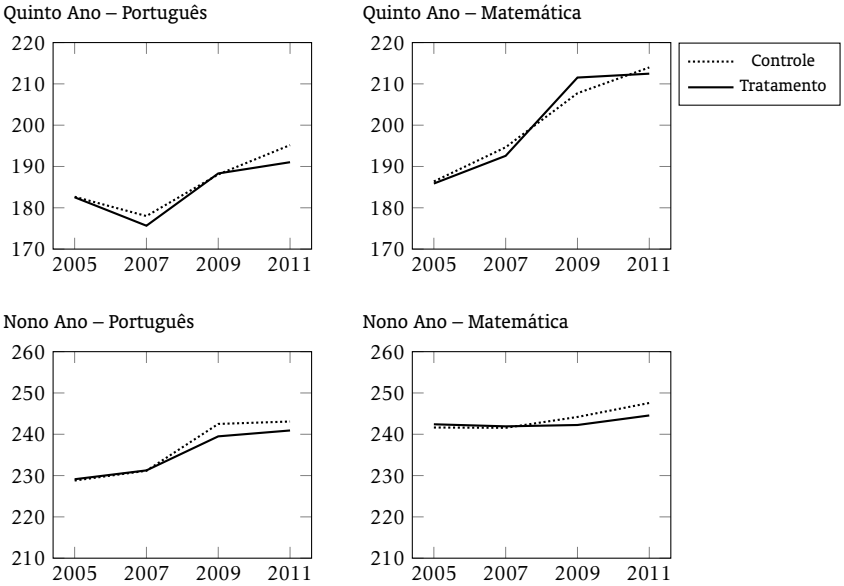


Figura A-6. Evolução das notas entre 2005 e 2011 para escolas estaduais paulistas e escolas do restante do Brasil, exceto redes estaduais de MG, RJ, ES, GO, CE e PE.



r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150011
Revista Brasileira de Economia, **69**(2), 251–261

Conquering Credibility for Monetary Policy Under Sticky Confidence*

Jaylson Jair da Silveira†, Gilberto Tadeu Lima‡

Contents: **1. Introduction; 2. Structure of the model; 3. Best-reply monetary policy and equilibrium distribution of foresight strategies; 4. Conclusions.**

Keywords: **Price Level Targeting, Best-Reply Monetary Policy, Sticky Confidence, Evolutionary Dynamics.**

JEL Code: **C73, E31, E52.**

We derive a best-reply monetary policy when the confidence by price setters on the monetary authority's commitment to price level targeting may be both incomplete and sticky. We find that complete confidence (or full credibility) is not a necessary condition for the achievement of a price level target even when heterogeneity in firms' price level expectations is endogenously time-varying and may emerge as a long-run equilibrium outcome. In fact, in the absence of exogenous perturbations to the dynamic of confidence building, it is the achievement of a price level target for long enough that, due to stickiness in the state of confidence, rather ensures the conquering of full credibility. This result has relevant implications for the conduct of monetary policy in pursuit of price stability. One implication is that setting a price level target matters more as a means to provide monetary policy with a sharper focus on price stability than as a device to conquer credibility. As regards the conquering of credibility for monetary policy, it turns out that actions speak louder than words, as the continuing achievement of price stability is what ultimately performs better as a confidence-building device.

Derivamos uma política monetária de melhor resposta quando a confiança dos formadores de preços no comprometimento da autoridade monetária com a meta de nível de preços pode ser incompleta e rígida. Concluímos que a confiança completa (ou credibilidade plena) não é uma condição necessária para o alcance da meta de nível de preços, mesmo quando a heterogeneidade de expectativas dos formadores de preços sobre o nível geral de preços varia endogenamente ao longo do tempo e pode emergir como um resultado de equilíbrio no longo prazo. De fato, na ausência de perturbações endógenas sobre a dinâmica da construção de confiança, é o alcance da meta de nível de preços por um período longo o suficiente que, devido à rigidez

*We are grateful to an anonymous referee and the Associate Editor, Alexandre B. Cunha, for helpful comments and suggestions. Any remaining errors are our own. We are also grateful to CNPq (Brazil) for providing us with research funding.

†Department of Economics and International Relations/Federal University of Santa Catarina (UFSC). Bairro Trindade, Florianópolis-SC, Brazil. CEP 88040-970. E-mail: jaylson.silveira@ufsc.br

‡Department of Economics/University of São Paulo (USP). Av. Prof. Luciano Gualberto 908, São Paulo-SP, Brazil. CEP 05508-900. E-mail: giltadeu@usp.br

do estado de confiança, assegura a conquista da maior confiança possível. Este resultado tem implicações relevantes para a conduta da política monetária em busca da estabilidade de preços. Uma implicação é que o estabelecimento de uma meta de nível de preços importa mais como uma forma de dar à política monetária um foco mais estrito na estabilidade de preços do que como um mecanismo de conquista de credibilidade. No que tange à conquista de credibilidade, segue-se que ações falam mais alto do que palavras, pois é o contínuo alcance da estabilidade de preços que, em última instância, funciona melhor como mecanismo de construção de confiança dos formadores de preços com relação à política monetária.

1. INTRODUCTION

The issue of time inconsistency has been extensively studied in the monetary policy literature following Kydland and Prescott (1977) and Barro and Gordon (1983). A central result emerging from these studies is that monetary policy will be more effective if it is both transparent and credible. Meanwhile, a credible monetary policy is believed to feature pursuit of an explicit target, and authors such as Svensson (1999) and Ball, Mankiw, and Reis (2005) claim that the optimal monetary policy entails targeting the price level. Moreover, there is robust historical and empirical evidence for several countries that the credibility of the monetary authority changes over time frequently and significantly (Bordo & Siklos, 2014, 2015). In this context, this paper derives a best-reply monetary policy when price-setters' confidence in the commitment of the monetary authority to price level targeting is sticky and, therefore, may be incomplete. As the optimal price of an individual firm depends positively upon the other firms' prices, there is therefore strategic complementarity in price setting. While the corresponding foresight problem can be solved for sure by paying an optimization cost, a rule of thumb, costless but unsure strategy is to confidently use the price level target periodically announced by the monetary authority in seeking to set the optimal individual price.

In an innovative approach, the frequency distribution of foresight strategies across firms (or the state of confidence in the officially announced price level target) follows evolutionary dynamics, with finite-horizon firms periodically revising their foresight strategies in response to the payoffs they earn. Meanwhile, the infinite-horizon monetary authority uses best-reply monetary policy to manage the confidence held by price setters. As it turns out, when such an evolutionary game of conquering confidence is subject to exogenous perturbations analogous to mutations in a biological system, confidence is not fully conquered but the price level target is nonetheless continuously achieved. Absent such exogenous perturbations, however, the continuous reaching of the price level target ensures that complete confidence (or full credibility) is eventually conquered. Therefore, our central analytical result, which carries significant policy implications, is that complete confidence (or full credibility) is not a necessary condition for reaching a price level target even when heterogeneity in firms' price level expectations is endogenously time-varying and may emerge as a long-run equilibrium outcome. In fact, in the absence of exogenous perturbations to the dynamic of confidence building, it is the reaching of a price level target for long enough that, due to stickiness in the state of confidence, rather ensures the conquering of full credibility.

2. STRUCTURE OF THE MODEL

Consider a monopolistically competitive economy populated by a *continuum* of firms as in Ball and Romer (1991). In their model money is introduced by assuming that it is a means of exchange required for transactions, which allows taking the money supply as a proxy for the nominal aggregate demand. We draw on the model developed in Ball and Romer (1991) due to its focus on the product market (the economy is populated by yeoman farmers who sell differentiated goods produced with their own labor

and purchase the products of all other farmers) and its assumption of a continuum of firms. This is a more convenient formal structure for the evolutionary game-theoretic modeling developed in what follows, which is based on random pairwise comparisons of payoffs by a large measure of firms.

As in this monopolistically competitive economy the optimal individual price depends positively upon the other firms' prices, there is strategic complementarity in price setting. A fraction $\lambda \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ of price setters, by not trusting the monetary authority's commitment to price level targeting, rather solves the same foresight problem by paying a cost to perfectly predict the aggregate price level and, accordingly, set the optimal individual price (we call them non-confident firms). What we are suggesting here is that: (a) in general, by specifying transparent policy rules, policy makers can perform an intrinsically useful function by creating conventional anchors for expectations formation; and (b) price level target—the pursuit of a desirable price level enshrined in a clearly announced target that policy makers credibly and accountably commit to achieve—exemplifies the creation of a conventional anchor for expectations by policy makers. The remaining fraction $1 - \lambda$ of price setters, by not trusting the monetary authority's commitment to price level targeting, rather solves the same foresight problem by paying a cost to perfectly predict the aggregate price level and, accordingly, set the optimal individual price (we call them non-confident firms).

In fact, Diron and Mojon (2005) use data for seven inflation targeting countries to provide evidence that the forecast error incurred when assuming that future inflation will be equal to the inflation target announced by the central bank is typically at least as small as (and often smaller than) the forecast errors of model-based and published inflation forecasts. Meanwhile, Brazier, Harrison, King, and Yates (2008) develop a model in which agents use two heuristics to forecast inflation: one is based on one-period lagged inflation, the other on an inflation target announced by the central bank (which is the steady-state value of inflation). Agents switch between these heuristics based on an imperfect assessment of how each has performed in the past. Agents observe such performance with some noise, but the better the true past performance of a heuristic, the greater chance there is that an agent uses it to make the next period's forecast. The authors find that, on average, the majority of agents use the inflation-target heuristic, even though there are times when everyone does, and times when no one does. While Brazier et al. (2008) embed those two forecasting heuristics in a monetary overlapping-generations model and heuristic switching is described by a discrete choice model, in this paper a different pair of forecasting heuristics is embedded in a macroeconomic model featuring a monetary authority that conducts a best-reply monetary policy and private decision makers switch between heuristics based on evolutionary dynamics with and without exogenous perturbations analogous to mutations in a biological system. De Grauwe (2011) develops a macro model in which agents have cognitive limitations and use simple but biased heuristics to forecast future inflation. The author follows Brazier et al. (2008) in allowing for two inflation forecasting rules. One heuristic is based on the announced inflation target, while the other heuristic uses last period's inflation to forecast next period's inflation. The market forecast is a weighted average of these two forecasts, with these weights being subject to predictor selection dynamics based on discrete choice theory. While De Grauwe (2011) formulates an extended three-equation model generating endogenous and self-fulfilling waves of optimism and pessimism, the model of this paper explores whether there is convergence towards an equilibrium consistent with the price level targeted by policy makers when private decision makers switch between forecasting heuristics based on evolutionary dynamics.

This paper is also related to Arifovic, Dawid, Deissenberg, and Kostyshyna (2010), who investigate the role of announcements by the policy maker as a means to sustain a Pareto superior macroeconomic outcome. Each private agent can choose in any period between two strategies: believe, that is, act as if the policy announcement was true; or not believe, and compute the best possible forecast of the policy maker's next action. In each period, word of mouth information exchange allows a fraction of the agents to compare their last-period payoffs with the ones obtained by agents who followed the other strategy, with each agent then adopting the strategy that provided the highest payoff. Therefore, the proportion of believers may change over time and can be interpreted as a measure of the policy maker's

credibility. However, while in Arifovic et al. (2010) the policy maker has limited abilities for dynamic optimization and forecasting, and uses individual evolutionary learning to improve his strategy, in this paper the policy maker performs dynamic optimization knowing the evolutionary dynamics that govern the distribution of forecasting strategies in the population of agents. Moreover, in this paper a slightly different pair of forecasting strategies is embedded in a macroeconomic model featuring a monetary authority that computes the best-reply monetary policy and private agents switch between strategies based on evolutionary dynamics with and without mutation. Also, while the dynamic extension set forth in Arifovic et al. (2010) is an agent-based model of a more complex environment whose results have to be derived through simulation, in the model below all results are derived analytically.

The optimal individual price, P_n, which is the price set by non-confident firms at a strictly positive prediction cost, is given as in Ball and Romer (1991, p.542, eq.11), varying positively with the actual aggregate price level P and the (publicly known) nominal stock of money, M:

$$p_n = \phi p + (1-\phi)m, \tag{1}$$

where $p_n \equiv \ln P_n$, $p \equiv \ln P$, $m \equiv \ln M$ and $\phi \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ is a constant denoting the elasticity of each individual price with respect to the actual aggregate price level. Given the functional form of the utility function adopted by Ball and Romer (1991, p.540, eq.1), the parameter ϕ depends positively on the elasticity of substitution between any two goods and negatively on the rate of change of the marginal disutility of labor.

Meanwhile, confident firms follow the costless but unsure strategy of using the price level target periodically announced by the monetary authority, P^T, to predict the optimal individual price, P_c:

$$p_c = \phi p^T + (1-\phi)m, \tag{2}$$

where $p_c \equiv \ln P_c$ and $p^T \equiv \ln P^T$. Therefore, while in Ball and Romer (1991) the alternative strategy to paying an exogenously fixed cost of adjusting prices is to keep prices unchanged, here the corresponding strategy is to set prices using the other publicly announced policy variable (whose reach, however, unlike any implicit target for the publicly known m, can be confirmed only after all prices have been set).[1]

Based on Ball and Romer (1991, p.541, eq.6), the aggregate price level, P, is approximated by the geometric average of the price set by confident firms, P_c, and the price set by non-confident firms, P_n, that is,[2]

$$p = \lambda p_c + (1-\lambda)p_n, \tag{3}$$

[1] We extend the model in Ball and Romer (1991) in a quite different direction in Lima and Silveira (2015). The dynamics of the price level are explored in a context where a firm can pay a cost (featuring a random term) to update its information set and establish the optimal price or freely use non-updated information and establish a lagged optimal price. Using a novel analytical notion we call boundedly rational inattentiveness, we investigate the nominal adjustment of the price level (and hence of the output) to a monetary shock. We find that evolutionary learning dynamics take the information-updating game to an equilibrium in which, albeit most or even all firms play the bounded rationality strategy, monetary shocks have persistent, though not permanent, impacts on real output.

[2] In fact, consider the expression for the general price level adopted by Ball and Romer (1991, p. 541, eq.6):

$$P = \left[\int_0^1 P_j^{1-\epsilon}\,\mathrm{d}j\right]^{1/(1-\epsilon)},$$

where $\epsilon > 1$ is the elasticity of substitution between any two goods. As in a point in time there is a fraction λ of confident firms and a fraction $1-\lambda$ of non-confident firms, the expression above can be used to express the general price level as follows:

$$P = \left[\int_0^{\lambda} P_c^{1-\epsilon}\,\mathrm{d}j + \int_{\lambda}^1 P_n^{1-\epsilon}\,\mathrm{d}j\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} = \left[\lambda P_c^{1-\epsilon} + (1-\lambda)P_n^{1-\epsilon}\right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}.$$

Note that:

$$\lim_{\epsilon\to 1^+} P = \mathrm{Exp}\left\{\lim_{\epsilon\to 1^+} \frac{\ln\left[\lambda P_c^{1-\epsilon} + (1-\lambda)P_n^{1-\epsilon}\right]}{1-\epsilon}\right\}.$$

Substituting (1) and (2) in (3), we obtain:

$$p = \frac{\phi\lambda}{1-\phi(1-\lambda)}p^T + \frac{1-\phi}{1-\phi(1-\lambda)}m. \tag{4}$$

Therefore, the aggregate price level is a weighted average between p^T and m. Note that as λ converges to one, the aggregate price level converges to $p = \phi p^T + (1-\phi)m$ (or, equivalently, $P = (P^T)^{\phi}M^{1-\phi}$). Meanwhile, as λ converges to zero, the aggregate price level converges to $p = m$ (or, equivalently, $P = M$), which is (per (1)) the symmetric Nash equilibrium price. Consequently, when all firms confidently come to use the price level target announced by the monetary authority in seeking to establish the optimal individual price $\lambda = 1$, the monetary authority has to set $p^T = m$ for for the symmetric Nash equilibrium price to obtain.

