r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150019
Revista Brasileira de Economia, **69**(4), 407–428

Previsões Macroeconômicas Baseadas em Modelos TVP-VAR: Evidências Para o Brasil

João F. Caldeira,[*] Guilherme V. Moura,[†] André A. P. Santos[‡]

Sumário: **1. Introdução; 2. TVP-VARs de grande dimensão; 3. Modelos competidores; 4. Dados e resultados empíricos; 5. Conclusão.**

Palavras-chave: **VAR Bayesiano, Parâmetros Variando no Tempo, Previsão, Modelo de Estado-Espaço.**

Códigos JEL: **C53, E43, G17.**

Modelos baseados em vetores autoregressivos com parâmetros variantes no tempo e contendo efeitos heterocedásticos (TVP-VAR) propostos por Koop & Korobilis (2013) são utilizados na previsão da inflação (IPCA), da taxa de juros (SELIC) e do indicador mensal do PIB (IBC-Br) para diversos horizontes. Estratégias de previsão baseadas em seleção e combinação dinâmicas entre diferentes especificações também são utilizadas. As previsões são comparadas com as oriundas de modelos VAR bayesianos, modelos VAR aumentados com fatores e outros modelos competidores através da metodologia *model confidence set*. Os resultados indicam que a especificação TVP-VAR é a única que está sempre no conjunto de melhores modelos, independentemente da variável analisada ou do horizonte de previsão escolhido.

Vector autoregressive models with time-varying parameters and heteroskedastic effects, proposed in Koop & Korobilis (2013) and known as TVP-VAR models, are used to predict inflation, the interest rate, and a monthly GDP indicator for several forecast horizons. Dynamic model selection and averaging strategies for the different model specifications are also considered. Forecasts are compared to those from Bayesian VAR models, factor augmented VARs, and other competing models using the model confidence set methodology. The results indicate that TVP-VAR is the only specification always included in the set of best performing models, independently from the variable analyzed, and from the forecast horizon.

[*]Departmento de Economia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

[†]Departamento de Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

[‡]Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Economia. Campus Universitário Trindade, Florianopolis, SC, Brasil. CEP 88049-970. E-mail: andre.portela@ufsc.br

1. INTRODUÇÃO

Koop & Korobilis (2013) desenvolveram métodos de estimação para modelos baseados em vetores autoregressivos com parâmetros variantes no tempo e contendo efeitos heterocedásticos (modelos TVP-VAR) que se aplicam mesmo quando o número de séries de tempo disponível é grande. Em aplicação para dados trimestrais da economia americana e usando até 25 variáveis endógenas, estes autores mostram que modelos TVP-VAR de grande dimensão são não só viáveis, como também úteis para prever a inflação, o produto real e as taxas de juros. O presente trabalho pretende aplicar a metodologia de Koop & Korobilis (2013) para prever dados mensais da economia brasileira. Adicionalmente, incorpora-se o modelo VAR aumentado com fatores (FAVAR) entre os modelos competidores, uma vez que Rossi & Carvalho (2009) já utilizaram esta abordagem para lidar com um grande número de variáveis macroeconômicas para a economia brasileira. Além disso, diferentemente de Koop & Korobilis (2013), a avaliação empírica das previsões dos diversos modelos alternativos é implementada através da abordagem *model confident set* (MCS) de Hansen, Lunde & Nason (2011), o que permite comparar simultaneamente vários modelos quando não se tem um *benchmark* claro.

Previsões acuradas de agregados macroeconômicos são fundamentais para a tomada de decisão de investimento, poupança, alocação de ativos e de política econômica. Recentemente, avanços em tecnologia da informação permitiram que um número muito maior de séries ficasse à disposição, enquanto desenvolvimentos computacionais permitiram a modelagem simultânea de diversas séries macroeconômicas para a previsão de variáveis importantes como inflação, produto agregado e a taxa de juros. As abordagens econométricas mais utilizadas para lidar com tais problemas são os modelos de vetores autorregressivos (VAR) e modelos de fatores dinâmicos (ver, por exemplo, Bańbura, Giannone & Reichlin, 2010; Litterman, 1986; Stock & Watson, 2002a, 2002b).

Modelos VAR têm sido usados para a análise estrutural e previsões em macroeconomia desde o trabalho seminal de Sims (1980). Porém, aplicações empíricas utilizando VARs sofrem da "maldição da dimensionalidade", uma vez que o número de parâmetros destes modelos cresce exponencialmente a medida que novas variáveis são incluídas, afetando a precisão das estimativas. Dessa forma, análises empíricas são baseadas em um número reduzido de variáveis, geralmente entre três e oito (Bańbura et al., 2010; Giannone & Reichlin, 2006), porém, conforme mostrado em Bernanke, Boivin & Eliasz (2005), tal prática pode gerar estimativas enviesadas devido a variáveis omitidas. Para contornar as dificuldades relacionadas à estimação de modelos VARs com grande número de variáveis, a literatura recente tem recorrido aos modelos de fatores como forma de limitar o número de parâmetros a ser estimado ou à abordagens bayesianas que utilizam informações a priori para aumentar a precisão das estimativas. Essas abordagens podem ser aplicadas a problemas empíricos que envolvem um grande número de variáveis e vêm obtendo sucesso tanto no contexto de previsão quanto na análise estrutural (ver, por exemplo, Bańbura et al., 2010; Bernanke et al., 2005; Carriero, Kapetanios & Marcellino, 2009, 2012; Stock & Watson, 2005). Mais recentemente, evidências empíricas do bom desempenho preditivo de modelos VAR bayesianos de grande dimensão vêm se acumulando na literatura (ver Carriero et al., 2009; Giannone, Lenza, Momferatou & Onorante, 2014; Koop & Korobilis, 2013, entre outros).

Este artigo se baseia nesta literatura internacional para prever a inflação (IPCA), a taxa de juros (SELIC) e a atividade econômica (IBC-Br) brasileira. Para realizar as previsões conjuntas são usados modelos VAR heterocedásticos de grande dimensão e com parâmetros variando ao longo do tempo (TVP-VAR). Os resultados destes são comparados aos de diversos modelos competidores, incluindo VAR clássico, VAR bayesiano (BVAR), modelos VAR aumentados com fatores dinâmicos (FAVAR), passeio aleatório, entre outros. Adicionalmente, pretende-se analisar a relevância da utilização de um grande número de variáveis, de parâmetros variantes no tempo, bem como de efeitos heterocedásticos para a previsão da média incondicional das três séries macroeconômicas acima.

Para superar as dificuldades inerentes à estimação e à previsão recursivas de modelos TVP-VARs com elevada dimensão, a abordagem baseada em fatores de esquecimento proposta recentemente por Koop & Korobilis (2013) é utilizada, evitando então o uso de métodos de estimação baseados em simulação. Vale

destacar que a abordagem de Koop & Korobilis (2013) necessita da estimação de apenas três parâmetros, independentemente do número de variáveis incluídas no TVP-VAR, o que elimina por completo a "maldição da dimensionalidade". As estratégias de combinação dinâmica de modelos (DMA) e seleção dinâmica de modelos (DMS), desenvolvidas por Raftery, Kárný, & Ettler (2010) e aprimoradas por Koop & Korobilis (2013) também são utilizadas nos exercícios de previsão. Mais especificamente, a abordagem DMS é utilizada para seleção dinâmica de um único modelo de previsão em cada ponto do tempo, enquanto a abordagem DMA combina as previsões dos vários modelos com pesos que variam de período a período. O universo de modelos adotados neste artigo contém TVP-VARs com 3, 7 e 20 variáveis, possibilitando selecionar modelos de diferentes dimensões em cada ponto do tempo.

A literatura brasileira sobre previsões macroeconômicas é vasta, o que demonstra o interesse e a importância deste tema. Para previsão de inflação, modelos baseados em curva de Phillips como proposto por Arruda, Ferreira & Castelar (2011) ou modelos puramente estatísticos como o de Carlos & Marçal (2013) e o de Chauvet (2001) têm sido usados com frequência. Para a previsão do PIB, Céspedes, Chauvet & Lima (2006) destaca a importância de parâmetros variantes no tempo para levar em consideração as quebras estruturais e choques sofridos pela economia brasileira, o que motiva o uso de TVP-VARs. R. T. Ferreira, Bierens & Castelar (2005) corrobora a evidência em favor de parâmetros variando no tempo ao usar modelos não lineares de índice de difusão, modelos com efeito *threshold* e com mudança markoviana de regime para prever o PIB. Ademais, estes autores consideram combinações simples de previsões oriundas de diferentes modelos e mostram que tais combinações de previsões geram resultados mais acurados do que modelos individuais. D. Ferreira & Palma (2014) também mostram que a combinação dinâmica de modelos (DMA), bem como a seleção dinâmica de modelos (DMS) melhoram significativamente as previsões de modelos individuais para a inflação brasileira.

Para avaliar a abordagem TVP-VAR empiricamente considerou-se um conjunto de 20 variáveis macroeconômicas brasileiras amostradas mensalmente durante o período de 2003:M1 a 2013:M12 e diversos modelos competidores. As previsões foram avaliadas com base na média dos erro de previsão ao quadrado (MSFE), na soma da $\log$-verossimilhança preditiva, no erro de previsão ao quadrado acumulado e com base na metodologia *model confidence set* (MCS) de Hansen et al. (2011), a qual permite selecionar, dentre um conjunto de modelos, aqueles que podem ser considerados estatisticamente superiores aos demais.

Métodos capazes de promover a avaliação entre modelos incluem, por exemplo, o teste *equal predictive ability* (EPA) de Diebold & Mariano (1995) e o *superior predictive ability* (SPA) de Hansen (2005). Porém, tais métodos possuem algumas limitações, como comparação restrita a pares de modelos e avaliação relativamente a um único modelo *benchmark*, respectivamente. Com o intuito de superar as limitações do EPA e do SPA, Hansen et al. (2011) desenvolveram o *model confidence set* (MCS). Uma vantagem de destaque no MCS é a possibilidade de efetuar comparações múltiplas, isto é, para um conjunto grande de modelos, sem a necessidade da definição de um modelo *benchmark*, como ocorre no SPA. No MCS é possível reduzir um conjunto de modelos para um conjunto menor que contém o(s) melhor(es) modelo(s) dado um nível de significância (Hansen et al., 2011). Essas características do MCS são fundamentais para o exercício empírico implementado neste trabalho, uma vez que são consideradas previsões realizadas por um conjunto grande de modelos e não há consenso sobre qual é o modelo a ser batido, e, portanto, qual deve ser o *benchmark*.

Os resultados encontrados indicam ganhos em termos de acurácia preditiva das variáveis de interesse com uso de TVP-VARs. Apesar dos modelos TVP-VAR com DMA não superarem os demais competidores em todos os casos, estes estão sempre entre os modelos com melhor desempenho, como indicado pela análise *model confidence set*. Em outras palavras, apesar de praticamente todos os modelos alternativos apresentarem bom desempenho na previsão para alguma das variáveis ou para algum horizonte de tempo, somente a abordagem TVP-VAR com DMA está entre os melhores para todas as variáveis e todos os horizontes de previsão analisados.

Os resultados encontrados mostram que o conjunto de modelos que fazem parte do MCS muda consideravelmente entre as variáveis e entre os horizontes de previsão considerados. Especificamente, quando

são analisadas as previsões 1-passo à frente para o IBC-Br, nota-se que o MCS é composto basicamente pelos modelos TVP-VAR com estratégias DMA e DMS, e TVP-VAR de grande dimensão. Para os horizontes de previsão mais longos o MCS é formado por um número maior de modelos. Ao analisar as previsões para o IPCA percebe-se que os modelos VAR, BVAR e FAVAR fazem um bom trabalho em todos os horizontes de previsão e estão presentes no MCS na maioria dos casos, exceto nas previsões mais longas, em que o destaque vai para os modelos TVP-VAR de pequena dimensão. No caso das previsões para a SELIC, há uma preferência pelos modelos TVP-VAR de pequena dimensão e TVP-VAR (DMA e DMS), principalmente para os horizontes de até 6-meses à frente. Cabe destacar, porém, que para todas as variáveis consideradas, os modelos TVP-VAR com estratégias DMA e DMS são os únicos que estão sempre presentes no MCS em todos os horizontes de previsão analisados.

A abordagem TVP-VAR com estratégias DMA e/ou DMS para fazer previsão da atividade econômica (IBC-Br) gera resultados em média 20% melhores que os modelos competidores quando se considera o horizonte de previsão de 1 mês à frente. Quando consideramos horizontes de previsão mais longos, modelos FAVAR apresentam bom desempenho, entretanto, ainda perdem para os TVP-VARs.

No caso das previsões para a inflação, a maioria dos modelos competidores apresenta desempenho levemente superior ao TVP-VAR para previsões um passo à frente. Especificamente, os modelos BVAR alcançam os melhores resultados nas previsões um passo à frente para o IPCA, porém, perdem para diferentes especificações TVP-VAR para previsões três, seis e doze meses à frente.

Analisando as previsões para a taxa de juros (SELIC) percebe-se que o modelo TVP-VAR com apenas três variáveis supera quase todos os demais modelos, principalmente para os horizontes de 1 e 3 meses à frente. Os erros de previsão desta especificação são em média 5% a 14% menores do que os dos competidores. Já para o horizonte mais longo, os modelos BVAR e FAVAR conseguem os melhores resultados. Entretanto, novamente o TVP-VAR com abordagem DMA e principalmente com a abordagem DMS apresentam desempenho próximo aos obtidos pelos melhores modelos em todos os casos, se confirmando como a metodologia mais estável e confiável para a previsão de variáveis macroeconômicas.

Em termos gerais, percebeu-se que, para todas as variáveis e horizontes de previsão considerados, a inclusão de efeitos heterocedásticos são importantes ainda que o foco seja apenas a previsão da média condicional. Já a inclusão de parâmetros variantes no tempo e de uma grande base de dados contendo um grande número de variáveis não parece ter um efeito tão consistente em todos os casos. TVP-VARs, BVARs e modelos FAVAR que utilizam todas as 20 variáveis disponíveis apresentam resultados muito bons para a previsão de inflação. Porém, este padrão não se repete para a previsão do IBC-Br, onde modelos de tamanho médio apresentam os melhores resultados, nem para a previsão da taxa SELIC, situação na qual os modelos com apenas três variáveis são os mais satisfatórios. Modelos que consideram parâmetros variantes no tempo têm desempenho levemente superior para previsões da inflação, mas não parecem oferecer uma vantagem consistente quando se analisa os resultados para todas as três variáveis de interesse e para todos os horizontes de previsão.

Este artigo está estruturado em cinco seções, incluindo esta introdução. Na seção 2 o modelo TVP-VAR, bem como sua estimação e as estratégias de combinação e seleção dinâmicas de modelos são apresentadas. A seção 3 apresenta os modelos competidores, bem como as métricas de avaliação do desempenho utilizadas. A seção 4 apresenta e discute os resultados das previsões obtidas e a seção 5 ressalta as principais conclusões do artigo.

2. TVP-VARS DE GRANDE DIMENSÃO

A estimação dos modelos TVP-VAR segue a abordagem de Koop & Korobilis (2013) e utiliza o filtro de Kalman e fatores de esquecimento. É possível escrever o modelo TVP-VAR no formato de estado espaço como

$$y_t = Z_t \beta_t + \epsilon_t, \tag{1}$$

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_t, \tag{2}$$

onde ϵ_t é i.i.d. $\mathcal{N}(0,\Sigma_t)$ e u_t é i.i.d. $\mathcal{N}(0,Q_t)$; ϵ_t e u_s são independentes um do outro para quaisquer s e t; y_t é um vetor $M \times 1$ contendo observações do período $t = 1,\ldots,T$; Z_t é uma matriz $M \times k$ que contém as p defasagens das variáveis observáveis y e as constantes (logo, $k = (1 + pM) \cdot M$); β_t é um vetor $k \times 1$ de estados que contém os parâmetros variantes no tempo.

Após a seleção da especificação de Σ_t e Q_t, da distribuição a priori das condições iniciais β_0, Σ_0 e Q_0 e dos outros parâmetros restantes, a inferência bayesiana a respeito dos parâmetros é baseada no filtro de Kalman e em métodos de simulação do tipo MCMC (ver, por exemplo, Cogley & Sargent, 2005). Porém, o custo computacional desta estimação é enorme, principalmente para modelos VAR de grande dimensão. Portanto, Koop & Korobilis (2013) propõem utilizar aproximações simples para Q_t e Σ_t com o intuito de evitar o uso de métodos MCMC.

A aproximação de Q_t é feita através de um fator de esquecimento no algoritmo do filtro de Kalman, como sugerido por Raftery et al. (2010). Mais especificamente, a distribuição dos parâmetros variantes no tempo para o período $t-1$ baseada na informação disponível até o período $t-1$ é dada por

$$\beta_{t-1}\Big|\underline{y}_{t-1} \sim \mathcal{N}(\beta_{t-1|t-1}, V_{t-1|t-1}), \tag{3}$$

onde $\underline{y}_{t-1} = (y_1,\ldots,y_{t-1})'$; $\beta_{t-1|t-1}$ são os estados filtrados do período $t-1$ e $V_{t-1|t-1}$ sua variância. O filtro de Kalman atualiza a matriz $V_{t-1|t-1}$ usando a expressão $V_{t|t-1} = V_{t-1|t-1} + Q_t$, e este é o único passo onde o conhecimento da matriz Q_t se faz necessário. Portanto, substituindo a expressão anterior por

$$V_{t|t-1} = \frac{1}{\lambda} V_{t-1|t-1}, \tag{4}$$

não há mais necessidade de se estimar ou simular Q_t e o fator de esquecimento $\lambda \in (0,1]$ irá governar a variabilidade de $V_{t|t-1}$. Note que se $\lambda = 1$, $V_{t|t-1} = V_{t-1|t-1}$ e $Q_t = 0$, o que faz com que o modelo TVP-VAR passe a ser um modelo VAR com parâmetros constantes. O uso dessa restrição será explorada na seção 4.

A abordagem de fatores de esquecimento não é nova e foi desenvolvida justamente para simplificar a estimação de modelos de estado espaço quando as restrições computacionais eram muito maiores do que as atuais (ver, por exemplo, Jazwinski, 1970, para uma discussão mais detalhada sobre fatores de esquecimento e sua motivação). A nomenclatura fator de esquecimento vem da constatação de que nessa abordagem as j observações mais recentes tem peso λ^j e apenas as $\frac{1}{1-\lambda}$ últimas observações terão peso na estimação. Com isso, Jazwinski (1970) argumenta que esquecimento é comparável a uma janela móvel de estimação.

A aproximação para a matriz de covariância na equação de medida (1), Σ_t, é feita através de uma média móvel exponencial (EWMA) (ver, por exemplo, Brockwell & Davis, 2009, seção 1.4):

$$\hat{\Sigma}_t = \kappa \hat{\Sigma}_{t-1} + (1-\kappa)\hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_t', \tag{5}$$

onde $\hat{\epsilon}_t = y_t - \beta_{t|t} Z_t$ é o erro de previsão já calculado através das próprias recursões do filtro de Kalman. Seguindo Koop & Korobilis (2013), os parâmetros λ e κ serão escolhidos usando a metodologia de seleção de modelos DMS, descrita na próxima subseção, tendo como base em um conjunto finito de valores. Raftery et al. (2010) simplesmente fixam $\lambda = 0{,}99$ afirmando que os resultados não são sensíveis a variações entre $0{,}97$ e $0{,}995$, com isso, serão considerados neste artigo valores tal que $\lambda \in \{0{,}97; 0{,}98; 0{,}99; 1\}$, onde $\lambda = 1$ caracteriza o VAR com parâmetros fixos. Para o parâmetro da EWMA, valores tradicionais na literatura são considerados e $\kappa \in \{0{,}94; 0{,}96; 0{,}98\}$.

2.1. Combinação dinâmica de modelos (DMA) e seleção dinâmica de modelos (DMS)

Um dos problemas da previsão em tempo real é a incerteza a respeito de qual modelo fornece a melhor aproximação ao processo gerador dos dados. Muitas vezes, vários modelos competidores estão disponíveis e nem sempre é claro qual a melhor especificação a ser utilizada. Além disso, podem surgir

algumas questões como, por exemplo: i) os coeficientes associados às variáveis previsoras podem mudar ao longo do tempo; ii) o número de potenciais previsores pode ser grande; iii) o melhor modelo para previsão pode mudar ao longo do tempo. Para superar tais questões, este artigo utiliza a estratégia de combinação dinâmica de modelos (DMA) desenvolvida por Raftery et al. (2010).

Koop & Korobilis (2013) propõem o uso dessa mesma abordagem para a seleção dinâmica de modelos (DMS), onde um único (potencialmente diferente) modelo é usado para fazer previsão em cada ponto do tempo. As abordagens DMA ou DMS são interessantes para previsão de variáveis macroeconômicas, uma vez que permitem que o modelo de previsão mude ao longo do tempo e, ao mesmo tempo, permitem que os parâmetros de cada modelo variem ao longo do tempo. Com efeito, D. Ferreira & Palma (2014) mostram que esta estratégia supera diversos modelos concorrentes na previsão da taxa de inflação brasileira.

Neste artigo, o conjunto de modelos considerados para a seleção e combinação dinâmica contém diferentes especificações TVP-VAR com diferentes conjuntos de variáveis. Suponha um conjunto de K modelos e que $L_t \in \{1,2,\ldots,K\}$ determine qual modelo se aplica em cada período do tempo. A partir de previsões oriundas de todos os modelos, a bordagem DMA calcula a probabilidade de que o modelo k é o melhor modelo para prever observações do período t, dadas as informações disponíveis em $t-1$, ou seja, $\text{Prob}(L_t = k|y_{t-1}) = \pi_{t|t-1,k}$. Uma vez calculado $\pi_{t|t-1,k}$, essas probabilidades podem ser usadas para fazer combinação das previsões dos modelos. A abordagem DMS envolve selecionar o modelo com maior $\pi_{t|t-1,k}$ em cada ponto do tempo e usá-lo para fazer as previsões.

O algoritmo recursivo desenvolvido por Raftery et al. (2010) para o cálculo das probabilidades de cada modelo possui recursões semelhantes às do filtro de Kalman e também conta com um fator de esquecimento, aqui denotado por α, para reduzir o custo computacional. Dado uma probabilidade inicial a priori, $\pi_{0|0,k}$, a equação de transição das probabilidades é dada por

$$\pi_{t|t-1,k} = \frac{\pi_{t-1|t-1,k}^{\alpha}}{\sum_{l=1}^{K} \pi_{t-1|t-1,l}^{\alpha}}, \tag{6}$$

onde $0 < \alpha \leq 1$ é tratado como fixo e uma análise de sensibilidade será apresentada na avaliação empírica. A equação de atualização das probabilidades de cada modelo é dada por

$$\pi_{t|t,k} = \frac{\pi_{t|t-1,k} \cdot p_k\left(y_t|\underline{y}_{t-1}\right)}{\sum_{l=1}^{K}\left[\pi_{t|t-1,l} \cdot p_l\left(y_t|\underline{y}_{t-1}\right)\right]}, \tag{7}$$

onde $p_k\left(y_t|\underline{y}_{t-1}\right)$ é a densidade preditiva (verossimilhança preditiva) do modelo k avaliada em y_t, que é uma medida de desempenho de previsão. Esta densidade preditiva é obtida através do filtro de Kalman e possui fórmula fechada (ver, por exemplo, Frühwirth-Schnatter, 2006, p405–410). A abordagem DMA consiste em utilizar uma média ponderada das previsões individuais usando $\pi_{t|t-1,k}$ para o cálculo dos pesos de cada modelo. Já a abordagem DMS envolve selecionar apenas o modelo com a maior probabilidade preditiva, $\pi_{t|t-1,k}$, em cada ponto do tempo, e usá-lo no exercício de previsão.

Dessa forma, a probabilidade preditiva de cada modelo k, no período de tempo t, $\pi_{t|t-1,k}$, pode ser escrita como

$$\pi_{t|t-1,k} \quad \propto \quad \prod_{i=1}^{t-1}\left[p_k\left(y_{t-i}|y_{t-i-1}\right)\right]^{\alpha^i}.$$

Logo, o modelo k irá receber mais peso caso tenha apresentado bom desempenho preditivo no passado recente, enquanto o controle do que deve ser considerado passado recente é feito pelo fator de esquecimento, α. Por exemplo, se $\alpha = 0{,}99$, o desempenho preditivo de dois anos atrás receberá menos do que 80% do peso do desempenho do último período, enquanto $\alpha = 0{,}95$ determina que as previsões de cinco anos atrás tem apenas 30% do peso das últimas previsões. Já $\alpha = 0{,}001$ dará pouquíssimo peso

para qualquer previsão, se aproximando do caso tradicional de combinação de previsões usando pesos iguais.

Portanto, essa abordagem requer a seleção dos fatores de esquecimento α e λ, bem como do fator de decaimento κ. Seguindo Koop & Korobilis (2013), $\lambda \in \{0{,}97; 0{,}98; 0{,}99; 1\}$ e $\kappa \in \{0{,}94; 0{,}96; 0{,}98\}$ serão selecionados usando a metodologia DMS. Neste caso, diferentes valores para estes parâmetros definem diferentes modelos e usa-se a seleção dinâmica de modelos, DMS, para escolher entre as diferentes combinações de parâmetros. Com isso, é possível utilizar $\lambda = 1$, o que determina um VAR com parâmetros fixos, em determinado período de tempo, mas também um VAR com parâmetros variando rapidamente ($\lambda = 0{,}97$) em outro momento. A especificação padrão utiliza a sugestão de Raftery et al. (2010) e fixa $\alpha = 0{,}99$. Entretanto, serão apresentados resultados para $\alpha \in \{0{,}001; 0{,}95; 0{,}99; 1\}$, permitindo uma analise dos efeitos de diferentes graus de mudanças entre os modelos.

Ademais, é necessário definir uma distribuição a priori para os parâmetros iniciais do VAR, β_0. Seguindo Koop & Korobilis (2013), adota-se uma distribuição a priori Normal para β_0 muito similar à priori de Minnesota desenvolvida por Doan, Litterman & Sims (1984). Como os dados utilizados são estacionários, a média desta a priori é definida como $\mathbb{E}[\beta_0] = 0$. A matriz de covariância da distribuição a priori de Minnesota é usualmente diagonal, dessa forma, denotando $\mathrm{Var}(\beta_0) = \underline{V}$, com $\underline{V}_i$ designando os elementos da diagonal, a matriz de covariância da distribuição a priori para β_0 é dada por

$$\underline{V}_i = \begin{cases} \dfrac{\gamma}{r^2}, & \text{para os coeficientes da defasagem } r, \text{ onde } r = 1,\ldots,p \\ \underline{a} = 10^2, & \text{para os interceptos} \end{cases}, \tag{8}$$

onde γ é o hiperparâmetro que controla o grau de encolhimento nos parâmetros do VAR e $\underline{a} = 10^2$ caracteriza uma a priori não-informativa a respeito dos interceptos. Exceto onde estiver explícito, os modelos VAR estimados possuem duas defasagens ($p = 2$) e o denominador r^2 em (8) tem o intuito de aumentar o grau de encolhimento nas defasagens mais longas justamente para minimizar os efeitos da sobreparametrização. Para selecionar o valor do hiperparâmetro γ, a estratégia DMS descrita acima também será utilizada com base no seguinte conjunto de valores: $\gamma \in \left\{10^{-5}; 0{,}001; 0{,}005; 0{,}01; 0{,}05; 0{,}1\right\}$. Diferentes valores de γ definem diferentes distribuições a priori e, consequentemente, diferentes modelos permitindo o uso da abordagem DMS descrita acima. É importante perceber que, independentemente do número de variáveis utilizadas, o modelo TVP-VAR apresentado aqui contém apenas três parâmetros a serem estimados: o fator de esquecimento λ, o parâmetro de suavização κ e o grau de encolhimento da a priori para β_0.

Diferentemente de estudos anteriores, onde as abordagens DMA e DMS foram usadas para selecionar entre modelos com diferentes variáveis explicativas, estas estratégias serão usadas aqui para selecionar entre modelos de diferentes dimensões: TVP-VAR pequeno, médio e grande. Em resumo, cada modelo é definido pela dimensão do TVP-VAR e um valor para λ, κ e γ. Com três dimensões de TVP-VAR, seis valores para γ e 12 combinações de λ e κ, tem-se um conjunto de 216 modelos diferentes.

3. MODELOS COMPETIDORES

Os principais resultados apresentados neste artigo são baseados em modelos TVP-VAR que utilizam a abordagem DMS para selecionar os únicos três parâmetros do modelo (λ, κ e γ). Têm-se ainda três diferentes conjuntos de variáveis com 3, 7 ou 20 variáveis e estes serão denominados conjuntos pequeno, médio e grande, respectivamente. Resultados individuais para os modelos TVP-VAR pequeno, médio e grande são apresentados separadamente, mas a estratégia de seleção dinâmica de modelos DMS também será usada para selecionar o conjunto de variáveis que mais se adequa à previsão de determinada variável em um dado período de tempo. O principal *benchmark* usado para avaliar todas as diversas especificações e modelos competidores será a estratégia TVP-VAR-DMA, onde previsões usando os três conjunto de séries serão combinadas dinamicamente usando a metodologia DMA. O fator de esquecimento para as estratégias DMA e DMS é fixado em $\alpha = 0{,}99$, como sugerido por Raftery et al. (2010),

e casos diferentes destes são apresentados como teste de robustez e são indicados explicitamente nas tabelas 1 a 3.

Além disso, resultados para o caso especial do modelo VAR heteroscedástico com parâmetros fixos são apresentados com base na parametrização $\lambda = 1$ e $\kappa = 0{,}96$ para cada um dos três conjuntos de variáveis e permitem analisar a importância de parâmetros variantes no tempo. Resultados para modelos VAR homocedástico obtidos fixando-se $\lambda = 1$ e estimando-se Σ através de $\hat{\Sigma} = \frac{1}{t-1}\sum_{t=1}^{t-1}\hat{\epsilon}_t\hat{\epsilon}_t'$ também são apresentados para cada um dos três conjuntos de dados, permitindo uma análise da importância de considerar-se efeitos heterocedásticos.

Como sugerido por Stock & Watson (2002b) e Bernanke & Boivin (2003), uma poderosa alternativa para a previsão macroeconômica quando diversas variáveis observáveis estão à disposição é o uso de fatores comuns. Baseado nesta ideia, Bernanke et al. (2005) desenvolvem um modelo VAR aumentado com fatores comuns (FAVAR), possibilitando incorporar a informação de diversas séries econômicas de forma parcimoniosa em um modelo VAR. Esta metodologia foi utilizada por Rossi & Carvalho (2009) para decompor os choques monetários da economia brasileira e se coloca como competidora à metodologia TVP-VAR. Mais especificamente, o modelo FAVAR estimado pode ser escrito como

$$\begin{bmatrix} F_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \Phi(L)\begin{bmatrix} F_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{bmatrix} + \upsilon_t, \tag{9}$$

onde $\Phi(L)$ é um polinômio de defasagem de ordem p, $\upsilon_t \sim \text{i.i.d.}\,(0, Q_t)$; F_t é um vetor $K \times 1$ de fatores comuns; e Y_t contém o IPCA, o IBC-Br e a taxa SELIC. Os fatores comuns são estimados em uma etapa anterior utilizando o conjunto de 17 variáveis formado por todas as 20 variáveis disponíveis, menos as séries do IBC-Br, IPCA e SELIC contidas em Y_t (ver Rossi & Carvalho, 2009, para mais informações a respeito da estimação de FAVAR). Resultados para $K = 1$, 3 e 5 e para $p = 2$ são apresentados na seção 4.2.

Mais recentemente, Bańbura et al. (2010) mostrou que modelos VAR bayesianos (BVAR) com um grande número de variáveis observáveis podem superar o poder preditivo de modelos FAVAR. A introdução de informação a priori na estimação dos inúmeros parâmetros de um modelo VAR permite aumentar a precisão das estimativas, o que influencia positivamente as previsões baseadas nestes modelos. O desempenho empírico dos BVARs em situações onde várias séries estão disponíveis os coloca como competidores para os TVP-VARs. Com isso, modelos com três, sete e vinte séries são estimados utilizando uma distribuição a priori de Minnesota adaptada para as características dos dados. Uma vez que todas as variáveis são transformadas em séries estacionárias (ver o autorefapp para maiores detalhes a respeito das transformações realizadas), a distribuição a priori utilizada é dada por

$$\beta_{i,j,r} \sim \mathcal{N}\left(0, \sigma^2_{i,j,r}\right),$$

onde $\beta_{i,j,r}$ é o coeficiente do VAR referente à r-ésima defasagem da variável j na equação definindo a média condicional da variável i. Seguindo Doan et al. (1984),

$$\sigma_{i,j,r} = \frac{\gamma}{r^{\phi}} w_{i,j}\left(\frac{\hat{\sigma}_{u,j}}{\hat{\sigma}_{u,i}}\right), \tag{10}$$

onde $\hat{\sigma}_{u,i}$ é uma estimativa do desvio padrão do coeficiente autoregressivo da série i calculada com base em uma autoregressão univariada de primeira ordem. O hiperparâmetro ϕ estabelece como o desvio padrão da distribuição a priori relativa aos parâmetros das defasagens do VAR varia à medida que o número de defasagens aumenta. Logo, de acordo com (10), a confiança em uma estimativa nula (uma vez que a média da distribuição a priori é dada por $\mathbb{E}\left[\beta_{i,j,k}\right] = 0$) aumenta para coeficientes de defasagens muito longas, fazendo com que haja uma preferência por modelos mais parcimoniosos. Para reforçar a idéia de um modelo parcimonioso, faz-se $\phi = 2$, encolhendo fortemente os parâmetros das defasagens maiores para zero. Os pesos $w_{i,j}$ definem a precisão relativa da distribuição a priori para a defasagem da variável j em comparação com a precisão do coeficiente para a própria defasagem e, portanto, são normalizados

de forma que $w_{i,i} = 1$, $\forall i$. De forma a caracterizar o entendimento a priori de que $\beta_{i,j} = 0$ é mais provável do que $\beta_{i,i} = 0$, seleciona-se $w_{i,j} = 0{,}4$, $\forall i \neq j$, o que também privilegia um modelo parcimonioso. Já a precisão da distribuição a priori para a própria defasagem de primeira ordem é definida por $\frac{1}{\gamma^2}$, pois, como fica claro em (10), $\sigma_{i,j,k} = \gamma$ quando $i = j$ e $r = 1$. Como argumentado em Koop & Korobilis (2013), o desempenho de BVARs depende fortemente do grau de encolhimento dos parâmetros. Com o objetivo de encolher os parâmetros para próximo da média da distribuição a priori, selecionou-se $\gamma = 0{,}2$, como proposto em Litterman (1986).

Por fim, modelos VAR com abordagem clássica são estimados para as três variáveis alvo e resultados são apresentados para as especificações VAR(1), VAR(2) e para o caso especial do passeio aleatório.

3.1. Medidas de desempenho e avaliação das previsões

A estatística básica para comparação de previsões é a média dos erros de previsão ao quadrado (MSFE). Dado um conjunto de T previsões fora da amostra para o horizonte de h-passos à frente, pode-se calcular a média dos erros de previsão ao quadrado (MSFE) para o IBC-Br, IPCA e taxa SELIC, do modelo m como

$$\text{MSFE}_m^i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{y}_{t+h|t,m}^{\,i} - y_{t+h}^i\right)^2, \tag{11}$$

onde y_{t+h}^i é a i-ésima variável observada em $t+h$, e $\hat{y}_{t+h|t,m}^i$ é a previsão para esta variável feita pelo modelo m para o período de tempo t.

Embora seja frequentemente usado na avaliação de previsões, o MSFE tem a desvantagem de ser uma média para toda a amostra, não fornecendo nenhuma informação sobre em que parte da amostra determinado modelo apresenta seu melhor ou pior desempenho. Para superar essa deficiência, analisa-se graficamente o erro quadrado de previsão acumulado (CSFE), proposto por Welch & Goyal (2008). A série de erro de previsão acumulado mostra claramente quando um determinado modelo supera ou perde para um dado benchmark. O CSFE é definido como

$$\text{CSFE}_{m,T}^i = \sum_{t=1}^{T}\left[\left(\hat{y}_{t+h|t,\text{bench}}^{\,i} - y_{t+h}^i\right)^2 - \left(\hat{y}_{t+h|t,m}^{\,i} - y_{t+h}^i\right)^2\right]. \tag{12}$$

Quando o modelo m supera o *benchmark*, o $\text{CSFE}_{m,T}$ será uma série crescente. Se o *benchmark* produz previsões mais acuradas, então $\text{CSFE}_{m,T}$ será decrescente.

Além de medidas estatísticas tradicionais, testes desenvolvidos especificamente para avaliação de previsão foram utilizados. Ademais, em situações onde um grande número de modelos é avaliado, existe a possibilidade de ao menos um modelo ser melhor do que o *benchmark* e, mesmo assim, perder o teste de previsão (fenômeno também conhecido como "*data snooping*"), uma vez que testes estatísticos estão sujeitos a erros do tipo I ou II. Para contornar o problema de *data snooping* e realizar uma comparação mais adequada entre todos os modelos é aplicada a abordagem proposta por Hansen et al. (2011), conhecida como *model confidence set* (MCS).

Especialmente quando o conjunto de modelos alternativos é grande, muitas aplicações baseadas em MSFE e/ou CSFE não irão detectar apenas um modelo dominante que supera significativamente todos os competidores, pois raramente os dados serão suficientemente informativos para dar uma resposta tão clara, o que dificulta a determinação do melhor modelo. Entretanto, a metodologia *model confidence set* proposta por Hansen et al. (2011) permite reduzir o número de modelos potenciais para um conjunto mais restrito — o conjunto de confiança de modelos — que contém o melhor modelo com determinado grau de confiança. Como são calculadas previsões para três variáveis macroeconômicas e para quatro horizontes de previsão distintos, modelos incluídos no MCS de todos estes casos têm maior chance de ser o melhor modelo de previsão. O MCS possui diversas vantagens em relação a testes de habilidade preditiva superior. Dentre elas está o fato do MCS não necessitar de um modelo *benchmark* específico para

a comparação, o que é útil em uma aplicação com diversos modelos competidores sem um *benchmark* óbvio como a apresentada neste artigo (ver Hansen et al., 2011, seção 4.1 para outras vantagens do MCS em relação a testes de habilidade preditiva superior).

A abordagem MCS começa com um conjunto de modelos candidatos $\mathcal{M}_0 = (1,\ldots,m_0)$. O desempenho do modelo i em relação ao modelo j, no tempo t, é dado por

$$d_{ij,t} = L(\xi_{j,t}) - L(\xi_{i,t}), \qquad i,j = 1,\ldots,m_0 \quad \text{e} \quad t = 1,\ldots,T. \tag{13}$$

onde $\xi_{i,t}$ é o erro de previsão do modelo i no tempo t e $L(\cdot)$ pode ser uma função de perda qualquer. Neste artigo a raiz do erro de previsão ao quadrado será utilizada. As previsões são avaliadas em termos da perda esperada:

$$\mathbb{E}\left[d_{ij}\right] = \mathbb{E}\left[L(\xi_{j,t}) - L(\xi_{i,t})\right].$$

Começando com o conjunto de todos os modelos, $\mathcal{M} = \mathcal{M}_0$, testa-se repetidamente a hipótese nula de igual acurácia preditiva ao nível de signficância α:

$$H_0 : \mu_{i,j} = \mathbb{E}\left[d_{ij,t}\right] = 0 \qquad \text{para todo } i,j \in \mathcal{M}, \tag{14}$$

onde μ_{ij} é a esperança do diferencial de perda entre os modelos i e j. Contanto que a hipótese nula seja rejeitada para algum modelo j, o procedimento MCS elimina de forma sequencial o modelo com pior performance pertencente a $\mathcal{M}$. Esta eliminação de modelos é repetida até que a hipótese nula (14) não seja mais rejeitada ao nível de confiança $1-\alpha$. Os modelos remanescentes compõem então o conjunto de confiaça $\widehat{\mathcal{M}}^{*}_{1-\alpha}$.

A hipótese nula na equação (14) é testada por meio da estatística de alcance, T_R, que é baseada na seguinte estatística t:

$$t_{ij} = \frac{\bar{d}_{ij}}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}\left(\bar{d}_{ij}\right)}} \qquad \text{para } i,j \in \mathcal{M},$$

onde $\widehat{\text{Var}}\left(\bar{d}_{ij}\right)$ é uma estimativa de $\text{Var}\left(\bar{d}_{ij}\right)$ e é obtida através de um procedimento de *bootstrap*. A estatísticas de teste usada é definida por

$$T_R \equiv \max_{i,j \in \mathcal{M}} \left|t_{ij}\right|. \tag{15}$$

A aproximação da distribuição desconhecida da estatística de teste (15) usada na implementação do procedimento MCS é feita através do *bootstrap* estacionário proposto por Politis & Romano (1994), sendo que o tamanho do bloco depende do horizonte de previsão[1] e, como mencionado acima, a função de perda, L, considerada é a raiz do erro de previsão ao quadrado.

4. DADOS E RESULTADOS EMPÍRICOS

Nesta seção é apresentada a base de dados utilizada e os resultados empíricos obtidos com as diferentes especificações do modelo TVP-VAR descrito anteriormente e com os modelos competidores considerados.

[1] Para previsões 1-mês à frente é utilizado bloco de tamanho 3 meses, para 3-meses à frente usa-se bloco de 6 meses, para 6-meses à frente o bloco é de 12 meses e para 12-meses à frente usa-se bloco de tamanho 20 meses.

4.1. Dados

A base de dados utilizada é composta por 20 séries macroeconômicas brasileiras compreendendo uma ampla gama de categorias, tais como indicador do PIB, produção industrial, utilização da capacidade, emprego e desemprego, preços ao consumidor, preços ao produtor, salários, lançamentos imobiliários, mercado de ações, taxa de juros, taxa de câmbio e agregados monetários. A escolha das variáveis foi baseada em Koop & Korobilis (2013), ajustando para a disponibilidade das séries para o Brasil. Todas as séries foram obtidas do IPEA ou do Banco Central do Brasil e cobrem os meses de 2003:M1 a 2014:M3. Seguindo Stock & Watson (2009) e Koop & Korobilis (2013), todas as séries são transformadas de forma que fiquem estacionárias. Conforme já mencionado, TVP-VARs de diferentes tamanhos são considerados: TVP-VAR de pequena dimensão com três variáveis, TVP-VAR de média dimensão com 7 variáveis e um TVP-VAR de elevada dimensão com 20 variáveis.

O Apêndice apresenta a lista das variáveis, as transformações realizadas e que variáveis são utilizadas nos diferentes tamanhos de TVP-VAR considerados. O desempenho dos modelos é analisado em relação às previsões para o IPCA (inflação), IBC-Br (atividade econômica) e taxa SELIC realizada (taxa de juros). Estas são as únicas três variáveis utilizadas no TVP-VAR de pequena dimensão.

4.2. Resultados

As previsões recursivas foram calculadas com base em uma janela em expansão, sendo que a janela inicial possui 48 observações para cada uma das séries, compreendendo o período de 2003:M1 a 2007:M1. Além das especificações individuais, são consideradas também as estratégias DMA e DMS aplicadas a modelos TVP-VAR estimadas através da abordagem de fatores de esquecimento, permitindo a alternância entre modelos de diferentes dimensões ao longo do tempo.

Com este exercício de previsão, pretende-se compreender melhor se: i) modelos com parâmetros variando ao longo do tempo possuem maior habilidade preditiva; ii) se modelos heterocedásticos melhoram a previsão da média condicional em relação a modelos homocedásticos; e iii) se o uso de um grande número de variáveis melhora a previsão das três séries de interesse.

A Figura 1 mostra os valores selecionados do hiperparâmetro γ da distribuição a priori para as diversas dimensões de TVP-VARs em cada ponto do tempo. Similar ao que foi encontrado por Koop & Korobilis (2013), percebe-se aqui também uma tendência de crescimento do grau de encolhimento à medida que número de variáveis (e consequentemente o número de parâmetros) do TVP-VAR aumenta, o que demonstra a importância crescente de encolhimento à medida que o número de parâmetros a ser estimado aumenta. Já a Figura 2 apresenta os valores selecionados pela metodologia DMS para o parâmetro λ em cada instante do tempo para o TVP-VAR pequeno, médio e grande. Apesar de exibir alguma variação ao longo do tempo, os valores ótimos para o λ geralmente ficam próximos a um, indicando que os coeficientes do VAR exibem pouca variação.

A Figura 3 apresenta evolução das probabilidades posteriores para cada um dos modelos TVP-VAR de diferentes tamanhos usadas nos procedimentos DMS e DMS. Nota-se que o modelo TVP-VAR de pequena dimensão aparentemente é superior aos demais, ao menos no período posterior a 2008, quando a probabilidade posterior do TVP-VAR pequeno fica próxima a 0,50. Dado que no TVP-VAR-DMS o modelo utilizado é aquele com maior probabilidade, o TVP-VAR pequeno é o mais usado nessa abordagem para o período de 2.008 em diante. Nos demais pontos do tempo há bastante mudanças entre os três tamanhos de TVP-VAR considerados. Por exemplo, no período anterior à crise financeira (entre 2005 e 2009), a metodologia DMS seleciona o TVP-VAR grande em vários momentos para fazer as previsões.

O exercício de previsão é realizado em pseudo tempo real, isto é, nunca são utilizadas informações que não estavam disponíveis no momento em que a previsão é realizada. Cabe ressaltar que nos casos onde o interesse é prever diversos passos à frente as previsões realizadas são iteradas, o que aumenta o custo computacional uma vez que é necessário fazer simulação preditiva. Isso ocorre pois quando $h > 1$ não existe uma forma analítica para a densidade preditiva. As simulações preditivas são realizadas de duas formas diferentes: na primeira e mais simples, mantém-se fixos os parâmetros do TVP-VAR obtidos

Figura 1. Valores do parâmetro de encolhimento γ, estimado para cada ponto do tempo e cada dimensão do VAR.

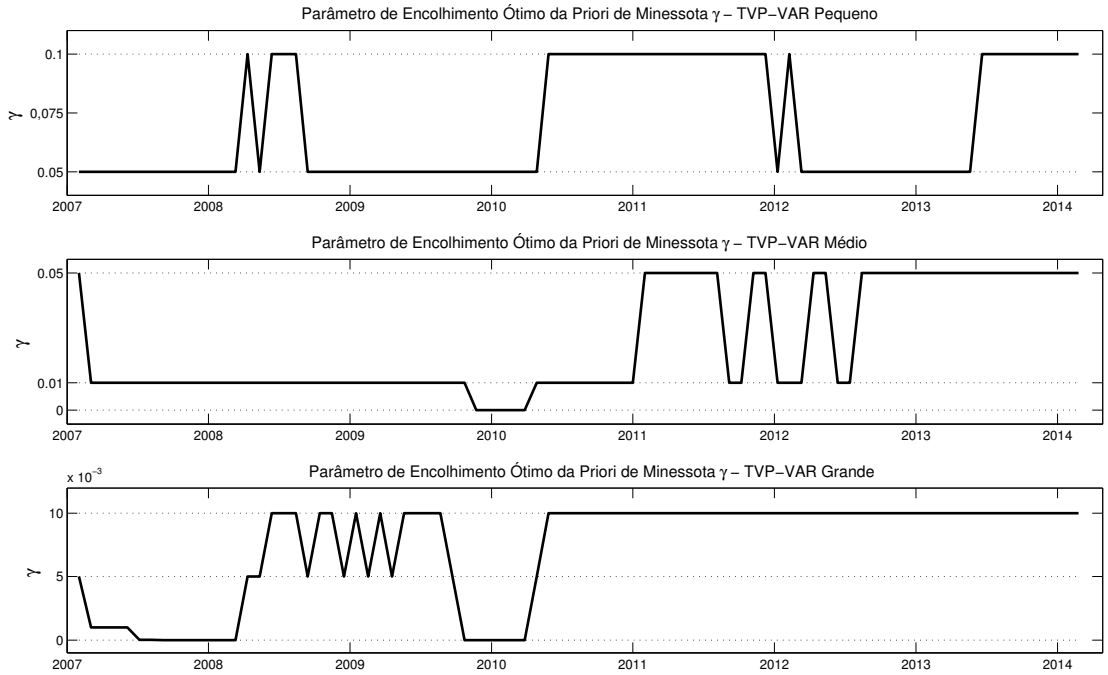


Figura 2. Valores do fator de esquecimento λ, estimado para cada ponto do tempo e cada dimensão do VAR.

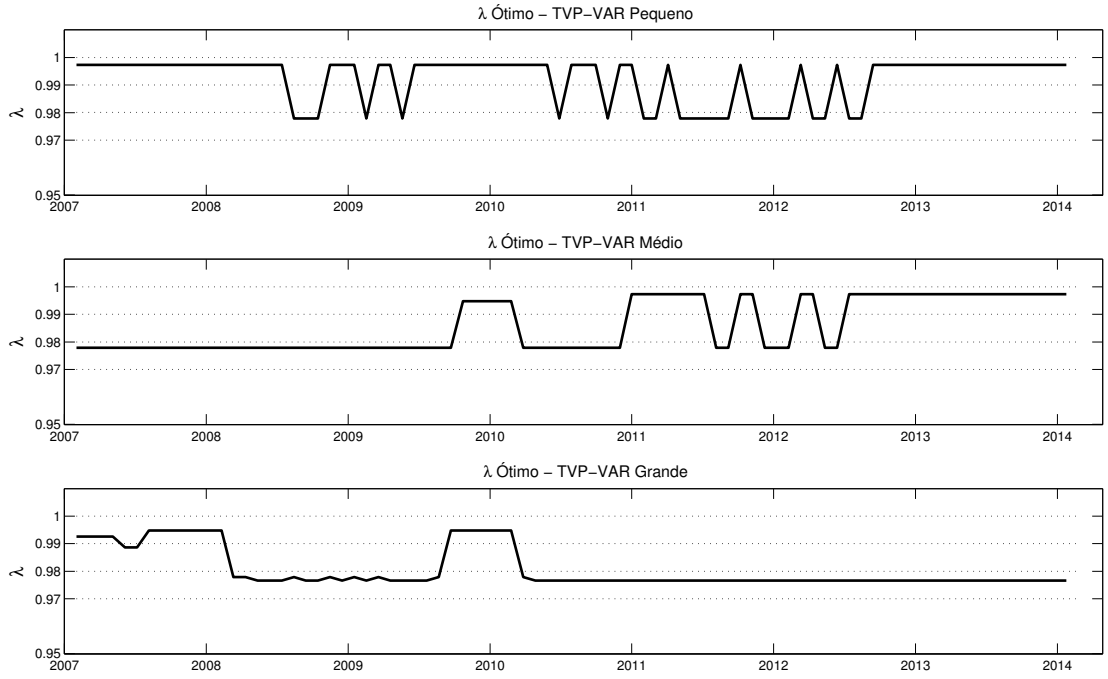
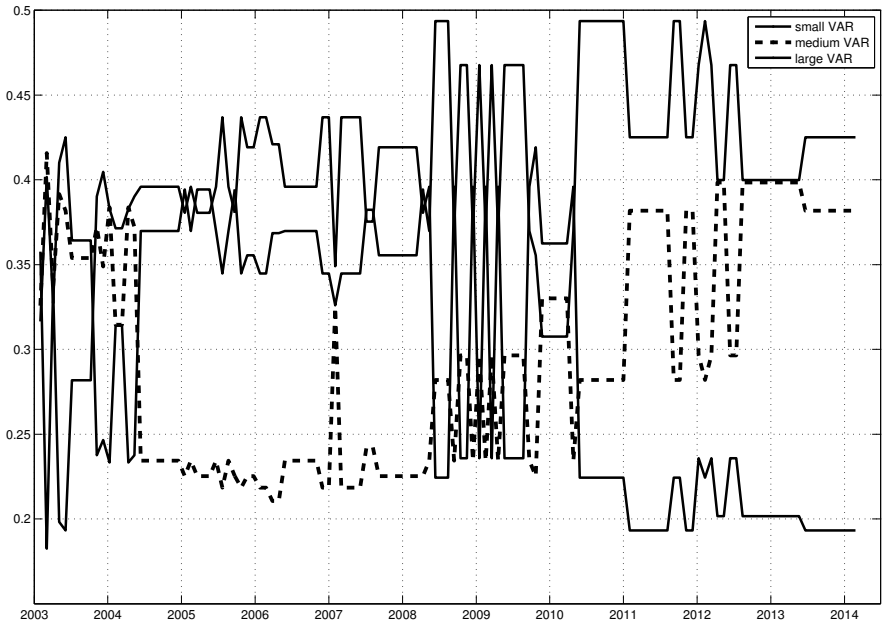


Figura 3. Probabilidades a posteriori dos modelos TVP-VARs pequeno/médio/grande.



no tempo T para prever as variáveis em $T+h$. Na segunda alternativa, chamada de $\beta_{T+h} \sim RW$, permite-se que os parâmetros mudem nas previsões fora da amostra através da simulação a partir da equação de transição dos estados (2) para obter-se uma realização de β_{T+h}.

A acurácia das previsões fora da amostra é avaliada em termos da média dos erros de previsão ao quadrado (MSFE), sendo que são reportados os resultados dos MSFEs relativos ao modelo considerado como *benchmark* (TVP-VAR-DMA):

$$\text{RMSFE}_m^i = \frac{\text{MSFE}_m^i}{\text{MSFE}_m^{\text{bench}}}.$$

Logo, um número maior do que 1 implica que o modelo TVP-VAR com estratégia DMA apresenta desempenho melhor do que o modelo considerado.

As tabelas 1 a 3 apresentam os MSFEs de cada modelo individual relativos aos MSFEs resultantes das previsões com o modelo TVP-VAR-DMA para os horizontes de previsão $h = 1, 3, 6$ e 12 meses, sendo que o período de avaliação das previsões se inicia em 2007:M2 e vai até 2014:M3. Para as previsões calculadas através do filtro de Kalman, as tabelas trazem também a soma da log-verossimilhança preditiva, que é uma métrica de previsão que envolve toda a distribuição preditiva (para uma motivação mais completa do uso de verossimilhanças preditivas ver, por exemplo, Geweke & Amisano, 2011). Mais precisamente, é apresentado o resultado da soma da log-verossimilhança preditiva para cada modelo individual menos a soma da log-verossimilhança preditiva para o TVP-VAR-DMA. Portanto, valores negativos indicam que o modelo em questão tem pior desempenho do que o modelo *benchmark*. A abordagem MCS é utilizada nas tabelas para selecionar o conjunto de modelos que apresentam previsões superiores para uma dada função de perda.[2] Os resultados do MCS são apresentados de forma que um asterisco (*) indica que aquela previsão particular está contida no MCS ao nível de $\alpha = 0{,}10$.

Ao analisar a parte da Tabela 1 referente aos MSFEs percebe-se que a maior parte dela é preenchida com números maiores do que um, indicando que a abordagem TVP-VAR DMA está prevendo melhor que

[2] A função de perda, L, considerada aqui é o erro de previsão ao quadrado.

Tabela 1. MSFE e soma da log-verossimilhança preditiva relativa ao TVP-VAR-DMA: IBC-Br.

	MSFE				Soma da log-verossimilhança preditiva			
Modelo	$h=1$	$h=3$	$h=6$	$h=12$	$h=1$	$h=3$	$h=6$	$h=12$
VAR Pequeno								
TVP-VAR	1,11	0,98*	1,01	1,00*	−2,3	1,8	−0,1	−1,2
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,13	0,97*	1,01	1,00*	−3,2	1,3	−0,9	−2,3
TVP-VAR($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	1,12	0,98*	1,02	1,00	−3,2	1,0	−0,5	−1,1
TVP-VAR ($\alpha=1$)	1,12	0,98*	1,01	1,01	−2,3	1,9	−0,2	−1,0
TVP-VAR ($\alpha=0,95$)	1,12	0,99*	1,01	1,00*	−2,4	2,4	0,4	−0,4
TVP-VAR ($\alpha=0,001$)	1,08	0,97*	1,01	0,99*	−2,0	2,0	0,9	0,6
VAR. heterocedastico	1,11	0,98*	0,99*	1,01	−1,6	2,2	0,3	−0,7
VAR. homocedastico	1,13	0,99*	1,00	0,99*	2,7	3,9	4,2	3,2
VAR Médio								
TVP- VAR	0,98	1,00*	0,97*	1,01	5,3	0,8	10,0	1,1
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,98*	0,99	0,97*	1,00	5,4	0,5	9,7	0,8
TVP-VAR($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	0,98*	1,00*	0,98*	1,00	4,5	−0,1	8,7	0,5
TVP-VAR ($\alpha=1$)	0,97*	1,00	0,97	1,00	5,8	0,8	10,1	1,0
TVP-VAR ($\alpha=0,95$)	0,96*	0,99	0,98	0,98*	6,6	1,5	11,1	1,8
TVP-VAR ($\alpha=0,001$)	1,01	0,99*	1,01	1,02	0,1	0,0	11,7	−0,7
VAR. heterocedastico	0,98*	1,01	0,97*	1,02	0,8	1,4	10,9	−0,6
VAR. homocedastico	1,02	1,07	0,98*	1,09	−1,7	0,1	10,6	0,1
VAR Grande								
TVP- VAR	1,00	0,99*	0,96*	1,01	0,7	1,2	11,6	−0,8
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,98*	1,01	0,99	0,99*	3,5	0,7	12,8	3,0
TVP-VAR($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	0,98*	1,01	0,98*	1,03	5,0	−3,2	10,5	−7,0
TVP-VAR ($\alpha=1$)	0,99	0,99*	0,96*	1,02	0,4	8,5	11,5	−2,4
TVP-VAR ($\alpha=0,95$)	0,98*	1,00	**0,95***	1,02	1,7	0,2	11,2	−1,1
TVP-VAR ($\alpha=0,001$)	1,01	1,03	1,03	1,09	−0,5	−4,7	−0,6	−14,3
VAR. heterocedastico	0,97*	1,01*	0,97*	1,06	1,8	−1,5	11,1	−3,0
VAR. homocedastico	0,98*	1,05	0,98*	1,12	0,7	−6,9	10,5	−12,7
Modelos Competidores								
Passeio Aleatório	1,85	1,86	2,09	1,93				
VAR(1) MQO pequeno	1,19	1,18	1,02	1,04				
VAR(2) MQO pequeno	0,97*	1,13	1,04	1,06				
BVAR pequeno	1,14	1,04	1,04	1,05				
BVAR médio	1,08	1,03	1,03	1,05				
BVAR grande	1,07	1,02	1,01	1,04				
FAVAR (1-Fator)	1,23	1,05	1,02	1,03				
FAVAR (3-Fatores)	1,20	1,05	1,03	1,03				
FAVAR (5-Fatores)	1,16	1,05	1,03	1,04				
DMA/DMS VAR								
TVP-VAR-DMA	1,00*	1,00*	1,00*	1,00*	0,0	0,0	0,0	0,0
TVP-VAR-DMS	1,00*	0,97*	0,98*	0,98*	0,8	0,9	10,5	11,1
TVP-VAR-DMA ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,97*	0,98*	0,96*	0,99*	−2,8	−4,8	−4,64	−4,45
TVP-VAR-DMS ($\beta_{T+h} \sim RW$)	**0,95***	0,97*	1,03	0,98*	2,3	3,0	−1,7	0,67
TVP-VAR-DMA ($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	0,99*	0,98*	1,04	1,00*	0,6	1,0	−2,4	0,4
TVP-VAR-DMS ($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	0,98*	0,97*	0,98*	**0,97***	1,0	0,9	1,5	3,0
TVP-VAR-DMA ($\alpha=1$)	0,99*	0,99*	0,99*	1,00*	−7,2	1,8	−1,0	0,6
TVP-VAR-DMS ($\alpha=1$)	1,00*	0,98*	1,00*	0,99*	1,0	8,7	1,3	2,8
TVP-VAR-DMA ($\alpha=0,95$)	0,99*	1,03	1,05	1,00*	0,7	−0,9	1,4	0,6
TVP-VAR-DMS ($\alpha=0,95$)	1,00*	0,97*	0,99*	0,98*	0,5	8,9	10,5	10,4
TVP-VAR-DMA ($\alpha=0,001$)	1,02	0,98*	1,04	1,02*	−8,0	−2,5	−1,6	−1,7
TVP-VAR-DMS ($\alpha=0,001$)	0,99*	**0,96***	1,00*	1,01*	−0,2	4,7	2,0	−6,4

Notas: Esta tabela apresenta a média dos erros de previsão ao quadrado (MSFE) de cada modelo específico relativos à média dos erros de previsão ao quadrado do modelo TVP-VAR-DMA. Valores menores que 1 indicam que o modelo em questão supera o TVP-VAR-DMA em termos de previsões. Alternativamente, valores maiores do que 1 indicam que o modelo em questão faz previsões piores que TVP-VAR-DMA por esse critério. As log-verossimilhanças preditivas 1-passo à frente também são apresentadas em relação ao modelo TVP-VAR-DMA, considerado como *benchmark*. Valores negativos (positivos) indicam que o modelo *benchmark* é melhor (pior) que o modelo em questão. Os asteriscos indicam que o modelo faz parte do $\widehat{M}^*_{0,90}$, o conjunto dos modelos superiores que contém os melhores modelos com probabilidade não menor que 90%. Valores em negrito indicam o melhor desempenho no horizonte de previsão considerado.

Tabela 2. MSFE e soma da log-verossimilhança preditiva relativa ao TVP-VAR-DMA: IPCA.

	MSFE				Soma da log-verossimilhança preditiva			
Modelo	$h=1$	$h=3$	$h=6$	$h=12$	$h=1$	$h=3$	$h=6$	$h=12$
VAR Pequeno								
TVP-VAR	1,02	1,01*	0,98	**0,90***	1,0	0,7	−1,4	7,0
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,05	1,01*	1,05	0,93*	1,8	−0,3	−1,4	3,3
TVP-VAR($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	1,01*	1,01*	1,09	0,92*	3,7	0,8	2,5	6,6
TVP-VAR ($\alpha=1$)	1,02	1,00*	1,05	0,92*	1,1	0,9	−1,3	7,3
TVP-VAR ($\alpha=0,95$)	1,03	1,01*	1,03	0,96*	−0,9	1,5	−0,7	5,2
TVP-VAR ($\alpha=0,001$)	1,04	1,00	1,06	0,97*	−1,0	−5,3	−0,9	0,5
VAR. heterocedastico	1,03	1,00	1,02	0,95*	0,9	−5,7	−0,3	2,5
VAR. homocedastico	1,03	1,01	1,00*	0,94*	1,5	5,2	2,7	5,2
VAR Médio								
TVP- VAR	1,11	0,97*	0,91*	1,07	−2,8	9,9	22,0	3,7
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,09	0,96*	0,92*	1,08	−1,8	10,0	21,0	2,1
TVP-VAR($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	1,14	0,98*	0,93*	1,08	−4,6	7,9	18,0	2,6
TVP-VAR ($\alpha=1$)	1,08	0,96*	0,91*	1,07	−1,8	10,0	22,6	3,5
TVP-VAR ($\alpha=0,95$)	1,27	1,01*	0,92*	1,07	−3,1	8,1	20,0	3,1
TVP-VAR ($\alpha=0,001$)	1,06	0,94*	0,99*	1,07	1,0	9,5	19,5	−2,7
VAR. heterocedastico	1,14	0,97*	0,90*	1,03*	−2,6	11	23,7	−1,1
VAR. homocedastico	1,29	0,99*	0,88*	1,08	−9,8	6,1	19,9	−1,2
VAR Grande								
TVP- VAR	1,08	**0,93***	0,92*	1,07	−3,8	9,8	21,4	0,1
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,34	0,99	**0,87***	1,09	−8,6	1,0	25,0	4,3
TVP-VAR($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	1,30	1,03	0,90	1,05	−10,0	6,1	19,7	−2,8
TVP-VAR ($\alpha=1$)	1,07	0,92*	0,92*	1,06	−3,6	9,6	21,0	−0,2
TVP-VAR ($\alpha=0,95$)	1,14	0,97*	0,89*	1,08	−4,8	7,9	20,1	0,4
TVP-VAR ($\alpha=0,001$)	1,12	0,94*	0,93*	1,11	−4,6	8,2	18,7	−8,5
VAR. heterocedastico	1,23	0,98*	0,89*	1,11	−6,4	10,0	21,9	−0,6
VAR. homocedastico	1,34	1,03	0,92*	1,08	−11,0	−5,5	19,1	−2,1
Modelos Competidores								
Passeio Aleatório	1,05	1,65	2,14	1,18				
VAR(1) MQO pequeno	1,17	1,05	0,98*	0,99				
VAR(2) MQO pequeno	0,94*	0,96*	0,96*	0,99				
BVAR pequeno	0,95*	0,96*	0,98*	1,00				
BVAR médio	0,93*	0,97*	0,99	1,00				
BVAR grande	**0,92***	0,94*	0,95*	1,01				
FAVAR (1-Fator)	0,97*	0,95*	0,98*	1,01				
FAVAR (3-Fatores)	0,96*	0,97*	0,99	1,01				
FAVAR (5-Fatores)	0,95*	0,96*	1,02	1,00				
DMA/DMS VAR								
TVP-VAR-DMA	1,00*	1,00*	1,00*	1,00*	0,0	0,0	0,0	0,0
TVP-VAR-DMS	0,94*	0,99*	1,03	0,98*	2,6	5,9	−6,7	4,7
TVP-VAR-DMA ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,99*	0,99*	0,99*	1,03	7,5	3,5	0,8	−6,5
TVP-VAR-DMS ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,00*	0,99*	1,00	0,98*	0,3	8,1	9,8	7,2
TVP-VAR-DMA ($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	0,99*	0,98*	1,04	0,97*	2,3	3,5	−1,1	3,9
TVP-VAR-DMS ($\lambda=0,99$; $\kappa=0,96$; $\alpha=0,99$)	0,94*	0,99*	1,03	0,95*	2,6	4,1	−3,6	5,2
TVP-VAR-DMA ($\alpha=1$)	1,00*	1,00	0,97*	0,99*	0,0	0,0	1,4	−0,1
TVP-VAR-DMS ($\alpha=1$)	1,00*	1,01	1,04	0,96*	1,4	4,0	−0,8	2,3
TVP-VAR-DMA ($\alpha=0,95$)	1,04	1,01	0,99*	1,02	−6,0	−5,9	0,6	−4,6
TVP-VAR-DMS ($\alpha=0,95$)	0,99*	0,99*	1,01	1,01	0,8	4,0	−1,7	−2,9
TVP-VAR-DMA ($\alpha=0,001$)	1,07	1,03	1,06	1,01*	−6,1	−12,0	−1,6	−10,0
TVP-VAR-DMS ($\alpha=0,001$)	1,05	1,00	1,07	0,96*	−1,1	1,5	−12,0	0,6

Notas: Esta tabela apresenta a média dos erros de previsão ao quadrado (MSFE) de cada modelo específico relativos à média dos erros de previsão ao quadrado do modelo TVP-VAR-DMA. Valores menores que 1 indicam que o modelo em questão supera o TVP-VAR-DMA em termos de previsões. Alternativamente, valores maiores do que 1 indicam que o modelo em questão faz previsões piores que TVP-VAR-DMA por esse critério. As log-verossimilhanças preditivas 1-passo à frente também são apresentadas em relação ao modelo TVP-VAR-DMA, considerado como *benchmark*. Valores negativos (positivos) indicam que o modelo *benchmark* é melhor (pior) que o modelo em questão. Os asteriscos indicam que o modelo faz parte do $\widehat{M}^*_{0,90}$, o conjunto dos modelos superiores que contém os melhores modelos com probabilidade não menor que 90%. Valores em negrito indicam o melhor desempenho no horizonte de previsão considerado.

Tabela 3. MSFE e soma da log-verossimilhança preditiva relativa ao TVP-VAR-DMA: SELIC.

	MSFE				Soma da log-verossimilhança preditiva			
Modelo	$h=1$	$h=3$	$h=6$	$h=12$	$h=1$	$h=3$	$h=6$	$h=12$
VAR Pequeno								
TVP-VAR	0,93*	0,86*	0,97*	1,05	5,5	0,3	4,4	0,6
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,98*	0,85*	0,99*	1,01	5,0	5,2	3,8	−3,2
TVP-VAR($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$)	0,91*	0,83*	0,97*	1,06	5,9	3,8	3,7	−4,5
TVP-VAR ($\alpha = 1$)	0,94*	0,84*	0,97*	1,05	9,1	4,4	8,1	−4,0
TVP-VAR ($\alpha = 0{,}95$)	0,94*	0,87*	0,97*	1,00*	4,9	4,8	4,6	−0,6
TVP-VAR ($\alpha = 0{,}001$)	1,05	0,87*	0,99*	1,05	1,5	−0,5	4,6	−3,9
VAR. heterocedastico	0,94*	0,87*	0,97*	1,05	5,1	−0,1	4,6	−4,1
VAR. homocedastico	0,98*	0,88*	1,01	1,02	−5,9	−1,1	−2,9	−5,0
VAR Médio								
TVP- VAR	1,22	1,19	1,06	0,95*	−6,9	−10,0	3,6	15,0
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,91*	0,92*	**0,90***	0,91*	12,0	3,7	8,8	24,0
TVP-VAR($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$)	1,22	1,17	1,06	0,97*	−7,5	−11,0	−2,6	14,0
TVP-VAR ($\alpha = 1$)	1,20	1,17	1,05	0,95*	−6,4	−9,9	−3,49	15,0
TVP-VAR ($\alpha = 0{,}95$)	1,20	1,22	1,06	0,95*	−6,3	−10,0	−3,54	16,0
TVP-VAR ($\alpha = 0{,}001$)	1,22	1,10	1,15	1,10	−7,3	−10,0	−1,9	−1,3
VAR. heterocedastico	1,21	1,20	1,06	0,94*	−6,1	−9,5	−3,73	16,0
VAR. homocedastico	1,36	1,28	1,11	0,97*	−19,0	−21,0	−5,1	9,5
VAR Grande								
TVP- VAR	1,53	1,43	1,11	0,98*	−13,0	−15,0	−3,4	1,4
TVP-VAR ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,19	1,28	0,98*	0,92*	−2,9	−7,8	6,32	25,0
TVP-VAR($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$)	1,48	1,37	1,07	0,94*	−12,0	−17,0	1,96	15,0
TVP-VAR ($\alpha = 1$)	1,53	1,43	1,10	0,99*	−13,0	−15,0	−0,67	1,8
TVP-VAR ($\alpha = 0{,}95$)	1,44	1,35	1,13	1,03	−10,0	−12,3	−1,48	−1,2
TVP-VAR ($\alpha = 0{,}001$)	1,23	1,30	1,12	1,09	−8,3	−14,0	−3,2	−8,2
VAR. heterocedastico	1,42	1,38	1,13	1,03*	−9,6	−13,0	−2,59	−2,0
VAR. homocedastico	1,32	1,26	1,02	0,95*	−18,0	−20,0	−3,1	10,0
Modelos Competidores								
Passeio Aleatório	1,49	1,70	1,05	1,31				
VAR(1) MQO pequeno	0,96*	0,99	0,98*	0,98*				
VAR(2) MQO pequeno	1,17	1,06	1,01	0,96*				
BVAR pequeno	1,11	1,09	1,01	0,97*				
BVAR médio	1,14	1,05	1,00	0,99				
BVAR grande	1,13	1,02	0,98*	1,09				
FAVAR (1-Fator)	1,18	1,02	0,95*	0,90*				
FAVAR (3-Fatores)	1,18	1,02	0,95*	0,90*				
FAVAR (5-Fatores)	1,16	1,00	0,93*	**0,88***				
DMA/DMS VAR								
TVP-VAR-DMA	1,00*	1,00*	1,00*	1,00*	0,0	0,0	0,0	0,0
TVP-VAR-DMS	1,00*	0,88*	0,91*	0,99*	1,0	12,0	5,34	2,8
TVP-VAR-DMA ($\beta_{T+h} \sim RW$)	1,02	1,01*	0,99*	0,99*	−1,2	0,6	1,01	4,3
TVP-VAR-DMS ($\beta_{T+h} \sim RW$)	0,98*	0,92*	0,92*	0,99*	2,2	−2,9	3,87	11,2
TVP-VAR-DMA ($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$)	0,98*	0,97*	1,05	1,06	8,9	7,7	−1,6	−4,1
TVP-VAR-DMS ($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$)	**0,90***	**0,81***	0,91*	0,99*	4,8	3,4	5,3	1,2
TVP-VAR-DMA ($\alpha = 1$)	1,00*	1,00	0,99*	0,99	−1,4	0,6	−1,8	1,4
TVP-VAR-DMS ($\alpha = 1$)	0,96*	0,88*	0,93*	1,00	3,7	8,6	5,3	−2,5
TVP-VAR-DMA ($\alpha = 0{,}95$)	1,04	1,04	1,11	1,10	−5,0	−3,4	−0,2	−1,2
TVP-VAR-DMS ($\alpha = 0{,}95$)	1,01*	0,93*	0,96*	1,03*	1,9	5,6	3,8	−14,0
TVP-VAR-DMA ($\alpha = 0{,}001$)	1,18	1,06	1,26	1,14	−4,0	0,6	−9,7	−1,4
TVP-VAR-DMS ($\alpha = 0{,}001$)	1,05	0,87*	1,12	1,13	−0,4	2,9	−1,1	−9,5

Notas: Esta tabela apresenta a média dos erros de previsão ao quadrado (MSFE) de cada modelo específico relativos à média dos erros de previsão ao quadrado do modelo TVP-VAR-DMA. Valores menores que 1 indicam que o modelo em questão supera o TVP-VAR-DMA em termos de previsões. Alternativamente, valores maiores do que 1 indicam que o modelo em questão faz previsões piores que TVP-VAR-DMA por esse critério. As log-verossimilhanças preditivas 1-passo à frente também são apresentadas em relação ao modelo TVP-VAR-DMA, considerado como *benchmark*. Valores negativos (positivos) indicam que o modelo *benchmark* é melhor (pior) que o modelo em questão. Os asteriscos indicam que o modelo faz parte do $\widehat{M}^*_{0,90}$, o conjunto dos modelos superiores que contém os melhores modelos com probabilidade não menor que 90%. Valores em negrito indicam o melhor desempenho no horizonte de previsão considerado.

os demais modelos. Porém, existem alguns horizontes para os quais os modelos TVP-VAR com dimensão fixa apresentam bom desempenho. Enquanto os TVP-VAR pequenos têm desempenho muito bom para o horizonte $h = 3$, para o horizonte $h = 1$ isto acontece apenas para os modelos com dimensão média e grande. É interessante perceber que, para o IBC-Br, as especificações TVP-VAR-DMA ($\beta_{T+h} \sim RW$) e TVP-VAR-DMS ($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$) são as únicas que superam o *benchmark* em todos os horizontes de previsão considerados, indicando a boa qualidade das previsões obtidas através dos TVP-VARs que utilizam as abordagens DMA e DMS. Além disso, nota-se que os modelos competidores tem MSFE quase sempre maior do que um, reforçando a qualidade das previsões do *benchmark* TVP-VAR-DMA.