While the distribution of foresight strategies $(\lambda, 1-\lambda)$ is given in the short run, it varies over time according to evolutionary dynamics, with firms periodically revising their strategies in response to changes in expected payoffs. A non-confident firm, by setting the actual optimal individual price, does not suffer any loss caused by foresight errors. However, as a non-confident firm faces a fixed cost $c > 0$ to perfectly predict the aggregate price level, it suffers a loss given by:

$$L_n = -c. \tag{5}$$

Meanwhile, a confident firm is subject to a quadratic loss by using the official aggregate price level target to predict the optimal individual price. Using (1), (2) and (4), the loss of a confident firm can be expressed as follows:

$$L_c \equiv -\beta(p_c - p_n)^2 = -\beta\left[\phi\left(p^T - p\right)\right]^2 = -\beta\phi^2\left(p^T - m\right)^2 f(\lambda), \tag{6}$$

where $f(\lambda) \equiv \left[\frac{1-\phi}{1-\phi(1-\lambda)}\right]^2$.

By taking (5) and (6) as the expected payoffs of the existing foresight strategies, we obtain the following replicator dynamic:[3]

$$\dot{\lambda} = \lambda(1-\lambda)\left[c - \beta\phi^2\left(p^T - m\right)^2 f(\lambda)\right]. \tag{7}$$

The intuition underlying the above expression is the following. In every revision period, each firm with probability one (for simplicity) learns the payoff to another randomly chosen firm and changes to the other's foresight strategy if it perceives that the other's payoff is higher. As the expression between brackets in (7) is the difference given by $L_c - L_n$, the proportion of confident firms increases (decreases) if the module of the expected loss of confident firms is smaller (larger) than the cost to perfectly predict the aggregate price level. Under the replicator dynamic (7), to put it alternatively, the frequency of a foresight strategy increases exactly when it has above-average payoff.

By applying the L'Hôpital rule, we get:

$$\lim_{\epsilon\to 1^+} P = \mathrm{Exp}\left\{\frac{\lim_{\epsilon\to 1^+}\left[\left(-\lambda P_c^{1-\epsilon}(\ln P_c) - (1-\lambda)P_n^{1-\epsilon}(\ln P_n)\right)\Big/\left(\lambda P_c^{1-\epsilon} + (1-\lambda)P_n^{1-\epsilon}\right)\right]}{\lim_{\epsilon\to 1^+}(-1)}\right\} = P_c^{\lambda}P_n^{1-\lambda}.$$

For ϵ sufficiently close to one, which we assume, it follows that $P \approx P_c^{\lambda}P_n^{1-\lambda}$. A similar approximation is rather assumed in Blanchard and Fischer (1987, section 8.2) in a simplified version of the monopolistically competitive model set forth in Blanchard and Kiyotaki (1987).

[3] The replicator dynamic is usually associated with largely repeated situations of strategic interaction in which the decisions of each individual player have a negligible effect on the evolving of the interaction. Therefore, our decision to use the model in Ball and Romer (1991) as starting point is also motivated by the assumption of a continuum of firms adopted in that model. Meanwhile, the replicator dynamic be derived from a model of (social or individual) learning as in Weibull (1995, section 4.4).

Moreover, we assume that the evolutionary dynamic (7) operates in the presence of disturbances analogous to mutations in natural environments. In a biological setting, mutation is interpreted literally, consisting of random changes in genetic codes. In economic settings, as pointed out by Samuelson (1997, ch.7), mutation refers to a situation in which a player refrains from comparing payoffs and changes strategy at random. Hence the present model features mutation as an exogenous disturbance in the evolutionary selection mechanism (7) leading some firms to choose a foresight strategy at random. This disturbance component is intended to capture the effect, for instance, of exogenous institutional factors such as changes of administration in the monetary authority or other changes in the policy-making framework (which nonetheless do not involve an abandonment of the price level targeting regime).[4] A question that then arises is whether the occurrence of such an exogenous disturbance (or noise) precludes the continuous reaching of the price level target. As shown shortly, the answer is no. Yet the long-run equilibrium distribution of foresight strategies does depend on whether the evolutionary dynamic (7) is so perturbed.

Drawing on Gale, Binmore, and Samuelson (1995), mutation can be incorporated into the selection mechanism (7) as follows. Let $\theta \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ be the number (measure) of mutant firms that choose a foresight strategy in a given revision period independently of the related payoffs. Therefore, there are $\theta\lambda$ confident firms and $\theta(1-\lambda)$ non-confident firms acting as mutants. We assume that mutant firms choose one of the two foresight strategies with the same probability, so that there are $\theta\lambda\frac{1}{2}$ confident mutant firms and $\theta(1-\lambda)\frac{1}{2}$ non-confident mutant firms changing strategies. The net flow of mutant firms becoming confident firms in a given revision period, which can be either positive or negative, is the following:

$$\theta(1-\lambda)\frac{1}{2} - \theta\lambda\frac{1}{2} = \theta\left(\frac{1}{2} - \lambda\right). \tag{8}$$

This noise can be incorporated to the evolutionary selection mechanism (7) to yield the following noisy (perturbed) replicator dynamic:

$$\dot{\lambda} = (1-\theta)\lambda(1-\lambda)\left[c - \beta\phi^2\left(p^T - m\right)^2 f(\lambda)\right] + \theta\left(\frac{1}{2} - \lambda\right). \tag{9}$$

Therefore, for given values of p^T and m, the state transition of the economy is determined by the dynamic system (9), whose state space is $[0,1] \subset \mathbb{R}$.

3. BEST-REPLY MONETARY POLICY AND EQUILIBRIUM DISTRIBUTION OF FORESIGHT STRATEGIES

The monetary authority is assumed to aim to minimize $\int_0^\tau (p-p^T)^2 e^{-\theta t}\,\mathrm{d}t$, where $\tau > 0$ is the terminal planning time and $\theta > 0$ is a constant and exogenously given intertemporal discount rate. Using (4), the monetary authority's objective functional can be expressed as

$$\min \int_0^\tau \left(m - p^T\right)^2 f(\lambda) e^{-\theta t}\,\mathrm{d}t. \tag{10}$$

Therefore, the best-reply monetary policy is derived as the path of control variable m that minimizes the objective functional (10) subject to the noisy replicator dynamic (9), given the initial proportion of

[4] Now as in Kandori, Mailath, and Rob (1993), two other rationale for such a random choice is that a firm exits the market with some (fixed) probability and is replaced with a new firm which knows nothing about the game, or that each firm "experiments" every once in a while with exogenously fixed probability.

confident firms, denoted by $\lambda_0 \equiv \lambda(0)$, and the terminal time τ.[5]

The current-value Hamiltonian of this optimal control problem is given by

$$H_c = \left(m - p^T\right)^2 f(\lambda) + \mu\left\{(1-\theta)\lambda(1-\lambda)\left[c - \beta\phi^2\left(p^T - m\right)^2 f(\lambda)\right] + \theta\left(\frac{1}{2} - \lambda\right)\right\}, \tag{11}$$

where μ is the current-value costate variable.

Using the Maximum Principle (MP), we can determine the path of m that minimizes H_c at each moment of time. Given that $m \in \mathbb{R}_{++}$, we can use the first-order condition for an interior minimum:

$$\frac{\partial H_c}{\partial m} = 2(m - p^T) f(\lambda)\left[1 - \mu(1-\theta)\lambda(1-\lambda)\beta\phi^2\right] = 0. \tag{12}$$

The above condition excludes $m \neq p^T$ for all $t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}$. Indeed, given that $f'(\lambda) = \frac{-2\phi f(\lambda)}{1-\phi(1-\lambda)} < 0$ for all $\phi \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ and $\lambda \in [0,1] \subset \mathbb{R}$, if $m \neq p^T$ for all $t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}$, the signal of the derivative of the integrand in (10) with respect to the state variable is strictly negative. In sum,

$$\left(m - p^T\right)^2 f'(\lambda) e^{-\theta t} < 0 \qquad \text{if } m \neq p^T \text{ for all } t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}. \tag{13}$$

Based on Lemma 3.1 stated in Caputo (2005, p.56), it follows from (13) that $\mu(t) < 0$ for all $t \in [0,\tau) \subset \mathbb{R}$. Considering this fact and the transversality condition given by the free terminal boundary condition $\mu(\tau) = 0$ (as established in Caputo 2005, p.32), it then follows that $1 - \mu(1-\theta)\lambda(1-\lambda)\beta\phi^2 > 0$ for all $\beta > 0$, $\phi \in (0,1) \subset \mathbb{R}$, $\lambda \in [0,1] \subset \mathbb{R}$, and $t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}$. Therefore, the inequality given by $m \neq p^T$ for all $t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}$ implies that $\frac{\partial H_c}{\partial m} = 2(m - p^T) f(\lambda)\left[1 - \mu(1-\theta)\lambda(1-\lambda)\beta\theta^2\right] > 0$. To put it another way, with $m \neq p^T$ along the optimal path of the control variable the first-order condition (12) would not be satisfied.

Meanwhile, if

$$m = p^T \qquad \text{for all } t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}, \tag{14}$$

the inequalities in (13) become equalities for all $t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}$. Thus, it follows from the Lemma 3.1 recalled above that

$$\mu(t) = 0 \qquad \text{for all } t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}. \tag{15}$$

Given (15), the control-variable path (14) satisfies the necessary condition (12).

Indeed, the control-variable path (14) minimizes (11) given that

$$\left.\frac{\partial^2 H_c}{\partial m^2}\right|_{\mu=0} = 2f(\lambda) > 0 \qquad \text{for all } t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}. \tag{16}$$

Substituting (14) into (4), it follows that the aggregate price level is given by

$$p = p^T \qquad \text{for all } t \in [0,\tau] \subset \mathbb{R}. \tag{17}$$

[5] We assume that the best-reply monetary policy is conducted by exogenously setting the optimal nominal money stock, which is suggested by the expression for the optimal individual price in (2). Note, however, that for any exogenous money stock the resulting endogenous interest rate is pinned down by the money-market equilibrium condition between supply and demand. Given a money demand function with output and the interest rate as arguments exerting the usual effects, for given values of the price level and output, there is a definite relationship between the nominal money stock and the interest rate. In fact, with a log-linear such money demand function, the best-reply monetary policy is to set the nominal interest rate at zero (i.e., the Friedman (1969) rule). Thus, in the context of the model herein, whether monetary policy is conducted by exogenously setting the optimal nominal money stock (and letting the interest rate adjust) or the optimal nominal interest rate (and supplying the required nominal money stock) is just a difference in the operational procedures which does not change the qualitative results.

The equation of motion for the state variable λ is obtained from the following MP's condition:

$$\dot{\lambda} = \frac{\partial H_c}{\partial \mu},$$

which is the noisy replicator dynamic (9). Given the optimal path of the control variable (14), (9) becomes

$$\dot{\lambda} = -(1-\theta)c\lambda^2 + [(1-\theta)c - \theta]\lambda + \frac{\theta}{2} \equiv g(\lambda). \tag{18}$$

The above expression implies that there is a unique equilibrium value for λ, which is given by

$$\lambda^* = \frac{(1-\theta)c - \theta + \sqrt{[(1-\theta)c]^2 + \theta^2}}{2(1-\theta)c} \in (0,1) \subset \mathbb{R}. \tag{19}$$

The path of the costate variable, given by (15), satisfies the transversality condition for an optimal control problem with finite-horizon planning and free terminal state, given by $\mu(\tau) = 0$. Moreover, if (15) holds for all $t \in \mathbb{R}_+$, the transversality condition for an infinite-horizon planning and free terminal state, given by $\lim_{t\to\infty} \mu(t)e^{-\theta t} = 0$, is satisfied as well. And the other corresponding transversality condition given by $\lim_{t\to\infty} H(t) = 0$ is also satisfied. In fact, the present-value Hamiltonian can be alternatively expressed as $H = H_c e^{-\theta t}$. Given that $m = p^T$, $\mu(t) = 0$, and $\lambda \in [0,1] \subset \mathbb{R}$ for all $t \in \mathbb{R}_+$, it then follows from (11) that $H_c = 0$ for all $t \in \mathbb{R}_+$, so that $\lim_{t\to\infty} H(t) = \lim_{t\to\infty} H_c e^{-\theta t} = 0$.

The graph of the function $g(\lambda)$, given by (18), is a concave-down parabola with intercept given by $g(0) = \theta/2 > 0$. This quadratic function has two distinct real roots, one of them being

$$\frac{(1-\theta)c - \theta + \sqrt{[(1-\theta)c]^2 + \theta^2}}{2(1-\theta)c} < 0$$

and the other one being given by (19). Therefore, for all $\lambda \in [0, \lambda^*) \subset \mathbb{R}$ it follows that $\dot{\lambda} = g(\lambda) > 0$, while for all $\lambda \in (\lambda^*, 1] \subset \mathbb{R}$ it follows that $\dot{\lambda} = g(\lambda) < 0$, so that the equilibrium point $\lambda^* \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ is asymptotically stable.

Consequently, the best-reply monetary policy is to set $m = p^T$ at each moment of the planning horizon, which ensures $p = p^T$ all along. We can interpret this best-reply policy-making in two alternative ways, according to which variable is assigned the role of policy instrument (or control variable). First, for an exogenously given aggregate price level target, the best-reply monetary policy is to set $m = p^T$ throughout. Second, for an exogenously given nominal money supply, the best-reply monetary policy-making is to set $p^T = m$ all along.

Meanwhile, the fact that the best-reply monetary policy given by $m = p^T$ ensures $p = p^T$ all along even when imperfect credibility emerges as an asymptotically stable equilibrium outcome, which is the case when there is mutation, as given by (19), does not mean that the monetary authority does ignore or can afford to ignore the importance of conquering credibility for monetary policy. In fact, the monetary authority is permanently striving to conquer or maintain the highest possible credibility, and a clear and reliable evidence of such confidence-building behavior is that the best-reply monetary policy is derived as the path of the nominal stock of money that minimizes the objective functional (10) subject to the noisy replicator dynamic (9) that governs the evolution of the state of confidence across price setters.

Furthermore, if we draw once again on Ball and Romer (1991) and incorporate to the model an aggregate demand relation given by $y = m - p$, where y is the logarithm of the real output,[6] we find that the best-reply monetary policy yields an equilibrium real output gap which is zero. In fact, it follows from (4) that the best-reply monetary policy given by $m = p^T$ implies that the equilibrium price level is

[6]Note that the expression $y = m - p$ implies an inverse relationship between the price level and the real output, which is an essential feature of aggregate demand.

given by $p = m$, so that the equilibrium *log* real output is zero (and, therefore, the equilibrium *level* of real output is one). As a result, the equilibrium real output is the natural real output.[7]

Meanwhile, when the evolutionary dynamic driving the distribution of foresight strategies in the population of price setters is subject to exogenous perturbations, the unique equilibrium point $\lambda^* \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ is asymptotically stable. Even though confidence is never fully conquered, the price level target is nonetheless continuously achieved. Meanwhile, absent perturbations, which is equivalent to setting $\theta = 0$, the equation of motion (18) yields two equilibrium solutions, $\lambda^{**} = 0$ and $\lambda^{***} = 1$. As the graph of the function $g(\lambda)$ under $\theta = 0$ is a concave-down parabola, it follows that the equilibrium point $\lambda^{**} = 0$ is unstable, while the equilibrium point $\lambda^{***} = 1$ is asymptotically stable.

Therefore, when the evolutionary selection dynamic is not perturbed by the interference of mutations, the continuous achievement of the official price level target comes to ensure that complete confidence (or full credibility) is eventually conquered. Paraphrasing how Samuelson (1997, p.3) aptly describes an equilibrium emerging from rule-of-thumb behavior through evolutionary dynamics:[8] an equilibrium solution with the aggregate price level target being achieved does not appear because all price setters are fully confident, but rather price setters eventually become fully confident because a best-reply monetary policy ensuring the achievement of that target as an equilibrium solution has been followed for long enough. Though derived in a specific macroeconomic setting, this analytical result due to confidence stickiness has broader implications for the design of monetary policy in pursuit of price stability. One such implication is that setting a price level target matters more as a means to provide monetary policy with a sharper focus on price stability than as a device to conquer credibility. As for the conquering of credibility for monetary policy, it turns out that actions speak louder than words, as the continuing achievement of price stability is what ultimately performs better as a confidence-building device. Thus, the role of central banking as management of expectations (Woodford, 2004) is performed in the context of stickiness in the state of confidence in the monetary policy-making held by price setters, which implies that the best-reply monetary policy has to be formally and explicitly derived also subject to such stickiness constraint (recall that the best-reply monetary policy (14) is derived subject to the noisy replicator dynamic (9) that drives the evolution of the frequency distribution of confidence across price setters).