Já no caso específico das previsões para a inflação (IPCA) apresentadas na Tabela 2, o BVAR grande prevê melhor para o horizonte mais curto ($h = 1$), mas apesar de apresentarem bom desempenho nas previsões para 3 e 6 meses à frente, os BVAR são superados pelo TVP-VAR grande. Nas previsões de mais longo prazo (12-meses à frente), o TVP-VAR pequeno faz o melhor trabalho. Em geral, os MSFEs indicam que os TVP-VARs com DMA e DMS são as abordagens de previsão mais consistentes, apresentando bom desempenho em todos os horizontes considerados. Mais especificamente, somente o TVP-VAR-DMA e o VAR heterocedástico estão no MCS para todos os horizontes de previsão, sendo que o VAR heterocedástico apresenta resultados de MSFE pior do que os obtidos pelo TVP-VAR-DMA para os horizontes $h = 1$, 3 e 6. Além disso, o fato do MCS ser formado por um conjunto bem maior de modelos nesse caso indica a dificuldade em se escolher um modelo superior no caso das previsões para o IPCA.

Na Tabela 3, que traz as previsões para a taxa de juros (SELIC), mais uma vez os TVP-VARs com DMA e DMS obtêm excelentes resultados. Os modelos competidores apresentam resultados inferiores para todos os horizontes de previsão, exceto para $h = 12$, onde o FAVAR com cinco fatores apresenta o melhor resultado. Novamente, somente especificações de TVP-VAR estão presentes no MCS para todos os horizontes de previsão. Além disso, os resultados dos TVP-VARs são muito superiores em horizontes de previsão mais curtos, como $h = 1$ e 3.

Na maioria dos casos, as log-verossimilhanças preditivas indicam que a abordagem DMA prevê ligeiramente melhor do que a DMS, embora esse resultado não se reflita nos MSFEs, onde a abordagem DMS exibe desempenho melhor em muitos casos. Uma possível explicação para este resultado é que as estratégias DMA e DMS possuem diferentes graus de encolhimento e este pode afetar de forma diferente as duas funções perda consideradas. A abordagem DMS atribui peso 1 ao melhor modelo e peso zero aos demais, reduzindo a zero a relevância dos modelos não selecionados. Koop & Korobilis (2013) argumentam que esse encolhimento adicional pode fornecer alguns benefícios de previsão à estratégia DMS em relação à DMA, pois ignora completamente modelos com desempenho inferior. Além disso, diante de mudanças rápidas, a metodologia DMS tenderá a se ajustar mais rapidamente do que a DMA, uma vez que pode selecionar um modelo inteiramente novo, ao invés de ajustar os pesos de todos os modelos.

Analisando especificamente os modelos TVP-VAR com dimensão fixa, o primeiro ponto que chama a atenção é que, para a maioria dos casos, as diferentes especificações consideradas levam a resultados parecidos em termos de MSFE. Diferentes tratamentos para o fator de esquecimento α usado no procedimento DMS que escolhe λ, κ e γ não afeta os resultado de forma considerável. O modelo com pequena dimensão tende a prever melhor a taxa de juros que os modelos médios e grandes, embora existam algumas exceções. Já no caso do IBC-Br, o TVP-VAR de pequena dimensão apresenta desempenho inferior aos modelos médios e grandes. Para a inflação, o TVP-VAR grande é superior, exceto quando se considera as previsões de longo prazo, $h = 12$, caso no qual o TVP-VAR pequeno supera todos os demais modelos. Tais resultados indicam um certo grau de incerteza em relação a quais variáveis incluir no TVP-VAR, o que reforça a importância das abordagens DMA e DMS.

Como já indicado na Figura 2, os parâmetros variantes no tempo não parecem contribuir muito para a previsão, uma vez que os resultados obtidos por TVP-VARs de diferentes tamanhos, apesar de levemente superiores, são similares aos obtidos pelos modelos VAR heterocedásticos (estimados exatamente como o TVP-VAR, mas fixando-se $\lambda = 1$). Por outro lado, a importância de se considerar erros heterocedásticos fica evidente quando o resultado dos modelos VAR homocedásticos e heterocedásticos são comparados. Considerando-se as diferentes variáveis analisadas, tamanhos de modelos e também horizontes de previ-

são, o modelo VAR heterocedástico obtém resultados superiores em relação à sua versão homocedástica na ampla maioria dos casos. Entretanto, exatamente como ocorrido com os modelos TVP-VAR, os resultados para modelos VAR com parâmetros fixos não permitem discriminar entre os diferentes tamanhos, uma vez que o desempenho de cada um deles muda de acordo com o horizonte de previsão e com a variável a ser prevista. Por exemplo, para $h = 6$ o modelo VAR médio exibe melhores resultados, mas para os horizontes mais curtos, o modelo pequeno tem melhor desempenho. Assim, mesmo quando se está trabalhando com os modelos VAR com parâmetros fixos, pode ser interessante o uso das abordagens DMA e DMS, possibilitando melhores previsões nos casos onde há incerteza a respeito da dimensão do VAR.

Conforme pode ser observado nas tabelas, os resultados relativos ao MCS indicam que o modelo *benchmark* TVP-VAR-DMA é o único que pertence ao o conjunto que contém o melhor modelo com probabilidade não inferior a 90%, $\hat{M}^{*}_{0,90}$, para todas as variáveis e todos os horizontes de previsão considerado. Ou seja, o modelo TVP-VAR-DMA é o único que apresenta desempenho consistente em todos os 12 problemas de previsão analisados (4 horizontes de previsão e 3 variáveis diferentes).

Em linha com Koop & Korobilis (2013), os resultados encontrados neste trabalho indicam que apesar das abordagens TVP-VAR-DMA e TVP-VAR-DMS nem sempre produzirem as melhores previsões, estas estão consistentemente entre os melhores modelos. Entretanto, não é possível identificar uma única especificação que domine todas as demais em todos os horizontes de previsão e variáveis de interesse. Na literatura brasileira, Carlos & Marçal (2013) analisaram diferentes metodologias para a previsão da inflação (IPCA) e também encontram evidências de que não existe um modelo que supere todos os demais em todos os horizontes de previsão. Autores como R. T. Ferreira et al. (2005) e Céspedes et al. (2006) realizaram previsões da taxa de crescimento do PIB real do Brasil usando diferentes abordagens e também não identificaram uma abordagem que domine todas as demais. É justamente essa dificuldade em identificar um único modelo de previsão que sugere a utilização da abordagem MCS.

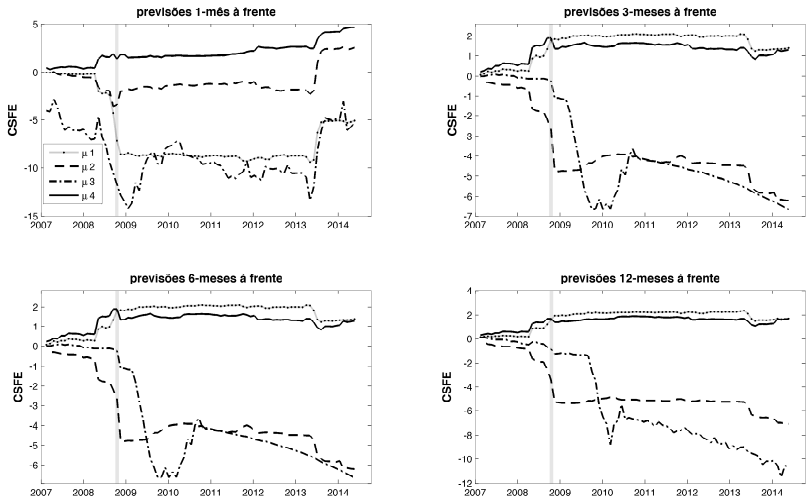
Seguindo Welch & Goyal (2008), para permitir a avaliação dos diferentes modelos em diferentes períodos de tempo, são apresentados gráficos com a diferença entre o erro quadrado de previsão acumulado (CSFE), calculado como em (12), de alguns modelos considerados e do TVP-VAR-DMA ao longo de toda a avaliação fora da amostra. As figuras 4 a 5 mostram o resultado para cada variável e para cada horizonte de previsão. Para facilitar a visualização, o gráfico apresenta apenas os modelos que se mostraram como fortes competidores ao TVP-VAR-DMA em algum momento. São eles: o modelo VAR heterocedástico pequeno (μ_1), o modelo BVAR grande (μ_2), o modelo FAVAR com 5 fatores (μ_3) e o modelo TVP-VAR-DMS com $\lambda = 0{,}99$, $\kappa = 0{,}96$ e $\alpha = 0{,}99$ (μ_4). Cada linha do gráfico representa um modelo diferente e mostra o desempenho individual de cada um em relação ao TVP-VAR-DMA, em particular, um CSFE crescente indica um desempenho superior ao TVP-VAR-DMA, ao passo que CSFE decrescente indica pior desempenho relativo.

A linha vertical nas figuras indica o início da crise financeira internacional.[3] Após esse período, as taxas de juros da economia brasileira inicialmente subiram e, em seguida, foram reduzidas drasticamente, de cerca de 14% para 8,5%. Os gráficos do CSFE permitem examinar em detalhes o desempenho mês a mês dos diferentes modelos a partir do início da crise. O CSFE mostra que, para as previsões do IBC-Br, a maioria dos modelos apresentam uma queda no desempenho relativo ao TVP-VAR-DMA no período da crise. O único modelo que não é afetado em nenhum dos horizontes é o TVP-VAR-DMS com $\lambda = 0{,}99$, $\kappa = 0{,}96$ e $\alpha = 0{,}99$, mostrando que a seleção de modelos foi importante para um bom desempenho. Este modelo também apresentou um maior estabilidade durante todo o período analisado, evidenciando a menor volatilidade do erro de previsão ao quadrado obtido pela seleção de modelos. No caso do IPCA, para os horizontes de previsão intermediários, a crise também parece ter favorecido o desempenho relativo dos modelos BVAR. Note que após 2010, a inclinação da linha do modelo BVAR é muito similar às dos modelos VAR heterocedástico e FAVAR, mas o desempenho extremamente superior em uma pequena

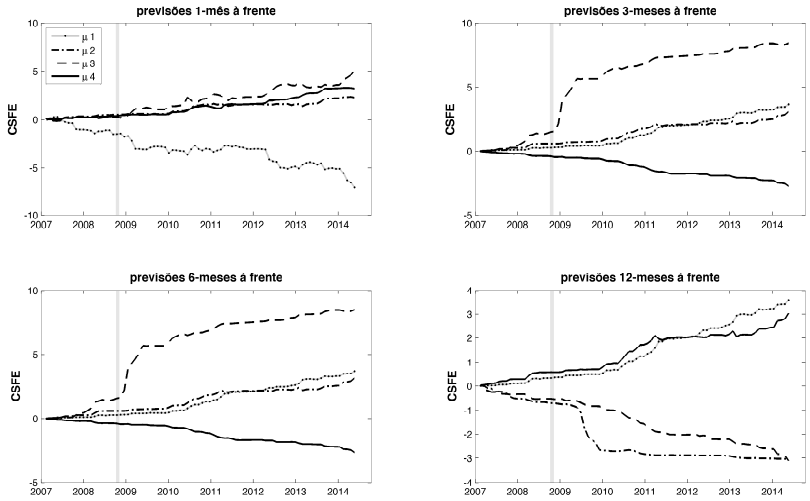
[3] O período de início da crise utilizado é setembro de 2008, mês da bancarrota do banco de investimentos norte americano Lehman Brothers.

Figura 4. Erros de previsão cumulativos ao quadrado para o IBC-Br e Inflação – CSFE.

(a) CSFE para o IBC-Br



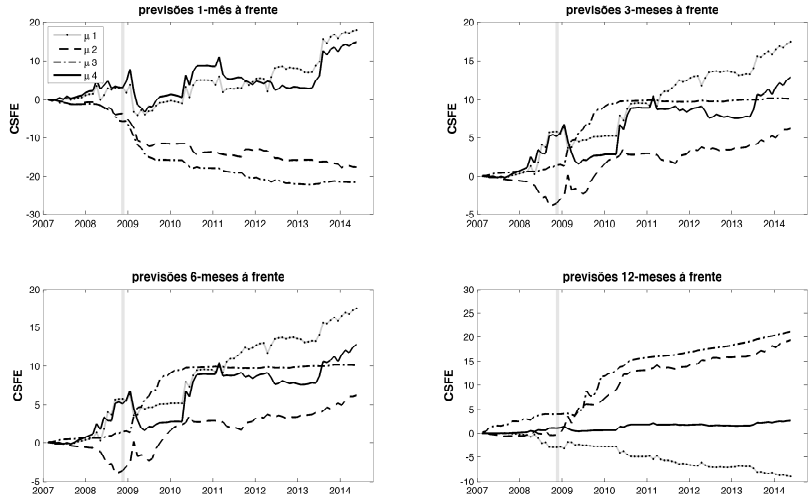
(b) CSFE para o IPCA



Notas: As figuras (a) e (b) apresentam os erros de previsão ao quadrado cumulativos (CSFE) em relação ao random walk para as previsões do IBC-Br no Painel (a) e da taxa de inflação (IPCA) no Painel (b). As figuras mostram os CSFEs para os modelos com melhor desempenho nos horizontes de previsão considerados. As barras cinzas indicam período de recessão. As seguintes abreviações são usadas nos gráficos: $\mu 1$ refere-se ao modelo VAR heterocedástico pequeno, $\mu 2$ representa o modelo BVAR de grande dimensão, $\mu 3$ refere-se ao FAVAR com 5 fatores e $\mu 4$ refere-se ao modelo TVP-VAR-DMS $\lambda = 0{,}99$, $\kappa = 0{,}96$ e $\alpha = 0{,}99$).

Figura 5. Erros de previsão cumulativos ao quadrado para a taxa de juros – CSFE.

(a) CSFE para SELIC



Notas: Esta figura apresenta os erros de previsão ao quadrado cumulativos (CSFE) em relação ao random walk para as previsões da taxa de juros. A figura mostra os CSFEs para os modelos com melhor desempenho nos horizontes de previsão considerados. As barras cinzas indicam período de recessão. As seguintes abreviações são usadas nos gráficos: $\mu 1$ refere-se ao modelo VAR heterocedástico pequeno, $\mu 2$ representa o modelo BVAR de grande dimensão, $\mu 3$ refere-se ao FAVAR com 5 fatores e $\mu 4$ refere-se ao modelo TVP-VAR-DMS ($\lambda = 0{,}99$; $\kappa = 0{,}96$; $\alpha = 0{,}99$).

parte da amostra fez com que esse modelo obtivesse um resultado final muito melhor.

5. CONCLUSÃO

Neste artigo investigou-se o uso de diversas especificações de modelos VAR com parâmetros variando no tempo e erros heterocedásticos (TVP-VAR) para a previsão do IBC-Br, inflação e taxa de juros no Brasil. Analisou-se também a estratégia de combinação dinâmica (DMA) de diferentes especificações de TVP-VAR, bem como a estratégia de seleção dinâmica da melhor especificação (DMS). Os resultados das previsões geradas pelos TVP-VAR foram comparadas com modelos VAR bayesianos (BVAR) e modelos VAR aumentados por fatores (FAVAR). As estratégias DMA e DMS ampliam a abordagem TVP-VAR ao permitir não apenas que os parâmetros dos modelos variem ao longo do tempo, mas também permitindo mudanças entre os diferentes modelos. A estimação dos modelos TVP-VAR é facilitada pelo uso de fatores de esquecimento sendo que o modelo final exige apenas a definição de 3 parâmetros, independentemente do número de variáveis utilizadas no VAR, acabando com a "maldição da dimensionalidade" que tanto restringe as aplicações empíricas de modelos VAR. Portanto, este trabalho está diretamente relacionado com o exercício de previsão implementado por Koop & Korobilis (2013) para a economia norte-americana.

As evidências empíricas encontradas indicam os benefícios das abordagens DMA e DMS. Em particular, observa-se que a estratégia TVP-VAR-DMA apresenta previsões satisfatórias para todas as variáveis analisadas e em todos os quatro horizontes de previsão considerados. Mais especificamente, a avaliação de previsões feita através da metodologia de *model confidence set* indicou que o TVP-VAR-DMA é a única das 44 metodologias consideradas que está sempre incluída no conjunto que contém o melhor modelo de previsão com 90% de confiança. Com isso, os resultados mostram que modelos TVP-VAR são ferramentas adequadas para previsão de variáveis macroeconômicas quando se dispõe de um grande painel

de dados e quando há incerteza em relação à dimensão do modelo a ser utilizado.

Adicionalmente, apresenta-se também evidências de que a inclusão de efeitos heterocedásticos são importantes mesmo quando o foco é apenas a previsão da média condicional. Já a inclusão de parâmetros variantes no tempo e de uma grande base de dados contendo várias variáveis não parece ter um efeito tão consistente em todos os casos analisados. TVP-VARs, BVARs e modelos FAVAR que utilizam todas as 20 variáveis disponíveis apresentam resultados muito bons para a previsão de inflação, porém, este padrão não se repete para a previsão do IBC-Br, nem para a previsão da taxa SELIC.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arruda, E. F., Ferreira, R. T. & Castelar, I. (2011). Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de inflação no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, *65*(3), 237–252. Disponível em: http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/view/1523

Bańbura, M., Giannone, D. & Reichlin, L. (2010). Large bayesian vector auto regressions. *Journal of Applied Econometrics*, *25*(1), 71–92. doi: 10.1002/jae.1137

Bernanke, B. S., & Boivin, J. (2003). Monetary policy in a data-rich environment. *Journal of Monetary Economics*, *50*(3), 525–546. doi: 10.1016/S0304-3932(03)00024-2

Bernanke, B. S., Boivin, J. & Eliasz, P. S. (2005). Measuring the effects of monetary policy: A factor-augmented vector autoregressive (favar) approach. *The Quarterly Journal of Economics*, *120*(1), 387–422. doi: 10.1162/0033553053327452

Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2009). *Time series: Theory and methods* [reprint of the 1991 edition]. Springer.

Carlos, T. C., & Marçal, E. F. (2013, August 28). Forecasting Brazilian inflation by its aggregate and disaggregated data: A test of predictive power by forecast horizon. In S. Henzel (Presid.), *European Economic Association & Econometric Society 2013 Parallel Meetings*, Gothenburg, Sweden. Disponível em: http://www.eea-esem.com/eea-esem/2013/prog/viewpaper.asp?pid=553

Carriero, A., Kapetanios, G. & Marcellino, M. (2009). Forecasting exchange rates with a large Bayesian VAR. *International Journal of Forecasting*, *25*(2), 400–417. doi: 10.1016/j.ijforecast.2009.01.007

Carriero, A., Kapetanios, G. & Marcellino, M. (2012). Forecasting government bond yields with large Bayesian vector autoregressions. *Journal of Banking & Finance*, *36*(1), 2026–2047. doi: 10.1016/j.jbankfin.2012.03.008

Céspedes, B. J. V., Chauvet, M. & Lima, E. C. R. (2006). Forecasting Brazilian output and its turning points in the presence of breaks: A comparison of linear and nonlinear models. *Estudos Econômicos*, *36*(1), 5–46. Disponível em: http://www.revistas.usp.br/ee/article/view/35863

Chauvet, M. (2001). Leading indicators of inflation for Brazil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, *31*(1), 43–74. Disponível em: http://ppe.ipea.gov.br/index.php/ppe/article/view/160/95

Cogley, T., & Sargent, T. J. (2005). Drift and volatilities: Monetary policies and outcomes in the post WWII US. *Review of Economic Dynamics*, *8*(2), 262–302. doi: 10.1016/j.red.2004.10.009

Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing preditive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, *13*(3), 253–263. doi: 10.1080/07350015.1995.10524599

Doan, T., Litterman, R. B. & Sims, C. A. (1984). Forecasting and conditional projection using realistic prior distribution. *Econometric Reviews*, *3*(1), 1–144. doi: 10.1080/07474938408800053

Ferreira, D., & Palma, A. (2014). Forecasting inflation with the Phillips curve: A dynamic model averaging approach for Brazil. In *Anais das XXIX Jornada Anuales de Economía.* Banco Central do Uruguay.

Ferreira, R. T., Bierens, H. & Castelar, I. (2005). Forecasting quarterly Brazilian GDP growth rate with linear and nonlinear diffusion index models. *EconomiA* (revista da ANPEC), *6*(3), 261–292. Disponível em: http://www.anpec.org.br/revista/vol6/vol6n3p261_292.pdf

Frühwirth-Schnatter, S. (2006). *Finite mixture and markov switching models*. New York, NY: Springer.

Geweke, J., & Amisano, G. (2011). Hierarchical Markov normal mixture models with applications to financial asset returns. *Journal of Applied Econometrics*, *26*(1), 1–29. doi: 10.1002/jae.1119

Giannone, D., Lenza, M., Momferatou, D. & Onorante, L. (2014). Short-term inflation projections: A Bayesian vector autoregressive approach. *International Journal of Forecasting*, *30*(3), 635–644. doi:

10.1016/j.ijforecast.2013.01.012

Giannone, D., & Reichlin, L. (2006). Does information help recovering structural shocks from past observations? *Journal of the European Economic Association*, *4*(2-3), 455–465. doi: 10.1162/jeea.2006.4.2-3.455

Hansen, P. R. (2005). A test for superior predictive ability. *Journal of Business & Economic Statistics*, *23*(4), 365–380. doi: 10.1198/073500105000000063

Hansen, P. R., Lunde, A. & Nason, J. M. (2011). The model confidence set. *Econometrica*, *79*(2), 453–497. doi: 10.3982/ECTA5771

Jazwinski, A. H. (1970). *Stochastic processes and filtering theory*. Academic Press.

Koop, G., & Korobilis, D. (2013). Large time-varying parameter VARs. *Journal of Econometrics*, *177*(2), 185–198. doi: 10.1016/j.jeconom.2013.04.007

Litterman, R. B. (1986). Forecasting with bayesian vector autoregressions: Five years of experience. *Journal of Business & Economic Statistics*, *4*(1), 25–38. doi: 10.1080/07350015.1986.10509491

Politis, D. N., & Romano, J. P. (1994). The stationary bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, *89*(428), 1303–1313.

Raftery, A. E., Kárný, M. & Ettler, P. (2010). Online prediction under model uncertainty via dynamic model averaging: Application to a cold rolling mill. *Technometrics*, *52*(1), 52–66. doi: 10.1198/TECH.2009.08104

Rossi, J. L., Jr., & Carvalho, M. D. d. (2009). Identification of monetary policy shocks and its effects: Favar methodology for the brazilian economy. *Brazilian Review of Econometrics*, *29*(2), 285–313. Disponível em: http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/bre/article/view/3444

Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, *48*(1), 1–48. doi: 10.2307/1912017

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2002a). Forecasting using principal components from a large number of predictors. *Journal of the American Statistical Association*, *97*(460), 1167–1179. doi: 10.1198/016214502388618960

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2002b). Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business & Economic Statistics*, *20*(2), 147–162. doi: 10.1198/073500102317351921

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2005, June). *Implications of dynamic factor models for VAR analysis* (Working Paper N° 11467). National Bureau of Economic Research (NBER). doi: 10.3386/w11467

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2009). Forecasting in dynamic factor models subject to structural instability. In J. Castle & N. Shephard (Eds.), *The methodology and practice of econometrics: Festschrift in honor of d. f. hendry* (pp. 1–57). Oxford University Press. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199237197.003.0007

Welch, I., & Goyal, A. (2008). A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction. *The Review of Financial Studies*, *21*(4), 1455–1508. doi: 10.1093/rfs/hhm014

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150020
Revista Brasileira de Economia, **69**(4), 429–449

Carry Trade e Risco Cambial: um Conto de Dois Fatores*

Alex Luiz Ferreira,† Michael John Moore‡

Sumário: **1. Introdução; 2. Teoria Econômica do Risco Cambial; 3. Dados e Resultados; 4. Considerações Finais.**

Palavras-chave: **Juros, Câmbio, Risco.**

Códigos JEL: **F31.**

Retornos da estratégia de *carry trade* tem sido explicados usando-se funções de utilidade inseparáveis no tempo que permitem prêmios de risco voláteis. Tipicamente tais funções mimetizam as preferências de economia fechada que dependem de bens duráveis e não duráveis. Este trabalho retorna a uma classificação mais tradicional, em macroeconomia internacional, de consumo entre bens domésticos e importados. O modelo é aplicado para países que representam 98,2% do volume mundial do comércio bilateral de câmbio. Reporta-se uma melhora acentuada na significância dos betas de consumo.

Carry trade returns have been explained using time inseparable utility functions which allow for volatile risk premia. However these functions typically mimic closed economy preferences which depend on durable and non-durable goods. This paper returns to a more traditional classification of consumption, in international macroeconomics, into domestic and importable goods. The model is implemented for countries that represent 98,2% of the world market turnover in bilateral foreign exchange trades. We report a marked improvement in estimated consumption betas.

1. INTRODUÇÃO

Carry trade é o nome dado à uma das principais estratégias especulativas do mercado de câmbio. Ela consiste em se tomar emprestado nos mercados de países com taxa de juros mais baixas para depois se investir em moedas de economias que oferecem títulos com taxas mais altas. Essa atividade só pode ser lucrativa *ex ante*, se houver uma falha da Paridade da Taxa de Juros (PTJ), isto é, se o coeficiente das

*Alex Luiz Ferreira agradece ao apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pela concessão de Bolsa de Pesquisa no Exterior, processo 2012/11720-1, para a Queen's University Belfast, entre fevereiro de 2013 e fevereiro de 2014. Reconhece também a contribuição da Capes/Fulbright pela bolsa de Professor/Pesquisador Visitante para a Universidade de Illinois em Urbana-Champaign entre março e junho de 2012. Agradece às respectivas Universidades pelas instalações de pesquisa e à Universidade de São Paulo (USP) pelo amplo apoio. Agradece também ao CNPq pela bolsa de produtividade em pesquisa. Michael Moore agradece ao Leverhulme Trust pela bolsa RPG-2013-192.

†Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto / Universidade de São Paulo (FEA-RP/USP). Av. Bandeirantes, 3900, Ribeirão Preto, Brasil. CEP 14040-900. Tel. 55 16 3315-0507. E-mail: alexferreira@usp.br

‡Warwick Business School

regressões da PTJ for negativo como Fama (1984) e outros reportaram, de forma a existir um excesso de retorno previsível. De outra forma, retornos nominais mais altos seriam simplesmente eliminados pelas expectativas de depreciação da moeda.

Há um conjunto suficiente de evidências que permitem concluir que é possível predizer os excessos de retornos à partir de dados históricos. E parece ser mais plausível supor que há um prêmio de risco associado à essa estratégia, o qual se correlaciona com variáveis macroeconômicas, do que assumir mercados ineficientes ou agentes irracionais. Ou seja, a hipótese a ser investigada nesse artigo é a de que as moedas que pagam juros mais altos também sejam mais arriscadas e, ao descontar-se esses riscos *ex ante*, os retornos reais esperados de estratégias diversas de investimento se igualariam, considerando-se a ausência de barreiras significativas ao movimento do capital. Isso é, *carry trade* seria mais lucrativa simplesmente por ser mais arriscada.

A teoria econômica que será apresentada na seção 2 e a investigação econométrica realizada na seção 3, inserem-se no conjunto dos trabalhos que investigam empiricamente a condição de não-arbitragem (ou melhor, "não-especulação") da paridade da taxa de juros e que testaram as restrições no fator de desconto estocástico necessárias para se gerar o *forward premium puzzle*, na linha das pesquisas que se seguiram à Backus, Foresi & Telmer (2001).

A principal referência desse trabalho é o artigo de Lustig & Verdelhan (2007), o qual está fortemente baseado na contribuição de Yogo (2006).[1] Esse último inovou ao usar preferências Epstein & Zin (1989) para a precificação de ativos nos mercados de câmbio. O fator de desconto estocástico derivado dessa função utilidade mimetiza as preferências de economia fechada e aninha três determinantes: taxa de crescimento do consumo de duráveis e não duráveis além do fator de mercado.[2]

O presente trabalho retorna a uma classificação mais tradicional, em macroeconomia internacional, de consumo entre bens domésticos e importados.[3] A principal contribuição é a utilização desses fatores na aplicação da teoria de precificação de ativos ao mercado de câmbio. O modelo produz uma interpretação econômica interessante, pois sugere razões microeconômicas para se adquirir um título estrangeiro: suavização do consumo de importados e poupança precaucionária em moeda estrangeira. Além de interessantes do ponto de vista teórico, racionalizando o porquê de se manter riqueza em moeda estrangeira, os fatores possuem uma variabilidade grande quando comparados ao consumo agregado e ao consumo de bens duráveis, tornando-os promissores do ponto de vista empírico.

Lustig & Verdelhan (2007) utilizam-se de dados anuais entre 1953 e 2002 e oito carteiras (portfolios) de excesso de retorno em moeda estrangeira, mostrando que há uma relação visual positiva, "quase monotônica", entre as taxas de juros médias e os excessos de retorno. Eles estimaram 24 parâmetros "betas" para a especificação logarítmica e aproximadamente linear das oito carteiras e três fatores, na primeira das duas etapas das regressões, seguindo o procedimento de Fama & MacBeth (1973). Os resultados mostram que a quantidade de risco das carteiras, medida pelo parâmetro beta estimado, cresce com a taxa de juros média das carteiras. No entanto, nenhum desses parâmetros é, condicionalmente (a outros fatores), significativo à um nível razoável de confiança (10%). Eles encontram dois betas significativos quando consideram as estimativas dos fatores individualmente (incondicionalmente), mas cabe lembrar que esse resultado é esperado por acaso com um nível de 10% de probabilidade. Os autores concluem, à partir dessas covariâncias estimadas, que os títulos de países com taxas médias de juros mais elevadas estão associados a uma maior quantidade de risco cambial.

Burnside (2011) teceu duras críticas mostrando que não é possível rejeitar, do ponto de vista probabilístico, que os excessos de retorno são todos iguais a zero. Lustig & Verdelhan (2011) responderam

[1] Existem vários exemplos de aplicação de preferências não separáveis no tempo ao *carry trade* em economia internacional. Veja Moore & Roche (2012) para uma bibliografia completa.

[2] Tal especificação faz com que os tradicionais CAPM (Capital Asset Pricing Model) e CCAPM (Consumption CCAPM) sejam casos especiais desse modelo mais geral.

[3] Um artigo que tem intersecção com o presente trabalho é o de Ready, Roussanov & Ward (2013), no entanto o mesmo faz a distinção entre bens finais e commodities.

afirmando que Burnside (2011) deveria ter considerado betas à partir de estimativas de fatores individuais e testado para diferenças (*spreads*) entre eles. Mas, como pode ser observado em Burnside (2011), não há nenhuma diferença significativa entre os betas quando testados em conjunto e usando-se estimativas de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e GMM.

O presente artigo complementa e avança sobre esses trabalhos também do ponto de vista empírico. Como será revelado adiante, a *proxy* que se conseguiu para o consumo de importados norte-americano possui uma variância aproximadamente duas vezes maior do que a variância do consumo de duráveis. Enfim, essa contribuição é, no mínimo interessante, pois, como ressaltado pelo Nobel Prize Committee (2013, p.20):

> […] the volatility and predictability of stock, bond and foreign exchange returns can only be consistent with arbitrage-free markets if the expected return, i.e., the discount factor, is highly variable over time. The question then is whether theoretical models are able to generate such high variability in the discount factor.

Mas existem outras contribuições que se situam na fronteira dessa literatura. Os países escolhidos representam 98,2% do volume de negócios bilaterais em moeda estrangeira,[4] segundo amostra do relatório tri-anual do Bank for International Settlements (BIS, 2013), ou seja, escolheu-se trabalhar com as moedas mais líquidas. Diferentemente de Lustig & Verdelhan (2007), a pesquisa utiliza-se de dados trimestrais ao invés de dados anuais, procurando-se estimar as covariâncias numa frequência que, supõe-se, é mais adequada para a relação dinâmica entre os excessos de retorno e os ciclos de negócios.

O período escolhido coincide com o da unificação monetária na Europa 1999T1, e estende-se até o final da amostra em 2012T3, onde T refere-se ao trimestre.[5] Existem dados para vários países desde 1973, data que inaugura o período de câmbio flexível, mas há duas vantagens principais em se utilizar esse período mais recente. A primeira é a existência de menores restrições aos movimentos de capitais nas economias emergentes, o que tem maior correspondência aos pressupostos teóricos, e a segunda é a maior estabilidade monetária em muitos desses mesmos países, o que ameniza problemas de construção dos dados de retornos financeiros. Por fim, decidiu-se não trabalhar com carteiras (portfolios) para os testes. Se, por um lado, essa opção elimina a possibilidade de se amenizar o componente idiossincrático dos choques de câmbio nos excessos de retorno, por outro lado, ela aumenta a extensão de corte transversal da amostra e também permite a interpretação dos resultados por país, individualmente.

O resultado final do conjunto dessas escolhas é o de maior precisão nas estimativas dos betas. Empregando-se os mesmos testes da literatura encontra-se, proporcionalmente, mais parâmetros betas significativos (à partir das estatísticas t e F encontradas) do que os esperados pela chance. Adicionalmente, aplicando-se os mesmos testes de *spreads* entre os betas, de Burnside (2011), na primeira etapa das regressões, encontra-se que os mesmos são conjuntamente significativos. Os resultados também permitem concluir que há, na média, um maior grau de covariância/correspondência entre o consumo e os excessos de retornos de economias com juros mais altos. Mesmo se a inferência estatística for abandonada, pode-se deduzir o mesmo resultado da análise descritiva. A razão é que as moedas de países com taxas de juros mais altas se depreciam mais rapidamente do que aqueles com taxas mais baixas, durante as recessões nos Estados Unidos da América.[6]

---

[4] Como duas moedas estão envolvidas em cada transação, a soma das participações individuais totaliza 200% e não 100%. Por exemplo, na Tabela 2 do relatório do BIS (2013), intitulada "Currency distribution of global foreign exchange market turnover", pode-se calcular que a soma da participação individual dos países usados na amostra do presente artigo (a qual, por sua vez, pode ser visualizada na Tabela 2 da seção 3) corresponde a 196,5%. Assim, as moedas dos países escolhidos representam 98,2% do volume total de moeda estrangeira negociada no mundo, assumindo-se o "mundo" como a amostra de BIS (2013).

[5] Os dados de consumo são da BEA e os excessos de retorno foram calculados usando-se dados do Fundo Monetário Internacional (FMI) — com exceção do Brasil para o qual se utilizou dados do Banco Central Brasileiro.

[6] Parece existir uma correspondência entre juros baixos e países desenvolvidos e juros altos em países emergentes. A recorrente alta taxa básica de juros real em muitas dessas economias é um fenômeno que aparenta ser tanto *ex ante* quanto *ex post*, se comparado com a expeeriência das grandes economias desenvolvidas, como a dos Estados Unidos da América. Por exemplo, o

O restante do artigo está dividido da seguinte forma. A seção 2 apresenta a teoria de precificação de ativos que explica o risco cambial através de um modelo simples, sob nenhum risco de inadimplência e assumindo-se ativos que não são contingentes ao estado.[7] A seção 3 introduz a metodologia dos testes, explicita as fontes de dados, fazendo também uma breve análise descritiva e gráfica das principais variáveis. A seção 4 apresenta e discute os resultados. Finalmente, apresentam-se algumas considerações finais.

2. TEORIA ECONÔMICA DO RISCO CAMBIAL

Uma diferença principal entre o modelo apresentado nessa seção e o da literatura padrão sobre apreçamento do risco cambial é a desagregação do consumo da família representativa entre bens produzidos domesticamente e no exterior, ao invés da divisão entre bens e serviços de duráveis e não duráveis. Tal desagregação é explicada pela opção em se analisar as fontes específicas de choque de consumo numa economia aberta. Isso é, trata-se da investigação dos determinantes dos excessos de retorno entre investimentos em moeda estrangeira em oposição aos excessos de retorno no mercado de ativos (ou bolsa de valores) local.

Uma razão que explica essa separação entre domésticos e importados é que o título de um país estrangeiro pode assegurar ao agente representativo (família) da economia aberta doméstica, recursos em moeda estrangeira que serão usados para suavizar as flutuações de consumo geral e, por consequência, das variações da utilidade marginal resultantes de variabilidade do consumo de importados, em particular. Esse comportamento pode ser interpretado como poupança precaucionária em moeda estrangeira. Ademais, empiricamente, a covariância entre excessos de retorno e consumo de importados pode ser maior do que entre excessos de retorno e consumo de duráveis, por exemplo. Isso pode ocorrer porque as mudanças nos termos de troca ou na taxa de câmbio real durante o ciclo de negócios, por exemplo, aquelas que acontecem nos períodos de recessão, podem ser de grande magnitude. Além disso, tais mudanças são frequentemente maiores do que as variações nos fundamentos econômicos. Finalmente, a volatilidade do câmbio tende a ser maior em países emergentes do que em desenvolvidos. Em conjunto, esses fatos poderiam ajudar a explicar porque países emergentes possuem taxas de juros médias maiores (devido a um maior risco cambial). Enfim, essas razões mostram que é importante considerar o consumo de domésticos e importados num modelo microeconômico de apreçamento do risco cambial.

Para começar, considere duas economias abertas: o país H (de *home*, doméstico) e o F (de *foreign*, estrangeiro), habitado por um domicílio ou família representativa.[8] A cada início de período, indicado pelo subscrito temporal t, a família recebe uma dotação (*endowment*), Y_t, doméstica e outra, Y_t^*, estrangeira. Suponha que a função utilidade de cada período do agente representativo no país H seja determinada pelo consumo de bens domésticos e estrangeiros e representada por $u(C_t, C_t^*)$.[9] Segue-se que uma família de H, pode se decidir pela alocação ótima de consumo, escolhendo o quanto vai adquirir de bens domésticos e estrangeiros. Ou seja, a família representativa na economia doméstica escolhe consumir C_t unidades do bem cuja dotação é proveniente do seu país de residência e C_t^* do bem cuja dotação é recebida do exterior, para maximizar sua utilidade. As variáveis de estado correspondem às quantidades B_t de títulos domésticos e B_t^* de títulos estrangeiros, cada qual pagando uma unidade da sua respectiva moeda em $t+1$. $\mathbb{E}_t$ é a expectativa condicionada em toda a informação disponível em t.

Brasil despontou, à partir do início da década de 1990, como uma das economias com a maior taxa de juros real do mundo. Os resultados encontrados nesse artigo mostram que o Brasil apresenta o segundo maior beta, perdendo apenas para a Turquia. De forma reveladora, a evidência aqui encontrada também corrobora a explicação de que o "risco cambial" é um dos fundamentos microeconômicos da alta taxa de juros real brasileira.

[7] Ressalta-se que as condições necessárias de primeira ordem do problema teórico que são apresentadas nessa seção poderiam ser replicadas num modelo com ativos contingentes.

[8] As palavras país e economia, doméstico e estrangeiro, serão usadas, respectivamente, como sinônimos de H e F.

[9] Implicitamente também assume-se uma função simétrica para o agente do domicílio-F. No entanto, para facilidade de exposição, concentra-se no país-H.

Considere que o problema do agente representativo doméstico seja maximizar

$$U_t = \mathbb{E}_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(C_s, C_s^*), \tag{1}$$

sujeito à restrição de como a riqueza é alocada entre consumo e poupança,

$$W_t = P_t C_t + P_t^* C_t^* S_t + B_t P_t^B + B_t^* S_t P_t^{B^*}, \tag{2}$$

e à equação dinâmica da riqueza,

$$W_{t+1} = B_t + B_t^* S_{t+1} + P_{t+1} Y_{t+1} + P_{t+1}^* Y_{t+1}^* S_{t+1}, \tag{3}$$

onde β é o fator de desconto intertemporal subjetivo; W_t é a riqueza no início de cada período t; P_t é o nível de preços da cesta de consumo doméstica e S_t é a taxa de câmbio nominal, definida como o preço doméstico da moeda estrangeira. O asterisco em sobrescrito significa que o país de origem do bem em questão é estrangeiro. Variáveis escritas em minúsculo estão em logaritmos neperianos[10] e letras gregas sem subscritos são parâmetros.

Combina-se (2) com (3), para se obter a restrição orçamentária intertemporal

$$P_s C_s + P_s^* C_s^* S_s + B_s P_s^B + B_s^* S_s P_s^{B^*} - B_{s-1} - B_{s-1}^* S_s - P_s Y_s - P_s^* Y_s^* S_s = 0, \tag{4}$$

com $s = t, t+1, \ldots, \infty$.

O problema do agente representativo é então

$$\max_{C_s, C_s^*} \left\{ \mathbb{E}_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(C_s, C_s^*) \right\}, \tag{5}$$

sujeito à restrição (4), à um nível dado de riqueza inicial e à uma condição de transversalidade. Usando a equação de Bellman,

$$V_t(B_{t-1}, B_{t-1}^*) = \max_{C_t, C_t^*} \left\{ u(C_t, C_t^*) + \beta \mathbb{E}_t V_{t+1}(B_t, B_t^*) \right\}, \tag{6}$$

e depois, incorporando a restrição ao problema de maximização, têm-se as condições necessárias de primeira ordem para C_t:

$$u_1(C_t, C_t^*) \frac{P_t^B}{P_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[u_1(C_{t+1}, C_{t+1}^*) \frac{1}{P_{t+1}} \right], \tag{7}$$

$$u_1(C_t, C_t^*) \frac{S_t P_t^{B^*}}{P_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[u_1(C_{t+1}, C_{t+1}^*) \frac{S_{t+1}}{P_{t+1}} \right]. \tag{8}$$

O lado esquerdo das equações (7) e (8) corresponde à perda, em termos de utilidade marginal do país-H, de diminuir o consumo no período t, a fim de se comprar títulos. O lado direito é o benefício marginal esperado do consumo real em $t+1$, descontado para o período t. P_t^B e P_t^{B*}, representam o preço nominal de um título de desconto com zero de cupom, o qual paga, com certeza, uma unidade de sua respectiva moeda em $t+1$, isto é:

$$P_t^B = \frac{1}{1+i_t} \qquad \text{e} \qquad P_t^{B^*} = \frac{1}{1+i_t^*}, \tag{9}$$

[10] Com exceção das taxas de juros nominais, reais e da taxa de inflação, as quais serão definidas adiante.

onde i_t e i_t^* corresponde a taxa nominal de juros doméstica e externa, respectivamente, ambas com vencimento em $t+1$. Como os retornos nominais dos títulos são conhecidos em t, as equações de Euler acima podem ser escritas

$$1 = \mathbb{E}_t \left[M_{t+1}(1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}} \right], \tag{10}$$

$$1 = \mathbb{E}_t \left[M_{t+1}\frac{Q_{t+1}}{Q_t}(1+i_t^*)\frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \right], \tag{11}$$

onde a taxa de câmbio real é $Q_t \equiv \frac{P_t^* S_t}{P_t}$ e o fator de desconto estocástico é definido como

$$M_{t+1} \equiv \beta\left(\frac{u_1(C_{t+1}, C_{t+1}^*)}{u_1(C_t, C_t^*)} \right). \tag{12}$$

Define-se a taxa de juros real *ex post* como $1 + r_{t+1} \equiv \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}$, com $1 + \pi_{t+1} \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t}$ e o retorno real como $R_{t+1} \equiv (1 + r_{t+1})$. Usando essas definições em (10) e (11) acima, tem-se

$$1 = \mathbb{E}_t \left[M_{t+1} R_{t+1} \right], \tag{13}$$

$$1 = \mathbb{E}_t \left[M_{t+1}\frac{Q_{t+1}}{Q_t} R_{t+1}^* \right]. \tag{14}$$

Finalmente, define-se o excesso de retorno entre os títulos de H e F como

$$R_{t+1}^e \equiv \left(\frac{Q_{t+1}}{Q_t} R_{t+1}^* \right) - R_{t+1} \tag{15}$$

para subtrair (13) de (14), de forma que[11]

$$\mathbb{E}_t \left[M_{t+1} R_{t+1}^e \right] = 0. \tag{16}$$

A equação (16) é crucial pois ela mostra que os excessos de retorno esperados, descontados pelo fator M_{t+1}, são iguais a zero. Isso é, o agente representativo não vai deixar oportunidades esperadas de lucros, já descontadas, não-exploradas. O risco de câmbio resultará da covariância entre o fator de desconto estocástico e o excesso de retorno real, o qual é "estocástico" por causa da taxa de câmbio real futura e da inflação que são desconhecidas.

2.1. Preferências e o Fator de Desconto Estocástico

Considera-se uma forma funcional simples, com um agregador de elasticidade de substituição constante para a utilidade de cada período:[12]

$$u(C_t, C_t^*) = \frac{v(C_t, C_t^*)^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \tag{17}$$

[11] Note que, se H representar os EUA e F o Brasil, por exemplo, R_t^{je} será o excesso de retorno do ponto de vista de um residente norte-americano que investe no Brasil. Assim, como a taxa de câmbio nominal é definida como o preço doméstico da moeda estrangeira, para implementação empírica usando dados de taxa de câmbio obtidos no Brasil, o excesso de retorno nominal será calculado como

$$R_{t+1}^{je} \equiv \left[\left(1 + i_{t\cdot k}^{\text{bra}}\right)\left(\frac{S_t^{\text{R\$/US\$}}}{S_{t+k}^{\text{R\$/US\$}}} \right) - \left(1 + i_{t\cdot k}^{\text{eua}}\right) \right] \left(P_t^{\text{eua}} / P_{t+k}^{\text{eua}} \right),$$

com k igual ao vencimento do título. Essa definição é análoga aquela usada para se obter a equação (16).

[12] A vantagem empírica da adoção de funções mais complexas, como a da utilidade recursiva Epstein & Zin (1989), é que o modelo logarítmico e linear derivado aninha o modelo CAPM e também o CCAPM. No entanto, o interesse do presente artigo está em se investigar a significância estatística apenas dos fatores de consumo, uma vez que há ampla evidência favorável do fator de mercado (CAPM) na literatura. Assim, optou-se pela forma funcional em (17) para se derivar a especificação do teste uma vez que o interesse é investigar a precisão dos parâmetros associados aos fatores de consumo e não ao fator de mercado (CAPM), na parte empírica, como já colocado.

onde γ é o coeficiente de aversão ao risco relativo. A utilidade dentro do período é dada por

$$v(C_t, C_t^*) = \left[(1-\alpha)C_t^{\rho} + \alpha C_t^{*\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}, \tag{18}$$

com $\alpha \in (0,1)$ e $\rho \leq 1$; a elasticidade de substituição entre domésticos e importados é $\frac{1}{1-\rho}$.

Pode-se escrever (12) como

$$M_{t+1} = \beta \left[\frac{(1-\alpha) + \alpha\left(\frac{C_{t+1}^*}{C_{t+1}}\right)^{\rho}}{(1-\alpha) + \alpha\left(\frac{C_t^*}{C_t}\right)^{\rho}} \right]^{\frac{1-\gamma-\rho}{\rho}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma}. \tag{19}$$

Aplicando o logaritmo natural em ambos os lados da equação acima, tem-se

$$m_{t+1} = \ln\beta - \gamma\Delta c_{t+1} + \frac{1-\gamma-\rho}{\rho}\left[\frac{\ln(1-\alpha) + \ln\left(1+\exp^{\ln\alpha+\rho(c_{t+1}^*-c_{t+1})-\ln(1-\alpha)}\right)}{\ln(1-\alpha) + \ln\left(1+\exp^{\ln\alpha+\rho(c_t^*-c_t)-\ln(1-\alpha)}\right)}\right], \tag{20}$$

onde Δ representa a primeira diferença. Fazendo-se uma expansão de Taylor de primeira ordem na parte não-linear da expressão acima, na vizinhança de $\rho = 0$, obtém-se

$$m_{t+1} = \ln\beta + \frac{(1-\gamma-\rho)}{\rho} - \gamma\Delta c_{t+1} + \alpha(1-\gamma-\rho)(\Delta c_{t+1}^* - \Delta c_{t+1}). \tag{21}$$

2.2. Modelo Linear e Representação β

Para se chegar ao modelo linear, realiza-se uma aproximação de Taylor de primeira ordem do logaritmo neperiano do fator de desconto estocástico real, $\ln M_{t+1}$, na vizinhança de sua média incondicional, $\mathbb{E}\left[\ln M_{t+1}\right]$, o que resulta em[13]

$$\frac{M_{t+1}}{\mathbb{E}M_{t+1}} \approx 1 + m_{t+1} - \mathbb{E}m_{t+1}. \tag{22}$$

Substituindo-se (21) em (22) e usando-se o símbolo de igualdade, pode-se escrever

$$-\frac{M_t}{\mathbb{E}M_t} = k + b_1\Delta c_t + b_2\Delta c_t^*, \tag{23}$$

onde

$$\begin{aligned} k &\equiv -1 - \gamma\,\mathbb{E}\Delta c_t^* - \alpha(1-\gamma-\rho)\,\mathbb{E}\left[\Delta c_t^* - \Delta c_t\right] \\ b_1 &\equiv \gamma + \alpha(1-\gamma-\rho) \\ b_2 &\equiv -\alpha(1-\gamma-\rho). \end{aligned}$$

Reescreve-se a equação (16) usando a expectativa (média) incondicional e com o sobrescrito j, $j = 1,\ldots,J$, onde J representa o número de países estrangeiros na amostra, para representar o excesso de retorno entre o país H e uma economia F qualquer do conjunto J,

$$\mathbb{E}\left[M_t R_t^{je}\right] = 0. \tag{24}$$

[13] Assume-se que $\mathbb{E}\left[\ln M_{t+1}\right] \approx \mathbb{E}\,m_{t+1}$.

Dada a existência de um fator de desconto estocástico diferente de zero, a equação (24) pode ser reescrita como

$$\mathbb{E}R_t^{je} = -\frac{\mathrm{Cov}\left(M_t, R_t^{je}\right)}{\mathbb{E}M_t},$$
$$\mathbb{E}R_t^{je} = \frac{\mathrm{Cov}\left((k + b_1\Delta c_t + b_2\Delta c_t^*)\,\mathbb{E}M_t, R_t^{je}\right)}{\mathbb{E}M_t}.$$

Pode-se tratar $\mathbb{E}M_t$ como constante, já que trata-se da representação de uma média, assim

$$\mathbb{E}R_t^{je} = b_1\,\mathrm{Cov}\left(\Delta c_t, R_t^{je}\right) + b_2\,\mathrm{Cov}\left(\Delta c_t^*, R_t^{je}\right). \tag{25}$$

Usando a função recursiva Epstein & Zin (1989) e seguindo Yogo (2006), Lustig & Verdelhan (2007) chegam numa especificação linear similar à (25) acima, porém com os fatores de mercado e de consumo de duráveis e não duráveis. Na primeira parte do trabalho empírico, esse autores emprestam os parâmetros estimados de Yogo (2006), escolhendo apenas aquele que define a aversão ao risco da família representativa, de forma a minimizar a soma dos quadrados dos erros do modelo não-linear que satisfaz (16). A grande controvérsia do trabalho de Lustig & Verdelhan (2007) é sobre a estimação do modelo linear e sua representação β, a qual coloca em xeque a relevância dos modelos microeconômicos com fatores de consumo na explicação do apreçamento do risco cambial.

Para se obter a especificação linear, considere que $f_t = (f_{1t}, f_{2t})'$ representa o vetor transposto de (f_{1t}, f_{2t}) de fatores fundamentais, de forma que (23) pode ser escrita como

$$\frac{-M_t}{\mathbb{E}M_t} \equiv k + b' f_t, \tag{26}$$

onde $b = (b_1, b_2)'$.

Substituindo-se (26) em (24) tem-se

$$-\mathbb{E}k\,\mathbb{E}R_t^{je} = \mathbb{E}\left[b' f_t R_t^{je}\right].$$

Da definição em (26), segue-se que $\mathbb{E}k = -(1 + b'\mu_f)$, com $\mathbb{E}f_t \equiv \mu_f$, assim

$$\mathbb{E}R_t^{je} = \mathbb{E}\left[b' f_t R_t^{je}\right] - b'\mu_f\,\mathbb{E}R_t^{je}.$$

Dado que $\mathbb{E}[b'] = b'$, pode-se escrever

$$\mathbb{E}R_t^{je} = b'\Sigma_{fj},$$

onde $\Sigma_{fj} \equiv \mathbb{E}\left[(f_t - \mu_f)R_t^{je}\right]$. Essa equação mostra que o retorno em excesso pode ser dividido em termos do preço, b, e da quantidade Σ_{fj}, de risco. Defina $\Sigma_{ff} \equiv \mathbb{E}\left[(f_t - \mu_f)(f_t - \mu_f)'\right]$ e $\beta_j \equiv \Sigma_{ff}^{-1}\Sigma_{fj}$, onde β_j pode ser interpretado como o vetor de coeficientes "betas" do ativo de um país j, de forma que

$$\Sigma_{fj} = \Sigma_{ff}\beta_j,$$

e, portanto,

$$\mathbb{E}R_t^{je} = b'\Sigma_{ff}\beta_j.$$

Assumindo que $\lambda' \equiv b'\Sigma_{ff}$, isto é, $\lambda = \Sigma_{ff}b$, finalmente obtém-se

$$\mathbb{E}R_t^{je} = \lambda'\beta_j.$$

Observe que β_j também pode ser interpretado como o vetor de coeficientes de uma regressão linear múltipla de R_t^{je} em $(f_t - \mu_f)'$, como expresso abaixo em notação matricial

$$\mathbf{R}^{je} = \mathbf{f}\beta_j + \mathbf{u}, \tag{27}$$

onde $\mathbf{R}^{je}$ é o vetor $T \times 1$ dos excessos de retorno do país-j em relação ao país-H; $\mathbf{f}$ é a matriz $T \times 2$ de fatores $(f_t - \mu_f)'$; e $\mathbf{u}$ é o vetor $T \times 1$ de erros, u_{jt}, os quais seguem as propriedades clássicas, por hipótese, $u_{jt} \sim \mathcal{N}\left(0, \sigma_u^2\right)$; e, finalmente, T é o tamanho da amostra. Definindo o valor estimado de β_j como $\hat{\beta}_j$, segue-se que

$$\hat{\beta}_j = (\mathbf{f}'\mathbf{f})^{-1}\mathbf{f}'\mathbf{R}^{je}.$$

2.3. Procedimento de Fama & MacBeth (1973)

O primeiro estágio do procedimento de estimação para o excesso de retorno do país j, corresponde à seguinte regressão de Mínimos Quadrados Ordinários:

$$R_t^{je} = \beta_1^j(\Delta c_t - \mu_c) + \beta_2^j(\Delta c_t^* - \mu_{c^*}) + u_{jt}. \tag{28}$$

onde μ_c e μ_{c^*} correspondem às médias amostrais do logaritmo neperiano do consumo de domésticos e importados, respectivamente. O parâmetro β_1^j, por exemplo, pode ser interpretado como o efeito parcial da mudança de um ponto percentual na taxa de crescimento do consumo de domésticos sobre o excesso de retorno, isto é, ele mede a variação em R_t^{je}, mantendo-se tudo o mais constante (nesse caso, *ceteris paribus* significa $\Delta u_t = 0$ e $\Delta c_t^* - \Delta c_{t-1}^* = 0$), quando $\Delta c_t - \Delta c_{t-1} = 1\%$.

De acordo com a teoria, os ativos que historicamente pagam um retorno em excesso menor é porque expõe os investidores à um risco de consumo mais baixo, por exemplo, com retornos que decrescem menos do que o de outros ativos quando a economia está em recessão. Isso se refletiria num parâmetro β_i^j, para $i = 1,2$, mais baixo do que para as carteiras que costumam pagar um retorno maior.[14] Assim, os parâmetros β_i^j podem ser entendidos como a quantidade de risco para cada um dos países $j = 1,\ldots,J$.

O segundo estágio corresponde a estimação de

$$\mathbb{E}_T R^{je} = \lambda\hat{\beta}^j + \epsilon_t,$$

onde $\mathbb{E}_T$ representa a média amostral do excesso de retorno de cada país, j, isto é $\mathbb{E}_T R^{je} = \sum_{t=1}^T R_t^{je} T^{-1}$; $\hat{\beta}^j$ é o valor estimado de β^j e ϵ_t também segue as propriedades clássicas usuais.

Para um ativo cujo "beta" de consumo é igual a um, isto é $\beta^j = 1$, o retorno em excesso esperado (ou o prêmio de risco) será igual a $\lambda\%$. Isso é, a quantidade de risco de um ativo aumenta a média dos excessos de retorno em $\lambda\%$. Esses parâmetros podem ser interpretados como uma medida do preço de mercado do risco. A próxima subseção discute os resultados obtidos com as estimações do primeiro estágio do modelo logarítmico/linear em Lustig & Verdelhan (2007) e as controvérsias associadas.

2.4. Controvérsias

As oito carteiras dos excessos de retorno em moeda estrangeira do artigo de Lustig & Verdelhan (2007) foram criadas à partir de dados de 81 países, usando-se uma frequência anual, entre 1953 e 2002. Os autores primeiramente enfatizam a relação "quase monotônica" entre as taxas de juros médias e os excessos de retorno, a qual é apresentada na Figura 1 do artigo supracitado.

[14] Por exemplo, um título de seguro é valioso pois, quando o consumo está baixo (como quando um indivíduo está doente e não pode trabalhar por um longo período), o seguro paga um retorno alto. Mas, como a probabilidade desses eventos extremos é baixa para um indivíduo normal, o seguro é um ativo que, *ex ante* e historicamente, paga retornos mais baixos. Por essa razão, espera-se que uma regressão dos retornos dos prêmios de seguros de saúde sobre o consumo de uma amostra aleatória dos indivíduos segurados produza um coeficiente de inclinação negativo.

Lustig & Verdelhan (2007) realizam regressões no modelo aproximadamente logarítmico/linear usando o procedimento de duas etapas de Fama & MacBeth (1973). Foram estimados 24 parâmetros "betas" na primeira etapa para os três fatores e as oito carteiras. A quantidade de risco corrobora a hipótese de que países com taxas de juros médias mais altas são mais arriscados:

> We find that US aggregate consumption growth risk explains a large share of the variation in average returns for these currency portfolios, because the consumption betas for low interest rate currencies are smaller than the consumption betas for high interest rate currencies. In other words, high interest rate currencies do not depreciate as much as the interest gap on average, but these currencies tend to depreciate in bad times for a US investor, who in turn receives a positive excess return in compensation for taking on this risk. (Lustig & Verdelhan, 2011, p.3480)

No entanto, nenhum desses 24 betas é condicionalmente (a outros fatores) significativo à um nível razoável de confiança (10%). Eles encontram dois parâmetros estatisticamente significativos quando consideram as estimativas dos fatores individuais, isto é, quando os fatores são estimados individualmente no modelo. Mas, cabe lembrar, esse resultado é esperado por acaso quando se considera o nível de 10% de probabilidade. Não serão discutidos os resultados da estimação da segunda etapa, os quais foram realizados usando-se apenas 8 observações e os problemas de estimação com os erros padrão estimados através desse procedimento. Concentra-se na primeira etapa, uma vez que os autores concluem à partir dessas covariâncias estimadas, que os títulos de países com taxas médias de juros mais elevadas estão associados à uma maior quantidade de risco cambial.

A interpretação que os autores fizeram desses resultados se revelou bastante controversa. Burnside (2011) teceu duras críticas ao trabalho, concluindo que não é possível rejeitar, do ponto de vista probabilístico, que os excessos de retorno em conjunto são iguais a zero. Enfim, esse autor questionou a conclusão de monotonicidade, dado a insignificância encontrada dos coeficientes. Lustig & Verdelhan (2011) responderam afirmando que Burnside deveria ter usado betas à partir de estimativas de fatores individuais e testado para diferenças (*spreads*) entre eles: "Finally, it is not the case that all of the consumption betas should be statistically different from zero. The interesting economic question is whether betas are different from each other, not different from zero" (Lustig & Verdelhan, 2011, p.3482), e complementam com a assertiva

> Burnside (2011) mistakenly focuses on the t-statistics of the individual betas; the strong correlation of the consumption factors renders the individual coefficient estimates imprecise. This inference problem is commonly referred to as multicollinearity in textbooks. Obviously, two low t-stats on the consumption growth betas in the multivariate regression do not imply that consumption growth does not covary with currency returns. (Lustig & Verdelhan, 2011, p.3482)

Mas, como pode ser observado na primeira tabela (p.3462) do próprio artigo de Burnside (2011), esse não encontrou nenhuma diferença significativa entre os betas quando testados em conjunto, usando regressões de MQO e GMM. Enfim, a precisão dos betas é um tema bastante controverso e em aberto nessa literatura. A investigação apresentada na próxima seção, portanto, complementa esses artigos ao se concentrar nessa questão empírica. Como no artigo de Burnside (2011), também serão realizados testes de que todos os betas são iguais a zero e de que não há *spreads* (em relação à média) usando-se mínimos quadrados ordinários e GMM.[15]

[15] A estimação de GMM empregada na parte empírica, dada a escolha de instrumentos que foi realizada, corresponde à correção de White (1980) da matriz de variância-covariância.

3. DADOS E RESULTADOS

É preciso inicialmente explicitar que, de forma geral, os dados foram extraídos de fontes diversas do repositório *Datastream*. Apesar da maior parte dos dados estarem disponíveis desde a década de 1950 para muitos países desenvolvidos, optou-se pela utilização de um período mais restrito para os testes empíricos.

Como colocado, o período utilizado no presente trabalho vai de 1999T1 à 2012T3, esse sendo o último trimestre com dados disponíveis no momento da coleta. A razão para a utilização desse subconjunto ao invés da amostra total, encontra-se nos pressupostos da teoria que foi exposta na primeira parte desse artigo. Do ponto de vista teórico, é necessária a existência de um mercado de câmbio/títulos livre para que as decisões ótimas de suavização possam ser implementadas pelos agentes econômicos. Assim, a aplicação do modelo faz sentido para os casos em que há um mínimo de aderência dessas hipóteses à realidade, ou seja, para os períodos/países em que há alguma liberdade nos fluxos de capital e em que também há algum grau de liquidez dos títulos. A escolha da amostra usando como base o relatório BIS (2013), deveu-se ao fato de que os países escolhidos representam o maior volume de negócios em moeda estrangeira do mundo, 98,2% da transações bilaterais de moeda.

De fato, o período que se inicia em 1999T1 marca o início da unificação monetária na Europa. Coincidentemente, muitos países emergentes também já haviam passado por processos de liberalização econômica (das suas respectivas contas de comércio e de capital do Balanço de Pagamentos), que se intensificaram nos anos 1990. Obviamente os graus de liberdade da amostra são reduzidos com essa escolha, no entanto, ainda assim dispõe-se de 55 observações na frequência trimestral (2012T3 corresponde ao fim da amostra). Por outro lado, ganhou-se com a maior aderência dos dados aos pressupostos teóricos, como já colocado, além de ser mais esclarecedora a classificação (*ranking*) dos países em termos de médias de taxas de juros (ao invés de carteiras). Adicionalmente, muitos países já haviam passado por processos de estabilização monetária, o que ameniza os erros na construção dos dados.[16]

O indicador de recessão utilizado nessas figuras foi obtido do National Bureau of Economic Analysis, NBER. A fonte de dados de *consumo* é do Bureau of Economic Analysis do Department of Commerce dos EUA.[17]

A Tabela 1 apresenta estatísticas descritivas da taxa de crescimento do consumo não só de domésticos e importados, mas também de duráveis e não duráveis, para efeito de comparação. Pode-se observar que a média da taxa de crescimento dos importados é maior do que a da taxa de crescimento dos outros tipos de bens e serviços. Mas, vale a pena observar, a participação de importados no consumo total é pequena, mesmo no final do período amostral.[18] Verifica-se na Tabela 1 que a maior taxa de crescimento é a dos bens duráveis importados, atingindo um valor médio de 1,74% por trimestre.

Pode-se observar na Tabela 1 que a variância do consumo dos bens duráveis é maior do que a do consumo de não duráveis. A variância da taxa de consumo de bens domésticos é próxima da variância da taxa de crescimento do consumo de bens não duráveis e, finalmente, a variância dos importados é

[16] Por exemplo, é em grande parte impreciso calcular taxas de juros real usando informação pública sobre os retornos de títulos do tesouro brasileiro antes da reforma monetária do Plano Real em 1994, que trouxe a estabilidade de preços no Brasil. A razão é que a taxa básica de juros federal, a taxa Selic, é um composto das taxas do tesouro com vencimentos diferentes. Em tempos de inflação muito alta, títulos de longo e médio prazo carregam muita inflação esperada. Portanto, seu impacto sobre a Selic é alto, mesmo que sua participação seja baixa.

[17] A construção das variáveis de consumo utilizadas nos testes empíricos foi realizada observando-se as informações constantes no manual da NIPA, às advertências colocadas por Whelan (2000) no que se refere à interpretação de dados reais agregados usando-se o índice de Fisher e, finalmente, seguindo-se as escolhas metodológicas de Yogo (2006). Ressalta-se que a série de consumo de ambos duráveis e não duráveis importados exclui bens automotivos e que não foi encontrada série trimestral de consumo não dessazonalizada (a qual seria preferível) e, por essa razão, os dados usados estavam ajustados para efeitos sazonais na própria fonte. Informações mais detalhadas sobre a base de dados podem ser encontradas em Ferreira (2014).

[18] Em 2013T1, a participação do consumo de importados duráveis no consumo total de duráveis chegou a 23,76%, enquanto os importados não duráveis responderam por 9,43% do consumo total de não duráveis. A participação em pontos percentuais da medida utilizada de serviços importados fica abaixo de duas casas decimais.

Tabela 1. *Taxa de Crescimento do Consumo.*

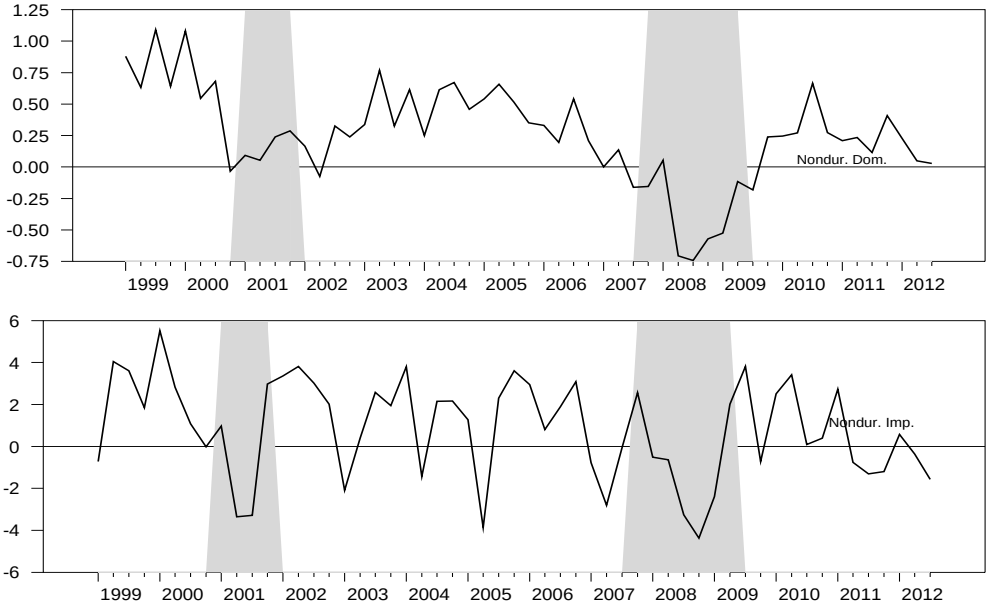
	Média	Variância	Mínimo	Máximo	JB[a]	Sig.[b]
Não-durável	0,27	0,16	−0,75	1,18	4,77	0,09
Durável	1,15	0,37	−0,08	2,10	4,85	0,09
Domésticos	0,53	0,23	−0,64	1,42	3,52	0,17
Importados	1,64	0,80	−0,37	3,18	2,62	0,27
Não-durável doméstico	0,26	0,15	−0,74	1,09	3,21	0,20
Durável doméstico	0,95	0,39	−0,34	1,94	3,83	0,15
Não-durável importado	0,89	5,64	−4,37	5,51	2,61	0,27
Durável importado	1,74	0,74	−0,06	3,05	4,29	0,12

Notas: i) dados para os EUA; ii) 1999T1 até 2012T3. [a] "JB" é a estatística Jarque-Bera. [b] "Sig." refere-se a sua significância estatística.
Fonte: elaboração própria a partir de dados da BEA.

maior do que a de todos os outros fatores. Quando se analisa o consumo de importados por tipo de bem, verifica-se que o componente mais volátil é o de não duráveis. Mas é preciso ressaltar que o peso relativo desse componente é pequeno no total.[19]

A representação gráfica das séries de consumo nas Figuras 1 e 2 são análogas às realizadas no artigo de Yogo (2006), com as recessões norte-americanas destacadas nas áreas sombreadas e subdivididas entre bens duráveis e não duráveis. A Figura 3 apresenta o consumo dos bens domésticos e importados agregados. Ressalta-se também que as abreviações usadas nas figuras dessa seção são autoexplicativas.

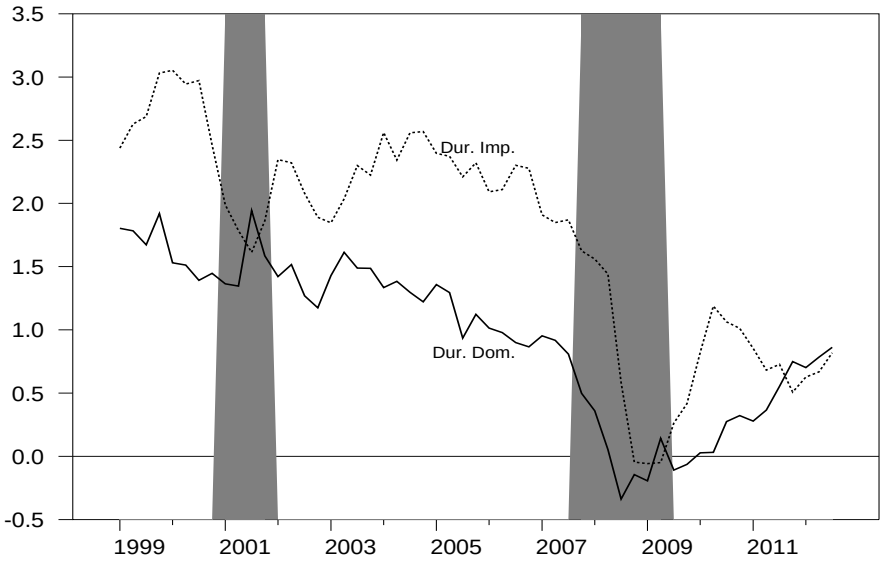
Figura 1. *Taxa de crescimento do consumo de não duráveis: domésticos e importados.*



Fonte: elaboração própria a partir de dados da BEA.

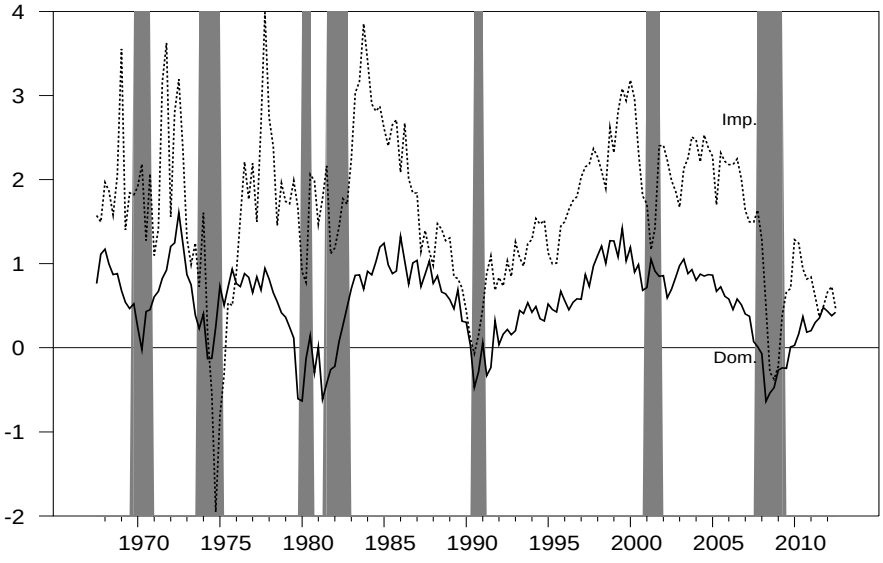
[19]Por exemplo, entre 1967T2 até 2012T3, a média dos gastos de consumo de não duráveis importados é de 8,7% dos duráveis.

Figura 2. Taxa de crescimento do consumo de duráveis – domésticos e importados.



Fonte: elaboração própria a partir de dados da BEA.

Figura 3. Taxa de crescimento do consumo de comésticos e importados.



Fonte: elaboração própria a partir de dados da BEA.

As Figuras 1 e 2 sugerem que a taxa de crescimento dos duráveis domésticos e importados é pró-cíclica. A mesma relação pró-cíclica parece ocorrer com os não duráveis, porém num grau mais baixo. A próxima seção apresenta e discute os excessos de retorno, os quais parecem aumentar na fase de expansão do ciclo e se reduzir nas recessões para países cujas taxas de juros médias são mais altas. Um modelo de precificação de ativos deveria explicar as variações do excesso de retorno em moedas por mudanças no preço ou na quantidade de risco durante o ciclo de negócios. Os modelos canônicos CAPM e o CCAPM, com fatores duráveis e não duráveis, conforme apresentado, não conseguem explicar essas evidências pró-cíclicas de forma convincente.