4. CONCLUSIONS

This paper contributes to the literature on the importance of the public's confidence in the monetary policy stance by deriving a best-reply monetary policy when price-setters' state of confidence in the commitment of the monetary authority to price level targeting is sticky and, therefore, may be persistently incomplete. While confident price setters use the official price level target to form price expectations which may, therefore, prove incorrect, non-confident price setters attain perfect foresight by paying an optimization cost.

In an innovative approach, the frequency distribution of the confidence in the price level targeting across firms follows evolutionary dynamics wherein firms revise their strategies in response to expected

[7] We have assumed a price level target, but our qualitative results do not change if we assume an inflation target. We can redefine p_n, p_c, p^T, p and m as (instantaneous) rates of growth and (1)–(4) still hold. The loss function in (6) then features the deviation of p^T, which now denotes the inflation target, and m, which now denotes the growth rate of the nominal stock of money. With these redefinitions, the qualitative results derived in sections 3 and 4 can be straightforwardly reinterpreted in terms of growth rates. In particular, the best-reply monetary policy (14) is to set the growth rate of the nominal stock of money equal to the inflation target. Per (17), this best-reply monetary policy ensures the achievement of the inflation target. Therefore, monetary policy should follow a variant of the *k-percent rule* advocated by Friedman (1960) and others, according to which the nominal money stock should be kept growing steadily at an annual rate of k. In this alternative specification of our model, k is then intuitively equal to the inflation target.

[8] "The behavior that persists in equilibrium then looks as if it is rational, even though the motivations behind it may be quite different. An equilibrium does not appear because agents are rational, but rather agents appear rational because an equilibrium has been reached."

payoff differentials. Meanwhile, the monetary authority uses best-reply monetary policy to manage the state of confidence of the price setters. When such evolutionary game of conquering confidence is subject to noise, in the long-run equilibrium not all firms form price expectations using the price level target, yet the latter is nonetheless achieved. Absent such noise, however, in the long-run equilibrium both the price level target is achieved and all firms form price expectations using the price level target. Consequently, complete confidence in the price level target is not a necessary condition for achieving such target even when heterogeneity in firms' price expectations is endogenously time-varying and may emerge, due to stickiness in the state of confidence, as a long-run equilibrium outcome.

In deriving our qualitative results, we assume that the best-reply monetary policy is conducted by exogenously setting the optimal nominal money stock. However, whether monetary policy is conducted by exogenously setting the optimal nominal money stock (and letting the interest rate adjust) or the optimal nominal interest rate (and supplying the required nominal money stock) is just a difference in the operational procedures which does not change our qualitative results. Moreover, although we assume that the monetary authority targets a given price level, our qualitative results likewise do not change if we assume an inflation target instead. In this case, monetary policy should follow a variant of the *k-percent rule* advocated by Friedman (1960) and others, according to which the nominal stock of money should grow steadily at a rate of k. In a monetary regime with inflation target, therefore, k becomes intuitively equal to the inflation target.

Although derived in a specific macroeconomic setting, our analytical results due to stickiness in the state of confidence have broader implications for the design of monetary policy. One main implication is that for the conquering of credibility for monetary policy, actions speak louder than words, as the steady achievement of price stability is what works better as a confidence-building mechanism. As the role of central banking as management of expectations is played under confidence stickiness, the best-reply monetary policy has to be derived also subject to such stickiness.

REFERENCES

Arifovic, J., Dawid, H., Deissenberg, C., & Kostyshyna, O. (2010). Learning benevolent leadership in a heterogenous agents economy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *34*(4), 1768–1790. doi: 10.1016/j.jedc.2010.06.023

Ball, L., Mankiw, N. G., & Reis, R. (2005). Monetary policy for inattentive economies. *Journal of Monetary Economics*, *52*(4), 703–725. doi: 10.1016/j.jmoneco.2005.03.002

Ball, L., & Romer, D. (1991). Sticky prices as coordination failure. *American Economic Review*, *81*(3), 539–552. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2006517

Barro, R. J., & Gordon, D. B. (1983). Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, *12*(1), 123–125. doi: 10.1016/0304-3932(83)90052-1

Blanchard, O. J., & Fischer, S. (1987). *Lectures on macroeconomics*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Blanchard, O. J., & Kiyotaki, N. (1987). Monopolistic competition and the effects of aggregate demand. *American Economic Review*, *77*(4), 647–666.

Bordo, M. D., & Siklos, P. (2014, Nov). *Central bank credibility, reputation and inflation targeting in historical perspective* (NBER Working Paper No. 20693). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w20693

Bordo, M. D., & Siklos, P. L. (2015, Jan). *Central bank credibility: An historical and quantitative exploration* (NBER Working Paper No. 20824). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w20824

Brazier, A., Harrison, R., King, M., & Yates, T. (2008). The danger of inflating expectations of macroeconomic stability: Heuristic switching in an overlapping-generations monetary model. *International Journal of Central Banking*, *4*(2), 219–254. Retrieved from http://www.ijcb.org/journal/ijcb08q2a6.htm

Caputo, M. R. (2005). *Foundations of dynamic economic analysis: Optimal control theory and applications*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

De Grauwe, P. (2011). Animal spirits and monetary policy. *Economic Theory*, *47*(2-3), 423–457. doi: 10.1007/s00199-010-0543-0

Diron, M., & Mojon, B. (2005, Dec). *Forecasting the central bank's inflation objective is a good rule of thumb* (Working Paper Series No. 564). Frankfurt am Main: European Central Bank. Retrieved from http://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp564.pdf

Friedman, M. (1960). *A program for monetary stability*. New York: Fordham University Press.

Friedman, M. (1969). The optimum quantity of money. In M. Friedman (Ed.), *The optimum quantity of money: And other essays* (pp. 1–50). Chicago, IL: Aldine Publishing.

Gale, J., Binmore, K., & Samuelson, L. (1995). Learning to be imperfect: The ultimatum game. *Games and Economic Behavior*, *8*(1), 56–90. doi: 10.1016/S0899-8256(05)80017-X

Kandori, M., Mailath, G. J., & Rob, R. (1993). Learning, mutation, and long run equilibria in games. *Econometrica*, *61*(1), 29–56. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2951777

Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1977). Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans. *Journal of Political Economy*, *85*(3), 473–491. Retrieved from http://EconPapers.repec.org/RePEc:ucp:jpolec:v:85:y:1977:i:3:p:473-91

Lima, G. T., & Silveira, J. J. (2015). Monetary neutrality under evolutionary dominance of bounded rationality. *Economic Inquiry*, *53*(2), 1108–1131. doi: 10.1111/ecin.12195

Samuelson, L. (1997). *Evolutionary games and equilibrium selection*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Svensson, L. E. O. (1999). Price-level targeting versus inflation targeting: A free lunch? *Journal of Money, Credit, and Banking*, *31*(3), 277–295.

Weibull, J. W. (1995). *Evolutionary game theory*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Woodford, M. (2004). Inflation targeting and optimal monetary policy. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, *86*(4), 15–41. Retrieved from http://research.stlouisfed.org/publications/review/article/4024

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150012
Revista Brasileira de Economia, **69**(2), 263–284

Decompondo a Inflação Implícita*

José Valentim Machado Vicente†, Flávia Mourão Graminho‡

Sumário: **1. Introdução; 2. Títulos pré e indexados a inflação; 3. Inflação implícita e as curvas de juros real e nominal; 4. Decompondo a inflação implícita; 5. Expectativa de inflação; 6. Convexidade; 7. Prêmio de liquidez; 8. Prêmio de risco de inflação; 9. Conclusão.**

Palavras-chave: **Títulos Reais e Nominais, Prêmio de Risco de Inflação, Prêmio de Risco de Liquidez.**

Códigos JEL: **E31, E43, E44.**

A inflação implícita (diferença entre as taxas de juros nominal e real) é o principal indicador do nível futuro de preços. No entanto, a expectativa de inflação é apenas um dos seus componentes. Neste artigo nós apresentamos um modelo econômico simples a fim de decompor a inflação implícita nos seguintes fatores fundamentais: expectativa de inflação, termo de convexidade e prêmios de liquidez e de risco de inflação. Usando dados brasileiros de janeiro de 2006 a setembro de 2013, avaliamos cada um destes termos. As expectativas de inflação são lidas diretamente do Focus, uma pesquisa realizada pelo Banco Central do Brasil. Em nosso modelo, o termo de convexidade ou correção de Jensen é igual à variância da taxa de inflação. Reportamos um termo de convexidade muito pequeno, o que está em consonância com a literatura internacional sobre o assunto. Sua magnitude é de cerca de um ponto base, inferior ao *spread* de compra e venda dos títulos de renda fixa brasileiros. Embora haja uma diferença significativa entre os volumes de negociação de títulos nominais e reais, essa diferença de liquidez não é apreçada (prêmio de liquidez não é significativo). Este resultado, aparentemente contraditório, ocorre porque no Brasil títulos reais são geralmente mantidos até o vencimento. Por isso os investidores não exigem uma recompensa devido a exposição a incerteza de liquidez, o que por sua vez elimina a relevância deste prêmio. Finalmente, nós mostramos que o prêmio de risco de inflação é pequeno para horizontes curtos. Para horizontes longos este prêmio de risco é variável no tempo e relacionado com o consumo e a volatilidade do mercado de ações, em acordo com a teoria econômica.

The break-even inflation rate (the difference between nominal and real rates) is the main indicator of future price level. However, inflation expectation is only one of its components. In this article we present a simple economic model in order to split the break-even inflation rate in the following fundamental factors: inflation expectation, convexity term, and liquidity and inflation risk premia. Using Brazilian data from January 2006 to September 2013 we evaluate each one of these terms. Inflation expectations are read directly from Focus, a survey conducted by Central Bank of Brazil. In

*Os autores agradecem os comentários de Gustavo Silva Araújo e a ANBIMA pelo fornecimento de base de dados de taxas de títulos públicos. As opiniões contidas no artigo são dos autores e não refletem necessariamente as do Banco Central do Brasil.

†Banco Central do Brasil e Faculdades Ibmec-RJ. E-mail: jose.valentim@bcb.gov.br

‡Banco Central do Brasil. E-mail: flavia.graminho@bcb.gov.br

our setup, the convexity term or Jensen's correction is equal to the variance of inflation rate. We report a very small convexity term which is in line with the literature on the subject. Its magnitude is around one basis point, less than the bid-ask spread of Brazilian fixed income bonds. Although there is a significant difference between the trading volume of real and nominal bonds, we find that this liquidity difference is not priced (liquidity premium is not significant). This result is apparently contradictory. However, it is due to the fact that, in Brazil, real bonds are usually held to maturity. Therefore investors do not demand a reward to exposure to liquidity uncertainty which in turn eliminates the relevance of this premium. Finally, we show that the inflation risk premium is nearly zero for short horizons. For long horizons this risk premium is time varying and close related with consumption and stock market volatility, consistent with economic theory.

1. INTRODUÇÃO

A hipótese de Fisher (1930) estabelece que a inflação implícita (diferença entre as taxas de juros nominal e real) é igual a expectativa da variação futura dos preços. Em outras palavras, observando as taxas de títulos de renda fixa nominais e reais negociados no mercado poderíamos, por simples diferença, calcular o valor esperado da inflação futura. No entanto, tal hipótese desconsidera a aversão ao risco dos agentes. Títulos reais constituem o ativo livre de risco da economia, uma vez que, por serem indexados a um índice de preços, oferecem proteção ao consumo. Já os títulos nominais possuem um valor monetário predefinido de resgate. Logo, estão sujeitos ao risco inflacionário, ou seja, a perda de poder de compra dos investidores. Portanto, para investir nesses ativos, os agentes exigem uma recompensa. Essa remuneração adicional é conhecida como o prêmio de risco da inflação.

No entanto, há algo mais a se considerar. Ainda que o risco inflacionário fosse não correlacionado com o fator estocástico de desconto da economia, não poderíamos ler diretamente da inflação implícita a expectativa de inflação futura por dois motivos. Primeiramente, devido a menor liquidez dos títulos indexados a inflação, investidores podem cobrar uma recompensa em função da dificuldade de sair de uma posição no mercado de ativos reais. Essa recompensa é conhecida como prêmio de liquidez. Em segundo lugar, a relação entre preços de títulos e taxas é dada por uma função convexa. Logo, ao tomar valores esperados dessa função, necessitamos fazer uma correção devido a desigualdade de Jensen.[1] Isso implica no surgimento de mais um componente da inflação implícita, que é conhecido como viés de convexidade.

Portanto, diferentemente do que diz a hipótese de Fisher, a inflação implícita é composta pelos seguintes termos:

$$\begin{aligned}\text{Inflação Implícita} &= \text{Taxa Nominal} - \text{Taxa Real} \\ &= \text{Expectativa de Inflação} + \text{Prêmio de Risco da Inflação} - \text{Prêmio de Liquidez} + \text{Convexidade}.\end{aligned}$$

O objetivo deste artigo é analisar cada um dos termos do lado direito da equação anterior (equação de decomposição). Esses termos são denominados de componentes da inflação implícita. A tarefa não é simples pois embora a inflação implícita seja diretamente lida a partir de dados de preços de mercado, os seus componentes são não observáveis. Uma solução conhecida para contornar esse problema consiste em, via algum modelo fundamentado economicamente, estimar esses componentes. Neste trabalho nós usamos uma abordagem mais parcimoniosa e em certo sentido *model free*.[2] Isso facilita a implementação

[1] A desigualdade de Jensen pode ser enunciada desta forma: sejam f uma função convexa e X uma variável aleatória, então $\mathrm{E}[f(X)] > f(\mathrm{E}[X])$, onde $\mathrm{E}[\cdot]$ representa o valor esperado.

[2] O procedimento adotado aqui é bem semelhante ao empregado por Gürkaynak, Sack e Wright (2010); Söderlind (2011); Pflueger e Viceira (2013); e Grishchenko e Huang (2013).

evitando erros e excesso de premissas pouco realistas muitas vezes inseridas na estimação/calibração de modelos complexos.

Os dados utilizados são referentes ao mercado de renda fixa brasileiro compreendendo o período entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. O Tesouro brasileiro oferece dois tipos de títulos nominais: as Letras do Tesouro Nacional (LTN), que são títulos sem cupons, e as Notas do Tesouro Nacional série F (NTN-F) que pagam cupons semestrais. Esses dois títulos foram usados para obtenção das taxas nominais. O Tesouro brasileiro emite também títulos indexados ao Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), as chamadas Notas do Tesouro Nacional série B (NTN-B). O IPCA é o principal índice de preços da economia brasileira, âncora do sistema de metas de inflação do Banco Central do Brasil. A partir das NTNs-B extraímos as taxas de juros reais. Nós trabalhamos com os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, sendo as taxas nominais e reais interpoladas via o modelo paramétrico de Svensson (1993).

Em agosto de 2013 o montante da dívida pública brasileira lastreada em títulos nominais somava R$ 748 bilhões, e em títulos indexados a índices de preços contabilizava R$ 606 bilhões. Atualmente o mercado brasileiro de títulos atrelados a inflação é o quinto maior do mundo.[3] As NTNs-B possuem uma defasagem de indexação pequena (apenas 15 dias).[4] Os TIPS americanos e os Gilts ingleses apresentam defasagem de indexação de 3 meses.[5] Portanto, diferenças entre as taxas dos títulos indexados e as verdadeiras taxas de juros real são menores no mercado brasileiro, o que, por sua vez, introduz menos ruídos na análise da inflação implícita. Mais ainda, as NTNs-B, ao contrário dos TIPS, não são protegidas para deflação. Ou seja, não há opção embutida nesses títulos. Para o nosso estudo, isso constitui uma vantagem pois não há necessidade de tratamento para limpar das taxas desses ativos o ruído referente ao prêmio da opção de deflação.

O problema de decomposição da inflação implícita (foco deste trabalho) foi atacado por partes. Primeiramente nós apresentamos um modelo de equilíbrio em uma economia bastante simples. O modelo mostra como a equação de decomposição da inflação pode ser obtida de forma microfundamentada, ao invés da abordagem informal discutida anteriormente. Melhor ainda, este modelo nos permite ganhar intuição e identificar estratégias para estimação e cálculo dos componentes da inflação implícita.