Os países escolhidos podem ser visualizados na primeira coluna da Tabela 2. Segundo pode-se depreender do relatório BIS (2013), as moedas desses países representam 98,2% do volume bilateral de câmbio transacionado no mundo.[20] Os dados do relatório do BIS foram coletados em abril de 2013 de autoridades monetárias, Bancos Centrais em sua maioria, de 53 jurisdições. Participaram da pesquisa 1.300 bancos e corretoras de valores (*dealers*, do original). Pode-se verificar no relatório que 87% do volume negociado em moeda estrangeira no mundo envolveu o dólar norte-americano no início de 2013, o que faz com que os EUA seja o país de referência para os testes desse artigo.

A Tabela 2 apresenta estatísticas descritivas de taxas de juros, em percentagem anual, e de variações nas taxas de câmbio, em percentagem mensal, para o período amostral.[21] As últimas quatro colunas dessa tabela apresentam as estatísticas de variação cambial divididas entre períodos de *boom* e recessões norte-americanas e serão analisadas na seção 3.3. Observe que os países da Tabela 2 estão classificados da menor para a maior média de taxa de juros.

Optou-se pelo uso da taxa de juros mensal de um título com vencimento de três meses para o cálculo do excesso de retorno. Usando-se valores aproximados, o exemplo colocado abaixo ilustra a forma como foi construído o excesso de retorno à partir da definição (15). Considere o caso da Austrália, por exemplo, cujo excesso de retorno em 1999T1 é 0,603%. A taxa de juros nominal anualizada de um título do tesouro australiano em outubro de 1.998 é igual a 4,97%, o que resulta numa taxa trimestral igual a 1,22%, considerando-se juros compostos. Assuma que esse valor refere-se ao fim do período, de forma tal que um título australiano adquirido em 1998M10 pagará um retorno de 1,22% ao final de janeiro de 1999. A variação da taxa de câmbio *ex post* em 1999M1 foi de −0,365% e a mudança *ex post* no nível de preços dos EUA, também após três meses, correspondeu a 0,119%. Finalmente, a taxa de juros americana é de 1,004% no trimestre (ou 4,08% anual). Ao se substituir os valores de taxas de câmbio à vista e juros em (15), encontra-se um excesso de retorno mensal igual 0,586% em 1999M1, −1,399% em 1999M2 e 2,623% em 1999M3. O excesso de retorno para 1999T1 corresponde a média aritmética desses três valores, ou seja, 0,603%.[22]

Decidiu-se não apresentar todos os gráficos dos excessos de retorno, para abreviar a exposição, pois esses apresentam características comuns. A Figura 4, mostra os gráficos dos primeiros quatro países classificados em ordem alfabética: África do Sul, Alemanha, Austrália e Brasil. Pode-se observar que eles são altos e voláteis, o que reforça a importância do estudo sobre seus determinantes. As magnitudes e as dinâmicas entre as séries das taxas de câmbio e dos excessos de retorno também similares — esses gráficos não são apresentados por questão de espaço e certa redundância. É possível inferir que a volatilidade do câmbio domina a dinâmica dos excessos de retorno também pelas informações da Tabela 2. De forma geral, é possível também visualizar através das áreas sombreadas dos gráficos que muitas sé-

[20] Com relação à Zona dos países do Euro, decidiu-se por usar a Alemanha como representante dos países membros. No período após a unificação monetária, há grande convergência das taxas de juros dos títulos de tesouro. Mais importante, a dinâmica da taxa de câmbio Euro/Dólar domina os excessos de retorno. Por essas razões, não há muito ganho analítico em se utilizar todos os países da Zona do Euro, escolhendo-se trabalhar com apenas um.

[21] Cabe explicitar que foi realizada uma interpolação linear simples para observações faltantes da Suíça em 2008M9 e 2008M10. Informações sobre as fontes primárias de taxa de juros e taxa de câmbio podem ser encontradas no sítio eletrônico do FMI. De forma geral, pode-se ressaltar que as taxas de juros utilizadas correspondem, em ordem de importância, aos "Títulos do Tesouro", "Títulos do Governo", "Taxas de Depósito" e "Taxas de Desconto".

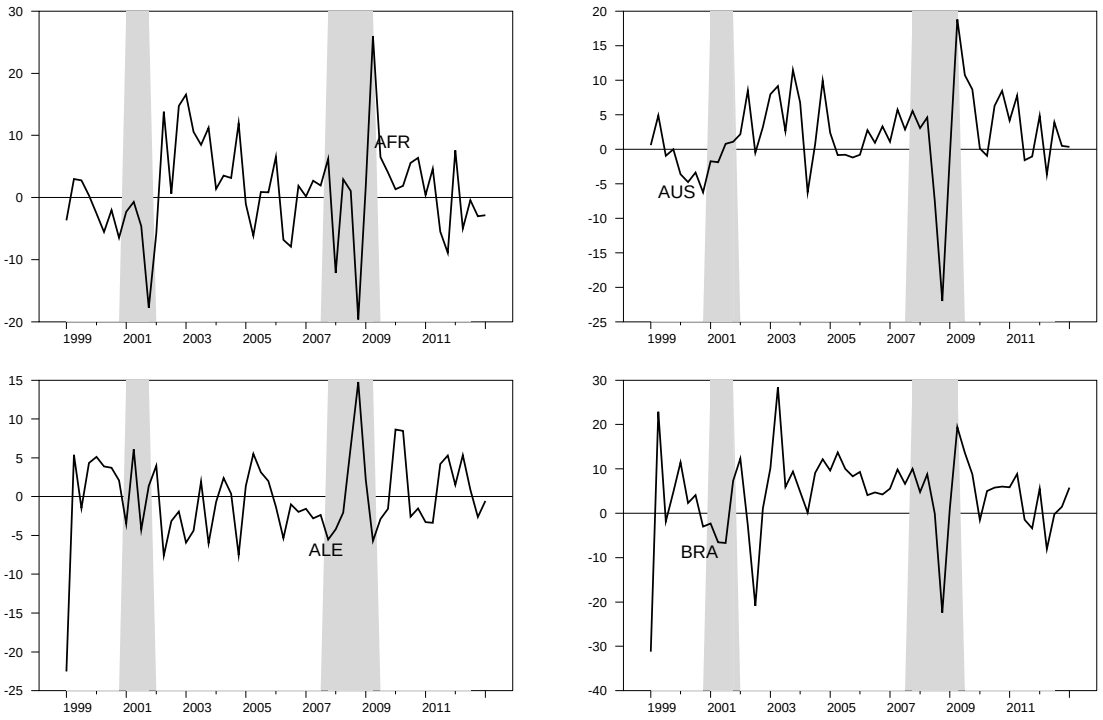
[22] Dada a escolha de cálculo do excesso de retorno, os valores para Alemanha só puderam ser calculados à partir de 1999T3.

Tabela 2. Estatísticas descritivas.

	Juros[a]		**Taxa de Câmbio**[b]					
			Período completo		Boom		Recessão	
	Média	Variância	Média	Variância	Média	Variância	Média	Variância
Japão	0,17	0,04	−0,21	7,19	−0,21	5,93	−0,21	13,37
Suíça	0,98	1,15	−0,18	10,35	−0,21	8,80	−0,07	17,90
Singapura	1,23	0,81	−0,17	2,77	−0,25	2,29	0,21	4,90
Hong Kong	2,03	4,11	0,00	0,02	0,00	0,02	−0,02	0,01
Peru	2,28	0,47	−0,11	2,20	−0,12	1,32	−0,05	6,48
Tailândia	2,45	1,19	−0,09	3,39	−0,13	3,28	0,13	3,89
Suécia	2,57	1,66	−0,06	12,62	−0,29	10,42	1,06	21,83
Canadá	2,73	2,52	−0,23	6,98	−0,43	5,03	0,70	15,42
Malásia	2,87	0,30	−0,12	1,92	−0,18	1,64	0,19	3,20
China	3,19	0,19	−0,16	0,14	−0,14	0,11	−0,28	0,26
Reino Unido	3,51	3,93	0,05	6,44	−0,13	4,99	0,91	12,61
Alemanha	3,82	0,95	−0,03	10,35	−0,11	8,86	0,37	17,38
Dinamarca	4,03	1,13	−0,01	10,19	−0,09	8,23	0,38	19,61
Noruega	4,27	2,13	−0,12	11,54	−0,27	10,66	0,61	15,19
Chile	4,94	7,01	0,06	12,21	−0,13	8,22	0,95	30,75
Israel	5,26	7,71	−0,01	5,90	−0,06	4,36	0,25	13,35
Austrália	5,48	0,53	−0,25	14,43	−0,41	9,88	0,52	35,94
Coréia do Sul	5,61	2,39	0,01	11,64	−0,28	5,88	1,42	37,49
Nova Zelândia	5,66	1,09	−0,20	15,81	−0,43	12,17	0,92	32,13
Rússia	5,84	8,97	0,29	8,52	0,11	5,78	1,14	21,06
Índia	6,55	0,87	0,15	4,32	0,02	3,90	0,81	5,84
México	8,48	24,45	0,21	8,74	0,12	6,19	0,62	20,99
Colômbia	8,70	21,23	0,17	12,69	0,12	10,35	0,42	24,08
África do Sul	8,73	5,61	0,33	25,10	0,05	20,63	1,72	44,66
Hungria	8,77	6,65	0,10	21,76	0,01	16,46	0,58	47,43
Indonésia	10,91	35,46	0,21	19,45	0,09	13,63	0,76	47,56
Brasil	15,71	32,24	0,55	54,20	0,40	58,46	1,24	32,80
Turquia	33,43	493,92	1,20	30,02	0,85	25,43	2,88	49,08

Notas: 137 meses de boom e 28 meses de recessão durante o período total (165 meses/observações). Classificação ascendente pela média da taxa de juros. [a] Taxas de juros correspondem a média mensal do rendimento anual. [b] Taxas de câmbio referem-se à média da variação mensal.
Fonte: elaboração própria, a partir de dados do FMI e Banco Central do Brasil.

Figura 4. Excessos de retorno.



Fonte: elaboração própria a partir de dados do FMI.

ries de excesso de retorno, especialmente as de países emergentes, parecem ser pró-cíclicas, enquanto as de países desenvolvidos, como o Japão e a Alemanha, por exemplo, parecem ser contracíclicas. Essa observação torna-se mais evidente com a última recessão que teve início em dezembro de 2007.

3.1. Quantidade de Risco Estimada

Para efeito de comparação com os trabalhos da área, inicia-se a apresentação com os resultados das regressões realizadas com os fatores estimados individualmente ("modelo incondicional"). Posteriormente, mostram-se os achados obtidos com o modelo (28), isto é, o "modelo condicional". A seção 3.2 discute os resultados de inferência sobre esses modelos. Finalmente, faz-se uma análise do comportamento das principais variáveis utilizadas no artigo durante os ciclos norte-americanos na seção 3.3. Optou-se por reportar a maioria dos resultados através de gráficos para facilitar a exposição e análise.

Além das estimativas que são apresentadas, também foram feitos vários outros testes que não são reportados, dadas redundâncias qualitativas. Por exemplo, em adição as estimações com a especificação teórica sem defasagens, usou-se também o procedimento do modelo específico para o geral, escolhendo-se adicionar defasagens até o teste do multiplicador de Lagrange não rejeitar a hipótese de ausência de correlação serial ao nível de significância de 5%, assumindo um número máximo de defasagens possíveis igual a seis. Em quase todos os países, ou o procedimento não adicionou defasagens, ou encontrou apenas uma. A possível razão para essas especificações com pouca dinâmica é a opção pela forma em que se construíram os excessos de retorno mensais, eliminando-se correlação serial por definição e que surgiria com outras possibilidades. A partir dessas regressões, foram estimados os parâmetros de longo prazo e os de curto prazo. Os resultados obtidos não diferem qualitativamente dos apresentados abaixo e, por essa razão, não são reportados.

3.1.1. Betas Incondicionais

A Figura 5(a) e, principalmente, a Figura 5(b), parecem sugerir que há, *na média*, uma relação positiva entre a posição do país em termos da taxa de juros média e os betas estimados. A inspeção visual também parece revelar que títulos de países com taxas de juros médias mais altas, frequentemente carregam uma maior quantidade de risco cambial.

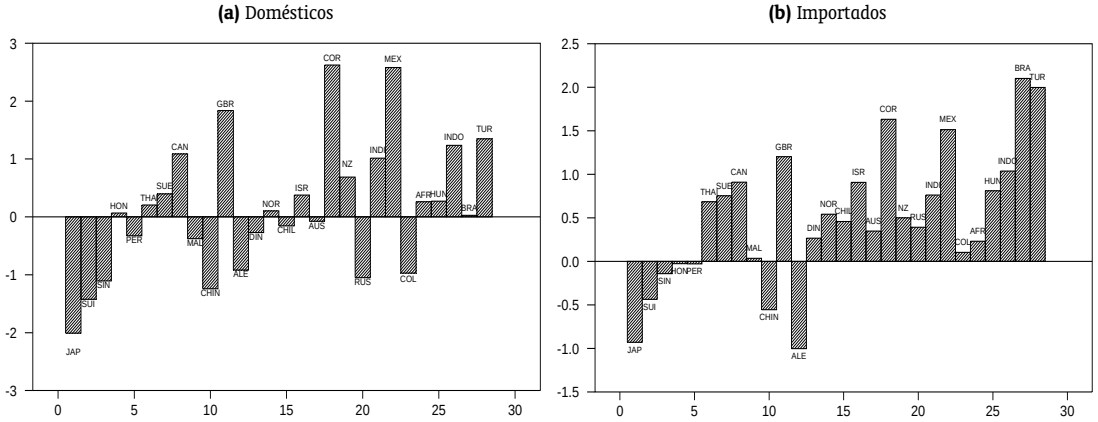
Mas a análise gráfica possui suas limitações, uma vez que há disparidades nos gráficos e porque as relações entre juros altos e risco é menos clara para o consumo de bens domésticos, conforme pode ser visualizado nas figuras correspondentes. Uma análise quantitativa, através de regressões de MQO, leva à mesma conclusão. A regressão dos betas tanto na posição quanto na média retorna um parâmetro positivo e significativo para todos os fatores estimados incondicionalmente.[23] A regressão usando-se os betas domésticos no lado esquerdo e a taxa de juros média do período no lado direito da equação, revela um intercepto estimado de $-0{,}24$ e um parâmetro de inclinação igual a 0,06, com p-valores iguais a 0,408 e 0,061, respectivamente. Para o consumo de importados obtém-se 0,03 e 0,08, para a constante e a inclinação, com p-valores iguais a 0,846 e 0,000, respectivamente.

3.1.2. Betas Condicionais

A Figura 6(a) revela uma diferença importante com os betas estimados com o consumo de domésticos. A regressão desses betas numa constante e na taxa de juros média, revelou um intercepto negativo e insignificante, $-0{,}83$, e inclinação também negativa, $-0{,}17$, significativa (com p-valor igual a 0,008). Finalmente, o consumo de importados apresenta constante de 0,38 e inclinação igual a 0,15, com p-valores respectivos, iguais a 0,195 e 0,000. Tal relação positiva pode ser deduzida à partir da análise visual da Figura 6(b).

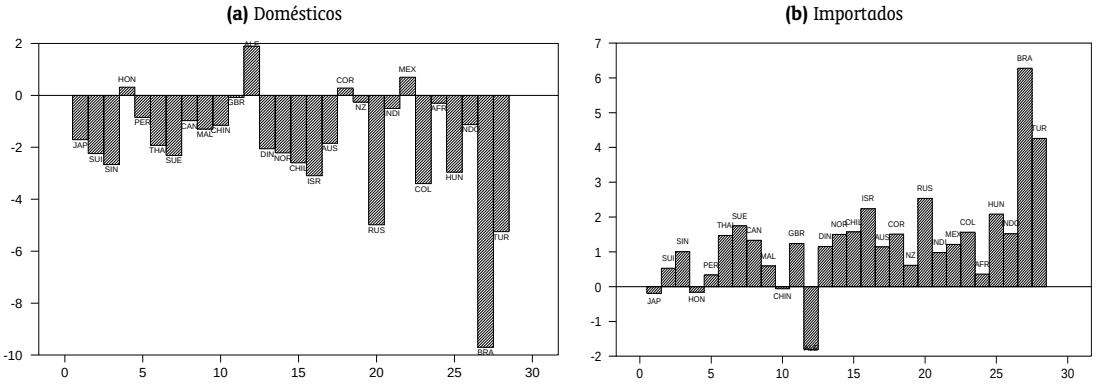
Esses resultados, com exceção daqueles da Figura 6(a), levariam à uma conclusão favorável ao modelo aqui apresentado, se fossem analisados como em Lustig & Verdelhan (2007). No entanto, a evidência apresentada é apenas uma parte dos achados. A significância dos parâmetros, crucial para o debate nessa literatura, será analisada na próxima seção.

Figura 5. Betas incondicionais.



[23] Como é mais informativo usar a taxa de juros média do período como variável explicativa nas regressões, decidiu-se por reportar apenas esses valores nesse parágrafo. No entanto, os resultados são qualitativamente os mesmos quando se considera a posição.

Figura 6. Betas do modelo com dois fatores.



3.2. Significância

Para a amostra de 28 países considerada nesse artigo e à um nível de 15% de significância, se esperariam aproximadamente 4 países com parâmetros significativos pela chance. Quando se considera o modelo incondicional, observa-se que aproximadamente 36% dos países (isto é 10 de 28) apresentam estatísticas t com um nível de significância abaixo de 15%, para os betas no caso da regressão com a taxa de crescimento dos bens importados. Em ordem do menor para o maior p-valor, são eles: China, Coréia, México, Reino Unido, Turquia, Israel, Tailândia, Índia, Canadá e Japão (Brasil e Alemanha apresentam um p-valor de 16%). Seis de vinte e oito economias, no caso do fator doméstico, ou aproximadamente 21.4% das séries de excessos de retorno, apresentam parâmetros significativos (ao nível de 15%). Mais uma vez em ordem de significância: China, Coréia, México, Japão, Singapura e Reino Unido.[24] Nos resultados do modelo condicional (com domésticos e importados), usando-se um teste F para os betas, encontram-se 10 países com parâmetros conjuntamente significativos, mais uma vez ao nível de 15%.

Por fim, a Tabela 3 mostra os resultados obtidos testando-se a hipótese de que todos os betas são iguais a zero e de que todos os betas são iguais a média, esse último denominado de "teste de *spreads*". Conforme pode ser observado, as estatísticas F indicam que essas hipóteses são todas rejeitadas à um nível baixíssimo de significância (todos os p-valores situam-se abaixo de 3 três casas decimais), diferentemente de Burnside (2011). Enfim, é possível concluir à partir do conjunto desses resultados que houve uma melhora em termos de significância dos parâmetros, quando comparados com os trabalhos anteriores. Também pode-se concluir que esse avanço deveu-se, fundamentalmente, às mudanças introduzidas tanto na definição da amostra quanto na introdução do modelo com novos fatores de consumo.

3.3. Juros, Câmbio e Excesso de Retorno no Ciclo de Negócios

A presente seção faz uma breve análise do comportamento de algumas das principais variáveis utilizadas na parte empírica, durante expansões e recessões norte-americanas. A justificativa pode ser melhor realizada citando-se Lustig & Verdelhan (2007, p.91): "Consumption-based models can explain the cross-section of currency excess returns if and only if high interest rate currencies typically depreciate when

[24] Como anteriormente mencionado, nenhum dos betas estimados do modelo com três fatores de Lustig & Verdelhan (2007) é significativo ao nível de 10%. Quando se consideram as regressões nos fatores individuais, apenas a carteira 7 possui um parâmetro significativo — com p-valor de 2% — e, para o fator de mercado, apenas a carteira 4, com 8% de p-valor. Esses resultados são, aproximadamente, aqueles esperados pela chance (sorte/azar) para um nível de significância de 10%. Pela chance, aproximadamente 3 países seriam esperados ao nível exato de 10% de significância, na amostra do presente artigo. Foram encontrados 4 para o crescimento de domésticos e 5 para importados. No modelo condicional, são 7 países com betas conjuntamente significativos.

Tabela 3. Testes para spreads e zeros.

	Fator	
Tipo de erro padrão	*Domésticos*	*Importados*
	Zeros (Estatística F)	
Sistema MQO	1,91	4,34
GMM: Eicker-White	38,43	64,60
	Spreads (Estatística F)	
Sistema MQO	4,34	23,55
GMM: Eicker-White	101,73	55,02

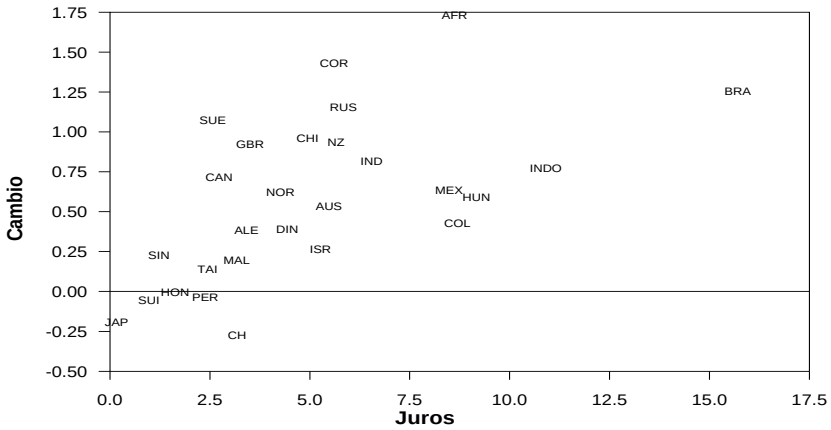
Notas: i) Spreads em relação à média; ii) Estatística $F(20, \infty)$; iii) Todas as estatísticas acima são significativas ao nível de 1%.

real US consumption growth is low, while low interest rate currencies appreciate." Ou seja, é possível deduzir os resultados obtidos nas seções anteriores se for constatado que há uma assimetria entre a taxa de depreciação das moedas dos países durante expansões e recessões. Essa hipótese é verificada de forma descritiva nos parágrafos abaixo.

Como pode ser observado na Tabela 2, a volatilidade do câmbio é maior nos países com juros mais altos durante o período estudado. Nota-se que, tanto a média quanto a variância da taxa de variação do câmbio nos períodos de recessão, de forma geral, são maiores do que as dos períodos de expansão da economia norte-americana. O caso brasileiro oferece um exemplo particular. A média de depreciação do Real nos períodos de recessão norte-americana é de 1,24% ao mês com variância igual a 32,8. Nos períodos de expansão, a variância é maior, 58,46, enquanto que a taxa média de depreciação mensal é de 0,40.

A Figura 7 mostra que há uma relação positiva entre a taxa de depreciação da moeda e a média da taxa de juros para os países da amostra. Uma regressão linear simples da variação média mensal

Figura 7. Câmbio Durante Recessões vs. Juros.



Notas: (i) Variação média do câmbio segundo a sétima coluna da Tabela 2 na escala vertical e média da taxa de juros, primeira coluna da Tabela 2, na escala horizontal; (ii) Exclui-se a Turquia para facilitar a visualização dos dados.

Fonte: Elaboração própria usando dados do FMI e Banco Central do Brasil.

da taxa de câmbio durante recessões norte-americanas e da taxa de juros média entre o período de 1999T1 e 2012T3, revela um parâmetro de inclinação igual a 0,08, estatisticamente significativo (abaixo de 1%) e um intercepto positivo mas não significativo. A mesma regressão durante a fase de expansão do ciclo (*booms*) produz um parâmetro de inclinação igual a 0,03 e um intercepto de −0,27, ambos estatisticamente significativos a níveis abaixo de 1%.[25]

Os resultados mostram que economias com taxas de juros médias mais altas observam suas taxas de câmbio subirem mais rapidamente em tempos de recessões norte-americanas do que em momentos de expansão do ciclo, comparativamente aos países com taxas de juros médias relativamente mais baixas.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conjunto dos resultados apresentados nesse artigo permite concluir que títulos de países com retornos mais altos do que os norte-americanos carregam uma quantidade maior de risco cambial. Esse risco foi medido pela covariância entre os excessos de retorno obtidos de aplicações no estrangeiro (supondo residência nos EUA) com fatores de consumo norte-americanos. Tanto a evidência quantitativa, isto é, em relação as diferenças de tamanho entre os parâmetros betas estimados, quanto a evidência no que se refere a inferência, dada pela significância conjunta desses parâmetros e dessas diferenças (*spreads*), apontam na mesma direção.

Também foi mostrado que há um aumento notável na média da taxa de depreciação da moeda, durante recessões norte-americanas, de países frequentemente considerados mais arriscados para se investir, dados seus fundamentos econômicos e institucionais, como, por exemplo, Brasil, Turquia e México. Esses resultados sugerem que investimentos de residentes norte-americanos em algumas dessas moedas estrangeiras são especialmente ruins quando a situação econômica dos EUA não é boa e, portanto, quando a utilidade que se pode tirar do consumo é ainda maior do que em períodos de expansão. O padrão é inverso para países com fundamentos e instituições mais sólidas como o Japão e a Alemanha, durante o período estudado, que se inicia em 1999T1.

Sugestões de política econômica podem ser deduzidas desses resultados. Por exemplo, a redução da dívida atrelada à variação cambial pode ser benéfica para os países com taxas de juros médias altas. Isso porque evita que a dívida cresça com a depreciação da moeda, reduzindo efeitos de segunda ordem e fazendo com que os agentes possam aceitar, em tempos de normalidade, um prêmio menor de risco ao adquirir os títulos desses países.[26]

Existem várias contribuições desse artigo para a literatura de Finanças Internacionais. Uma delas foi mostrar que a utilização das taxas de crescimento do consumo de bens domésticos e importados resulta, no mínimo, em conclusões similares às da estimação do modelo linear de precificação de ativos com bens não duráveis, duráveis e fatores de mercado. A utilização desses fatores de economia aberta se mostrou relevante tanto na explicação econômica quanto na aplicação empírica. Essa última afirmação é especialmente verdadeira quando se considera a taxa de crescimento dos importados, a qual possui uma grande variância e correlação com os excessos de retorno.

Outra inovação importante está relacionada à amostra de países, período e a frequência dos dados que foram usados na pesquisa. O conjunto dessas escolhas resultou em maior precisão na estimação dos betas usando as mesmas técnicas da literatura de referência. Essa contribuição é muito importante, dada a controvérsia na literatura sobre a significância dos betas, conforme apresentado.

O trabalho apresenta limitações que podem ser temas de investigação futura. Por exemplo, não se investigou o impacto dos termos de troca e da taxa de câmbio real nos preços dos ativos e nas covariâncias estimadas. Essas variáveis podem ser importantes, como é possível deduzir do modelo teórico

[25]Note que isso não é o mesmo que estimar a PTJ, uma vez que a variável dependente é a média da variação mensal da taxa de câmbio apenas durante as recessões, contra a taxa de juros média (% anual) durante todo o período amostral.

[26]Um exemplo é o da economia brasileira que promoveu tal redução à partir da segunda metade da década de 2000.

apresentado na primeira parte do artigo. Seria também interessante construir novas formas de classificação desses betas que não sejam por taxa de juros, mas, por exemplo, o PIB per capita em amostras mais longas. Outra pesquisa também pode avançar no segundo estágio ao estimar os preços dos riscos, com um corte transversal maior do que em relação aos trabalhos previamente mencionados, além de promover estimações não-lineares desse modelo de economia aberta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Backus, D. K., Foresi, S. & Telmer, C. I. (2001). Affine term structure models and the forward premium anomaly. *The Journal of Finance*, *56*(1), 279–304. doi: 10.1111/0022-1082.00325

BIS–Bank for International Settlements. (2013, September). *Foreign exchange turnover in April 2013: Preliminary global results* (Triennial Central Bank Survey 2013). Bank for International Settlements, Monetary and Economic Department. Disponível em: http://www.bis.org/publ/rpfx13fx.pdf

Burnside, C. (2011). The cross section of foreign currency risk premia and consumption growth risk: Comment. *American Economic Review*, *101*(7), 3456–3476. doi: 10.1257/aer.101.7.3456

Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1989). Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica*, *57*(4), 937–69.

Fama, E. F. (1984). Forward and spot exchange rates. *Journal of Monetary Economics*, *14*(3), 319–338. doi: 10.1016/0304-3932(84)90046-1

Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, *81*(3), 607–636. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1831028

Ferreira, A. L. (2014). *Teoria econômica e evidências empíricas do risco cambial* (Tese de Livre Docência). Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto (USP/FEA-RP), Ribeirão Preto–SP.

Lustig, H., & Verdelhan, A. (2007). The cross section of foreign currency risk premia and consumption growth risk. *American Economic Review*, *97*(1), 89–117. doi: 10.1257/aer.97.1.89

Lustig, H., & Verdelhan, A. (2011). The cross-section of foreign currency risk premia and consumption growth risk: Reply. *American Economic Review*, *101*(7), 3477-3500. doi: 10.1257/aer.101.7.3477

Moore, M. J., & Roche, M. J. (2012). When does uncovered interest parity hold? *Journal of International Money and Finance*, *31*(4), 865–879. doi: doi:10.1016/j.jimonfin.2012.01.005

Nobel Prize Committee (Economic Sciences Prize Committee of the Royal Swedish Academy of Sciences). (2013, Oct 14). *Understanding asset prices* (Scientific Background on the Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 2013). Royal Swedish Academy of Sciences. Disponível em: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2013/advanced-economicsciences2013.pdf

Ready, R., Roussanov, N. & Ward, C. (2013, Aug). *Commodity trade and the carry trade: A tale of two countries* (NBER Working Paper Nº 19371). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w19371

Whelan, K. (2000, June). *A guide to the use of chain aggregated NIPA data* (Finance and Economics Discussion Series). Federal Reserve Board. Disponível em: http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2000/200035/200035pap.pdf

White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, *48*(4), 817–838. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1912934

Yogo, M. (2006). A consumption-based explanation of expected stock returns. *The Journal of Finance*, *61*(2), 539–580. doi: 10.1111/j.1540-6261.2006.00848.x

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150021
Revista Brasileira de Economia, **69**(4), 451–465

Forecasting Inflation with the Phillips Curve: A Dynamic Model Averaging Approach for Brazil

Diego Ferreira,[*] Andreza Aparecida Palma[†]

Contents: **1. Introduction; 2. Forecasting Inflation; 3. Forecasting with Dynamic Model Averaging; 4. Forecast Performance; 5. Conclusions.**

Keywords: **Phillips Curve, Inflation, Forecast, Time-Varying Parameter.**

JEL Code: **C11, C15, C53, E31, E37.**

This paper proposes a generalized Phillips curve in order to forecast Brazilian inflation over the 2003:M1–2013:M10 period. To this end, we employ the Dynamic Model Averaging (DMA) method, which allows for both model evolution and time-varying parameters. The procedure mainly consists in state-space representation and by Kalman filter estimation. Overall, the dynamic specifications deliver good inflation predictions for all the forecast horizons considered, underscoring the importance of time-varying features for forecasting exercises. As to the usefulness of the predictors on explaining the Brazilian inflation, there are evidences that the short- and long-term Phillips curve relationship may be rejected for Brazil while short- and medium-term exchange rate pass-through apparently has been decreasing in the last years.

O presente estudo propõe uma curva de Phillips generalizada para prever a inflação brasileira no período 2003:M1–2013:M10. Neste sentido, emprega-se o método Dynamic Model Averaging, que permite tanto a evolução do modelo quanto parâmetros variando no tempo. O procedimento consiste basicamente em representação de estado-espaço e estimação via filtro de Kalman. De modo geral, as especificações dinâmicas proveram boas predições para todos os horizontes considerados, dando enfoque à importância de elementos variantes no tempo ao realizar previsões. Com relação a utilidade do conjunto de preditores para explicar a dinâmica da inflação brasileira, existem evidências de que a curva de Phillips pode não se adequar a economia nacional no curto e longo prazo, enquanto o repasse cambial de curto e médio-prazo aparenta ter se reduzido nos últimos anos.

[*]Universidade Federal do Paraná (UFPR). Curitiba–PR, Brasil. E-mail: diegoferreira.eco@gmail.com

[†]Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Campus Sorocaba. Sorocaba–SP, Brasil. E-mail: drepalma@gmail.com

1. INTRODUCTION

Forecasting the behavior of inflation has been a common procedure for economies under the inflation-targeting regime. Given the lags with which monetary policy ultimately affects the macroeconomic environment, Central Banks must take a forward-looking stance in order to maintain the stability of prices. Moreover, since long-term nominal commitments (e.g. labor contracts and mortgages) and price stickiness are usual features of modern economies, forecasting inflation is also crucial for private sector decision-making. Although many different approaches have been suggested by macroeconomic research, the Phillips curve remains the conventional framework for inflation forecasts.

Ever since the paper of Phillips (1958), which provided the first[1] formal statistical evidence of the relationship between wages and unemployment in the United Kingdom, the trade-off between inflation and real economic activity has been intensely discussed by theoretical and empirical research. Samuelson & Solow (1960) hypothesized the same trade-off for the US economy, arguing that it provided a menu of policy choices since governments could always reduce unemployment by bearing some inflation. Hence, these findings favored the Keynesian counter-cyclical policy prescriptions (quantitative easing), whose effectiveness was intrinsically related to the assumption of non-neutral impact of monetary policy in the short-run.

By amending the Phillips curve to allow for agents' expectations, Phelps (1967) established the so-called *expectations-augmented Phillips curve* (EAPC) through explicitly modeling firms' wage and price-setting behavior. From an intertemporal perspective, the author argued that inflation expectations would induce future changes on the trade-off between inflation and unemployment since the adjustments of wages and prices are infrequently and based on inflation forecasts. On the other hand, in the presence of *rational agents*, Lucas (1976) asserted that inflation expectations could not systematically differ from actual inflation, establishing what was later called the *new Classical Phillips curve* (NCPC).

In the recent economic modeling, theoretical microfoundations based on staggering prices and monopolistic competitive firms have taken a prominent role. The standard *new Keynesian Phillips curve* (NKPC) therefore specifies that current inflation is a function of forward-looking inflation expectations and of real marginal costs. By reassuring the short-run non-neutrality of money due to nominal and real rigidities (Christiano, Eichenbaum, & Evans, 2005), this approach has validated the idea that increasing inflation might reduce unemployment, even though not permanently (Blanchard & Galí, 2007; Fuhrer & Moore, 1995; Galí & Gertler, 1999; Roberts, 1995).

However, from an empirical perspective, the literature presents a wide range of issues; see Gordon (2011) for an in-depth survey. In general, there is disbelief on whether the Phillips curve baseline is appropriate in tracking inflation dynamics. Despite the evidences of Stock & Watson (1999), Galí & Gertler (1999) and Galí, Gertler, & López-Salido (2001) in favor of the inflation-unemployment correlation, the studies of Atkeson & Ohanian (2001), Lindé (2005) and Rudd & Whelan (2005) revealed that those results essentially relied on the sample period and the forecast horizon.

Furthermore, conventional regression-based methods usually deal with time inconsistency. According to Lucas (1976), the structure of an econometric model is built on optimal decision rules of economic agents, hence policy regime shifts might influence the coefficients of the estimated behavioral equations. Macroeconomic research has often attempted to overcome such restraint.

Two main outcomes arise from time heterogeneity: (i) uncertainty with respect to the relevant set of predictors at each period (Gordon, 1982, 1990; Stock & Watson, 1999, 2008); and (ii) potential parameter instability (Canova, 2007; Musso, Stracca, & Van Dijk, 2009). Such time-varying behavior may emerge from e.g. structural breaks and business cycle dynamics, thus damping the effectiveness of traditional

[1] Although the work of Fisher (1926) had previously established a correlation between unemployment rates and inflation for the US economy, the author interprets the transmission process with the reverse direction of causation. From a theoretical viewpoint, Humphrey (1985) argues that early writings on the inflation-unemployment correlation can be found on the works of David Hume and Henry Thornton in the 18th century.

Phillips curve estimations. In order to address the latter issues, sophisticated methods of forecast combination have been employed. As to the US economy, Wright (2009) showed that the Bayesian Model Averaging (BMA) has provided a good performance on forecasting inflation while Kapetanios, Labhard, & Price (2008) found similar results for UK with the method of Information-Theoretic Model Averaging (ITMA).

Regarding the Brazilian literature, Sachsida (2014) provides a recent comprehensive survey. Similarly to the international experience, Brazilian research has yet to achieve a consensus on the implications of the Phillips curve for monetary policy and business cycle fluctuations. While some studies advocate against the inflation-unemployment correlation depicted by the Phillips curve (Cysne, 1985; Maka & Barbosa, 2013; Sachsida, Ribeiro, & Santos, 2009), evidences of its existence for Brazilian data can also be found (Areosa & Medeiros, 2007; Correa & Minella, 2005; Mazali & Divino, 2010; Portugal & Madalozzo, 2000). However, little attention has been given to forecasting inflation with potential time-varying features for Brazil (see e.g. Arruda, Ferreira, & Castelar, 2011, and Carlos & Marçal, 2013). To the best of our knowledge, there is no analysis on forecasting Brazilian inflation taking into account both model and parameter uncertainty.