Em seguida nós passamos a investigar cada um dos componentes da inflação implícita. A expectativa de inflação pode ser obtida por diversas ferramentas de séries de tempo ou modelos fundamentados tais como os da classe DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium). No entanto, como dito anteriormente, o objetivo deste trabalho é estudar técnicas parcimoniosas que forneçam, com baixo custo e precisão, resultados sobre a informação contida na inflação implícita. Dessa forma nós optamos por obter a expectativa de inflação da pesquisa Focus. A pesquisa Focus é realizada semanalmente pelo Banco Central do Brasil e conta com aproximadamente 100 participantes que fornecem regularmente suas previsões para diversas variáveis econômicas, dentre elas a inflação medida pelo IPCA. Embora essa estratégia pareça por deveras simplista, pesquisas (*surveys*) têm demonstrado poder de previsão da inflação superior a diversos modelos tradicionais, como bem demonstram, dentre outros, Ang, Bekaert e Wei (2007) e Chun (2012).

O próximo passo consistiu na análise do viés de convexidade. O modelo de equilíbrio desenvolvido para decompor a inflação implícita revelou que esse termo é dado pela variância da inflação. Ajustando a série de IPCA por um processo AR(1), estimamos a convexidade em cerca de um ponto base para qualquer horizonte. O valor desse termo é bem pequeno, inferior ao *bid-ask spread* do mercado de títulos de renda fixa (superior a três pontos base). Esse resultado está em consonância com diversos outros estudos como, por exemplo, Ang, Bekaert e Wei (2008), que mostram que a correção de Jensen no mercado americano

[3] Dados do Barclays Global World Gilb Index de março 2009 (veja Silva, de Paiva Garrido e de Carvalho 2009).

[4] A defasagem de indexação ocorre porque o pagamento dos títulos indexados a inflação é referenciado ao valor defasado do índice de preços.

[5] TIPS (Treasury Inflation Protect Securities) são títulos emitidos pelo Tesouro dos Estados Unidos indexados ao Consumer Price Index (CPI), principal índice da inflação americana. Já os Gilts são emitidos pelo Reino Unido e indexados ao Retail Price Index (RPI).

é menor que um ponto base.

Finalmente, nós estudamos os prêmios de risco. Primeiramente atacamos o prêmio de liquidez. Para tal nós nos baseamos em Pflueger e Viceira (2013). Esses autores estimam o prêmio de liquidez regredindo a inflação implícita contra métricas de liquidez dos títulos controlando pela inflação esperada. Fazendo isso, nós encontramos que o prêmio de liquidez é estatisticamente não diferente de zero. Isso indica que o risco de liquidez é ortogonal ao espaço de *payoffs* não sendo portanto apreçado. Embora aparentemente enigmático esse resultado pode ser facilmente compreendido. Títulos indexados a inflação fazem parte da carteira de investidores de longo prazo, tais como fundos de pensão. Esses títulos são muitas vezes carregados até o vencimento. Portanto, apesar de menos líquidos que os títulos nominais, não há cobrança de prêmio de liquidez uma vez que os investidores, ao mantê-los em carteira até o vencimento, não se preocupam com incertezas relacionadas a escassez de liquidez ao longo da maturidade dos títulos.

Uma vez calculados a inflação implícita, a expectativa de inflação, o viés de convexidade e constatada a insignificância do prêmio de liquidez, obtemos, por simples diferença, o prêmio de risco de inflação usando a equação de decomposição. Observamos que, em alguns poucos momentos, o prêmio de risco de inflação para horizontes curtos (1 e 2 anos) é negativo.[6] Isso seria um indicativo de que os títulos nominais funcionariam como um seguro, remunerando bem nos estados da natureza no qual a economia vai mal. No entanto, o mais provável é que, nesses períodos, a taxa nominal aumentou de forma menos intensa que a expectativa de inflação para o curto prazo, gerando assim um prêmio negativo. O prêmio de risco variou entre um mínimo de -1% e um máximo de quase 2%. Nós testamos também o relacionamento do prêmio de risco de inflação com a covariância entre consumo e inflação (conforme previsto pelo modelo microfundamentado desenvolvido para decompor a inflação implícita) e com a volatilidade do Ibovespa (proxy para o nível de incerteza da economia). Nós encontramos significância nas correlações apenas para os horizontes de 3 e 4 anos.

Interessante notar que a expectativa de inflação explica cerca de 60% da variação da inflação implícita. Ademais, ela, em termos de magnitude, se constitui na principal componente da inflação implícita, uma vez que os termos de convexidade e prêmio de liquidez são insignificantes e o prêmio de risco de inflação é em módulo e em média cerca de 10 vezes menor que a inflação implícita. Portanto, embora a hipótese de Fisher seja falha e, como demonstrado por Vicente e Guillen (2013), a inflação implícita não capture adequadamente a dinâmica da inflação futura, o principal componente da diferença entre as taxas de juros nominal e real é de fato a expectativa de inflação. Isso justifica a popularidade da inflação implícita como indicador da variação futura dos preços e seu uso difundido como um estimador simples da inflação. Como bem ressalta Söderlind (2011), a inflação implícita apresenta claras vantagens como previsora da inflação em relação a outros métodos: Está disponível em bases diárias; foca nas crenças dos participantes do mercado; e é baseada em decisões que envolvem ganhos e perdas.

O restante desse artigo está organizado como se segue. Na seção 2 nós apresentamos uma breve descrição dos títulos nominais e reais oferecidos pelo Tesouro brasileiro. A seção 3 contém as metodologias usadas para construção das curvas de juros reais e nominais. Na seção 4 nós apresentamos o modelo baseado em consumo que permite obter fundamentadamente a equação de decomposição. A seção 5 discute o cálculo da expectativa de inflação. Nas seções 6 e 7 nós estimamos, respectivamente, o viés de convexidade e o prêmio de liquidez. A seção 8 apresenta uma análise sobre o prêmio de risco de inflação. A seção 9 conclui.

2. TÍTULOS PRÉ E INDEXADOS A INFLAÇÃO

Seja $P^{\text{N}}(t,T) = P^{\text{N}}(t,t+\tau)$ o preço em t de um título sem cupons que paga R$ 1,00 em $T = t+\tau$. Seja I_t o valor de um índice de preços em t (por exemplo, o IPCA). Seja ainda $P^{\text{R}}(t,T) = P^{\text{R}}(t,t+\tau)$ o

[6] Embora não esperado, porém condizente com a teoria, prêmios de risco de inflação negativo são reportados em outros estudos, como por exemplo, em Grishchenko e Huang (2013).

preço em t de um título sem cupons que paga $\frac{I_T}{I_t}$ em $T = t + \tau$. As taxas de juros nominal (y^{N}) e real (y^{R}) continuamente compostas em t para vencimento em T são definidas por

$$y^{\text{N}}(t,T) = y^{\text{N}}(t,t+\tau) = -\frac{\ln(P^{\text{N}}(t,T))}{T-t}$$

e

$$y^{\text{R}}(t,T) = y^{\text{R}}(t,t+\tau) = -\frac{\ln(P^{\text{R}}(t,T))}{T-t}.$$

Para cada t a Estrutura a Termo da Taxa de Juros Nominal (ETTJN) ou simplesmente curva de juros nominal é a função que associa a cada $\tau \in [0,+\infty)$ o número real $y^{\text{N}}(t,t+\tau)$. A Estrutura a Termo da Taxa de Juros Real (ETTJR) é definida analogamente.

No mercado brasileiro, as Letras do Tesouro Nacional (LTN) e as Notas do Tesouro Nacional série F (NTN-F) são os títulos públicos que permitem aos investidores negociar a taxa nominal. A LTN é um título sem cupons com valor de face igual R$ 1.000,00. Logo a relação entre seu preço (P^{LTN}) e a taxa nominal é

$$P^{\text{LTN}}(t,T) = 1000\text{e}^{-y^{\text{N}}(t,T)(T-t)}.$$

Já a NTN-F tem valor de face também igual a R$ 1.000,00 e paga cupons semestrais iguais R$ $1.000 \times (1{,}10^{1/2} - 1) \approx$ R$ 48,81. A relação entre o preço da NTN-F, $P^{\text{NTN-F}}$, e a curva de juros nominal é

$$P^{\text{NTN-F}}(t,T) = 48{,}81\left[\text{e}^{-y^{\text{N}}(t,t_1)(t_1-t)} + \cdots + \text{e}^{-y^{\text{N}}(t,t_k)(t_k-t)}\right] + 1000\text{e}^{-y^{\text{N}}(t,T)(T-t)},$$

onde $t_1, \ldots, t_k = T$ são as datas de pagamentos dos cupons valendo $t_{k-1} = t_k - 0{,}5$ anos.

No Brasil, o principal título indexado a inflação é a Nota do Tesouro Nacional série B (NTN-B). Existem dois tipos de NTN-B. O primeiro, conhecido como NTN-B principal, é um título sem cupons que paga no vencimento o Valor Nominal Atualizado (VNA) da NTN-B. O VNA da NTN-B foi fixado em R$ 1.000,00 em 15/07/2000 e é atualizado mensalmente pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA).[7] Assim, o VNA do mês n é

$$\text{VNA}_n = 1000\frac{\text{IPCA}_{n-1}}{\text{IPCA}_{\text{junho/2000}}}.$$

Por exemplo, a NTN-B principal vencendo em 15/05/2019 pagará, em 15/05/2019,

$$\text{VNA}_{\text{maio/2019}} = \text{R\$ } 1.000 \times \frac{\text{IPCA}_{\text{abril/2019}}}{\text{IPCA}_{\text{junho/2000}}}.$$

Repare que o VNA da NTN-B não é conhecido diariamente. Esse valor é observado uma única vez no mês.[8] No entanto, é possível estimar o VNA em qualquer dia com razoável precisão corrigindo o último valor observado por uma projeção do IPCA. A ANBIMA, a partir de uma coleta de projeções junto a instituições financeiras, divulga diariamente o VNA atualizado.[9] Neste trabalho, vamos usar para cálculo das taxas das NTNs-B o VNA diário estimado pela ANBIMA.

Seja $P^{\text{BP}}(t,T)$ o preço de uma NTN-B principal em t para vencimento em T. Em cada t, podemos definir a Estrutura a Termo da Taxa de Juros da NTN-B (ETTJB) como a função que associa a cada $\tau \in [0,+\infty)$ a taxa $y^{\text{BP}}(t,t+\tau)$ dada por

$$y^{\text{BP}}(t,t+\tau) = -\frac{1}{T-t}\ln\left(\frac{P^{\text{BP}}(t,T)}{\text{VNA}_t}\right).$$

[7] O IPCA é calculado pelo IBGE e sua variação de um mês para o seguinte representa a variação de preços entre o 1° e o 30º dia do mês de referência. Ele é divulgado até o dia 15 do mês subsequente. No entanto, em geral, até o dia 8 ele já é conhecido.

[8] O VNA é conhecido apenas na data de divulgação do IPCA e ainda assim representa a variação defasada do IPCA. Ou seja, o VNA de um dado mês divido por 1.000 representa a variação do IPCA entre junho de 2000 e o mês anterior.

[9] A ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais) representa instituições financeiras que atuam no mercado de capitais brasileiro. Dentre outras atribuições, a ANBIMA fornece diariamente informações sobre o mercado de renda fixa brasileiro.

Note que a curva de juros da NTN-B não coincide perfeitamente com a curva de juros real do IPCA. Isso acontece devido ao descasamento de indexação, ou seja, a defasagem entre o vencimento da NTN-B e a última correção do VNA pelo IPCA do mês anterior. As NTNs-B vencem sempre no dia 15, porém elas pagam o VNA corrigido pelo IPCA do mês anterior, logo existe um descasamento de 15 dias. Esses 15 dias devem, evidentemente, serem remunerados. Portanto, a taxa da NTN-B é composta pela taxa real do IPCA mais uma componente de remuneração por esses 15 dias de defasagem. Esse descasamento ocorre em todo mercado de títulos indexados a inflação. No Brasil o descasamento é bem pequeno, apenas 15 dias. Para efeito de comparação, os TIPS americanos apresentam um descasamento de 3 meses. Evans (1998) propõe uma metodologia para derivar a ETTJR a partir da ETTJ de títulos indexados a inflação corrigindo os efeitos do descasamento. Devido a pequena defasagem das NTNs-B, neste artigo nós vamos considerar que a curva NTN-B é uma aproximação razoavelmente boa da curva de juros real do IPCA sem nenhum tipo de correção. Ou seja, admitiremos que $y^{\mathrm{R}}(t,T) = y^{\mathrm{BP}}(t,T)$ para quaisquer t e T.

Adicionalmente, o Tesouro Nacional emite NTNs-B que pagam cupons semestrais. Os cupons semestrais são iguais, em reais, a $(1{,}06^{1/2}-1)\times \mathrm{VNA}_u \approx 2{,}96\,\% \times \mathrm{VNA}_u$, onde u é a data de pagamento dos cupons. Os cupons e o vencimento dessas NTNs-B ocorrem sempre no dia 15. Seja $P^{\mathrm{B}}(t,T)$ o preço de uma NTN-B em t com vencimento em T. A relação entre o preço da NTN-B e a curva de juros real é

$$\begin{aligned} P^{\mathrm{B}}(t,T) &= 2{,}96\%\left[\mathrm{VNA}_t \mathrm{e}^{-y^{\mathrm{BP}}(t,t_1)(t_1-t)} + \cdots + \mathrm{VNA}_t \mathrm{e}^{-y^{\mathrm{BP}}(t,t_k)(t_k-t)}\right] + \mathrm{VNA}_t \mathrm{e}^{-y^{\mathrm{BP}}(t,T)(T-t)} \\ &= 2{,}96\%\left[\mathrm{VNA}_t \mathrm{e}^{-y^{\mathrm{R}}(t,t_1)(t_1-t)} + \cdots + \mathrm{VNA}_t \mathrm{e}^{-y^{\mathrm{R}}(t,t_k)(t_k-t)}\right] + \mathrm{VNA}_t \mathrm{e}^{-y^{\mathrm{R}}(t,T)(T-t)} \end{aligned}$$

Mais uma vez, $t_1,\ldots,t_k = T$ representam as datas de pagamentos dos cupons valendo $t_{k-1} = t_k - 0{,}5$ anos.

3. INFLAÇÃO IMPLÍCITA E AS CURVAS DE JUROS REAL E NOMINAL

Em cada t, não observamos $y^{\mathrm{N}}(t,t+\tau)$ e $y^{\mathrm{R}}(t,t+\tau)$ para todo $\tau = T-t$. Porém, preços de títulos públicos que dependem unicamente dessas taxas para diversos τ's são conhecidos. Via um procedimento de interpolação é possível obter as estruturas a termo completas das taxas nominais e reais. Neste trabalho, essas curvas de juros foram fornecidas pela ANBIMA. A ANBIMA estima diariamente as estruturas a termo nominal e real usando o modelo paramétrico de Svensson (1993) com cargas das curvaturas variantes no tempo.[10] Isto é, para todo t as estruturas a termo das taxas são dadas por

$$y^i(t,t+\tau) = \beta_{1t}^i + \beta_{2t}^i\left(\frac{1-\mathrm{e}^{-\lambda_t^i\tau}}{\lambda_t^i\tau}\right) + \beta_{3t}^i\left(\frac{1-\mathrm{e}^{-\lambda_t^i\tau}}{\lambda_t^i\tau} - \mathrm{e}^{-\lambda^i\tau}\right) + \beta_{4t}^i\left(\frac{1-\mathrm{e}^{-\tilde{\lambda}_t^i\tau}}{\tilde{\lambda}_t^i\tau} - \mathrm{e}^{-\tilde{\lambda}_t^i\tau}\right). \qquad (1)$$

para $i \in \{\mathrm{N},\mathrm{R}\}$.

O vetor de parâmetros $\Theta_t^i = \left(\beta_{1t}^i, \beta_{2t}^i, \beta_{3t}^i, \beta_{4t}^i, \lambda_t^i, \tilde{\lambda}_t^i\right)$ é estimado em cada t de tal forma a minimizar a soma ponderada dos quadrados dos erros de apreçamento de cada título. O erro de apreçamento é definido como a diferença entre o preço de mercado e o preço do modelo. O fator de ponderação é o inverso da duração do título. A estrutura não linear da otimização traz o risco de não atingir um mínimo global. Para contornar esse problema, inicialmente é feita uma busca via algoritmo genético, em seguida os parâmetros são refinados através de uma otimização tradicional.[11] Para construção da estrutura a termo nominal são usados as Letras do Tesouro Nacional (LTN) e as Notas do Tesouro Nacional série F

[10] O modelo de Svensson (1993) com cargas variantes no tempo é bastante flexível uma vez que permite a captura de duas curvaturas com pontos de máximo não fixos. Em geral isso siginifca um ajuste da curva com pequenos erros. Outros modelos para construção da estrutura a termo poderiam ser usados, mas, a princípio, isso não resultaria em mudanças significativas em nossos resultados uma vez que estamos interessados na diferença entre as taxas nominais e reais, logo desvios devido a imperfeições sistemáticas nesses dois mercados seriam aproximadamente anulados.