It is the purpose of this paper to provide some insights on the latter matters. We underscore the importance of a time-varying method to forecast Brazilian inflation given the potential sub-sample instability from some economic changes experienced in the recent years. For instance, one could mention the burdensome macroeconomic effects in the aftermath of a confidence crisis triggered in financial markets by the anticipation of Lula's victory in late-2002, the monetary tightening engendered by Afonso Bevilaqua in 2005 and the 2007 US subprime mortgage crisis. Therefore, the empirical strategy adopted follows closely Koop & Korobilis (2012). Based on the previous work of Raftery et al. (2010), the authors recently proposed a Dynamic Model Averaging (DMA) approach to forecast US inflation, which allows for the forecasting model to change over time as well as its parameters. The exercise mainly consists on state-space representation and Kalman filter estimation. We also account for a variety of alternative forecasting procedures in order to compare predictive performance. The models include Brazilian monthly data for the period 2003:M1–2013:M10.[2] The Broad National Consumer Price Index (IPCA) is used as the measure of inflation along with eight potential predictors.

The results have shown that DMA and DMS are able to deliver good inflation predictions for all forecast horizons considered, highlighting the importance of time-varying features. Also, evidences suggest that the short- and long-term Phillips curve relationship may be rejected for Brazil while short- and medium-term exchange rate pass-through has been recently decreasing. From a monetary policy viewpoint, the short-term interest rate and the inflation expectations seem to have remained useful inflation predictors throughout the sample period.

The outline of this paper is as follows. Besides this Introduction and the Conclusions, this paper is divided into three parts. The first proposes a reduced form generalized Phillips Curve model as our theoretical framework, centering our attention in the set of predictors as well as the data transformations. The second initially addresses the Dynamic Model Averaging approach, underscoring its differences to the Bayesian Model Averaging and discussing how both model and parameter uncertainty are taken into account. Later, we present our empirical results, exploiting the usefulness of the chosen predictors and comparing models' forecasting performance.

2. FORECASTING INFLATION

Inflation is an intriguing phenomenon, driving both monetary and fiscal policy (Leeper, 1991; Sargent & Wallace, 1975; Taylor, 1993). Accordingly, under the inflation-targeting regime, achieving and maintaining price stability are the primary objectives of Central Banks around the world. Thus, given the

[2] As will be discussed in section 2.1, the sample period was established in order to cope with a major methodological break within the Monthly Unemployment Survey (PME) in 2002.

forward-looking nature of monetary policy, forecasting inflation has portrayed an prominent role on designing optimal policy decision-making.

In order to provide some insights on the Brazilian inflation dynamics, this paper aims to evaluate the predictive performance of time-varying forecasting models, namely the Dynamic Model Averaging (DMA) method. Hence, we propose a generalized Phillips curve specification as the theoretical background since macroeconomic research has yet to achieve a consensus on the implications of different Phillips curve specifications. Overall, this procedure follows closely Koop & Korobilis (2012).

2.1. A Reduced Form Generalized Phillips Curve Model

Despite the Phillips curve ubiquity in macroeconomic literature, there remains no consensus on its specification and thus its implication for inflation dynamics. Given the existence of rigidities in the structure of the economy (e.g. sticky wages and prices, information asymmetry and menu costs), recent empirical research has extended the standard Phillips curve by including additional measures of real activity as potential predictors for future inflation (Atkeson & Ohanian, 2001; Christiano et al., 2005; Galí & Gertler, 1999; Sbordone, 2002; Stock & Watson, 1999).

While most works focused at uncovering structural parameters, this paper proposes a reduced form Phillips curve representation for the purpose of inflation forecasting. Therefore, based on Koop & Korobilis (2012), we apply the following generalized Phillips curve specification as our predictive regression:

$$y_t = \mu + x'_{t-1}\beta + \sum_{j=1}^{p} \varphi_j y_{t-j} + \varepsilon_t \tag{1}$$

where y_t is the inflation measure, defined as $y_t = \Delta \ln(P_t) = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ with P_t being the free IPCA inflation (headline inflation measured by the Broad National Consumer Price Index, excluding administered prices), and x_t is the set of predictors. The specification thus includes unemployment rate, real GDP growth (measured at factor prices, realized by the IPCA), industrial capacity utilization, commodities price index, nominal exchange rate (units of home currency per unit of foreign currency, R$/US$), import price index, inflation expectations[3] (measured as the averaged expectation at time t for inflation at time $t+1$) and short-term interest rate (measured as Brazilian Central Bank's overnight call rate). This set of variables is in line with empirical works regarding the generalized Phillips curve (Fonseca Neto, 2010; Koop & Korobilis, 2012; Stock & Watson, 1999; Tombini & Alves, 2006). The time series were downloaded from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE), the Institute of Applied Economic Research (IPEA) and the Brazilian Central Bank (BCB).

Sample period spams from 2003:M1 to 2013:M10. Despite the recurrent lack of long period data for Brazil, the sample period is also restricted due to a methodological break in 2002 within the Monthly Unemployment Survey (PME). In general, PME started considering working-age population those aged ten or older (instead of fifteen or older, as before) as well as broadened the geographic area covered, including several municipalities to the six metropolitan regions surveyed before. As a result, unemployment rates increased more than 50% when compared to the old series.

All series were seasonally adjusted by the X-12-ARIMA method. All variables are transformed to be approximately stationary. The commodities price index and the import price index were transformed to their respective growth rates, thus reflecting measures of inflation. The nominal exchange rate enters the analysis in its first difference in order to evaluate its pass-through degree on inflation; a positive variation means depreciation. Finally, unemployment rate, industrial capacity utilization, inflation expectations and short-term interest rate underwent no further transformations.

[3] The present paper uses inflation expectations from the Focus-Market Readout, published by the Brazilian Central Bank's Investor Relations Group (Gerin). This report consists on a daily survey of forecasts of roughly 100 banks, asset managers and other institutions (real sector companies, brokers, consultancies and others) for a vast set of Brazilian economic indicators.

3. FORECASTING WITH DYNAMIC MODEL AVERAGING

Since the seminal forecasting paper by Bates & Granger (1969),[4] model averaging has become a recurrent empirical tool to deal with model uncertainty. Even though many different approaches have been suggested, the Bayesian Model Averaging (BMA) is considered a well-established methodology for linear regression models when there is uncertainty about which variables to include.

Given that a single linear model which includes all variables may be inefficient or even infeasible due to limited data, uncertainty arises from the existence of $N = 2^m$ different set of models denoted as $\mathcal{M} = \{M_i\}_{i=1}^{N}$, where m is the number of potential regressors and M_i is the i-th of the N models considered. From the posterior model probabilities, BMA explicitly incorporates this uncertainty into statistical inference. Briefly, the output of a Bayesian analysis is the probability distribution for some quantity of interest (e.g. a forecast), Ω, given $\mathcal{M}$ and the observed data at time t, D_t. Therefore, the probability distribution is given by

$$p(\Omega|D_t,\mathcal{M}) = \sum_{i=1}^{N} p(\Omega|M_i,D_t)\, p(M_i|D_t)\,, \tag{2}$$

where $p(\Omega|M_i,D_t)$ is the conditional probability distribution of Ω given a model M_i and the data D_t, and $p(M_i|D_t)$ is the conditional probability of the model M_i being the true model given the data. In other words, equation (2) is an average of the posterior distributions under each of the models considered, weighted by their posterior model probability. The posterior probability for model M_i is defined as

$$p(M_i|D_t) = \frac{p(D_t|M_i,D_{t-1})\, p(M_i|D_{t-1})}{\sum_{i=1}^{N} p(D_t|M_i,D_{t-1})\, p(M_i|D_{t-1})}\,, \tag{3}$$

where

$$p(D_t|M_i,D_{t-1}) = \int p(D_t|\theta_i,M_i,D_{t-1})\, p(\theta_i|M_i,D_{t-1})\,\mathrm{d}\theta_i \tag{4}$$

is the *integrated* likelihood of model M_i; θ_i is the vector of parameters of model M_i; $p(\theta_i|M_i,D_{t-1})$ is the prior density of θ_i under model M_i and the previous period's data; and $p(D_t|\theta_i,M_i,D_{t-1})$ is the likelihood. Equation (3) therefore provides a coherent way of summarizing model uncertainty after observing the data. Moreover, one should notice that the weights are formed as part of a stochastic process since $p(M_i|D_t)$ is obtained from $p(M_i|D_{t-1})$ via intermediate steps (Kapetanios et al., 2008) and that all probabilities are implicitly conditional on $\mathcal{M}$.

Given the latter procedures, the estimated posterior mean and variance of Ω are then constructed as

$$\mathbb{E}[\Omega|D_t] = \sum_{i=1}^{N} \hat{\Omega}_i\, p(M_i|D_t) \tag{5}$$

$$\mathrm{Var}(\Omega|D_t) = \sum_{i=1}^{N} \left(\mathrm{Var}(\Omega|D_t,M_i) + \hat{\Omega}_i^2\right) p(M_i|D_t)\,, \tag{6}$$

where $\hat{\Omega}_i = \mathbb{E}[\Omega|D_t,M_i]$ (Draper, 1995; Raftery, 1993).

Despite the improvement in dealing with model uncertainty, the BMA is restricted to static linear models. Allowing for the set of regressors as well as their marginal effects to vary over time may provide in-depth information on how a process is likely to evolve. For instance, Koop & Korobilis (2012) argued that time-varying features are of great interest in empirical macroeconomics due to the potential occurrence of structural breaks and to business cycle dynamics. Hence, Raftery et al. (2010) developed

[4] Despite the seminal contributions of Bates & Granger (1969) on model averaging and forecast, the first mention of model combination in statistical literature dates back to Barnard (1963).

the Dynamic Model Averaging (DMA) methodology, encompassing the BMA as well as hidden Markov models, forgetting in state-space modeling and Kalman filter estimation.

Consider a linear time-varying model structure, with y_t being the dependent variable; $z_t = [1, x_{t-h}]$ a $1 \times m$ vector of regressors; θ_t an $m \times 1$ vector of coefficients (states), $\varepsilon_t \overset{\text{ind}}{\sim} N(0, H_t)$, and $u_t \overset{\text{ind}}{\sim} N(0, Q_t)$:

$$y_t = z_t \theta_t + \varepsilon_t \tag{7a}$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t + u_t\,, \tag{7b}$$

for $t = 1, \ldots, T$. Furthermore, the errors, ε_t and u_t, are assumed to be mutually independent at all leads and lags. Despite allowing for the parameters to evolve over time following a driftless random walk process, equations (7a) and (7b) still incur model uncertainty since it is assumed that z_t is the relevant set of regressors at all points in time. Thus, given the existence of $N = 2^m$ set of models with different subsets of z_t as regressors, Koop & Korobilis (2012) rewrite the latter equations as

$$y_t = z_t^{(k)} \theta_t^{(k)} + \varepsilon_t^{(k)} \tag{8a}$$

$$\theta_{t+1}^{(k)} = \theta_t^{(k)} + u_t^{(k)}\,, \tag{8b}$$

where $\varepsilon_t^{(k)}$ is $N\left(0, H_t^{(k)}\right)$, $u_t^{(k)}$ is $N\left(0, Q_t^{(k)}\right)$ and $z_t^{(k)}$ is a subset of z_t, for $k = 1, \ldots, N$. Moreover, let $M_t \in \{1, 2, \ldots, N\}$ denote one of the models in the population at time, $\Theta_t = \left(\theta_t^{(1)\prime}, \ldots, \theta_t^{(k)\prime}\right)'$ the state vector and $y^t = (y_1, \ldots, y_t)'$ the information available at each point of time, DMA involves obtaining $p\left(M_t = k \middle| y^{t-1}\right)$, which is the probability of model k holding at time t given data up to time $t-1$, and averaging some quantity of interest (e.g. a forecast) across models using these probabilities.

Since the model depicted by equations (8a) and (8b) is a switching linear Gaussian state-space representation, Koop & Korobilis (2012) asserted that the time-varying features could be addressed with a transition matrix P in the sense of Hamilton (1989), with elements $p_{ij} = p(M_t = i | M_{t-1} = j)$, for $i, j = 1, \ldots, N$. However, given that $N = 2^m$ and m may be large, P is often high-dimensional, derailing the results of standard recursive algorithms such as the Kalman filter.

In order to deal with these restraints, Raftery et al. (2010) developed an approximation which operates without explicitly specifying a transition matrix such as P, reducing therefore the computational burden of the latter recursive approaches. This procedure embodies two parameters, λ and α, referred as the *forgetting factors*. Following the state-state model in equations (7a) and (7b), for given values of H_t and Q_t, Kalman filtering begins with the result that

$$\theta_{t-1} \middle| y^{t-1} \sim N\left(\hat{\theta}_{t-1}, \Sigma_{t-1|t-1}\right), \tag{9}$$

where formulae for $\hat{\theta}_{t-1}$ and $\Sigma_{t-1|t-1}$ are standard, depending on H_t and Q_t. Subsequently, Kalman filtering continues, with

$$\theta_t \middle| y^{t-1} \sim N\left(\hat{\theta}_{t-1}, \Sigma_{t|t-1}\right), \tag{10}$$

where

$$\Sigma_{t|t-1} = \Sigma_{t-1|t-1} + Q_t\,. \tag{11}$$

Since specifying Q_t is demanding and often little information is available, Raftery et al. (2010) imposed an exponential decay and replaced equation (11) by

$$\Sigma_{t|t-1} = \lambda^{-1} \Sigma_{t-1|t-1}\,, \tag{12}$$

or, equivalently, $Q_t = \left(1 - \lambda^{-1}\right) \Sigma_{t-1|t-1}$. Hence, there is no need to estimate or simulate Q_t, but only H_t. Also, the forgetting factor λ implies that observations j periods in the past have weight λ^j. Given that $0 < \lambda \leq 1$, setting $\lambda = 0.99$ indicates that observations two years ago receive approximately 80% as

much weight as last period's observation (for monthly data). Following Raftery et al. (2010) and Koop & Korobilis (2012), we consider $\lambda \in (0.95, 0.99)$.

According to Koop & Korobilis (2012), inference in the one-model case is then completed by the *updating equation*:

$$\theta_t \Big| y^t \sim N\left(\hat{\theta}_t, \Sigma_{t|t}\right), \tag{13}$$

where

$$\hat{\theta}_{t|t} = \hat{\theta}_{t|t-1} + \Sigma_{t|t-1} z_t{}' \left(H_t + z_t \Sigma_{t|t-1} z_t{}'\right)^{-1} \left(y_t - z_t \hat{\theta}_{t-1}\right) \tag{14}$$

and

$$\Sigma_{t|t} = \Sigma_{t|t-1} - \Sigma_{t|t-1} z_t{}' \left(H_t + z_t \Sigma_{t|t-1} z_t{}'\right)^{-1} z_t \Sigma_{t|t-1}. \tag{15}$$

As new data become available, this process is recursively repeated. Thus, recursive forecasting is done by using the one-step-ahead predictive distribution of y_t:

$$y_t \Big| y^{t-1} \sim N\left(z_t \hat{\theta}_{t-1}, H_t + z_t \Sigma_{t|t-1} z_t{}'\right). \tag{16}$$

Since the results in equation (16) are all analytical, conditional on H_t, Koop & Korobilis (2012) highlighted that no Markov chain Monte Carlo (MCMC) algorithm is required, reducing computational costs.

In order to consider multiple models and uncertainty about which one is the best, Raftery et al. (2010) proposed a multi-model case based on the state-space representation depicted by equations (8a) and (8b). In this sense, estimation is analogous to the one-model case. Conditional distribution of the state at time $(t-1)$ given the data up to that time is

$$p\left(\theta_{t-1}, M_{t-1} \Big| y^{t-1}\right) = \sum_{k=1}^{N} p\left(\theta_{t-1}^{(k)} \Big| M_{t-1} = k, y^{t-1}\right) p\left(M_{t-1} = k \Big| y^{t-1}\right), \tag{17}$$

whose conditional distribution of $\theta_{t-1}^{(k)}$ could be approximated by a normal distribution, denoted by

$$\theta_{t-1}^{(k)} \Big| M_{t-1} = k, y^{t-1} \sim N\left(\hat{\theta}_{t-1}^{(k)}, \Sigma_{t-1|t-1}^{(k)}\right). \tag{18}$$

Then, one must proceed to the prediction step. Raftery et al. (2010) argued that this procedure is twofold: (i) prediction of the model indicator, M_t, via the model prediction equation; and (ii) conditional prediction of the parameter, $\theta_t^{(k)}$, given that $M_t = k$, via the parameter prediction equation.

Let $\pi_{t-1|t-1,l} = p\left(M_{t-1} = l \Big| y^{t-1}\right)$. With the use of an unrestricted matrix of transition probabilities in P with elements p_{kl}, the *model prediction equation* is then specified as

$$\pi_{t|t-1,k} \equiv p\left(M_t = k \Big| y^{t-1}\right) = \sum_{l=1}^{N} \pi_{t-1|t-1,l}\, p_{kl}. \tag{19}$$

However, as discussed before, P is often high-dimensional. Therefore, Raftery et al. (2010) proposed an approximation for equation (19), such as

$$\pi_{t|t-1,k} = \frac{\pi_{t-1|t-1,k}^{\alpha}}{\sum_{l=1}^{N} \pi_{t-1|t-1,l}^{\alpha}}, \tag{20}$$

where $0 < \alpha \leq 1$ is a forgetting factor in the sense of λ. Even though comparable, α refers to the weight applied to model performance. For instance, if $\alpha = 0.99$, forecast performance two years ago receives approximately 80% as much weight as forecast performance last period (for monthly data).

Following Raftery et al. (2010) and Koop & Korobilis (2012), we consider $\alpha \in (0.95, 0.99)$. By applying the forgetting factor in the model prediction equation, there is no need of an MCMC algorithm to draw transitions between models (Koop & Korobilis, 2012).

With exponential decay, the *parameter prediction equation* in a multi-model setup is similar to the one in equation (10), with the superscript (k) added to all quantities:

$$\theta_t^{(k)} \Big| M_t = k, y^{t-1} \sim N\left(\hat{\theta}_{t-1}^{(k)}, \Sigma_{t|t-1}^{(k)}\right), \tag{21}$$

where $\Sigma_{t|t-1}^{(k)} = \lambda^{-1}\Sigma_{t-1|t-1}^{(k)}$.

Furthermore, Koop & Korobilis (2012) argued that the *model updating equation* is also analogous to the updating equation of the one-model setup, then being written as

$$\pi_{t|t,k} = \frac{\pi_{t|t-1,k}\, p_k\left(y_t \middle| y^{t-1}\right)}{\sum_{l=1}^{N} \pi_{t|t-1,l}\, p_l\left(y_t \middle| y^{t-1}\right)}, \tag{22}$$

whose $p_l\left(y_t \middle| y^{t-1}\right)$ is the predictive density for model l evaluated at y_t.

In general, the multi-model predictions of y_t are a weighted average of the predictions for every model $\hat{y}_t^{(k)}$, whose weights are the *posterior predictive model probabilities*, $\pi_{t|t,k}$. Thus, the recursive forecasting performed by DMA is given by

$$\hat{y}_t^{\text{DMA}} \equiv E\left(y_t \middle| y^{t-1}\right) = \sum_{k=1}^{N} \pi_{t|t-1,k}\, z_t^{(k)} \hat{\theta}_{t-1}^{(k)}. \tag{23}$$

Additionally to the DMA approach, Koop & Korobilis (2012) argued that one could instead choose to select the single model with the highest value for $\pi_{t|t,k}$ at each point in time and then perform forecasts. This exercise consists in the Dynamic Model Selection (DMS). Also, all the recursions for estimation and forecasting presented in this paper are based on choosing a prior for $\pi_{0|0,k}$ and $\theta_0^{(k)}$, for $k = 1, \ldots, N$.

Due to potential changes in the error variance over time, we set a rolling version of the recursive method of Raftery et al. (2010) as a consistent estimator of $H_t^{(k)}$, so that

$$\widetilde{H}_t^{(k)} = \frac{1}{t^*} \sum_{j=t-t^*+1}^{t} \left[\left(y_t - z_t^{(k)} \hat{\theta}_{t-1}^{(k)}\right)^2 - z_t^{(k)} \Sigma_{t|t-1}^{(k)} z_t^{(k)\prime}\right]. \tag{24}$$

To allow for substantial change in the error variances, we set $t^* = 24$ and, thus, use a rolling estimator based on two years of data. Moreover, to avoid the rare possibility that $\widetilde{H}_t^{(k)} < 0$, Raftery et al. (2010) suggested replacing $H_t^{(k)}$ by $\widehat{H}_t^{(k)}$, where

$$\widehat{H}_t^{(k)} = \begin{cases} \widetilde{H}_t^{(k)} & \text{if } \widetilde{H}_t^{(k)} > 0 \\ \widehat{H}_{t-1}^{(k)} & \text{otherwise} \end{cases}.$$

4. FORECAST PERFORMANCE

Before evaluating the DMA performance on forecasting Brazilian inflation, some remarks must be made. First, as discussed previously, the benchmark values of the forgetting factors were set to $\alpha = 0.99$ and $\lambda = 0.99$. Second, according to Koop & Korobilis (2012), we impose a uninformative prior over the models ($\pi_{0|0,k} = \frac{1}{N}$ for $k = 1, \ldots, N$, i.e. initially all models are equally likely) and a diffuse prior on the initial states, such that $\theta_0^{(k)} \sim N\left(0, 100 I_{n_k}\right)$, with n_k being the number of variable in model k, for $k = 1, \ldots, N$.

Following the recent Brazilian literature on inflation dynamics, whose overall results favor a short-term autoregressive process (Arruda et al., 2011; Figueiredo & Marques, 2009; Santos & Holland, 2011),

all models are set to include an intercept and two lags of the dependent variable. Furthermore, the latter lag length depicts a more parsimonious specification since the estimation procedure involves a wide range of parameters.

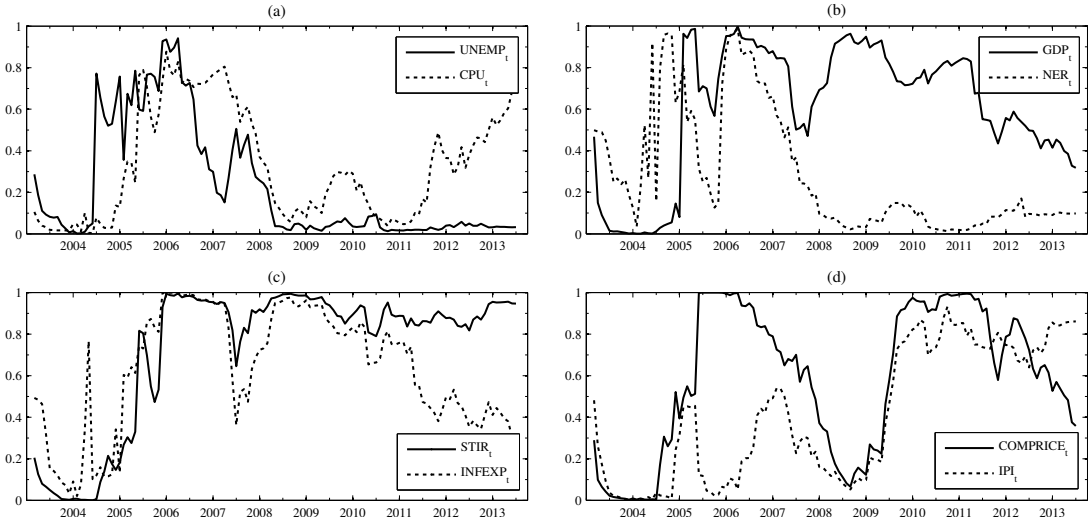
Figures 1 to 3 provide the posterior inclusion probability of predictor. In other words, they present the probability of a predictor being useful for forecasting inflation at time t, that is, they are equivalent to the weight used by DMA attached to models with at least one predictor. We then consider three forecast horizons: short-term ($h = 1$), medium-term ($h = 6$) and long-term ($h = 12$). Overall, there are evidences that the set of predictors is changing over time, taking into account model uncertainty. Therefore, our empirical strategy seems to be suitable for dealing with potential time inconsistency while forecasting Brazilian inflation over the sample period.

As stated in Koop & Korobilis (2012), even though the posterior inclusion probability of predictor provides in-depth insights on whether a given variable bears information to explain the nature of inflation dynamics, providing economic reasoning from such reduced-form forecasting exercise might not be reasonable. Also, the aim of this paper is not to examine the macroeconomic implications of the following results, but rather evaluate forecasting performance. Yet, we still attempt to discuss some of them in light of macroeconomic theory.

With exception of the medium-term, there is evidence that the unemployment rate is a useful inflation predictor in the beginning of the sample period. However, after mid-2008, the variable practically lost its capability to forecast $t + 1$ and $t + 12$ inflation. Regarding the medium-term, unemployment regained its predictive power from 2009 until mid-2011. In general, this result provides empirical evidence that the short- and long-term Phillips curve relationship, in the recent years, may be rejected for Brazil; see e.g. Minella, Freitas, Goldfajn, & Muinhos (2003) and Mendonça, Sachsida, & Medrano (2012) for similar results.

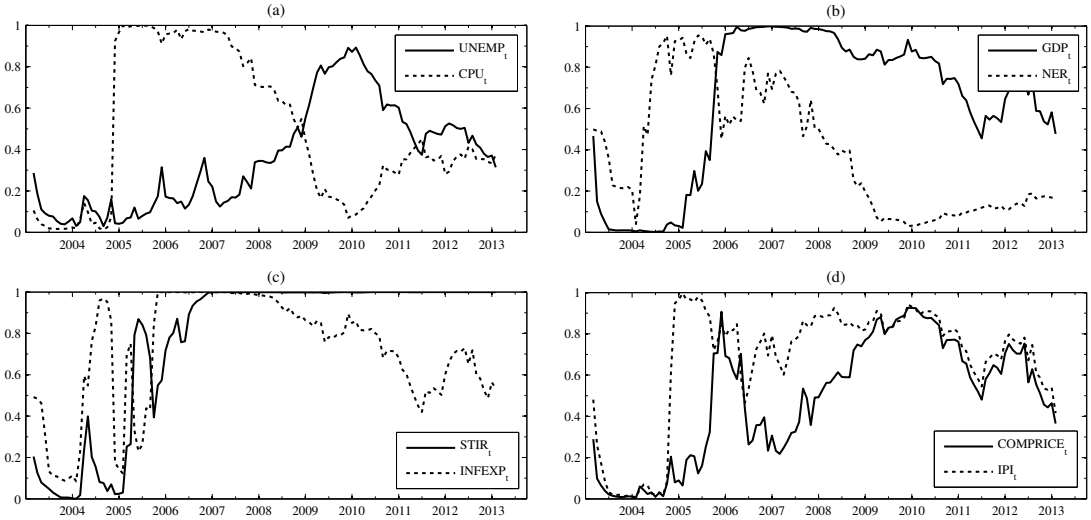
Regarding the industrial capacity utilization, its usefulness as an inflation predictor is more prominent in the first half of the sample period, especially for short- and medium-term forecasts. However, despite the downward trend since mid-2007, it has regained its short-term predictive power for changes in consumer price inflation after 2011. Moreover, except for $h = 12$, real GDP growth remained a useful

Figure 1. Posterior inclusion probability of predictors ($h = 1$).



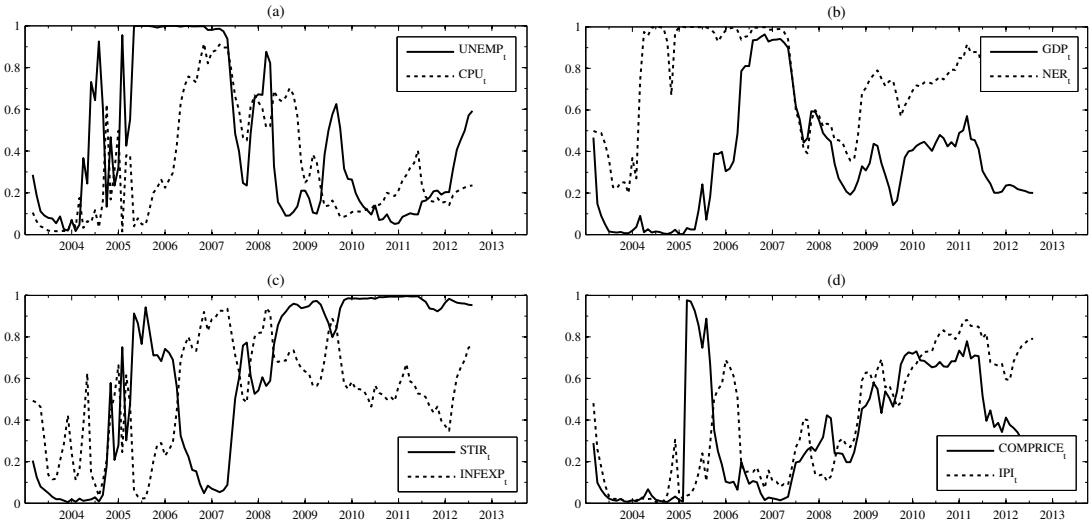
Notes: UNEMP = unemployment rate; CPU = industrial capacity utilization; GDP = real GDP growth; NER = nominal exchange rate; INFEXP = inflation expectations ($t + 1$); STIR = short-term interest rate; COMPRICE = commodities price index; IPI = import price index.

Figure 2. Posterior inclusion probability of predictors ($h = 6$).



Notes: UNEMP = unemployment rate; CPU = industrial capacity utilization; GDP = real GDP growth; NER = nominal exchange rate; INFEXP = inflation expectations ($t + 1$); STIR = short-term interest rate; COMPRICE = commodities price index; IPI = import price index.

Figure 3. Posterior inclusion probability of predictors ($h = 12$).



Notes: UNEMP = unemployment rate; CPU = industrial capacity utilization; GDP = real GDP growth; NER = nominal exchange rate; INFEXP = inflation expectations ($t + 1$); STIR = short-term interest rate; COMPRICE = commodities price index; IPI = import price index.

predictor from 2005 to 2011.

As to the nominal exchange rate, we found evidences that its capability to predict inflation has substantially weakened since 2007, for $h = 1$ and $h = 6$. One could thus argue these evidences favor the idea that the short- and medium-term degree of the Brazilian exchange rate pass-through (ERPT) have been recently decreasing; see e.g. Minella et al. (2003), Muinhos (2004) and Nogueira Jr (2007) for similar results. One intuition behind this result is that the adoption of the IT regime led to credibility gains of monetary policy, therefore keeping low inflation expectations even after depreciation (Nogueira Jr, 2007). Yet, since the nominal exchange rate generally prevails as a useful inflation predictor throughout the sample period for long-term forecasts, there is also empirical evidence for the presence of long-term ERPT in Brazil.

In mid-1999, the Brazilian Central Bank adopted an inflation-targeting (IT) framework for monetary policy with the short-term interest rate (STIR) as the main instrument. Hence, the STIR has been a consistent inflation predictor from mid-2005 onwards. This result further strengthens the idea of a steady stance on the control of inflation by the Central Bank.

Besides providing a nominal anchor for monetary policy, the IT regime was also designed to anchor inflation expectations. For short-term forecasts, inflation expectations followed a similar pattern to the STIR from 2005 until late-2010, though with a downward trend thereafter. As to medium-term, the posterior inclusion probability reached its maximum value in 2006, remaining as a useful predictor throughout the rest of the sample. Regarding long-term forecasts, the posterior inclusion probability presents a rather volatile behavior. Consequently, we find that inflation contains an important forward-looking component despite inflation expectations losing predictive power in the recent years.

Regardless the forecast horizon, we observe a bimodal posterior inclusion probability for the commodities price index (COMPRICE) and the import price index (IPI). On the other hand, as the forecast horizon increases, their predictive power seems to decrease, with the partial exception of IPI, for $h = 6$. Ergo, there are empirical evidences that foreign prices movements are indeed transmitted to Brazilian consumer prices, especially in the last years. However, these results do not provide information to whether the transmission mechanism is direct, for instance when consumers buy imported goods, or indirect, when prices of domestically produced goods and services are affected by changes in the cost of imported inputs.

In order to evaluate the forecasting performance of DMA models, we employ the Mean Squared Forecast Error (MSFE) and the Mean Absolute Forecast Error (MAFE) as comparison metrics,[5] which are calculated beginning in 2003:M5 + h + 1. We thus present results for 8 different models, namely:

- DMA with $\alpha = \lambda = 0.99$;
- DMS with $\alpha = \lambda = 0.99$;
- DMA with $\alpha = \lambda = 0.95$;
- DMS with $\alpha = \lambda = 0.95$;
- DMA with time-invariant coefficients, i.e. with $\alpha = 0.99$ and $\lambda = 1$;
- BMA as a special case of DMA, i.e. with $\alpha = \lambda = 1$;
- Time-Varying Parameter (TVP) AR(2), with $\lambda = 0.99$;
- Recursive OLS using all of the predictors.

[5] The MSFE can be obtained by

$$\text{MSFE} = \frac{1}{T - t_1 + 1} \sum_{t=t_1-1}^{T-1} \left(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t} \right)^2,$$

while the MAFE is given by

$$\text{MAFE} = \frac{1}{T - t_1 + 1} \sum_{t=t_1-1}^{T-1} \left| y_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t} \right|,$$

for $t = t_1, \ldots, T$.

Tabela 1 reports the MSFE and the MAFE for the latter models. In general, DMA and DMS specifications deliver good inflation predictions for all three forecast horizons, with DMS ($\alpha = \lambda = 0.95$) being the best model.[6]

Table 1. Predictive performance comparison.

	$h = 1$		$h = 6$		$h = 12$	
	MSFE	MAFE	MSFE	MAFE	MSFE	MAFE
DMA ($\alpha = \lambda = 0.99$)	0.0446	0.1645	0.0525	0.1850	0.0566	0.1854
DMS ($\alpha = \lambda = 0.99$)	0.0414	0.1594	0.0490	0.1785	0.0476	0.1679
DMA ($\alpha = \lambda = 0.95$)	0.0446	0.1657	0.0489	0.1819	0.0487	0.1708
DMS ($\alpha = \lambda = 0.95$)	0.0362	0.1474	0.0400	0.1665	0.0405	0.1531
DMA ($\alpha = 0.99$, $\lambda = 1$)	0.0456	0.1679	0.0549	0.1885	0.0580	0.1896
BMA (DMA with $\alpha = \lambda = 1$)	0.0480	0.1732	0.0581	0.1927	0.0626	0.1972
TVP-AR(2) ($\lambda = 0.99$)	0.0392	0.1519	0.0606	0.1949	0.0563	0.1827
Recursive OLS	0.0496	0.1769	0.0571	0.1850	0.0516	0.1746

Notes: The forecast evaluation period is 2003:M5 + h + 1–2013:M10.

For instance, the TVP-AR(2) specification provides predictions as accurate as the ones from DMS ($\alpha = \lambda = 0.95$) for short-term forecasts. This implies that inflation bears sufficient information to explain its own $t+1$ behavior. This perhaps is not surprising given that the Brazilian macroeconomic literature has already pointed out the short-term nature of inflation persistence in the recent years (Arruda et al., 2011; Figueiredo & Marques, 2009; Santos & Holland, 2011). However, Tabela 1 also provides evidences that the TVP-AR(2) predictive power falls as the forecast horizon increases.

Since both DMA ($\alpha = 0.99$, $\lambda = 1$) and BMA exhibited two of the worst forecasting performances, our results further suggest that allowing for model and parameter to change over time increase predictive power.

Despite Recursive OLS and TVP-AR(2) performing relatively better than some DMA and DMS specifications, overall both dynamic specifications still provide more accurate forecasts, with results rather favoring DMS models. As discussed in Koop & Korobilis (2012), by imposing zero weight on all models other than the best one, DMS "shrinks" the contribution of all models except a single one towards zero. Ergo, this shrinkage might have granted additional forecast benefits over DMA. On the other hand, given the constantly model switching nature of the DMS approach, the authors also argued that policymakers may disapprove it as a forecasting procedure, finding the gradual reweighting of DMA more appealing.

4.1. Sensitivity Analysis

Even though Raftery et al. (2010) argued that $\alpha = \lambda = 0.99$ would lead to robust results, we carry out a sensitivity analysis in order to address any potential divergence on the forecasting performance due to the specification of the forgetting factors. Following Koop & Korobilis (2012), we specify four alternative models using different factor combinations within the range $\alpha, \lambda \in (0.95, 0.99)$.

From the results in Tabela 2, one should note that the alternative specifications led to similar results in comparison to the ones reported in previous section, i.e., this robustness analysis evolve consistently with the previous results. However, despite DMS with $\alpha = 0.95$ and $\lambda = 0.99$ forecasting a bit better than some specifications of Tabela 1, DMS with $\alpha = \lambda = 0.95$ still provided the best forecasts overall. Hence, based on these evidences, our data set seems to favor model evolution over time-varying parameters.

[6] Caldeira & Furlani (2013), for example, were able to achieve relatively better results than the ones presented here with a distinct method (the BEIRs, break-even inflation rates). However, their sample period (January 2005 to January 2010) and the forecasting period are also different from ours.

Table 2. Predictive performance comparison – sensitivity analysis.

	$h = 1$		$h = 6$		$h = 12$	
	MSFE	MAFE	MSFE	MAFE	MSFE	MAFE
DMA ($\alpha = 0.99$, $\lambda = 0.95$)	0.0460	0.1684	0.0527	0.1883	0.0519	0.1725
DMS ($\alpha = 0.99$, $\lambda = 0.95$)	0.0444	0.1637	0.0495	0.1854	0.0459	0.1616
DMA ($\alpha = 0.95$, $\lambda = 0.99$)	0.0418	0.1574	0.0487	0.1777	0.0510	0.1777
DMS ($\alpha = 0.95$, $\lambda = 0.99$)	0.0331	0.1405	0.0404	0.1597	0.0422	0.1587

Notes: The forecast evaluation period is 2003:M5 + h + 1–2013:M10.