[11] Mais detalhes sobre a metodologia empregada pela ANBIMA para construção das curvas podem ser obtidas em `http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/precos/ettj/Documents/est-termo_metodologia.pdf`

(NTN-F). Já a curva real é construída a partir dos preços das Notas do Tesouro Nacional série B (NTN-B). Obtidas as curvas nominal e real, a inflação implícita ou *break even inflation rate* de prazo τ é calculada como

$$\eta(t,T) = \eta(t,t+\tau) = y^{\mathrm{N}}(t,t+\tau) - y^{\mathrm{R}}(t,t+\tau).$$

A Figura 1 apresenta a evolução temporal diária da inflação implícita de prazos 1, 2, 3 e 4 anos entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. No período, a inflação implícita orbitou em torno de uma média igual a 5% a.a. com um mínimo de pouco mais de 3% a.a. atingido em julho de 2007 e um máximo superior a 6% a.a. no segundo semestre de 2008.

4. DECOMPONDO A INFLAÇÃO IMPLÍCITA

A hipótese de Fisher estabelece que a inflação implícita representa tão somente o valor esperado da inflação futura. Ou seja, $\eta(t,T) = \frac{1}{T-t}\,\mathrm{E}_t(\ln \frac{I_T}{I_t})$. No entanto, tal hipótese despreza o prêmio de risco cobrado pelos investidores de títulos nominais para proteção quanto a incerteza da inflação futura. Empiricamente, diversos trabalhos mostram que a hipótese de Fisher é falha. Por exemplo, Vicente e Guillen (2013) mostram que a inflação implícita no Brasil tem fraco poder explanatório do comportamento futuro do IPCA. Nesta seção, nós apresentaremos um modelo de apreçamento baseado em consumo que permite decompor a inflação implícita em expectativas e prêmios.

Suponha que não exista arbitragem. Portanto, existe um processo deflator preços de estado real $(\Psi^{\mathrm{R}}_t)_{t\geq 0}$ tal que o preço (real) descontado de qualquer ativo por esse deflator é um martingal (veja Duffie 2001). Podemos também definir o deflator preços de estado nominal $\Psi^{\mathrm{N}}_t \equiv \Psi^{\mathrm{R}}_t / I_t$. Quando descontamos o preço nominal de um ativo por esse deflator temos também um martingal. Logo,

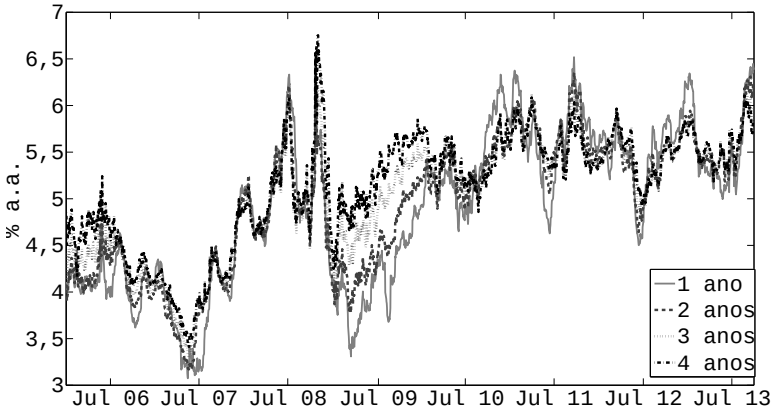
$$P^{\mathrm{R}}(t,T) = \mathrm{E}_t\left[M^{\mathrm{R}}(t,T)\right] = \mathrm{E}_t\left[\frac{\Psi^{\mathrm{R}}_T}{\Psi^{\mathrm{R}}_t}\right] = \mathrm{E}_t\left[\frac{\Psi^{\mathrm{N}}_T}{\Psi^{\mathrm{N}}_t}\frac{I_T}{I_t}\right] = \mathrm{E}_t\left[M^{\mathrm{N}}(t,T)\frac{I_T}{I_t}\right] \tag{2}$$

e

$$P^{\mathrm{N}}(t,T) = \mathrm{E}_t\left[M^{\mathrm{N}}(t,T)\right] = \mathrm{E}_t\left[\frac{\Psi^{\mathrm{N}}_T}{\Psi^{\mathrm{N}}_t}\right] = \mathrm{E}_t\left[\frac{\Psi^{\mathrm{R}}_T}{\Psi^{\mathrm{R}}_t}\frac{I_t}{I_T}\right] = \mathrm{E}_t\left[M^{\mathrm{R}}(t,T)\frac{I_t}{I_T}\right], \tag{3}$$

onde $M^{\mathrm{R}}(t,T) = \Psi^{\mathrm{R}}_T/\Psi^{\mathrm{R}}_t$ e $M^{\mathrm{N}}(t,T) = \Psi^{\mathrm{N}}_T/\Psi^{\mathrm{N}}_t$ são, respectivamente, os fatores estocásticos de desconto real e nominal entre t e T.

Figura 1. INFLAÇÃO IMPLÍCITA.
Esta figura apresenta a evolução temporal diária da inflação implícita de prazos 1, 2, 3 e 4 anos entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. A inflação implícita é a diferença entre as taxas nominal e real de mesmo prazo. As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.



A taxa de inflação entre t e T é dada por

$$\pi(t,T) = \frac{1}{T-t}\left(\ln I_T - \ln I_t\right).$$

Suponhamos inicialmente que M^{R} e I_T sejam condicionalmente log-normais.[12] Tomando logaritmos nos dois lados de (3) temos:

$$\begin{aligned}
\ln P^{\mathrm{N}}(t,T) &= \ln \mathrm{E}_t\left[M^{\mathrm{R}}(t,T)\frac{I_t}{I_T}\right] \\
&= -\mathrm{E}_t\left[\ln\frac{I_T}{I_t}\right] + \frac{1}{2}\mathrm{var}_t\left[\ln\frac{I_T}{I_t}\right] + \ln \mathrm{E}_t\left[M^{\mathrm{R}}(t,T)\right] - \mathrm{cov}_t\left[\ln\frac{I_T}{I_t}, \ln M^{\mathrm{R}}(t,T)\right] \\
&= \ln P^{\mathrm{R}}(t,T) - \mathrm{E}_t\left[\ln\frac{I_T}{I_t}\right] + \frac{1}{2}\mathrm{var}_t\left[\ln\frac{I_T}{I_t}\right] - \mathrm{cov}_t\left[\ln\frac{I_T}{I_t}, \ln M^{\mathrm{R}}(t,T)\right],
\end{aligned}$$

logo

$$\begin{aligned}
\eta(t,T) &= y^{\mathrm{N}}(t,T) - y^{\mathrm{R}}(t,T) \\
&= \mathrm{E}_t\left[\pi(t,T)\right] - \frac{T-t}{2}\mathrm{var}_t\left[\pi(t,T)\right] + \mathrm{cov}_t\left[\pi(t,T), m^{\mathrm{R}}(t,T)\right] \\
&= \mathrm{E}_t\left[\pi(t,T)\right] + \frac{T-t}{2}\mathrm{var}_t\left[\pi(t,T)\right] + \mathrm{cov}_t\left[\pi(t,T), m^{\mathrm{N}}(t,T)\right],
\end{aligned} \tag{4}$$

onde $m^{\mathrm{R}} = \ln M^{\mathrm{R}}$, $m^{\mathrm{N}} = \ln M^{\mathrm{N}}$ e var_t e cov_t representam a variância e a covariância condicionadas a informação disponível até t. Sem a hipótese de log-normalidade, é possível mostrar que a relação (4) é válida até a aproximação de segunda ordem (veja, por exemplo, Grishchenko e Huang 2013).

Note que a inflação implícita é composta de três termos. O primeiro deles é a inflação esperada entre t e T. A hipótese de Fisher considera apenas esse termo. A equação (4) mostra claramente que não podemos ler diretamente da inflação implícita a expectativa de inflação. Há algo mais a ser considerado. O segundo termo é conhecido como viés de convexidade. Esse termo é apenas uma correção matemática que surge naturalmente ao tomarmos a esperança da função convexa que relaciona preços de títulos com taxas. Embora o viés de convexidade seja um dos invalidadores da equação de Fisher, ele não representa um grande problema, pois conforme será visto na seção 6 a sua magnitude é desprezível. O último termo é o prêmio de risco da inflação. Ele representa a rentabilidade adicional exigida pelos agentes para trocarem investimentos reais por nominais. Portanto, a inflação implícita pode ser decomposta como

Inflação Implícita = Expectativa de Inflação + Convexidade + Prêmio de Risco da Inflação.

Para analisar em mais detalhes o prêmio de risco da inflação (IRP), suponha que na economia exista um agente representativo com preferência separável tanto através do tempo como entre estados da natureza. Suponha ainda que essa preferência possa ser representada pela seguinte utilidade $\mathrm{E}\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\delta t}u(C_t)\,\mathrm{d}t\right]$, onde δ é um fator de impaciência e C_t representa o fluxo agregado de consumo. A utilidade u obedece as hipóteses tradicionais, quais sejam, é de classe C^2, com $u' > 0$ e $u'' < 0$. Então

$$\mathrm{IRP}(t,T) = \mathrm{cov}_t\left[\pi(t,T), \ln\frac{u'(C_T)}{u'(C_t)}\right].$$

[12] X é log-normal, se $\ln X$ é normal. Na dedução a seguir, usaremos duas propriedades das distribuições log-normais: (i) O produto de duas log-normais é também log-normal; e (ii) Se X é log-normal então $\ln \mathrm{E}[X] = \mathrm{E}[\ln X] + \frac{1}{2}\mathrm{var}[\ln X]$.

Um caso particular da equação anterior ocorre quando a preferência do agente representativo é descrita por uma utilidade potência. A facilidade de manipulação algébrica da função potência permite uma fácil interpretação do IRP. Nesse caso, $u'(x) = x^{-\gamma}$, onde γ é o coeficiente relativo de aversão ao risco. Portanto,

$$\mathrm{IRP}(t,T) = -\gamma \operatorname{cov}_t\left[\pi(t,T), \Delta c_{t,T}\right], \tag{5}$$

onde $\Delta c_{t,T} = c_T - c_t = \ln C_T - \ln C_t$ é a variação do logaritmo do consumo.

Se a covariância entre a inflação futura e a variação do consumo for positiva então o prêmio de risco de inflação é negativo. Neste caso, títulos nominais são mais desejáveis que títulos reais uma vez que pagam bem (em termos reais) nos estados da natureza em que a economia vai mal (consumo baixo). Por outro lado, se a covariância entre a inflação futura e a variação do consumo é negativa então o prêmio de risco de inflação é positivo. Nesse caso, os títulos reais são mais desejáveis.[13]

A equação (4) não considera possíveis diferenças entre as liquidez dos títulos nominais e reais. Em face de problemas de falta de liquidez, investidores podem exigir um prêmio adicional para se proteger de dificuldades na venda de um ativo no futuro. Esses problemas não são considerados no modelo tradicional de apreçamento baseado em consumo.[14] Sejam, portanto, $y^{\mathrm{N,L}}(t,T)$ e $y^{\mathrm{R,L}}(t,T)$ as taxas de juros nominal e real corrigidas por vieses de liquidez. Repare que a diferença entre essas taxas é que deve obedecer a segunda igualdade da equação (4) e não a diferença entre as taxas observadas $y^{\mathrm{N}} - y^{\mathrm{R}}$, isto é,

$$y^{\mathrm{N,L}}(t,T) - y^{\mathrm{R,L}}(t,T) = \mathrm{E}_t\left[\pi(t,T)\right] - \frac{T-t}{2}\operatorname{var}_t\left[\pi(t,T)\right] + \operatorname{cov}_t\left[\pi(t,T), m^{\mathrm{R}}(t,T)\right]. \tag{6}$$

A correção de liquidez é dada por $\ell^i(t,T) = y^i(t,T) - y^{i,L}(t,T)$ com $i \in \{\mathrm{N},\mathrm{R}\}$. Então

$$\begin{aligned}\eta(t,T) &= y^{\mathrm{N}}(t,T) - y^{\mathrm{R}}(t,T)\\ &= \mathrm{E}_t\left[\pi(t,T)\right] - \frac{T-t}{2}\operatorname{var}_t\left[\pi(t,T)\right] + \operatorname{cov}_t\left[\pi(t,T), m^{\mathrm{R}}(t,T)\right] - \ell(t,T)\\ &= \mathrm{E}_t\left[\pi(t,T)\right] + \frac{T-t}{2}\operatorname{var}_t\left[\pi(t,T)\right] + \operatorname{cov}_t\left[\pi(t,T), m^{\mathrm{N}}(t,T)\right] - \ell(t,T),\end{aligned} \tag{7}$$

onde $\ell(t,T) = \ell^{\mathrm{R}}(t,T) - \ell^{\mathrm{N}}(t,T)$ é o prêmio de liquidez dos títulos reais (menos líquidos) em relação aos nominais. Logo, a decomposição da inflação implícita é:

$$\begin{aligned}\text{Inflação Implícita} = \text{Expectativa de Inflação} + \text{Convexidade} + \text{Prêmio de Risco da Inflação}\\ - \text{Prêmio de Liquidez.}\end{aligned}$$

Nas seções a seguir avaliaremos detalhadamente cada um desses componentes da inflação implícita. A tarefa não é simples, uma vez que, embora o lado esquerdo da equação (7) seja conhecido, os termos do lado direito não são observados. O objetivo principal é entender a dinâmica do prêmio de risco de inflação no mercado brasileiro, usando procedimentos parcimoniosos para cálculo da Expectativa de Inflação, da Convexidade e do Prêmio de Liquidez. De posse desses termos podemos, por diferença simples, obter e estudar o prêmio de risco da inflação no Brasil. Daqui em diante, vamos trabalhar com a segunda versão da equação (7) que estabelece a fórmula para o prêmio de risco da inflação em termos do fator estocástico desconto nominal. A razão dessa escolha reside no fato de que todas as variáveis econômicas e financeiras usadas nas seções a seguir estão também expressas em termos nominais.

[13] Quando a hipótese de separabilidade das preferências não é válida, como, por exemplo, no modelo de Epstein e Zin (1989), a interpretação do prêmio de risco da inflação não depende apenas do *trade-off* consumo/inflação. Não nos estenderemos nessas especificações mais gerais. Para uma discussão mais detalhada desse ponto, veja Joyce, Lildholdt e Sorensen (2009).

[14] É possível introduzir no modelo de consumo o prêmio de liquidez exigido pelos investidores. Para isso, veja Acharya e Pedersen (2005). Outra boa referência nesse assunto é Fontaine e Garcia (2011) que incluem um fator de liquidez em um modelo de estrutura a termo livre de arbitragem. Nesse ponto do artigo, adotamos uma abordagem mais simples: apenas corrigimos as taxas exigidas para englobar questões ligadas a liquidez sem nos preocuparmos com os fundamentos econômicos que guiam tal correção.

5. EXPECTATIVA DE INFLAÇÃO

Existem diversas teorias acerca da formação de expectativas pelos agentes do mercado. Desde a teoria das expectativas adaptativas, segundo a qual os agentes formam suas projeções com base nos níveis passados da variável de interesse, passando pela crítica de Lucas, que deu origem à teoria de expectativas racionais, segundo a qual os agentes possuem conhecimento completo a respeito do modelo econômico e das forças de mercado que atuam sobre a economia, utilizando toda a informação disponível para formar suas projeções. Diversos tipos de modelos econômicos e econométricos podem ser derivados dessas teorias para cálculo das expectativas de inflação. A literatura sobre a capacidade preditiva desses modelos é vasta, porém os resultados não trazem boas notícias: a maioria dos modelos apresenta um desempenho decepcionante.

Atkeson e Ohanian (2001), por exemplo, estimam vários modelos de curva de Phillips para projetar a inflação americana e mostram que nenhum apresenta desempenho superior a um passeio aleatório no período de 1984 a 1999. Stock e Watson (2007) afirmam que a inflação americana se tornou mais difícil de ser prevista a partir de meados dos anos 80, no sentido em que superar um modelo univariado, em termos de erros quadráticos médios de projeções fora da amostra, não é uma tarefa simples. Em uma resenha sobre métodos de previsão de inflação, Stock e Watson (2008) encontram que projeções baseadas na curva de Phillips são melhores que outras previsões multivariadas, mas seu desempenho em comparação com uma boa projeção univariada é episódico e depende da fase do ciclo econômico em que a economia está — se a taxa de desemprego está próxima à taxa natural, então modelos univariados de previsão são mais eficientes que projeções multivariadas.

Mais recentemente, a academia tem encontrado forte evidência em prol de *surveys* como ferramenta adequada para a previsão da inflação futura. Um *survey* é uma pesquisa organizada com participantes do mercado com intuito de obter informação sobre as expectativas dos valores futuros de variáveis econômicas. Nos EUA, existem diversos levantamentos desse gênero que coletam previsões de inflação. O principal deles é o Survey of Professional Forecasters (SPF) conduzido pelo Federal Reserve Bank da Philadelphia. O SPF é trimestral e coleta expectativas junto a empresários para as variações do CPI em horizontes de 1 até 10 anos a frente. Outras importantes pesquisas realizadas no mercado americano são a Livingston Survey, a Blue Chip Financial Forecasts e a Michigan Survey. A primeira é conduzida duas vezes ao ano — em junho e em dezembro — e seus participantes são economistas da indústria, governo e academia, que fornecem suas projeções para o CPI, em horizontes de 6 e 12 meses. A Blue Chip é organizada pela Aspen Publishers e tem periodicidade mensal. Essa pesquisa é a única na qual os participantes fornecem previsões conjuntas de inflação e taxa de juros. Já a Michigan Survey é mensal e realizada junto a consumidores que preveem mudanças esperadas de preços nos próximos 12 meses.

Ang et al. (2007) comparam a capacidade preditiva de quatro métodos alternativos de projeção da inflação norte-americana: modelos ARIMA, regressões baseadas na Curva de Phillips, modelos de estrutura a termo, e medidas baseadas nas pesquisas de expectativas SPF, Livingston e Michigan Survey. Eles mostram que essas pesquisas de mercado produzem projeções mais precisas da inflação, e que não existe ganho em combinar estas expectativas de mercado com outros métodos de projeção. Mais interessante ainda, eles encontram que até mesmo os participantes do Michigan Survey que são consumidores, e não profissionais, produzem estimativas acuradas da inflação. Nessa mesma linha, Chun (2012) mostra que a Blue Chip apresenta capacidade de previsão da inflação excepcionalmente boa, superando diversos modelos de séries temporais. Chernov e Mueller (2012) encontram que incluir informações da Blue Chip melhora significativamente a capacidade de previsão da inflação de um modelo fundamentado economicamente.

No Brasil, a pesquisa Focus é a principal fonte de informação sobre expectativas de mercado. Ela é conduzida pelo Departamento de Relacionamento com Investidores e Estudos Especiais (Gerin) do Banco Central do Brasil e foi iniciada em maio de 1999. Publicada semanalmente, a pesquisa Focus é realizada com aproximadamente 100 participantes do mercado, majoritariamente instituições financeiras, que indicam suas previsões para diversas variáveis macroeconômicas além da inflação. Não existe uma pe-

riodicidade predefinida para que os participantes atualizem suas projeções. Assim, para evitar que as estatísticas contenham dados defasados, previsões informadas há mais de trinta dias são descartadas. Para as expectativas de inflação, são coletados quatorze dados de expectativas mensais (do mês posterior ao último divulgado ao mês seguinte do ano posterior) e cinco anuais (do ano posterior ao último divulgado até quatro anos depois). As instituições que acertam mais em suas projeções fazem parte do ranking Top 5, que considera a precisão das projeções dos últimos seis meses. As projeções que são consideradas para o ranking Top 5 são as que constam no sistema no dia útil imediatamente anterior à data crítica. A data crítica corresponde a data na qual são publicadas informações que podem antecipar o resultado do índice projetado. No caso do IPCA, a data crítica é o dia da divulgação do IPCA-15, uma vez que ambos os índices possuem a mesma cesta, e o segundo inclui informação sobre metade do mês de referência — a expectativa sobre a inflação do mês corrente após a data crítica já seria formada com alguma informação sobre a inflação realizada.

Diversos artigos tem estudado os determinantes das expectativas de inflação no Brasil, bem como características das expectativas de inflação segundo a pesquisa Focus. Cerisola e Gelos (2005) analisaram os determinantes das expectativas de inflação no Brasil, em uma amostra de 2000 a 2004, e encontraram que a meta de inflação e a política fiscal são importantes na formação das expectativas de inflação. Eles mostram também que a importância da inflação passada é relativamente baixa. Guillén (2008) testa as teorias de expectativas racionais, adaptativas e de rigidez informacional e encontra evidências de que a última explica melhor o comportamento das expectativas de inflação no Brasil. Além disso, as expectativas dos participantes do Top 5 influenciam as expectativas dos demais participantes (existe epidemiologia nas expectativas).

De Carvalho e Minella (2009) mostram que as projeções de inflação do mercado, segundo a pesquisa Focus, são não viesados, mas ineficientes; e que as projeções do mercado possuem desempenho preditivo igual ou melhor que projeções baseadas em modelos ARMA, VAR e BVAR. Lima e Alves (2011), utilizando uma amostra de 2003 a 2010, não encontram evidência significativa de que a média das previsões de mercado (Focus) tenha capacidade preditiva superior a de modelos univariados simples em horizontes mais longos de previsão. Kohlscheen (2012) mostra que, apesar de evidências de ausência de viés e de racionalidade fraca nas previsões de inflação, existe um padrão de autocorrelação nos erros das projeções Focus, de modo que aumentos (diminuições) na taxa de inflação estão sistematicamente associados à sub-estimações (sobre-estimações) da inflação no período seguinte. Além disso, modelos em que observações passadas da inflação têm maior peso na composição das expectativas correntes (como em modelos de expectativas adaptativas) têm melhor poder preditivo. Por fim, Kohlscheen (2012) observa que a expectativa Focus do IPCA tipicamente subestima a inflação em sete pontos base.

Neste trabalho, nós optamos por tomar a expectativa Focus como a melhor previsão da inflação brasileira por três motivos. Primeiro, embora a evidência da qualidade da previsão Focus para a inflação não seja tão forte como aquela dos surveys disponíveis no mercado americano, não há estudo com dados locais apontando algum modelo econométrico ou fundamentado economicamente que supere significativamente a pesquisa Focus. Muito pelo contrário, como relatado anteriormente, a expectativa Focus do IPCA apresenta desempenho preditivo no mínimo tão bom quanto diversos concorrentes. Em segundo lugar, a expectativa Focus da inflação é quase um consenso no mercado brasileiro. Jornais, analistas e *policy makers* a usam constantemente para monitorar o nível futuro de preços. Por fim, a equação (7) considera o que o agente representativo espera da inflação e não a melhor previsão. Portanto, nada mais razoável do que associar à $\mathrm{E}_t[\pi(t,T)]$ a expectativa Focus.

Nós coletamos mensalmente a mediana das expectativas de inflação da pesquisa Focus na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). A base de dados assim formada contém previsões para os dezoito meses seguintes e para os cinco anos seguintes entre janeiro de 2006 e setembro de 2013.[15] Para obter as expectativas de inflação mensais para horizontes de 2, 3 e

[15] O período amostral do nosso estudo compreende 93 meses entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. A principal limitação em usar dados mais antigos advém da pouca ou quase nula liquidez das NTNs-B antes de 2006.

4 anos, utilizamos as expectativas anuais e assumimos que a inflação foi constante ao longo dos meses não observados. Em outras palavras, construímos a estrutura a termo da expectativa de inflação via interpolação *flat forward*. A Figura 2 mostra as expectativas de inflação em taxas anuais contínuas, para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. A estrutura a termo da expectativa do IPCA é, na maior parte da amostra, decrescente, isto é, a inflação prevista para o curto prazo é maior do que a prevista para o longo prazo. Além disso, notamos também que após meados de 2007 os agentes têm projetado taxas de inflação crescente. A Figura 3 mostra os desvios entre a inflação ocorrida e a esperada, para horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Observando essa figura, notamos que as expectativas obtidas através da pesquisa Focus tenderam a subestimar a inflação no período considerado.

6. CONVEXIDADE

O termo de convexidade representa a diferença entre a inflação implícita e a inflação esperada em um mundo neutro ao risco. Isto é, ainda que a compensação pelo risco inflacionário exigida pelos investidores de títulos nominais fosse nula, não poderíamos projetar a inflação futura diretamente da inflação implícita. Esse viés está associado a desigualdade de Jensen. A desigualdade de Jensen estabelece que o valor esperado de uma função convexa de uma variável aleatória é maior que o valor dessa função calculado para o valor esperado dessa mesma variável aleatória. Para recuperar a igualdade entre esses dois valores é necessário uma correção. No caso em questão, a função convexa é a relação exponencial que conecta preços de títulos com taxas e a correção da desigualdade de Jensen é o termo de convexidade. Conforme demonstrado na seção 4, o viés de convexidade depende da incerteza inflacionária. Portanto, para estimar esse viés precisamos calcular a variância da inflação. Para tal, modelamos a variação percentual mensal do IPCA como um processo autoregressivo de ordem 1, AR(1). Seja h_n a taxa de inflação no mês n, isto é,

$$h_n = \ln(\text{IPCA no mês } n) - \ln(\text{IPCA no mês } n-1).$$

Repare que essa taxa está expressa em base mensal. Impor que h_n segue um AR(1) significa que

$$h_{n+1} = \theta_1 h_n + \theta_0 + \epsilon_{n+1},$$

com $\text{var}_n[\epsilon_{n+1}] = \sigma^2$.

Figura 2. EXPECTATIVA IPCA.
Esta figura apresenta a evolução mensal das expectativas do IPCA para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos extraídas da pesquisa Focus. Os dados foram coletados entre janeiro de 2006 e setembro de 2013 na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.

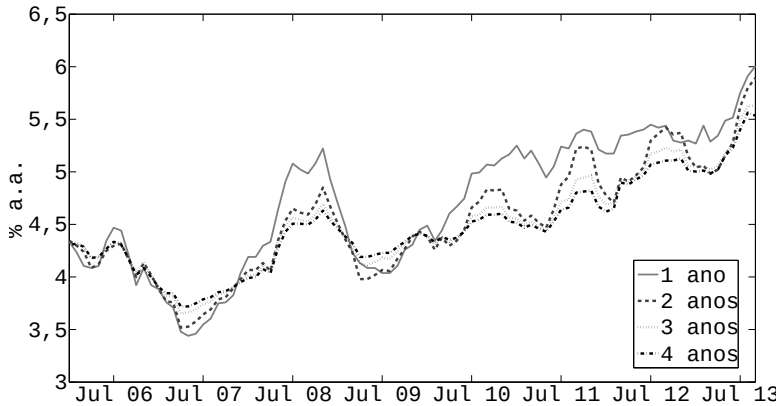
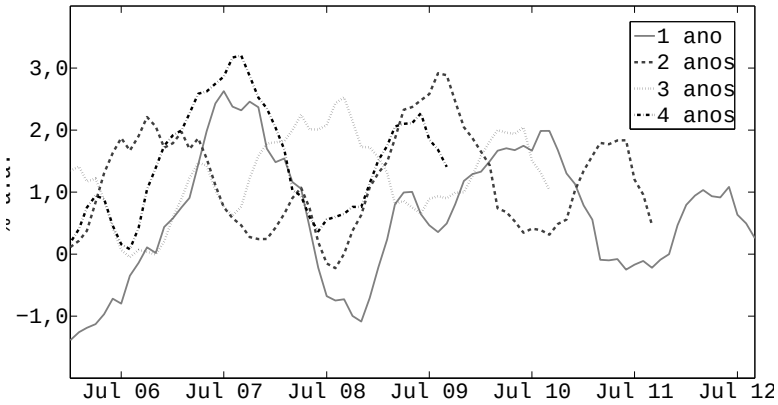


Figura 3. DESVIOS DA EXPECTATIVA DO IPCA.
Esta figura apresenta os desvios entre a inflação ocorrida e a esperada pela pesquisa Focus para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Os dados foram coletados entre janeiro de 2006 e setembro de 2013 na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.



Esta especificação apresentou resíduos não autocorrelacionados e o melhor ajuste da série de variações do IPCA dentro da amostra quando comparada a modelos ARMA e GARCH. O componente inercial mostrou-se significativo, estimado em 0,64, e o coeficiente de determinação ajustado foi de 40%. O valor estimado do parâmetro σ foi de 0,0017. A estatística Durbin-Watson foi estimada em 1,85. Encontrado o desvio padrão dos resíduos da regressão, calculamos a variância acumulada para horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos utilizando a seguinte fórmula:

$$\mathrm{var}_t[\pi(t,T)] = \left(S_{12(T-t)} + S_{(12(T-t)-1)} + \cdots + S_1\right)\frac{\sigma^2}{(T-t)^2}, \tag{8}$$

onde o prazo $T-t$ está expresso em anos e a sequência S é definida por

$$S_1 = 1 \quad \text{e} \quad S_k = \left(1 + \theta_1 + \ldots + \theta_1^{k-1}\right)^2.$$

Em seguida, calculamos o termo de convexidade:

$$\text{Convexidade}(t,T) = \frac{T-t}{2}\,\mathrm{var}_t[\pi(t,T)].$$

Os valores obtidos para o termo de convexidade foram 0,99, 1,14, 1,19 e 1,22 pontos base para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, respectivamente. O *bid-ask spread* médio das NTNs-F e das LTNs é da ordem de 3 pontos base e o das NTNs-B é de cerca de 10 pontos base.[16] Portanto, os valores obtidos para o termo de convexidade são menores que o *bid-ask spread*, ou seja, pouco relevantes. Outros estudos também apontam na mesma direção. Por exemplo, Ang et al. (2008) encontram que o viés de convexidade para o mercado americano é inferior a um ponto base.

7. PRÊMIO DE LIQUIDEZ

O prêmio de liquidez, $-\ell(t,T)$, representa a remuneração adicional que os investidores exigem para possuir títulos reais que são menos líquidos que os títulos nominais. Mensurar o prêmio de liquidez

[16] As estimativas dos *spreads* médios foram obtidas a partir de dados fornecidos pela ANBIMA. A ANBIMA coleta diariamente às 11 horas da manhã ofertas de compra e venda para títulos públicos junto a instituições financeiras participantes do mercado secundário.

não é uma tarefa simples. Alguns estudos se propõem a estimar o prêmio de liquidez de títulos. Por exemplo, Fontaine e Garcia (2011) incluem um fator de liquidez em um modelo de estrutura a termo livre de arbitragem. Eles mostram que esse fator de liquidez afeta o prêmio de risco para horizontes de quatro e doze meses. Bao, Pan e Wang (2011) medem a liquidez no mercado de títulos corporativos via a covariância entre variações sucessivas dos preços. Eles mostram que essa medida de liquidez explica parte substancial da variação das taxas.

Neste artigo, nós adotamos uma abordagem mais parcimoniosa para estimar o prêmio de liquidez. Seguindo Pflueger e Viceira (2013), nós estimamos o prêmio de liquidez regredindo a inflação implícita em medidas heurísticas de liquidez:[17]

$$\eta(t,T) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \gamma \, \mathrm{E}_t\left[\pi(t,T)\right] + \epsilon_t\,, \tag{9}$$

onde X_t é um vetor de proxies para a liquidez. Rodamos essa regressão com dados mensais entre janeiro de 2006 e setembro de 2013, tomando como data base de cada mês a data considerada para elaboração do ranking Top 5 Focus. O valor esperado da inflação no lado direito da equação (9) funciona como um termo de controle. Mais uma vez, usamos a informação do Focus como medida da expectativa de inflação.