5. CONCLUSIONS

In this paper, we have proposed a generalized Phillips curve in order to forecast Brazilian inflation over the 2003:M1–2013:M10 period. Through an application of the Dynamic Model Averaging (DMA) approach, our specification has allowed for both model evolution and time-varying parameters, thus being less susceptible to the Lucas (1976) critique.

Our results indicate that DMA and DMS deliver good inflation predictions for all the forecast horizons considered, with DMS ($\alpha = \lambda = 0.95$) being the best model. However, some dynamic specifications have showed difficulty in beating naïve models (i.e. TVP-AR and recursive OLS) for short-term forecasts. Overall, the inclusion of time-varying features is found to increase predictive power, with data especially favoring changes on the set of predictors. Ergo, we underscore the usefulness of considering both model and parameter uncertainty rather than relying on traditional linear static forecasting devices.

Furthermore, the posterior inclusion probability of predictors enables explicitly evaluation of the probability of a predictor being useful for forecasting inflation. Therefore, our findings suggests that the short- and long-term Phillips curve relationship may be rejected for Brazil while short- and medium-term exchange rate pass-through has been recently decreasing. From a monetary policy viewpoint, the results indicate that price stability has remained one of the primary goals of the Brazilian Central Bank. Moreover, despite inflation expectations losing predictive power in the recent years, we have shown that the dynamics of inflation still contain an important forward-looking component.

REFERENCES

Areosa, W. D., & Medeiros, M. (2007). Inflation dynamics in brazil: the case of a small open economy. *Brazilian Review of Econometrics*, *27*(1), 131–166. Retrieved from http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/bre/article/view/1575

Arruda, E. F., Ferreira, R. T., & Castelar, I. (2011). Modelos lineares e não lineares da curva de Phillips para previsão da taxa de inflação no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, *65*(3), 237–252. Retrieved from http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/download/1523/2257

Atkeson, A., & Ohanian, L. E. (2001). Are Phillips curve useful for forecasting inflation? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, *25*(1), 2–11. Retrieved from https://www.minneapolisfed.org/research/quarterly-review/are-phillips-curves-useful-for-forecasting-inflation

Barnard, G. A. (1963). New methods of quality control. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)*, *126*(2), 255–258. doi: 10.2307/2982365

Bates, J. M., & Granger, C. W. J. (1969). The combination of forecasts. *Operations Research Quarterly*, *20*(4), 451–468. doi: 10.2307/3008764

Blanchard, O. J., & Galí, J. (2007). Real wage rigidities and the new Keynesian model. *Journal of Money, Credit and Banking*, *39*(1), 35–66. doi: 10.1111/j.1538-4616.2007.00015.x

Caldeira, J. F., & Furlani, L. G. C. (2013). Inflação implícita e o prêmio de risco: Uma alternativa aos modelos VAR na previsão do IPCA. *Estudos Econômicos*, *43*(4), 627–645. Retrieved from http://www.revistas.usp.br/ee/

article/view/38346

Canova, F. (2007). G-7 inflation forecasts: Random walk, Phillips curve or what else? *Macroeconomic Dynamics*, *11*(1), 1–30. doi: 10.1017/S136510050705033X

Carlos, T. C., & Marçal, E. F. (2013, December). *Forecasting Brazilian inflation by its aggregate and disaggregated data: A test of predictive power by forecast horizon* (Working Paper No. 346). São Paulo School of Economics, Getulio Vargas Foundation (FGV-EESP).

Christiano, L. J., Eichenbaum, M., & Evans, C. L. (2005). Nominal rigidities and the dynamic effects of a show to monetary policy. *Journal of Political Eocnomy*, *113*(1), 1–45. doi: 10.1086/426038

Correa, A. S., & Minella, A. (2005). Mecanismos não-lineares de repasse cambial: Um modelo de curva de Phillips com threshold para o Brasil. In *XXXIII Encontro Nacional de Economia (ANPEC).* Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia.

Cysne, R. P. (1985). A relação de Phillips no Brasil: 1964–1966 versus 1980–1984. *Revista Brasileira de Economia*, *39*(4), 401–422. Retrieved from http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/download/352/7761

Draper, D. (1995). Assessment and propagation of model uncertainty. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, *57*(1), 45–97. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2346087

Figueiredo, E. A., & Marques, A. M. (2009). Inflação inercial como um processo de longa memória: análise a partir de um modelo Arfima-Figarch. *Estudos Econômicos*, *39*(2), 437–458. doi: 10.1590/S0101-41612009000200008

Fisher, I. (1926). A statistical relationship between unemployment and price changes. *International Labour Review*, *13*(6), 758–792.

Fonseca Neto, F. A. (2010). Persistência inflacionária e curva de Phillips novo-keynesiana para o Brasil. *Revista de Economia Política*, *30*(2), 310–328. doi: 10.1590/S0101-31572010000200008

Fuhrer, J., & Moore, G. (1995). Inflation persistence. *The Quarterly Journal of Economics*, *110*(1), 127–159.

Galí, J., & Gertler, M. (1999). Inflation Dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics*, *44*(2), 195–222.

Galí, J., Gertler, M., & López-Salido, J. D. (2001). European inflation dynamics. *European Economic Review*, *45*(7), 1237–1270. doi: 10.1016/S0014-2921(00)00105-7

Gordon, R. J. (1982). Inflation, flexible exchange rates, and the natural rate of unemployment. In M. N. Baily (Ed.), *Workers, Jobs and Inflation* (pp. 89–158). Washington D.C.: The Brookings Institution.

Gordon, R. J. (1990). U.S. inflation, labor's share, and the natural rate of unemployment. In H. Konig (Ed.), *Economics of Wage Determination* (pp. 1–34). New York: Springer Verlag.

Gordon, R. J. (2011). The history of the Phillips curve: Consensus and bifurcation. *Economica*, *78*(309), 10–50. doi: 10.1111/j.1468-0335.2009.00815.x

Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, *57*(2), 357–384. doi: 10.2307/1912559

Humphrey, T. M. (1985). The early history of the Phillips curve. *Economic Review*, *71*(5), 17–24.

Kapetanios, G., Labhard, V., & Price, S. (2008). Forecasting using Bayesian and Information-Theoretic Model Averaging: An application to U.K. inflation. *Journal of Business & Economic Statistics*, *26*(1), 33–41.

Koop, G., & Korobilis, D. (2012). Forecasting inflation using Dynamic Model Averaging. *International Economic Review*, *53*(3), 867–886. doi: 10.1111/j.1468-2354.2012.00704.x

Leeper, E. M. (1991). Equilibria under 'active' and 'passive' monetary and fiscal policies. *Journal of Monetary Economics*, *27*(1), 129–147. doi: 10.1016/0304-3932(91)90007-B

Lindé, J. (2005). Estimating new-Keynesian Phillips curves: A full information maximum likelihood approach. *Journal of Monetary Economics*, *52*(6), 1135–1149. doi: 10.1016/j.jmoneco.2005.08.007

Lucas, J., R. E. (1976). Econometric policy evaluation: A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, *1*, 19–46. doi: 10.1016/S0167-2231(76)80003-6

Maka, A., & Barbosa, F. H. (2013). Phillips curves: An encompassing test. In *XLI Encontro Nacional de Economia (ANPEC).* Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia.

Mazali, A. A., & Divino, J. A. (2010). Real wage rigidity and the new Phillips curve: The Brazilian case. *Revista Brasileira de Economia*, *64*(3), 291–306. Retrieved from http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/view/1438/1817

Mendonça, M. J. C., Sachsida, A., & Medrano, L. A. T. (2012). Inflação versus desemprego: Novas evidências para o Brasil. *Economia Aplicada*, *16*(3), 475–500. doi: 10.1590/S1413-80502012000300006

Minella, A., Freitas, P. S., Goldfajn, I., & Muinhos, M. K. (2003). Inflation targeting in Brazil: Constructing credibility under exchange rate volatility. *Journal of International Money and Finance*, *22*(7), 1015–1040. doi: 10.1016/j.jimonfin.2003.09.008

Muinhos, M. K. (2004). Inflation targeting in an open financially integrated emerging economy: The case of Brazil. *Estudos Econômicos*, *34*(2), 269–296. doi: 10.1590/S0101-41612004000200002

Musso, A., Stracca, L., & Van Dijk, D. (2009). Instability and nonlinearity in the Euro Area Phillips curve. *International Journal of Central Banking*, *5*(2), 181–212.

Nogueira, J., R. P. (2007). Inflation targeting and exchange rate pass-through. *Economia Aplicada*, *11*(2), 189–208. doi: 10.1590/S1413-80502007000200002

Phelps, E. S. (1967). Phillips curves, expectations of inflation, and optimal unemployment over time. *Economica*, *34*(135), 254–281. doi: 10.2307/2552025

Phillips, A. W. (1958). The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957. *Economica*, *25*(100), 283–299.

Portugal, M. S., & Madalozzo, R. C. (2000). Um modelo de NAIRU para o Brasil. *Revista de Economia Política*, *20*(4), 26–47. Retrieved from http://www.rep.org.br/issue.asp?vol=20&mes=4

Raftery, A. E. (1993). Bayesian model selection in structural equation models. In K. Bollen & J. Long (Eds.), *Testing structural equation models* (Vol. 154, pp. 163–180). Sage Publications.

Raftery, A. E., Kárný, M., & Ettler, P. (2010). Online prediction under model uncertainty via Dynamic Model Averaging: Application to a Cold Rolling Mill. *Technometrics*, *52*(1), 52–66. doi: 10.1198/TECH.2009.08104

Roberts, J. M. (1995). New Keynesian economics and the Phillips curve. *Journal of Money, Credit and Banking*, *27*(4), 975–984.

Rudd, J., & Whelan, K. (2005). New tests of the new-Keynesian Phillips curve. *Journal of Monetary Economics*, *52*(6), 1167–1181. doi: 10.1016/j.jmoneco.2005.08.006

Sachsida, A. (2014, janeiro). *Inflação, desemprego e choques cambiais: Uma revisão da literatura sobre a curva de Phillips no Brasil* (Texto para Discussão No. 1924). Brasília, DF: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada–IPEA.

Sachsida, A., Ribeiro, M., & Santos, C. H. (2009, outubro). *A curva de Phillips e a experiência brasileira* (Texto para Discussão No. 1429). Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada–IPEA.

Samuelson, P. A., & Solow, R. M. (1960). Analytical aspects of anti-inflation policy. *American Economic Review*, *50*(2), 177–194.

Santos, F. S., & Holland, M. (2011). Why is Brazilian inflation so high? Inflation persistence in Brazil and other emerging markets. In *XXXIII Encontro Brasileiro de Econometria*. Sociedade Brasileira de Econometria.

Sargent, T. J., & Wallace, N. (1975). "Rational" expectations, the optimal monetary instrument, and the optimal money supply rule. *Journal of Political Economy*, *83*(2), 241–254.

Sbordone, A. M. (2002). Prices and unit labor costs: A new test of price stickiness. *Journal of Monetary Economics*, *49*, 265–292.

Stock, J. H., & Watson, M. W. (1999). Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, *44*(2), 293–335. doi: 10.1016/S0304-3932(99)00027-6

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2008, September). *Phillips curve inflation forecasts* (NBER Working Paper No. 14322). Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w14322

Taylor, J. B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, *39*, 195–214. doi: 10.1016/0167-2231(93)90009-L

Tombini, A. A., & Alves, S. A. L. (2006, June). *The recent Brazilian disinflation process and costs* (Working Paper Series No. 109). Brasília, DF: Banco Central do Brasil.

Wright, J. H. (2009). Forecasting US inflation by Bayesian model averaging. *Journal of Forecasting*, *28*(2), 131–144. doi: 10.1002/for.1088

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150022
Revista Brasileira de Economia, **69**(4), 467–488

Gasto Público em Educação e Desempenho Escolar

Joana Monteiro*

Sumário: **1. Introdução; 2. Fonte de Dados; 3. Despesas em Educação e Desempenho Educacional nos Municípios Brasileiros; 4. O caso dos municípios produtores de petróleo; 5. Resultados; 6. Conclusão; Apêndice.**

Palavras-chave: **Educação, Desempenho Escolar, Gasto Público, Royalties de Petróleo.**

Códigos JEL: **H52**

Este estudo analisa a relação entre gasto público em educação e desempenho educacional. Encontra-se que aumentos da despesa municipal em educação estão associados a aumentos da escolaridade da população jovem, mas não há indicações que os municípios brasileiros que mais investiram no setor melhoraram relativamente à qualidade do ensino. Identifica-se o impacto do aumento de despesas no setor avaliando o desempenho educacional dos municípios produtores de petróleo beneficiados com aumentos de receitas de royalties. Encontra-se que esses municípios promoveram um aumento de despesas com educação 14% maior que os municípios costeiros vizinhos, mas não houve reflexos no aprendizado dos alunos.

This paper investigates the correlation between government expenditure on education, and school achievement. Increases in local government expenditure on education are associated with more years of schooling, but there is no evidence that municipalities with greater investments achieved better education indicators compared to others. In order to evaluate the impact of local government expenditures, we analyze the educational performance of oil producer municipalities which experienced large increases in oil output. The results show that increases in these municipalities' education expenditure were 14% higher than their neighboring coastal municipalities, but no impact on students' performance was found.

1. INTRODUÇÃO

O Brasil promoveu avanços consideráveis na escolaridade da sua população nas duas últimas décadas. A média de anos de estudos da população jovem (entre 18 e 24 anos) aumentou 55% em 20 anos, alcançando 9 anos em 2012, e os dados mais recentes indicam que 93% das crianças entre 6 e 14 anos estão matriculadas no ensino fundamental. Entretanto, muitos problemas persistem, principalmente relacionados à qualidade do ensino. A comparação entre 65 países com base nos resultados do PISA mostra o

*Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getulio Vargas (FGV/IBRE). Rua Barão de Itambi, 60, Botafogo, Rio de Janeiro–RJ. E-mail: joana.monteiro@fgv.br

A autora agradece a excelente assistência de pesquisa de Lívia Almeida.

Brasil como 58º no ranking de desempenho em matemática, 55º no de leitura, e 59º no de ciências. Nesse cenário, o aumento da parcela de recursos destinados ao sistema educacional é uma das mudanças mais discutidas politicamente. Acredita-se que maiores gastos com educação estão associados à melhora do sistema educacional, o que justifica medidas como a destinação de 75% dos recursos dos royalties para a educação e o Plano Nacional de Educação (PNE)[1] que determina que, até 2024, 10% do Produto Interno Bruto sejam destinados à educação.

O objetivo deste artigo é avaliar o impacto do aumento de gasto público em educação na quantidade e qualidade do ensino. A análise é feita em duas etapas. A primeira etapa analisa em que medida existe uma relação sistemática entre gasto municipal em educação e indicadores de quantidade e qualidade do ensino para a totalidade dos municípios brasileiros. Para tanto, utiliza-se uma análise de regressão linear para identificar se os municípios que mais aumentaram os gastos em educação entre 2000 e 2010 foram aqueles que mais apresentaram melhoras em indicadores de cobertura educacional e qualidade do sistema de ensino. A análise indica que o aumento de gastos está associado ao aumento da escolaridade da população medida em termos de anos de estudo e redução de analfabetismo da população jovem, mas não com o aumento da qualidade do sistema de ensino mensurada pelas notas na Prova Brasil.

Essa primeira etapa da análise apresenta apenas a correlação entre gasto e desempenho educacional. Embora exista uma relação positiva entre maiores gastos e maior escolaridade, não é claro se tal mudança é fruto da disponibilidade de dinheiro. Mais especificamente, não é claro que o aumento de gasto precede a melhora educacional e não o contrário. Por exemplo, a fórmula do FUNDEB condiciona a distribuição de recursos ao número de alunos na escola e, portanto, ao aumento de matrículas. Esses exemplos indicam que a estimação da relação de causa e efeito entre mais recursos e melhoras no setor educacional é dificultada pelo fato que há inúmeras variáveis que explicam ao mesmo tempo o nível de gastos e o desempenho educacional que não podem ser perfeitamente observadas pelo econometrista que busca identificar essa relação.

Para entender como o setor educacional é impactado *por causa* da maior disponibilidade de recursos, a segunda etapa da análise estuda a experiência dos municípios brasileiros beneficiados pelos royalties de petróleo. Explora-se o fato de que a regra de distribuição de royalties é baseada em um critério geográfico que determina que municípios localizados em frente a campos de petróleo em alto-mar tenham direito ao recebimento de royalties. Como isso, há na costa brasileira municípios "tratados" com grandes receitas extraordinárias, enquanto seus municípios vizinhos receberam pequenas quantias. Assim, o primeiro passo da análise é mostrar que o aumento das receitas provenientes da atividade petrolífera está associado ao aumento de despesa em educação. Essa relação permite utilizar o valor da produção de petróleo como instrumento para o aumento de despesas em educação e assim identificar como o alívio orçamentário proporcionado pelas compensações financeiras da atividade de petróleo dentro das fronteiras do município impactou os investimentos em educação e os resultados educacionais nesses municípios.

Os resultados indicam que cada Real de aumento de valor da produção de petróleo está associado a uma receita de royalties de R$0,02, valor que foi totalmente revertido em despesa pelos municípios, e a um aumento das despesas do município com educação em R$0,003. Alternativamente, esses números indicam que 15% do aumento de receita de royalties foram convertidos em aumento de despesas em educação, o que fez com que os municípios beneficiados com royalties tivessem um aumento de despesas com educação 14% maior que seus municípios vizinhos da costa brasileira entre 2000 e 2010. Apesar desse aumento de despesa, os municípios produtores de petróleo não tiveram uma melhora em indicadores educacionais superior à verificada nos outros municípios da costa brasileira. O único efeito real do aumento de despesa encontrado é sobre os salários dos professores, que em média aumentou 9% a mais nos municípios produtores de petróleo. Entretanto, não há indicação de que os municípios que aumentaram os salários tiveram melhor desempenho educacional.

[1] http://pne.mec.gov.br/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf

Esse estudo contribui para a literatura que estuda a associação entre disponibilidade de recursos e qualidade do ensino. Os resultados aqui apresentados estão em linha com estudos anteriores feitos para o Brasil e no exterior (ver Amaral & Menezes-Filho, 2008; Hanushek & Kimko, 2000; Hanushek & Luque, 2003) que indicam que escolas ou redes de ensino que empregam mais recursos financeiros em educação não têm sistematicamente desempenho melhor que unidades com recursos mais limitados. A análise do destino das despesas por educação também contribui para uma ampla literatura que busca entender como insumos específicos — professores, computadores, redução de turma — podem afetar o aprendizado dos alunos. Murnane & Ganimian (2014) fazem uma resenha sobre o assunto e concluem que mais recursos só conseguem transformar a capacidade da escola ensinar quando o dinheiro ajuda a modificar o que ocorre dentro de sala de aula. Para o Brasil, Menezes-Filho & Pazello (2007) identificam que o aumento de salários de professores proporcionado pela regra do FUNDEF aumentou o aprendizado dos estudantes medidos pelo SAEB. A diferença entre os resultados de Menezes-Filho & Pazello (2007) e os aqui apresentados pode ser explicada pelo nível de escassez de recursos. Em um contexto onde os salários iniciais são muito baixos, aumentá-los pode fazer muita diferença, mas o mesmo pode não ocorrer quando os salários de professores não são muito abaixo dos salários de mercado.[2] Nesse sentido, não há evidências claras de que a área de educação do Brasil é subfinanciada. Dados do Banco Mundial para 2010 mostram que no Brasil o gasto público por aluno no ensino fundamental representa 21% do PIB per capita, número similar à média dos países da OCDE que é de 22% do PIB per capita.[3] Rocha, Duarte, Gadelha, Oliveira & Pereira (2013) estimam a distância para a fronteira de eficiência das escolas brasileiras e não encontram evidências de que o setor tenha escassez de recursos. Outra possível explicação para a ausência de impactos do aumento de salários é que esta elevação ocorreu sem estar condicionada ao desempenho dos professores ou a mudanças diretas na forma de ensinar. Behrman, Tincani, Todd & Wolpin (2013) e Manski (1987) argumentam que o aumento *incondicional* dos salários tende a ser inócuo, pois apesar de aumentar a oferta de professores não está associado à melhora da qualidade dos profissionais.

Este artigo está dividido em seis seções, incluindo esta introdução. A seção 2 apresenta as fontes de dados. A seção 3 trata da primeira etapa da análise, na qual estudamos a correlação entre despesa em educação e desempenho educacional dos municípios brasileiros. A seção 4 apresenta a segunda etapa da análise, apresentando o caso dos municípios brasileiros beneficiários dos royalties de petróleo, e tratando da sua contribuição empírica para o estudo. Os resultados encontrados na seção 4 estão reportados na seção 5. A seção 6 apresenta as conclusões.

2. FONTE DE DADOS

A primeira etapa deste trabalho busca entender a relação entre gasto público em educação e desempenho educacional. Para tanto, utiliza-se dados de despesa pública municipal para o período de 1997 a 2012 disponibilizados pelo Tesouro Nacional através da base de dados FINBRA.

As informações sobre oferta de ensino fundamental e infantil nos municípios do Brasil foram obtidas nos Censo Escolares, disponibilizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Foram reunidas, por exemplo, informações sobre número de professores, número de escolas, bem como variáveis relacionadas à infraestrutura escolar (ex: número de computadores, existência de laboratórios de informática e laboratórios de ciências, biblioteca, quadras). A Prova Brasil, aplicada na 4ª e 8ª séries, é utilizada para medir o aprendizado escolar através da nota média dos alunos que frequentam a rede pública municipal.

[2] Em 2001, o salário de professores nos municípios produtores de petróleo era de 94% do salário médio no setor privado e 105% o salário médio no setor público. Nos outros municípios em análise, o salário pago aos professores equivalia a 98% o salário médio no setor privado e no setor público.

[3] O problema, no caso brasileiro, é a composição da despesa. Em termos de porcentagem do PIB per capita, o gasto público por aluno do ensino superior no Brasil também é similar à média da OCDE, chegando a ser maior em 1 pp em 2010. Já no ensino médio, o gasto público por aluno no Brasil representa 21% do PIB per capita, enquanto a média dos países da OCDE é 27%.

Os dados de educação são complementados por indicadores de desempenho escolar fornecidos pelo Atlas de Desenvolvimento Humano, elaborado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) com base nos Censos Demográficos de 1991, 2000 e 2010. Para medir a cobertura do ensino, utiliza-se: (i) a taxa de frequência líquida no fundamental, que é razão entre o número de pessoas na faixa etária de 6 a 14 anos frequentando o ensino fundamental regular seriado e a população total dessa mesma faixa etária; e (ii) o percentual de crianças de 6 a 14 anos que não frequenta a escola. Como forma de medir o avanço na escolaridade para a geração jovem, utiliza-se: (i) a taxa de analfabetismo entre a população de 11 a 14 anos;[4] (ii) o percentual de crianças de 6 a 14 anos com 2 anos ou mais de atraso escolar;[5] e (iii) a expectativa de anos de estudo. Essa última variável indica o número médio de anos de estudo que uma geração de crianças que ingressa na escola deverá completar ao atingir 18 anos de idade, se os padrões atuais se mantiverem ao longo de sua vida escolar. Essa variável foi escolhida por ser mais sensível aos investimentos recentes em educação do que a média de anos de estudo da população em geral.

A segunda etapa da análise busca entender se o recebimento de royalties de petróleo pelos municípios brasileiros está associado a melhoras na área educacional. A análise busca avaliar mudanças no longo prazo e, portanto, foca em entender variações nos indicadores de interesse entre 1998 e 2010. O ano de 1998 é utilizado como ano base por marcar o início do forte aumento de receitas de royalties recebidas pelos municípios. Alguns indicadores utilizam 2000 como ano base, por ser o ano mais próximo que o dado está disponível. O ano de 2010 é utilizado como marco final da análise, por ser o último ano do Censo Demográfico.

A Agência Nacional de Petróleo (ANP) é a principal fonte de informação do setor de petróleo no Brasil. Ela fornece mensalmente dados na localização dos campos petrolíferos, produção e preço de petróleo por campo produtor e pagamento de royalties aos municípios. Com base nessas informações, calculou-se a produção de petróleo por municípios, seguindo a metodologia empregada por Ferraz & Monteiro (2015).

A análise empírica do impacto dos royalties é restrita aos municípios localizados na costa dos 15 estados litorâneos das regiões Nordeste, Sudeste e Sul. O foco nos municípios da costa se justifica porque os municípios beneficiados com royalties de petróleo se concentram na costa brasileira. Devido às características demográficas brasileiras, esses são em média mais populosos e desenvolvidos, com uma população mais educada e uma renda per capita mais elevada do que os municípios interioranos como mostra a Tabela A-1 em anexo. Assim, os municípios da costa brasileira que não recebem royalties formam um melhor grupo de comparação para os municípios beneficiados do que a totalidade de municípios brasileiros que não dispõe dessa receita extraordinária. A amostra final é constituída por 239 municípios distribuídos entre 15 estados.[6]

3. DESPESAS EM EDUCAÇÃO E DESEMPENHO EDUCACIONAL NOS MUNICÍPIOS BRASILEIROS

Esta seção se dedica à primeira etapa da análise. Investiga-se a correlação entre despesa municipal em educação e desempenho educacional no ensino fundamental público dos municípios. O exercício avalia se os municípios que mais aumentaram as despesas educacionais entre 2000 e 2010 são aqueles

[4]Consideram-se analfabetas as crianças que não sabem ler e escrever um bilhete simples.

[5]O atraso idade-série é calculado pela fórmula: [(idade − 5) − número da série frequentada]. As pessoas de 6 a 14 anos frequentando a pré-escola foram consideradas como se estivessem no 1º ano do ensino fundamental.

[6]Os estados são Maranhão, Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe, Bahia, Espírito Santo, Rio de Janeiro, São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. Existem ao todo 256 municípios localizados na costa, mas a amostra do exercício não inclui 7 municípios que não declararam despesas ao FINBRA nos anos em análise. Foram excluídos também 7 municípios que apresentaram, em algum momento, um aumento de mais de 200% na despesa em educação de um ano para o outro entre 1997–2010. Por fim, foram excluídos os 3 municípios com maior aumento do valor da produção de petróleo entre 1998 e 2010 por serem outliers que influenciam demasiadamente os resultados.

que mais aumentaram indicadores de oferta e qualidade escolar. A relação é representada pela regressão linear a seguir:

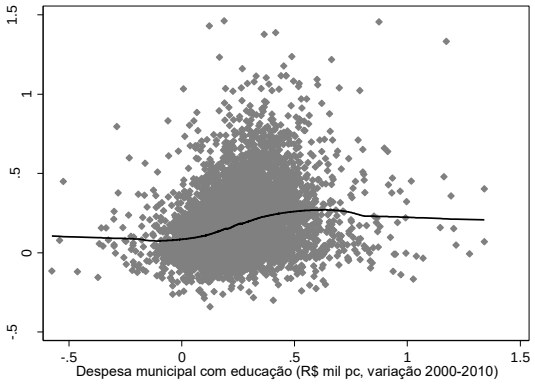
$$\frac{Y_{2010i-2000i}}{Y_{2000i}} = \beta\left(Desp_{2010i} - Desp_{2000i}\right) + \left(X_{2010i} - X_{2000i}\right)\alpha + Z_{2000i}\gamma + \delta_s + \varepsilon_i$$

A variável dependente representa a taxa de crescimento entre 2000 e 2010 de diferentes indicadores educacionais Y_{ti}, no qual $t \in \{2000, 2010\}$, indica a despesa municipal per capita em educação no município i. Como forma de suavizar variações do ciclo eleitoral e lidar com ausência de informação em anos específicos, os valores reportados de despesa em cada ano indicam a média de despesas dos últimos quatro anos, ao invés do valor corrente. X_{ti} é um vetor que inclui: a receita municipal total do município, que busca controlar para a variação na capacidade financeira; e a população do município entre 1 e 17 anos (em log), que busca controlar para a demanda por mais vagas escolares no município.[7] Z_{2000i} indica a taxa de analfabetismo da população adulta em 2000, usada com o objetivo de isolar diferenças iniciais entre a demanda educacional dos municípios. Incluem-se ainda nas regressões controles para o percentual de matrículas na rede privada e na rede estadual, visto que a maior parte dos indicadores aqui analisados reflete médias municipais de toda a rede do município. Esses controles só não são usados nas regressões que utilizam como variável dependente as notas da prova Brasil, pois elas refletem apenas o desempenho da rede municipal. Por fim, δ_s indica dummies de estado e são introduzidas para comparar desempenhos entre municípios do mesmo estado, dado que a importância dos governos estaduais na oferta de educação fundamental varia entre os estados. A amostra do exercício inclui os 4.155 municípios com dados disponíveis sobre despesa municipais e cujas escolas municipais participaram da prova Brasil na 4ª série.

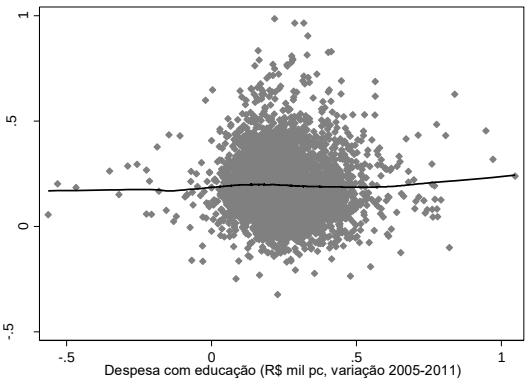
As Figuras 1(a) e 1(b) resumem os resultados de forma gráfica. Cada ponto no gráfico representa um município brasileiro. A Figura 1(a) apresenta a relação entre o crescimento da expectativa de anos de estudo e a variação na despesa municipal em educação por habitante nos municípios brasileiros. Observa-se uma relação positiva entre despesa municipal em educação e expectativa de anos de estudo para municípios com aumentos intermediários no gasto per capita em educação. A Figura 1(b) repete o exercício para a nota da Prova Brasil e mostra que a relação é muito menos robusta.

Figura 1

(a) Relação entre a variação da despesa municipal com educação entre os anos de 2000 e 2010, com o crescimento da expectativa de anos de estudo.



(b) Relação entre a variação da despesa municipal com educação e o crescimento da nota da Prova Brasil para a 4ª série entre os anos de 2005 e 2011.



[7] Também utiliza-se a média de quatro anos para suavizar os ciclos eleitorais e lidar com a ausência de informação em anos específicos.

A Tabela 1 apresenta os resultados da estimação. Foram feitos três exercícios para cada variável. A primeira coluna apresenta os resultados de uma regressão simples e é o exercício mais próximo ao apresentado de forma gráfica. A segunda coluna apresenta uma regressão com controles para características dos municípios, enquanto a terceira coluna apresenta uma regressão com dummies de estado para que seja feita uma comparação intraestadual. Analisa-se a relação entre variação de despesa municipal em educação e taxa de frequência líquida no ensino fundamental (colunas 1–3), expectativa de anos de estudo (colunas 4–6), percentual de crianças de 6 a 14 anos no fundamental com 2 anos ou mais de atraso idade-série (colunas 7–9) e, por último, a taxa de analfabetismo da população de 11 a 14 anos de idade (colunas 10–12).

Os resultados indicam que para cada Real per capita gasto em educação, a taxa de frequência líquida no ensino fundamental aumenta em 0,05. Alternativamente, os resultados apontam que municípios que promoveram o aumento médio de despesa com educação de R$ 242 reais per capita entre 2000 e 2010 apresentaram um aumento na taxa de frequência líquida no ensino fundamental de 1,3 pontos percentuais (pp). Dado que o aumento médio na taxa de frequência líquida nesse período foi de 4,4 pp, o aumento de gasto com educação per capita corresponde a menos de 30% do aumento médio de matrícula ocorrido no período. O aumento médio de despesa com educação (R$ 242) está associado a um aumento de 34 pp na expectativa de anos de estudo, o que equivale a menos de 20% do aumento da expectativa de anos de estudo no período. Por fim, encontra-s ainda que o aumento médio de despesa com educação está associado à redução de 8,7 pp no percentual de crianças de 6 a 14 anos no fundamental com 2 anos ou mais anos de atraso idade-série. Considerando que a redução média no percentual de crianças com atraso escolar foi 13,5 pp entre 2000 e 2010, os resultados sugerem que o aumento do gasto per capita com educação corresponde a 65% desta redução.

A Tabela 2 avalia a correlação entre gasto em educação e aprendizado nas redes públicas municipais, medido pelas notas médias municipais na Prova Brasil para a 4ª e 8ª série. O período de análise desse exercício difere do anterior e compara melhoras de desempenho na Prova Brasil entre 2005 e 2011, primeiro e último ano que essa informação está disponível. Considera-se a despesa média em educação no quadriênio 2002–2005 em comparação a 2008–2011. Ao contrário dos indicadores da Tabela 1, fazendo uma análise instraestadual e controlando para características observáveis, não há evidência de correlação entre o aumento de gasto em educação municipal e o aumento do aprendizado escolar na rede pública dos municípios para a 4ª e 8ª série. Note que quando se compara diretamente municípios de todos os estados (colunas 2, 5 e 8) quase todos os efeitos são negativos e estatisticamente significantes, o que indica que os municípios que mais aumentaram as despesas em educação foram os que menos melhoraram suas notas. Assim, nota-se que os resultados não são robustos à introdução de diferentes controles, o que não nos permite concluir que há uma relação sistemática entre mais gastos em educação e maior aprendizado nas escolas.

4. O CASO DOS MUNICÍPIOS PRODUTORES DE PETRÓLEO

4.1. Contexto institucional

O Brasil experimentou na última década um grande crescimento da produção de petróleo, que mais que dobrou entre 1997 e 2010, alcançando 750 milhões de barris neste último ano. Como consequência e devido a alterações feitas pela Lei do Petróleo, os recursos repassados ao governo em forma de royalties e participações especiais aumentaram dramaticamente, de R$ 424 milhões em 1997 para R$ 21,6 bilhões em 2010.[8]

[8] Valores em R$, 2012.

A Lei do Petróleo, instituída em 1997, foi o principal fator que provocou esse crescimento, ao aumentar o pagamento de royalties, criar as participações especiais, indexar o valor da produção nacional ao preço internacional do petróleo, acabar com o monopólio estatal da produção, e estimular investimentos que levaram ao aumento da produção.

Como referência, o Fundo de Participações dos Municípios (FPM), que é a principal transferência federal para os municípios, aumentou 87% no período, passando de R$ 23 bilhões para R$ 43 bilhões.

Tabela 1. Estimação do efeito do aumento de despesa em educação nos indicadores que medem acesso ao ensino.

Variável dependente: (taxa de crescimento)	Taxa de frequência líquida ao ensino fundamental			Expectativa de anos de estudo			% de crianças de 6 a 14 anos no fundamental com 2 anos ou mais de atraso idade-série			Taxa de analfabetismo da população de 11 a 14 anos de idade		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Δ Despesa per capita com educação	0,087	0,050	0,054	0,440	0,203	0,143	−0,741	−0,434	−0,360	−0,678	−0,080	0,015
	(0,021) ***	(0,024) **	(0,018) ***	(0,027) ***	(0,025) ***	(0,025) ***	(0,080) ***	(0,099) ***	(0,126) ***	(0,096) ***	(0,121)	(0,131)
Δ Receita municipal per capita		−0,020	−0,019		−0,049	−0,028		0,126	0,093		−0,017	−0,088
		(0,005) ***	(0,006) ***		(0,008) ***	(0,008) ***		(0,042) ***	(0,044) **		(0,044)	(0,046) *
População de 1 a 17 anos (log)		0,024	−0,015		0,094	−0,004		−0,198	−0,051		0,046	0,116
		(0,014) *	(0,013)		(0,020) ***	(0,019)		(0,062) ***	(0,076)		(0,086)	(0,094)
Taxa de analfabetismo da População adulta em 2000		0,002	0,003		0,008	0,007		−0,015	−0,007		−0,015	−0,004
		(0,000) ***	(0,001) ***		(0,000) ***	(0,000) ***		(0,001) ***	(0,001) ***		(0,001) ***	(0,002) ***
Matrículas na rede estadual (% em 2000)		0,002	−0,013		−0,103	−0,082		0,052	−0,052		0,326	0,140
		(0,012)	(0,010)		(0,013) ***	(0,013) ***		(0,073)	(0,105)		(0,073) ***	(0,080) *
Matrículas na rede privada (% em 2000)		−0,188	0,026		−0,134	−0,044		−0,831	−0,412		−0,219	0,578
		(0,037) ***	(0,027)		(0,038) ***	(0,043)		(0,188) ***	(0,220) *		(0,268)	(0,309) *
Dummy estado			X			X			X			X
Observações	4.155	4.155	4.155	4.155	4.155	4.155	4.154	4.154	4.154	3.747	3.747	3.747
R^2	0,004	0,031	0,064	0,087	0,490	0,587	0,033	0,187	0,245	0,015	0,112	0,137
Média da variável dependente	0,044	0,044	0,044	0,177	0,177	0,177	−0,135	−0,135	−0,135	−0,121	−0,121	−0,121
Desvio padrão de x	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,146	0,146	0,146
Média de x	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,247	0,247	0,247

Notas: A variável independente *despesa per capita com educação* se refere à variação entre a média da despesa no período 1998–2000, e a média da despesa no período 2008–2010. O mesmo vale para a variável *receita municipal per capita*. A variável *população de 1 a 17 anos é* a variação do log da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010. A *taxa de analfabetismo da população adulta em 2000* se refere à taxa de analfabetismo da população com 25 anos ou mais de idade no ano 2000. As variáveis *matrículas na rede estadual* e *matrículas na rede privada* referem-se ao ensino fundamental. Todas as variáveis dependentes estão na forma da taxa de crescimento entre 2000 e 2010. A *taxa de frequência líquida ao ensino fundamental é* a razão do número de pessoas na faixa etária de 6 a 14 anos frequentando o ensino fundamental multiplicado por 100. A variável expectativas de anos de estudo refere-se a expectativa de anos de estudo aos 18 anos de idade. O percentual de crianças de 6 a 14 anos no fundamental com 2 anos ou mais de atraso idade-série é a razão entre o número de pessoas de 6 a 14 anos frequentando o ensino fundamental regular seriado com atraso idade-série de 2 anos ou mais e o número total de pessoas nessa faixa etária frequentando esse nível de ensino multiplicado por 100. O atraso idade-série é calculado pela fórmula: [(idade − 5) − número da série frequentada]. Os exercícios das colunas 3, 6, 9 e 12 são os únicos controlados por dummies de estado.