Se $\hat{\alpha}_1$ é o vetor de inclinação estimado na equação (9), então o prêmio de liquidez dos títulos reais em relação aos nominais é

$$\ell(t,T) = -\hat{\alpha}_1 X_t. \tag{10}$$

A intuição da equação (9) é simples. Ela indica qual a influência das medidas heurísticas de liquidez sobre a inflação implícita quando controlamos pela expectativa de inflação que é a principal variável que explica a rentabilidade extra dos títulos nominais sobre os reais. Normalizando para zero as variáveis X em um mundo de liquidez perfeita podemos então usar a equação (10) para estimar o prêmio de risco de liquidez dos títulos reais. A questão chave desse procedimento consiste em escolher as variáveis que compõem o vetor X_t.[18] Nós usaremos três medidas de liquidez. A primeira é baseada no giro médio dos títulos em cada mês. Seja V_t^i com $i \in \{\mathrm{N}, \mathrm{R}\}$ o volume médio de giro financeiro de títulos nominais e reais no mês t.[19] A liquidez dos títulos reais em relação aos nominais é

$$X_t^1 = \frac{V_t^{\mathrm{R}} - V_t^{\mathrm{N}}}{V_t^{\mathrm{N}} + V_t^{\mathrm{R}}}.$$

Repare que quanto maior o volume negociado de títulos reais em relação aos nominais, maior X^1. A segunda métrica de liquidez captura diferenças entre os spreads de compra e venda dos títulos nominais e reais. A ANBIMA divulga diariamente taxas máximas, mínimas e indicativas para o mercado secundário de títulos públicos. Essas taxas são coletadas pela ANBIMA junto a diversas instituições atuantes no mercado secundário. A taxa indicativa é aquela que a instituição considera justa para realizar negócios no fechamento do mercado, enquanto que as taxas máximas e mínimas são as efetivamente observadas no mercado secundário.[20] Para cada título e em cada dia da amostra nós definimos o spread normalizado como (taxa máxima − taxa mínima)/taxa indicativa. Seja sn_t^i com $i \in \{\mathrm{N}, \mathrm{R}\}$ a média dos spreads normalizados dos títulos nominais e reais ao longo de todos os dias do mês t. A segunda métrica, X_t^2,

[17] Esse procedimento têm sido exaustivamente usado na literatura. Dente outros trabalhos podemos citar Gürkaynak et al. (2010), D'Amico, Kim e Wei (2010), Pflueger e Viceira (2013) e Grishchenko e Huang (2013) que empregam variações da regressão (9) para avaliar o prêmio de liquidez.

[18] Veja Vayanos e Wang (2013) para uma revisão sobre medidas de liquidez.

[19] Os dados de volume diário de giro dos títulos referem-se aos negócios de compra e venda definitiva cursados no Selic.

[20] Para mais informações sobre a metodologia da ANBIMA para cálculo das taxas de títulos públicos, consulte `http://portal.anbima.com.br/Pages/home.aspx`

é definida pela diferença $sn_t^n - sn_t^r$.[21] Para evitar problemas ligados a proximidade com o vencimento, nós excluímos do cálculo de X^2 os títulos com prazos inferiores a um ano.

A terceira métrica de liquidez é um pouco mais sutil. Hu, Pan e Wang (2013) propuseram uma métrica de iliquidez baseada no ruído presente no preço dos títulos. Mais especificamente, a iliquidez é definida pela raiz do erro médio quadrático dos preços dos títulos relativos a uma curva de juros interpolada. Neste artigo usamos a ETTJ construída pela ANBIMA via o modelo de Svensson (1993) (veja seção 3). Os erros diários de apreçamento dos títulos foram fornecidos pela ANBIMA. Seja er_t^i com $i \in \{\mathrm{N}, \mathrm{R}\}$ a raiz do erro médio quadrático dos títulos nominais e reais ao longo de todos os dias do mês t. Então definimos a segunda métrica de liquidez como

$$X_t^3 = er_t^{\mathrm{N}} - er_t^{\mathrm{R}}.$$

A intuição dessa métrica é simples. Quanto menor a liquidez, espera-se que maior o erro de um modelo. Hu et al. (2013) mostraram que um fator de liquidez baseado nessa ideia é capaz de capturar crises de liquidez e ajuda a explicar o retorno de ativos sensíveis a condições de liquidez do mercado. Portanto, quanto maior X^3, maior a liquidez dos títulos reais em relação aos nominais. Seguindo Grishchenko e Huang (2013), nós excluímos a parte curta e longa da curva do cálculo de X^3 e usamos apenas os erros dos títulos com vencimento entre 1 e 10 anos. Assim como Pflueger e Viceira (2013), nós normalizamos X^1, X^2 e X^3 para zero no mês em que a liquidez dos títulos reais é máxima.[22] A Tabela 1 apresenta os resultados da regressão (9) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Os erros dos estimadores foram obtidos pelo procedimento Newey e West (1987) para contornar problemas de autocorrelação e heterocedasticidade. Os resultados indicam que as duas métricas de liquidez não foram significativas para todos os horizontes (todos os p-valor maiores que 10%). Em outras palavras, não encontramos evidências de que a diferença de liquidez entre os mercados de títulos nominais e reais influa na inflação implícita. Ou seja, a diferença de liquidez não é apreçada pelos investidores. Ou ainda, o prêmio de liquidez é insignificativo. Esse resultado pode parecer contra-intuitivo em uma primeira análise. No entanto, investigando melhor as preferências dos investidores do mercado de renda fixa podemos compreender perfeitamente o que acontece. Como bem assinala Carvalho e Morais (2009), as NTNs-B são títulos fortemente demandados por investidores de longo prazo e que geralmente carregam esses papéis até o vencimento, como é o caso de fundos de pensão. São títulos classificados como *held to maturity*. Ora, uma vez que não há preocupação em desfazer antecipadamente uma posição no mercado secundário, a remuneração cobrada devido a incerteza em relação a falta de liquidez se torna irrelevante.

Da Tabela 1 vemos também que o teste aumentado de Dickey-Fuller rejeita a presença de raiz unitária nos resíduos em todas as regressões. Isso nos deixa confortável em analisar os R^2s ajustados presentes na quinta coluna da Tabela 1. Note que todos os R^2 são altos. Porém, mais interessante é comparar esses valores com os R^2 ajustados da regressão (9) sem as métricas de liquidez. Ou seja, com os R^2 da regressão entre a inflação implícita e a expectativa Focus apenas. Fazendo isso, obtivemos os seguintes valores de R^2: 68,9%, 59,6%, 53,4% e 48,0% para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, respectivamente (veja última coluna da Tabela 1). Portanto, notamos que os R^2s praticamente não se alteram. Ou seja, as métricas de liquidez acrescentam pouca informação para explicar a inflação implícita. Esse resultado é

[21] É preciso um certo cuidado ao interpretar sn como spread de compra e venda. A definição de sn depende de taxas máximas e mínimas observadas ao longo do dia, portanto, sn contém, além do spread de compra e venda, informações sobre a volatilidade intradiária. No entanto, alguns fatos nos deixam confortável em fazer essa associação. (1) No período amostral considerado, sn^r é cerca de quatro vezes maior que sn^n, o que não seria justificável apenas por questões ligadas a volatilidade. (2) Se as volatilidades dos mercados de títulos nominais e reais forem aproximadamente iguais, então a subtração na definição de X^2 eliminaria, ao menos parcialmente, os efeitos ligados a volatilidade. (3) A ANBIMA coleta diariamente às 11 horas da manhã ofertas de compra e venda para títulos públicos junto a instituições financeiras participantes do mercado secundário. Não usamos esse dado para construir X^2 uma vez que a base não contempla integralmente o período amostral desse estudo. Porém, considerando apenas o período em que há dados desse spread disponível, a correlação entre a métrica X^2 definida como acima e a mesma métrica X^2 substituindo sn pelo spread de 11 horas é de 64%.

[22] Nós também consideramos uma quarta métrica de liquidez baseada no saldo mensal do estoque da dívida pública mobiliária federal interna. Os resultados, que serão apresentados a seguir, não se alteraram, do ponto de vista qualitativo, com a inclusão dessa métrica.

Tabela 1. PRÊMIO DE LIQUIDEZ
Esta tabela apresenta o resultado da regressão para estimação do prêmio de liquidez dos títulos reais em relação aos nominais (equação (9)) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. X^1 representa uma medida de liquidez baseada na diferença de giro financeiro entre esses dois mercados. X^2 é a diferença entre os spreads de compra e venda dos títulos nominais e reais. X^3 é a diferença entre os erros dos preços dos títulos nominais e reais relativos ao modelo de Svensson (1993). Entre parêntesis estão os desvios padrão. Os desvios padrão foram calculados por Newey e West (1987). A coluna ADF contém o p-valor do teste de Dickey-Fuller aumentado aplicado nos resíduos da regressão. A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller é a presença de raiz unitária. A penúltima coluna apresenta o R^2 de cada regressão. A última coluna contém o R^2 da regressão entre a inflação implícita e a expectativa de inflação, i.e., $\eta(t,T) = \alpha_0 + \gamma\,\mathrm{E}_t(\pi(t,T)) + \epsilon_t$.

Horizonte	X^1	X^2	X^3	ADF	R^2	R^{2*}
1 ano	-0,0017	0,0001	0,0645	0,0002	69,8%	68,9%
	(0,0035)	(0,0001)	(0,0723)			
2 anos	0,0009	0,0001	0,0846	0,0017	61,5%	59,6%
	(0,0036)	(0,0002)	0,0682			
3 anos	-0,0019	0,0001	0,0708	0,0043	55,3%	53,4%
	(0,0040)	(0,0002)	(0,0768)			
4 anos	-0,0046	0,0000	0,0478	0,0069	50,3%	48,0%
	(0,0042)	(0,0002)	(0,0821)			

oposto ao obtido por Pflueger e Viceira (2013) para o mercado de TIPS. Eles mostram que acrescentar as medidas de liquidez na regressão (9) dobra o valor do R^2. Ou seja, o fator de risco liquidez é apreçado para os títulos indexados a inflação no mercado americano.

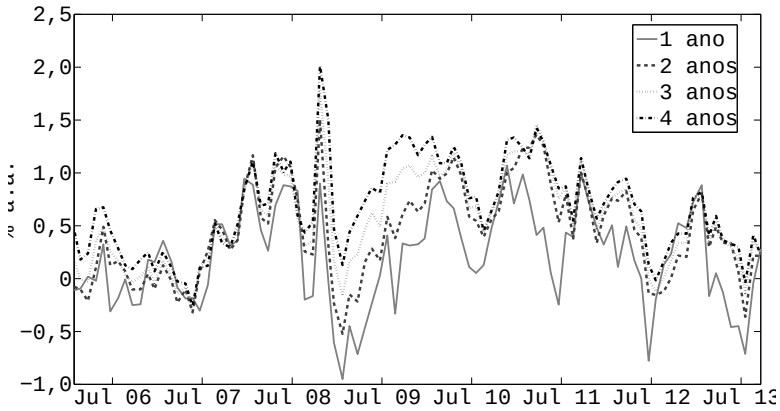
8. PRÊMIO DE RISCO DE INFLAÇÃO

Na seção 7 não encontramos evidências de que os investidores do mercado de títulos públicos exigem compensação pela menor liquidez das NTNs-B. Portanto, da equação (7) concluímos que o prêmio de risco da inflação é dado por: Prêmio de Risco da Inflação = Inflação Implícita − Expectativa de Inflação − Convexidade. A Figura 4 apresenta a evolução temporal do prêmio de risco da inflação entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. As médias dos prêmios para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos são respectivamente iguais a 0,20%, 0,43%, 0,54% e 0,66%. Os desvios padrão são iguais a 0,46%, 0,45%, 0,44% e 0,45%. Na maior parte da amostra o prêmio de risco da inflação é positivo, ou seja, os títulos nominais covariam positivamente com a economia. Logo os investidores exigem uma remuneração adicional para aplicarem seus recursos nesses ativos. Observe que para os horizontes curtos o prêmio de risco é, em alguns meses, negativo. Isso acontece em geral em associação com momentos de nervosismo do mercado financeiro como, por exemplo, entre o último trimestre de 2008 e o primeiro de 2009. Nesse período, o aumento da expectativa de inflação não foi acompanhado de um aumento de mesma magnitude na taxa nominal, fazendo com que a inflação implícita ficasse menor que a expectativa de inflação, o que acarreta em um prêmio negativo.

Interessante notar a persistência de todas as séries de prêmio de risco de inflação. Via uma análise do correlograma dessas séries, percebemos que as autocorrelações são decrescentes e a autocorrelação parcial tem significância estatística apenas de primeira ordem.[23] Isso sugere que o prêmio de risco de

[23] Por questões de economia de espaço, não reportamos os correlogramas das séries do prêmio de risco de inflação.

Figura 4. PRÊMIO DE RISCO DA INFLAÇÃO.
Esta figura apresenta a evolução temporal do prêmio de risco da inflação para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. Esse prêmio foi calculado pela seguinte expressão Prêmio de Risco da Inflação = Inflação Implícita − Expectativa de Inflação − Convexidade. As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.



inflação pode ser ajustado por um processo AR(1). Um processo AR(1) é uma forma bastante conveniente de especificar a dinâmica do prêmio de risco em modelos fundamentados economicamente, o que acarreta em facilidade de estimação dos mesmos. A Tabela 2 apresenta os resultados desse ajuste. Observando as estatísticas de Durbin-Watson e Dickey-Fuller concluímos que os resíduos de todas essas regressões são não correlacionados e estacionários. O coeficiente angular gira em torno de 0,70, o que indica uma persistência de moderada para alta.

Seguindo Söderlind (2011), nós rodamos a regressão a seguir para melhor entender a dinâmica do prêmio de risco de inflação:

$$\mathrm{IRP}(t,T) = \beta_0 + \beta_1 Z_t + \epsilon_t\,, \tag{11}$$

onde Z_t é um vetor de variáveis econômico-financeiras a priori relacionadas com o prêmio de risco.

A escolha do vetor de variáveis explicativas é arbitrária. No entanto, um pouco de teoria nos permite eliminar ou ao menos reduzir essa arbitrariedade. Baseado na equação (5), escolhemos a primeira componente de Z como a covariância entre o consumo e a inflação. Essa covariância foi calculada via uma janela móvel com tamanho de 12 meses.[24] A segunda variável tem o intuito de capturar a incerteza na economia. A escolha nesse caso recaiu sobre a volatilidade dos retornos diários do Ibovespa em um dado mês.[25] A Tabela 3 apresenta os resultados da regressão (11) para essa escolha bidimensional de Z. Para os horizontes curtos (1 e 2 anos) os coeficientes foram não significativos e os R^2 baixos indicando que o prêmio de risco da inflação não está correlacionado com a covariância do consumo com inflação e com a volatilidade do Ibovespa. Por outro lado, para os horizontes de 3 e 4 anos os coeficientes são significativos e os R^2 moderados. Comparando os R^2 destas regressões com os R^2 da última coluna da Tabela 1, percebemos que o poder explicativo do consumo e da volatilidade do Ibovespa em relação a inflação implícita é maior quanto mais longo é o horizonte. Portanto, nos prazos mais longos o prêmio de risco da inflação apresenta dependência tanto com a covariância do consumo com a inflação como com a volatilidade do Ibovespa. Observe ainda que os sinais dos coeficientes são os esperados: negativo para

[24] A variável consumo é representada pelo índice de volume de vendas no comércio varejista (série 3416 do IBGE).

[25] Nós também consideramos como métricas de incerteza a volatilidade dos retornos diários do dólar, a volatilidade implícita de opções de dólar e a volatilidade do Ibovespa estimada por um modelo GARCH. Todas essas métricas levaram a conclusões equivalentes.

Tabela 2. Dinâmica do prêmio de risco da inflação.
Esta tabela apresenta o resultado do ajuste do prêmio de risco da inflação a um processo AR(1) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. $AR(1)$ representa o coeficiente angular da regressão e C a constante. Entre parêntesis estão os desvios padrão. Em negrito, valores significativos ao nível de 10%. A coluna ADF contém o p-valor do teste de Dickey-Fuller aumentado aplicado nos resíduos da regressão. A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller é a presença de raiz unitária. A coluna DW apresenta a estatística de Durbin-Watson. A última coluna contém o R^2 de cada regressão.

Horizonte	AR(1)	C	DW	ADF	R^2
1 ano	**0,65**	**0,0008**	1,96	0,0000	42,9%
	(0,08)	(0,004)			
2 anos	**0,74**	**0,001**	2,03	0,0000	55,0%
	(0,07)	(0,000)			
3 anos	**0,76**	**0,001**	1,95	0,0000	57,6%
	(0,07)	(0,000)			
4 anos	**0,77**	**0,001**	1,85	0,0000	58,6%
	(0,07)	(0,000)			

Tabela 3. Prêmio de risco da inflação, consumo e volatilidade.
A tabela apresenta o resultado da regressão do prêmio de risco da inflação contra a covariância entre consumo e inflação e a volatilidade do Ibovespa (equação (11)) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Z^1 representa o coeficiente angular da covariância entre a variação do consumo e a inflação e Z^2 representa o coeficiente angular da volatilidade realizada dos retornos diários do Ibovespa em um dado mês. Entre parêntesis estão os desvios padrão. Os desvios padrão foram calculados por Newey e West (1987). Em negrito, valores significativos ao nível de 10%. A última coluna contém o R^2 de cada regressão.

Horizonte	Z^1	Z^2	R^2
1 ano	-0,59	-0,06	1,15%
	(18,10)	(0,08)	
2 anos	-31,01	0,05	8,57%
	(19,76)	(0,08)	
3 anos	**-36,87**	**0,13**	13,11%
	(16,32)	(0,08)	
4 anos	**-36,74**	**0,18**	15,20%
	(14,41)	(0,08)	

a covariância, conforme disposto na equação (5), e positivo para a volatilidade, indicando que, quanto maior a incerteza na economia, maior a compensação exigida para se expor ao risco inflacionário.

Como último exercício nós acoplamos todas as variáveis das regressões 9 e 11 em um única equação:

$$\eta(t,T) - \text{Convexidade}(t,T) = C + \gamma \text{Focus}(t,T) + \alpha_1 X_t + \beta_1 Z_t + \epsilon_t\,, \tag{12}$$

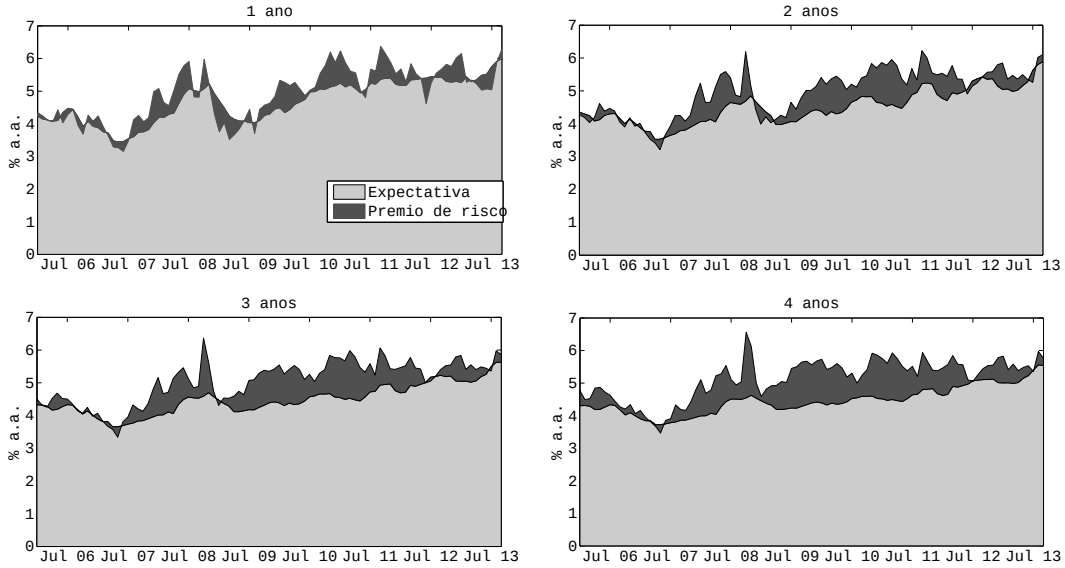
Note que nós colocamos a expectativa Focus, Focus(t,T), como variável explicativa. Isso permite testar a capacidade preditiva dessa expectativa. Os resultados estão demonstrados na Tabela 4. Primeiramente, observamos que os resultados das regressões parciais apresentadas nas seções 7 e 8 são reproduzidos na estimação da equação (12). Ou seja, as métricas de liquidez são não significativas e as variáveis que influenciam no prêmio (covariância e volatilidade) são significativas apenas para os horizontes de três e quatro anos. O termo constante é não significativo, em consonância com a teoria desenvolvida na seção 4. Já o coeficiente da variável Focus não é estatisticamente diferente de um em todas as regressões, o que constitui evidência em favor de que os agentes consideram previsões da inflação próximas da expectativa Focus quando tomam suas decisões de investimento.

Instrutivo analisar o poder explanatório da expectativa de inflação. Primeiramente, a expectativa de inflação é significativa na regressão (12) para todos os prazos. Comparando o R^2 das regressões da Tabela 4 com o R^2 das regressões entre a inflação implícita e expectativa de inflação (última coluna da Tabela 1) notamos que a expectativa Focus é o principal fator responsável pelos altos valores dos coeficientes R^2. A Figura 5 apresenta gráficos em área da decomposição da inflação implícita. Da análise do gráfico, fica claro que ao longo de toda amostra a expectativa de inflação é o componente de maior magnitude da inflação implícita. Portanto, embora a hipótese de Fisher seja falha, ainda podemos obter conhecimento valioso sobre o nível futuro de preços observando a diferença entre as taxas de juros nominal e real. Isso confirma as palavras do ex-presidente do Fed, Ben Bernanke, que afirmou em discurso serem os títulos indexados a índices de preços a principal fonte de informação direta sobre a inflação futura (Bernanke, 2004).

Tabela 4. COMPONENTES DA INFLAÇÃO IMPLÍCITA.
A tabela apresenta o resultado da regressão $\eta(t,T) - \text{Convexidade}(t,T) = C + \gamma \text{Focus}(t,T) + \alpha_1 X_t + \beta_1 Z_t + \epsilon_t$ para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. X^1 representa uma medida de liquidez baseada na diferença de giro financeiro dos mercados de títulos nominais e reais. X^2 é a diferença entre os *spreads* de compra e venda dos títulos nominais e reais. X^3 é a diferença entre os erros dos preços dos títulos nominais e reais relativos ao modelo de Svensson (1993). Z^1 representa a covariância entre a variação do consumo e a inflação e Z^2 representa a volatilidade realizada dos retornos diários do Ibovespa em um dado mês. Entre parêntesis estão os desvios padrão. Os desvios padrão foram calculados por Newey e West (1987). Em negrito, valores significativos ao nível de 10%. A penúltima coluna apresenta o p-valor do teste de Dickey-Fuller aumentado aplicado nos resíduos da regressão. A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller é a presença de raiz unitária. A última coluna contém o R^2 de cada regressão.

Horizonte	C	Focus	X^1	X^2	X^3	Z^1	Z^2	ADF	R^2
1 ano	-0,01	**1,21**	-0,003	0,0001	0,071	11,03	-0,07	0,0001	69,3%
	(0,01)	(0,15)	(0,004)	(0,0001)	(0,081)	(20,86)	(0,09)		
2 anos	0,00	**1,07**	0,000	0,0000	0,057	-26,08	0,06	0,0014	62,9%
	(0,01)	(0,21)	(0,003)	(0,0002)	(0,064)	(22,26)	(0,09)		
3 anos	0,00	**1,11**	-0,002	0,0000	0,047	**-33,82**	**0,13**	0,0018	60,0%
	(0,01)	(0,29)	(0,004)	(0,0001)	(0,072)	(18,96)	(0,08)		
4 anos	0,00	**1,19**	-0,003	0,0000	0,036	**-35,37**	**0,17**	0,002	57,4%
	(0,02)	(0,35)	(0,004)	(0,0001)	(0,073)	(16,79)	(0,08)		

Figura 5. EXPECTATIVA E PRÊMIO DE RISCO DA INFLAÇÃO.
Esta figura apresenta a decomposição da inflação implícita em expectativa de inflação (área cinza clara) e prêmio de risco (área cinza escura) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Os dados foram coletados entre janeiro de 2006 e setembro de 2013 na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.



9. CONCLUSÃO

Neste trabalho nós aplicamos uma estratégia simples para estimar os componentes da inflação implícita no mercado brasileiro. A expectativa da inflação foi obtida da pesquisa Focus conduzida pelo Banco Central do Brasil. O termo de convexidade, igual a variância da inflação futura, foi estimado em cerca de um ponto base. Ou seja, desprezível para fins práticos uma vez que é inferior ao spread de compra e venda dos títulos de renda fixa. Apesar da diferença de liquidez entre os títulos nominais e reais não encontramos evidências de existência de prêmio de liquidez, o que pode ser explicado pelo fato de investidores de títulos reais carregarem esses ativos até o vencimento. Nós mostramos também que o prêmio de risco de inflação é pequeno para horizontes curtos. Para horizontes longos este prêmio de risco é variável no tempo e relacionado com o consumo e a volatilidade do mercado de ações. Finalmente, nós concluímos que embora a hipótese de Fisher não seja verdadeira, a expectativa de inflação é o principal componente da inflação implícita. Portanto, é possível obter informações valiosas sobre a inflação futura observando a diferença entre as taxas de juros nominal e real.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acharya, V. V., & Pedersen, L. H. (2005). Asset pricing with liquidity risk. *Journal of Financial Economics*, *77*(2), 375–410. doi: 10.1016/j.jfineco.2004.06.007

Ang, A., Bekaert, G. & Wei, M. (2007). Do macro variables, asset markets, or surveys forecast inflation better? *Journal of Monetary Economics*, *54*(4), 1163–1212. doi: 10.1016/j.jmoneco.2006.04.006

Ang, A., Bekaert, G. & Wei, M. (2008). The term structure of real rates and expected inflation. *The Journal of Finance*, *63*(2), 797–849. doi: 10.1111/j.1540-6261.2008.01332.x

Atkeson, A., & Ohanian, L. E. (2001). Are Phillips curves useful for forecasting inflation? *Quarterly Review*, *25*(1), 2–11. Disponível em: https://www.minneapolisfed.org/research/quarterly-review/are-phillips-curves-useful

-for-forecasting-inflation

Bao, J., Pan, J. & Wang, J. (2011). The illiquidity of corporate bonds. *The Journal of Finance*, *66*(3), 911–946. doi: 10.1111/j.1540-6261.2011.01655.x

Bernanke, B. S. (2004, April 15). *What policymakers can learn from asset prices* (Remarks by Governor Ben S. Bernanke Before The Investment Analysts Society of Chicago, Chicago, Illinois). The Federal Reserve Board. Disponível em: http://www.federalreserve.gov/boarddocs/speeches/2004/20040415/default.htm

Cerisola, M., & Gelos, G. (2005). What drives inflation expectations in Brazil? An empirical analysis. *Applied Economics*, *41*(10), 1215–1227. doi: 10.1080/00036840601166892

Chernov, M., & Mueller, P. (2012). The term structure of inflation expectations. *Journal of Financial Economics*, *106*(2), 367–394. doi: 10.1016/j.jfineco.2012.06.004

Chun, A. L. (2012, June 20). Forecasting interest rates and inflation: Blue chip clairvoyants or econometrics? *EFA 2009 Bergen Meetings Paper*. doi: 10.2139/ssrn.946667

D'Amico, S., Kim, D. H. & Wei, M. (2010, April). *Tips from TIPS: the informational content of Treasury Inflation-Protected Security prices* (Finance and Economics Discussion Series N^0 2010-19). Washington, D.C.: Federal Reserve Board. Disponível em: http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2010/201019/201019pap.pdf

de Carvalho, F. A., & Minella, A. (2009, Abril). *Market forecasts in Brazil: performance and determinants* (Working Papers Series N^0 185). Brasília, DF: Banco Central do Brasil. Disponível em: http://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps185.pdf

de Carvalho, L. O., & de Morais, J. F. M. (2009). Mercado primário da Dívida Pública Federal. In A. C. Silva, L. O. de Carvalho & O. L. de Medeiros (Eds.), *Dívida pública: a experiência brasileira* (pp. 359–381). Brasília, DF: Secretaria do Tesouro Nacional/Banco Mundial. Disponível em: http://www.tesouro.fazenda.gov.br/livro-divida-publica-a-experiencia-brasileira-

Duffie, D. (2001). *Dynamic asset pricing theory*. Princeton University Press.

Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1989). Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica*, *57*(4), 937–969. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1913778

Evans, M. D. D. (1998). Real rates, expected inflation, and inflation risk premia. *The Journal of Finance*, *53*(1), 187–218. doi: 10.1111/0022-1082.75591

Fisher, I. (1930). *The theory of interest*. New York: The Macmillan Co.

Fontaine, J.-S., & Garcia, R. (2011). Bond liquidity premia. *The Review of Financial Studies*, *25*(4), 1207–1254. doi: 10.1093/rfs/hhr132

Grishchenko, O. V., & Huang, J.-Z. (2013). The inflation risk premium: Evidence from the TIPS market. *The Journal of Fixed Income*, *22*(4), 5–30. doi: 10.3905/jfi.2013.22.4.005

Guillén, D. A. (2008). *Ensaios sobre a formação de expectativas de inflação* (Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio, Rio de Janeiro). Disponível em: http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/12234/12234_1.PDF

Gürkaynak, R. S., Sack, B. & Wright, J. H. (2010). The TIPS yield curve and inflation compensation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, *2*(1), 70–92. doi: 10.1257/mac.2.1.70

Hu, G. X., Pan, J. & Wang, J. (2013). Noise as information for illiquidity. *The Journal of Finance*, *68*(6), 2341–2382. doi: 10.1111/jofi.12083

Joyce, M., Lildholdt, P. & Sorensen, S. (2009, Feb). *Extracting inflation expectations and inflation risk premia from the term structure: A joint model of the UK nominal and real yield curves* (Working Paper N^0 360). London: Bank of England. doi: 10.2139/ssrn.1344283

Kohlscheen, E. (2012). Uma nota sobre erros de previsão da inflação de curto-prazo. *Revista Brasileira de Economia*, *66*(3), 289–297. doi: 10.1590/S0034-71402012000300002

Lima, E. C. R., & Alves, P. P. (2011, Jun). *O desempenho do mercado (Focus) na previsão da inflação: Novos resultados?* (Texto Para Discussão N^0 1621). Brasília, DF: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada–IPEA. Disponível em: http://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_1621.pdf

Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, *55*(3), 703–708. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/

1913610

Pflueger, C. E., & Viceira, L. M. (2013, Sept 26). *Return predictability in the treasury market: Real rates, inflation, and liquidity.* doi: 10.2139/ssrn.1785842

Silva, A. C., de Paiva Garrido, F. E. & de Carvalho, L. O. (2009). Evolução recente do mercado de títulos da Dívida Pública Federal. In A. C. Silva, L. O. de Carvalho & O. L. de Medeiros (Eds.), *Dívida pública: a experiência brasileira* (pp. 281–305). Brasília, DF: Secretaria do Tesouro Nacional/Banco Mundial. Disponível em: http://www.tesouro.fazenda.gov.br/livro-divida-publica-a-experiencia-brasileira-

Söderlind, P. (2011). Inflation risk premia and survey evidence on macroeconomic uncertainty. *International Journal of Central Banking*, *7*(2), 113–133. Disponível em: http://www.ijcb.org/journal/ijcb11q2a4.htm

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2007). Why has U.S. inflation become harder to forecast? *Journal of Money, Credit and Banking*, *39*(s1), 3–33. doi: 10.1111/j.1538-4616.2007.00014.x

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2008, Sept). *Phillips Curve inflation forecasts* (NBER Working Paper N^{o} 14322). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w14322

Svensson, L. (1993, Dec). *Monetary policy with flexible exchange rates and forward interest rates as indicators* (Seminar Paper N^{o} 559). Stockholm: Institute for International Economic Studies–University of Stockholm Disponível em: http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:342780/FULLTEXT01.pdf

Vayanos, D., & Wang, J. (2013). Market liquidity: Theory and empirical evidence. In G. M. Constantinides, M. Harris & R. M. Stulz (Eds.), *Handbook of the economics of finance* (Vol. 2 Part B, pp. 1289–1361). Elsevier. doi: 10.1016/B978-0-44-459406-8.00019-6

Vicente, J. V. M., & Guillen, O. T. d. C. (2013). Do inflation-linked bonds contain information about future inflation? *Revista Brasileira de Economia*, *67*(2), 251–260. doi: 10.1590/S0034-71402013000200006