Tabela 2. Estimação do efeito do aumento de despesa em educação no desempenho municipal na Prova Brasil (2005-2011).

Variável dependente: (taxa de crescimento)	Média municipal da Prova Brasil			Média municipal da Prova Brasil em Matemática			Média municipal da Prova Brasil em Português		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Painel A: 4ª série									
Δ Despesa per capita com educação	−0,022	−0,074	0,001	−0,034	−0,051	0,001	−0,015	−0,052	−0,001
	(0,018)	(0,023) ***	(0,023)	(0,014) **	(0,017) ***	(0,017)	(0,012)	(0,015) ***	(0,015)
Δ Receita municipal per capita		0,048	0,030		0,036	0,020		0,030	0,019
		(0,008) ***	(0,008) ***		(0,006) ***	(0,006) ***		(0,006) ***	(0,005) ***
População de 1 a 17 anos (log)		−0,042	−0,012		−0,040	−0,014		−0,021	−0,003
		(0,013) ***	(0,014)		(0,010) ***	(0,010)		(0,008) **	(0,009)
Taxa de analfabetismo da população adulta em 2000		0,000	0,000		−0,001	0,000		0,000	0,000
		(0,000) ***	(0,000)		(0,000) ***	(0,000)		(0,000)	(0,000) *
Dummy estado			X			X			X
Obervações	4.155	4.155	4.154	4.155	4.155	4.154	4.155	4.155	4.154
R^2	0,000	0,018	0,177	0,002	0,046	0,192	0,000	0,013	0,178
Média da variável dependente	0,194	0,194	0,194	0,158	0,158	0,158	0,102	0,102	0,102
Desvio padrão de x	0,124	0,124	0,123	0,124	0,124	0,123	0,124	0,124	0,123
Média de x	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242
Painel B: 8ª série									
Δ Despesa per capita com educação	−0,015	−0,045	−0,022	−0,013	−0,026	−0,010	−0,011	−0,021	−0,011
	(0,019)	(0,025) *	(0,026)	(0,011)	(0,014) *	(0,015)	(0,011)	(0,014)	(0,015)
Δ Receita municipal per capita		0,036	0,030		0,022	0,016		0,018	0,015
		(0,011) ***	(0,011) ***		(0,006) ***	(0,006) ***		(0,006) ***	(0,006) **
População de 1 a 17 anos (log)		−0,035	0,015		−0,023	0,008		−0,016	0,007
		(0,014) **	(0,015)		(0,008) ***	(0,009)		(0,008) **	(0,008)
Taxa de analfabetismo da população adulta em 2000		0,000	0,000		0,000	0,000		0,000	0,000
		(0,000) ***	(0,000)		(0,000) ***	(0,000)		(0,000) ***	(0,000)
Dummy estado			X			X			X
Obervações	2.072	2.072	2.071	2.072	2.072	2.071	2.072	2.072	2.071
R^2	0,000	0,017	0,119	0,001	0,029	0,131	0,000	0,019	0,113
Média da variável dependente	0,100	0,100	0,100	0,035	0,035	0,035	0,075	0,075	0,075
Desvio padrão de x	0,120	0,120	0,119	0,120	0,120	0,119	0,120	0,120	0,119
Média de x	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255

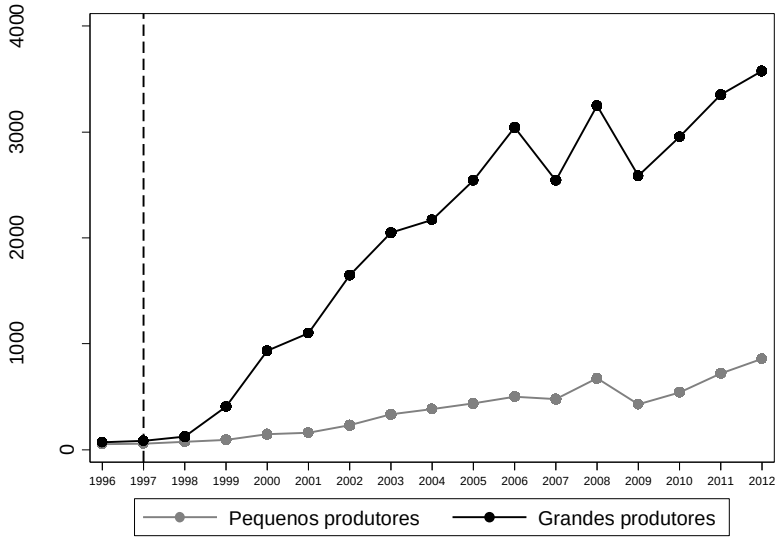
Notas: A variável independente *despesa per capita com educação* se refere à variação entre a média da despesa no período 2003–2005 e a média da despesa no período 2009–2011. O mesmo vale para a variável *receita municipal per capita*. A variável *população de 1 a 17 anos* é a variação do log da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010. A *taxa de analfabetismo da população adulta em 2000* se refere à taxa de analfabetismo da população com 25 anos ou mais de idade no ano 2000. As variáveis da Prova Brasil estão na forma da taxa de crescimento entre 2005 e 2011 e foram construídas a partir das notas médias municipais considerando somente a rede municipal de ensino. Os exercícios das colunas 3, 6 e 9 são os únicos controlados por dummies de estado.

Os governos locais receberam diretamente 21% desses recursos ou 5,1 bilhões de reais em 2010. No total, 888 municípios foram beneficiados com royalties de petróleo em 2010. Porém, a distribuição de recursos par aos municípios é fortemente concentrada em um grupo de cerca de 60 municípios produtores em alto mar, que receberam 78% da receita distribuída diretamente aos municípios em 2010. Além disso, a distribuição também é desigual entre o grupo de produtores. A Figura 2 mostra a evolução do pagamento dos royalties aos 30 municípios com maior produção de petróleo que são considerados grandes produtores em comparação ao crescimento da receita dos outros 30 municípios produtores, que são representados no gráfico como pequenos produtores.

A localização geográfica é o principal determinante da distribuição da receita total com royalties entre os municípios, sendo a maior parte destinada aos municípios classificados como produtores.[9] A definição de municípios produtores foi criada em 1986 e classifica como tais os municípios que estão em frente aos campos de petróleo, de acordo com linhas geodésicas paralelas e ortogonais desenhadas pelo

[9] A quantia paga para cada município depende não somente da posição geográfica, mas também da população e da localização das plantas produtivas. Além do conceito de município produtor foram criados os conceitos de zonas secundárias, municípios vizinhos e municípios não afetados.

Figura 2. Evolução do total das compensações financeiras (royalties + participações especiais) paga aos municípios (R$ milhão, valores reais de 2012).



Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

A regra geográfica que embasa a distribuição de royalties impõe certa arbitrariedade na definição dos grandes beneficiários de royalties. Por exemplo, o município de São Francisco do Itabapoana (RJ) é classificado como não produtor e por isso recebeu, em 2010, R$ 5,5 milhões em receitas de royalties. Enquanto isso, seus vizinhos, Campos dos Goytacazes (RJ), São João da Barra (RJ) e Presidente Kennedy (ES) estão entre os maiores beneficiários da renda petrolífera no Brasil, tendo recebido, respectivamente, R$ 1,18 milhões, R$ 203 milhões e R$ 111 milhões em 2010. A Figura 3 ilustra as diferenças de receitas de royalties causadas pelo critério geográfico para os municípios da costa do Norte Fluminense.

Essas receitas extraordinárias com royalties resultaram em fortes aumentos de gastos municipais e, apesar de não terem sido destinados integralmente para a educação, foram em parte transferidos para esse setor. As estimativas indicam que 14% da receita de royalties foram convertidas em despesas na área de educação, ou seja, os municípios produtores de petróleo gastaram R$ 84 per capita a mais em educação entre 2000 e 2010 do que os outros municípios utilizados como comparação. Como referência, os municípios analisados gastaram, em média, R$ 635 per capita em educação no ano de 2010 e receberam, em média, R$ 365 per capita de recursos do FUNDEB no mesmo ano. Ou seja, os royalties de petróleo implicaram em um aumento de 13% nas despesas com educação. A Figura 4 mostra a distribuição da despesa em educação dos municípios produtores em comparação aos municípios não produtores e aos pequenos produtores.

4.2. Impacto dos royalties de petróleo na educação

A vantagem em analisar o caso dos municípios brasileiros beneficiados com royalties é derivada da regra geográfica de distribuição dos recursos. Os royalties de petróleo beneficiam desproporcionalmente um pequeno grupo de 60 municípios que são considerados produtores de petróleo porque os campos de petróleo estão localizados em suas fronteiras marítimas. Receber ou não muitos recursos *independe* de características econômicas e políticas municipais. Prefeitos, por exemplo, não podem influenciar as receitas de royalties recebidas em cada ano.

Dessa forma, diferenças entre os dois conjuntos de municípios podem ser atribuídas ao aumento de despesas geradas pelo alívio orçamentário que as receitas de royalties oriundas da exploração de

Figura 3. Campos de petróleo e distribuição de royalties para os municípios da costa da região Sudeste.

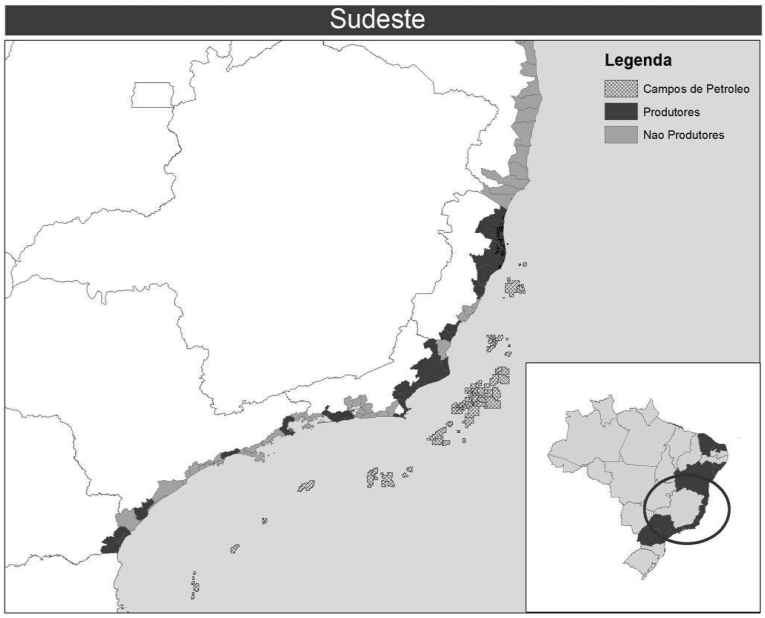
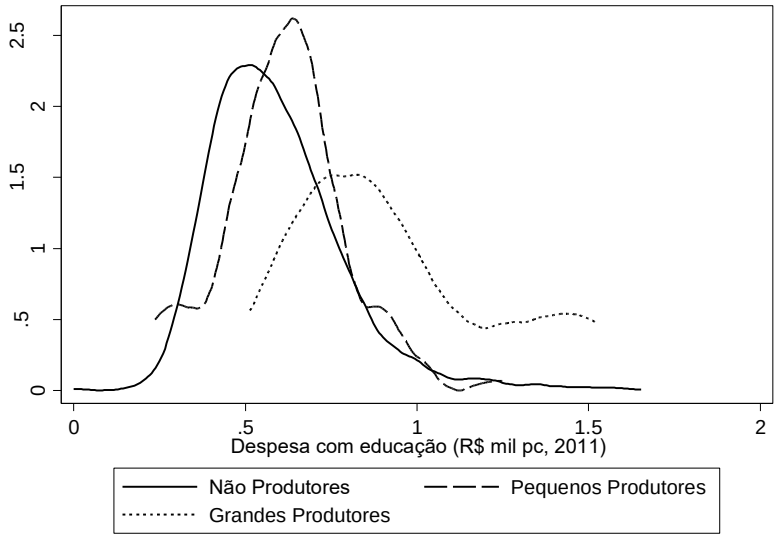


Figura 4. Densidade da despesa em educação dos municípios produtores, não produtores e pequenos produtores, em 2011.



petróleo permitiram. A regra de distribuição dos recursos torna possível comparar o desempenho dos municípios produtores que foram "tratados" com um grande volume de recursos e os municípios não produtores, que recebem recursos numa proporção muito menor e servem de grupo de controle na análise. Note que essa estratégia de análise não é totalmente livre de contestações, visto que a decisão de quanto e como aplicar os recursos em educação depende do esforço e objetivos dos prefeitos que não são aqui observados.

A análise do desempenho educacional recente dos cerca de 60 municípios beneficiados com os royalties pode ser vista como um laboratório para entender em que medida os municípios possuem instituições capazes de utilizar os recursos adicionais para promover melhoras no sistema de ensino. Consequentemente, é uma oportunidade para entender o potencial impacto da Lei que destina 75% da receita de royalties para o investimento no setor educacional, mas não determina como eles devem ser utilizados.

A estratégia empírica dessa segunda etapa da análise busca entender o impacto do aumento de despesa em educação decorrente de alívios orçamentários causados pelo pagamento de royalties decorrentes da atividade petrolífera em campos de petróleo que confrontam os municípios. Para tanto, utiliza-se o valor da produção de petróleo como instrumento da despesa em educação.

A equação de primeiro-estágio para a estimação com variável instrumental é

$$Desp_{2010i} - Desp_{2000i} = \mu\left(\text{Petróleo}_{2010i} - \text{Petróleo}_{2000i}\right) + \left(X_{2010i} - X_{2000i}\right)\pi + Z_{2000i}\varphi + \rho_s + \vartheta_i$$

Onde $Desp_{2010i} - Desp_{2000i}$ representa a variação na despesa com educação para o município i entre 2000 e 2010. A estratégia de identificação é baseada na hipótese de que a variação da produção de petróleo que pertence a um dado município não é correlacionada com fatores não observados que afetam o desempenho do município na área de educação. Apesar de não ser possível testar essa hipótese, é possível mostrar que o aumento da produção de petróleo não está associado a características municipais observáveis (ver Tabela A-2). A validade da estratégia empírica também depende da hipótese de que variações na produção de petróleo só afetam o desempenho educacional via aumento de receitas municipais e do decorrente aumento de despesas em educação. O principal fator que poderia violar essa hipótese seria se a atividade petrolífera afetasse as economias locais e, por consequência, a demanda por educação. Ferraz & Monteiro (2015) mostram evidências de que esse canal é pouco provável visto que o impacto econômico da produção de petróleo em alto mar nos municípios confrontantes aos campos de petróleo é basicamente inexistente. Ferraz & Monteiro (2015) também não encontram evidências de que os municípios produtores de petróleo apresentaram um maior crescimento populacional do que os outros municípios na costa brasileira durante a década de 2000.[10]

A Tabela 3 analisa como os municípios reportam o gasto dos recursos dos royalties. Os dados são do FINBRA do Tesouro Nacional e cobrem o período de 1998 e 2010. A análise explora o fato de que a distribuição de royalties variou muito na última década e busca entender se as despesas com educação avançaram mais nos municípios que tiveram grandes aumentos das receitas de royalties. A coluna 1 apresenta a relação entre recebimento de royalties e valor da produção de petróleo dentro das fronteiras terrestres e marítimas do município. A estimativa indica que os municípios produtores recebem em média 2% do valor da produção de petróleo, ou 2 centavos para cada Real gerado.[11] A coluna 2 apresenta o impacto do aumento da produção de petróleo sobre o aumento do total das despesas municipais e a coluna 3 indica o impacto sobre as despesas em educação. Os resultados indicam uma forte associação entre aumento de receitas decorrentes do pagamento de royalties e aumentos da despesa total e em educação. A divisão entre os coeficientes da coluna 2 e da coluna1 indica o impacto do aumento do pagamento de royalties decorrente de variações da produção de petróleo sobre a despesa pública e revela

[10] Esse resultado indica que casos notórios dos municípios de Macaé e Rio das Ostras, que apresentaram crescimento expressivo entre 2000 e 2010 são a exceção e não a regra entre os municípios produtores de petróleo. Esse resultado é explicado pelo fato de que as atividades que apoiam a produção offshore de petróleo estão fortemente concentradas em Macaé.

[11] Esse valor está de acordo com a regra de pagamentos de royalties que estabelece que 10% do valor da produção seja pago com royalties, a serem divididos entre a União, estados e municípios em parcelas determinadas por Lei.

Tabela 3. Relação entre variações na produção de petróleo e despesas municipais.

Variável dependente:	Δ Royalties de petróleo per capita (1)	Δ Despesa per capita (2)	Δ Despesa em educação per capita (3)
Δ Valor da produção per capita	0,020	0,022	0,003
	(0,003)***	(0,004)***	(0,001)***
Δ Receita municipal per capita	0,101	1,003	0,194
	(0,060)*	(0,046)***	(0,022)***
Δ População 1 a 17 anos (log)	0,325	0,164	0,167
	(0,085)***	(0,119)	(0,045)***
Taxa de analfabetismo da	−0,001	0,000	0,004
População adulta em 2000	(0,001)	(0,001)	(0,001)***
Observações	239	239	239
R^2	0,646	0,881	0,616
Média da variável dependente	0,0986	1,454	0,441
Desvio-padrão de X	6,652	6,652	6,652
Média de X	1,475	1,475	1,475

Notas: Todas as regressões incluem dummies de estado. A variável *valor da produção per capita* se refere à variação entre a média do valor da produção de petróleo no período 1998–2000, e a média do valor da produção de petróleo no período 2008–2010. O mesmo vale para as variáveis *receita municipal per capita*, *royalties de petróleo per capita*, *despesa per capita* e *despesa em educação per capita*. A taxa de analfabetismo da população se refere à população com 25 anos ou mais de idade. Utiliza-se a variação da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010.

que todo o recurso de royalties foi canalizado para aumentos de despesas municipais. O resultado da coluna 3 indica que 15% das receitas extras de royalties foram investidas no setor educacional. De outra forma, essa estimativa indica que os municípios produtores de petróleo que tiveram um aumento médio nas receitas de royalties de R$ 603 por habitante, entre 2000 e 2010, investiram R$ 90 per capita em educação a mais que os municípios vizinhos da costa.

5. RESULTADOS

5.1. Impactos sobre a qualidade da educação

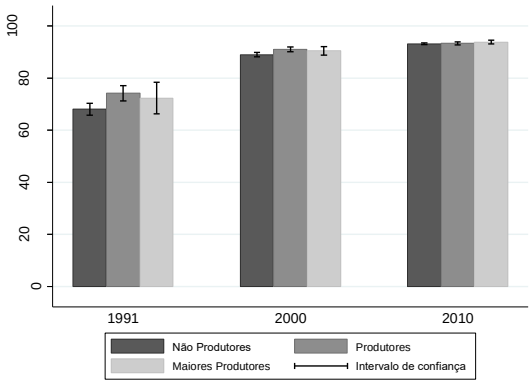
As Figuras 5(a) a 7(b) ilustram os resultados encontrados. Os municípios foram divididos em três grupos: (i) não produtores de petróleo, (ii) pequenos produtores e (iii) grandes produtores, que são os 30 municípios que mais produziram petróleo entre 2000 e 2010 e concentravam 72% das receitas de royalties recebidas pelos municípios da costa brasileira em 2010.

A Figura 5(a) mostra a taxa de frequência líquida no ensino fundamental nos anos de 1991, 2000 e 2010 no grupo dos municípios não produtores, produtores e dos maiores produtores. O grupo dos municípios não produtores apresentava o pior desempenho no primeiro ano, com uma taxa de frequência líquida no ensino fundamental de 68%. Em 2010, os três grupos alcançaram taxas acima de 90%, sendo a diferença entre os grupos estatisticamente não significativa. Portanto, os municípios não produtores acompanharam o desempenho dos produtores mesmo não dispondo da receita extraordinária proveniente dos royalties.

A Figura 5(b) mostra que em 1991, os três grupos de municípios apresentam, aproximadamente, 43% de crianças com dois ou mais anos de atraso escolar. Observa-se novamente que os três grupos apresentam uma melhora no indicador em proporção similar, caindo para aproximadamente 20% em 2010. Esse desempenho relativo entre os três grupos se repete se considerarmos outros indicadores

Figura 5

(a) Taxa de frequência líquida no ensino fundamental para os municípios produtores, não produtores e maiores produtores.



(b) Porcentagem de crianças com dois ou mais anos de atraso escolar para os municípios produtores, não produtores e maiores produtores.

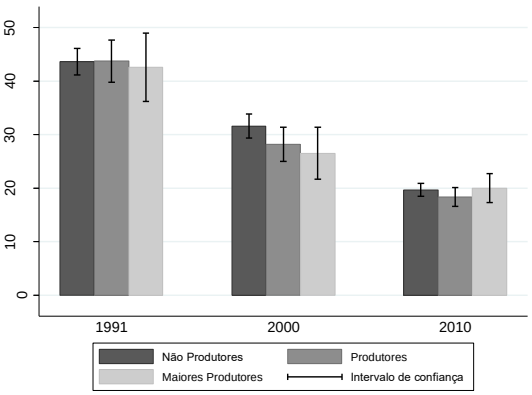
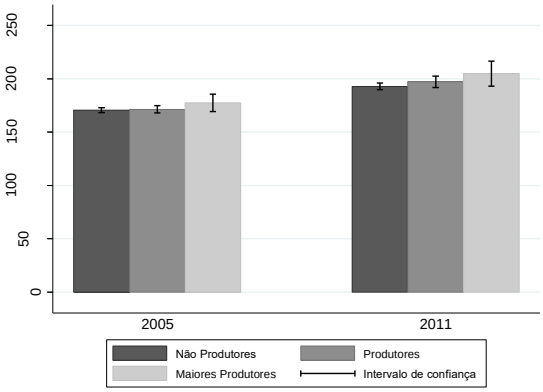
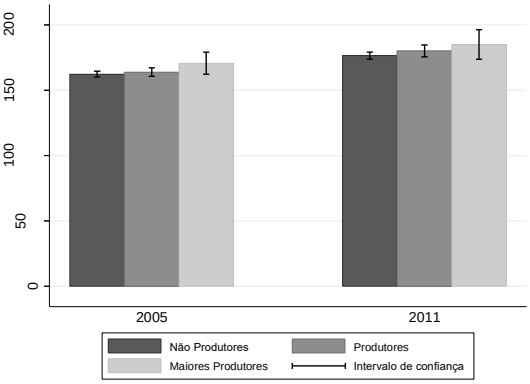


Figura 6

(a) Nota média municipal da Prova Brasil de matemática para 4ª série.



(b) Nota média municipal da Prova Brasil de português para 4ª série.



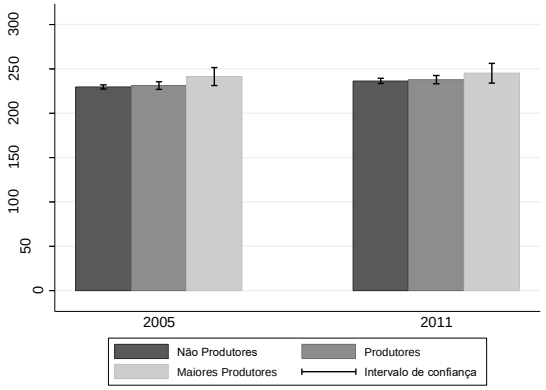
educacionais. As Figuras 6(a) a 7(b) mostram que os municípios não produtores conseguem acompanhar a taxa de crescimento das notas da Prova Brasil dos municípios produtores e dos maiores produtores.

As Figuras 5(a) a 7(b) exemplificam os resultados encontrados na análise econométrica e indicam que os municípios beneficiados com royalties não tiveram desempenho superior na área de educação. A análise gráfica deixa claro que os municípios com petróleo melhoraram seu desempenho educacional, porém esse desempenho foi similar ao dos outros municípios, o que sugere que o recebimento de royalties não teve impacto na área educacional.

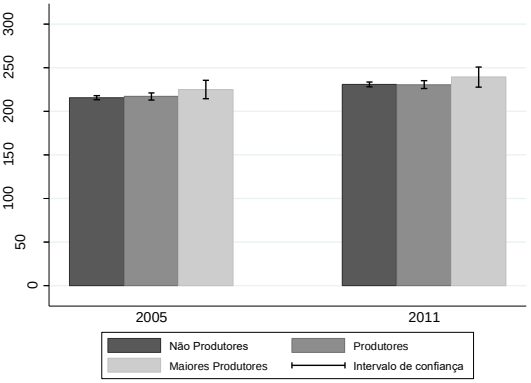
A Tabela 4 analisa indicadores do Censo Escolar que buscam captar a evolução na escolaridade dos alunos de um determinado município. A análise contempla quatro indicadores: (i) taxa de frequência líquida do ensino Fundamental; (ii) expectativa de anos de estudo aos 18 anos de idade; (iii) o percentual da população de 6 a 14 anos de idade frequentando o ensino fundamental que tem 2 anos ou mais de atraso; e (iv) a taxa de analfabetismo da população entre 11 e 14 anos. Os exercícios principais, em que o modelo inclui *dummies* de estados, indicam que o recebimento de royalties de petróleo não está associado à melhora de nenhum dos indicadores.

Figura 7

(a) Nota média municipal da Prova Brasil de matemática para 8ª série.



(b) Nota média municipal da Prova Brasil de português para 8ª série.



A Tabela 5 analisa os resultados da Prova Brasil. A análise avalia os ganhos na nota média da Prova Brasil, realizada por alunos da 4ª e 8ª série da rede pública de cada município. Comparam-se as médias das notas em 2005 com as de 2011, que são respectivamente o primeiro e último ano cujo dado está disponível. Os resultados indicam que os gastos extras em educação gerados pelos recursos de royalties dos municípios produtores da costa não causaram nenhuma melhora nas notas gerais e de matemática da Prova Brasil, em comparação com os municípios da costa que não receberam esses recursos. Nota-se ainda que o recebimento de royalties está associado a uma queda da nota média de português. O aumento adicional de despesa em educação em municípios produtores de petróleo (R$ 84 per capita ano) está associado a uma taxa de crescimento da nota média municipal de português, em média, 2 pp menor do que a apresentada pelos municípios não produtores de petróleo para a quarta série. Para a oitava série esse número é de 1 pp.

5.2. Como os recursos foram investidos?

Os resultados apresentados até aqui indicam que o aumento de gastos em educação não está associado a uma melhora do aprendizado dos estudantes. Há pelo menos dois conjuntos de explicações para isso. Primeiro, os recursos podem ser desperdiçados e não ser utilizado para promover a melhora do aprendizado. O desperdício ativo é aquele onde os agentes decidem deliberadamente por fazer uso inadequado dos recursos. Ferraz, Finan & Moreira (2012) mostram evidencias de que há corrupção na alocação de recursos à educação no Brasil. Segundo, pode ter ocorrido desperdício passivo, definido como aquele no qual os recursos são mal aplicados devido ao desconhecimento, incapacidade ou interesse em fazer um melhor uso.[12]

De forma a entender o que explica a ausência de resultados, as Tabelas 4 e 5 analisam indicadores de investimento em educação. Utiliza-se indicadores que buscam capturar um aumento de investimentos na oferta escolar como número de escolas, número de matrículas, número e salário de professores, e infraestrutura escolar como laboratórios, quadras de esporte e bibliotecas. Essa análise cobre as duas principais áreas de responsabilidade dos municípios: educação infantil e ensino fundamental.

A Tabela 6 apresenta os resultados das regressões que analisam o efeito do aumento da despesa de educação explicada pelo aumento da produção do petróleo. Não há indicação que os municípios beneficiados com o aumento da produção de petróleo aumentaram as matrículas de alunos ou o número de

[12] No contexto de compras públicas na Itália foi mostrado que o desperdício passivo corresponde a 80% do desperdício total de recursos públicos (Bandiera, Prat & Valletti, 2009).

Tabela 4. Estimação do efeito do aumento de despesa em educação nos indicadores que medem acesso ao ensino, e nos resultados da Prova Brasil da 8ª série.

Variável dependente: (taxa de crescimento)	Taxa de frequência líquida ao ensino fundamental			Expectativa de anos de estudo			% de crianças de 6 a 14 anos no fundamental com 2 anos ou mais de atraso idade-série			Taxa de analfabetismo da população de 11 a 14 anos de idade		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Δ Despesa per capita com educação	−0,020	0,172	0,159	−0,520	−0,446	−0,138	0,454	0,383	0,026	0,012	−0,102	1,486
	(0,051)	(0,101) *	(0,140)	(0,204) **	(0,347)	(0,348)	(0,255) *	(0,416)	(0,358)	(0,433)	(0,937)	(1,361)
Δ Receita municipal per capita		−0,038	−0,031		0,062	0,028		−0,032	0,011		−0,022	−0,372
		(0,023)	(0,030)		(0,074)	(0,072)		(0,092)	(0,077)		(0,213)	(0,296)
População de 1 a 17 anos (log)		−0,025	−0,010		0,242	0,117		−0,282	−0,130		−0,308	−0,574
		(0,033)	(0,034)		(0,093) ***	(0,089)		(0,129) **	(0,110)		(0,363)	(0,417)
Taxa de analfabetismo da população adulta em 2000		0,003	0,004		0,013	0,013		−0,014	−0,004		−0,016	−0,009
		(0,001) ***	(0,001) ***		(0,002) ***	(0,002) ***		(0,002) ***	(0,002) **		(0,004) ***	(0,007)
Matrículas na rede estadual (% em 2000)		0,032	0,046		−0,001	0,028		0,098	−0,017		0,323	−0,127
		(0,022)	(0,024) *		(0,066)	(0,063)		(0,106)	(0,108)		(0,507)	(0,494)
Matrículas na rede privada (% em 2000)		0,001	0,208		0,084	0,176		−0,773	0,102		−1,276	0,591
		(0,050)	(0,077) ***		(0,132)	(0,180)		(0,259) ***	(0,258)		(0,695) *	(0,764)
Dummy estado			X			X			X			X
Observações	226	226	226	226	226	226	226	226	226	222	222	222
R^2	−0,012	0,326	0,482	−0,240	0,510	0,744	−0,108	0,448	0,633	0,000	0,104	0,179
Média da variável dependente	0,043	0,043	0,043	0,206	0,206	0,206	−0,282	−0,282	−0,282	−0,149	−0,149	−0,149
Desvio padrão de x	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,156	0,156	0,156
Média de x	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,298	0,298	0,298
Teste F (Kleibergen-Paap)	20,970	9,320	7,580	20,970	9,320	7,580	20,970	9,320	7,580	20,800	9,030	7,540
P-valor do teste F	0,000	0,003	0,006	0,000	0,003	0,006	0,000	0,003	0,006	0,000	0,003	0,007

Notas: A variável independente *despesa em educação per capita* se refere à variação entre a média da despesa no período 1998–2000, e a média da despesa no período 2008–2010. O mesmo vale para a variável *receita municipal per capita*. Utiliza-se a variação do valor da produção de petróleo como instrumento para a variação da despesa em educação. A variável *população de 1 a 17 anos* é a variação do log da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010. A *taxa de analfabetismo da população adulta em 2000* se refere à taxa de analfabetismo da população com 25 anos ou mais de idade no ano 2000. As variáveis *matrículas na rede estadual* e *matrículas na rede privada* referem-se ao ensino fundamental. As variáveis dependentes estão na forma da taxa de crescimento entre 2000 e 2010. A *taxa de frequência líquida ao ensino fundamental* é a razão do número de pessoas na faixa etária de 6 a 14 anos frequentando o ensino fundamental multiplicado por 100. A variável expectativas de anos de estudo refere-se a expectativa de anos de estudo aos 18 anos de idade. O percentual de crianças de 6 a 14 anos no fundamental com 2 anos ou mais de atraso idade-série é a razão entre o número de pessoas de 6 a 14 anos frequentando o ensino fundamental regular seriado com atraso idade-série de 2 anos ou mais e o número total de pessoas nessa faixa etária frequentando esse nível de ensino multiplicado por 100. O atraso idade-série é calculado pela fórmula: [(idade − 5) − número da série frequentada]. Os exercícios das colunas 3, 6, 9 e 12 são os únicos controlados por dummies de estado.

Tabela 5. Estimação do efeito do aumento de despesa em educação no desempenho municipal na Prova Brasil (2005-2011).

Variável dependente: (taxa de crescimento)	Média municipal da Prova Brasil			Média municipal da Prova Brasil em Matemática			Média municipal da Prova Brasil em Português		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Painel A: 4ª série									
Δ Despesa per capita com educação	−0,153	−0,198	−0,198	−0,004	−0,028	−0,041	−0,183	−0,225	−0,229
	(0,085) *	(0,137)	(0,143)	(0,052)	(0,075)	(0,078)	(0,075) **	(0,123) *	(0,128) *
Δ Receita municipal per capita		0,045	0,040		0,019	0,018		0,042	0,040
		(0,033)	(0,034)		(0,021)	(0,021)		(0,026)	(0,026)
População de 1 a 17 anos (log)		0,004	0,023		−0,015	0,009		0,022	0,025
		(0,054)	(0,056)		(0,037)	(0,039)		(0,036)	(0,038)
Taxa de analfabetismo da população adulta em 2000		0,001	0,002		0,000	0,000		0,001	0,001
		(0,001)	(0,001)		(0,001)	(0,001)		(0,001)	(0,001) *
Dummy estado			X			X			X
Observações	233	233	233	233	233	233	233	233	233
R^2	−0,018	−0,007	0,305	0,000	0,004	0,302	−0,056	−0,035	0,300
Média da variável dependente	0,176	0,176	0,176	0,140	0,140	0,140	0,0921	0,0921	0,0921
Desvio padrão de x	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
Média de x	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258
Teste F	33,18	37,24	26,88	33,18	37,24	26,88	33,18	37,24	26,88
Painel B: 8ª série									
Δ Despesa per capita com educação	−0,220	−0,194	−0,232	−0,087	−0,078	−0,097	−0,138	−0,126	−0,156
	(0,147)	(0,119)	(0,147)	(0,076)	(0,065)	(0,079)	(0,092)	(0,073) *	(0,093) *
Δ Receita municipal per capita		0,059	0,071		0,025	0,030		0,042	0,051
		(0,028) **	(0,033) **		(0,015)	(0,017) *		(0,017) **	(0,021) **
População de 1 a 17 anos (log)		−0,014	0,036		−0,001	0,025		−0,010	0,019
		(0,052)	(0,053)		(0,028)	(0,028)		(0,030)	(0,031)
Taxa de analfabetismo da população adulta em 2000		0,001	0,001		0,000	0,000		0,000	0,000
		(0,001)	(0,001)		(0,000)	(0,000)		(0,000)	(0,001)
Dummy estado			X			X			X
Observações	186	186	186	186	186	186	186	186	186
R^2	−0,089	−0,016	0,272	−0,044	−0,008	0,301	−0,115	−0,017	0,244
Média da variável dependente	0,088	0,088	0,088	0,029	0,029	0,029	0,068	0,068	0,068
Desvio padrão de x	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131
Média de x	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258
Teste F	15,68	38,88	32,37	15,68	38,88	32,37	15,68	38,88	32,37

Notas: A variável independente *despesa per capita com educação* se refere à variação entre a média da despesa no período 2003–2005 e a média da despesa no período 2009–2011. O mesmo vale para a variável *receita municipal per capita*. A variável *população de 1 a 17 anos é* a variação do log da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010. A *taxa de analfabetismo da população adulta em 2000* se refere à taxa de analfabetismo da população com 25 anos ou mais de idade no ano 2000. As variáveis da Prova Brasil estão na forma da taxa de crescimento entre 2005 e 2011 e foram construídas a partir das notas médias municipais considerando somente a rede municipal de ensino. Os exercícios das colunas 3, 6 e 9 são os únicos controlados por dummies de estado.

Tabela 6. Estimação do efeito do aumento da despesa de educação na provisão de recursos para a educação.

Variável dependente:	Escolas per capita	Matrículas per capita	Professores per capita	Professores por aluno	% Professores com ensino superior	Alunos por turma	Salário dos professores (log)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Painel A: Ensino Fundamental e Infantil							
Δ Despesa per capita com educação	−0,157	1,377	4,059	2,563	319,348	−0,786	1,326
	(1,301)	(3,042)	(9,176)	(3,454)	(339,509)	(0,608)	(0,708)*
Observações	239	239	239	239	207	239	221
R^2	0,343	0,379	0,476	0,208	0,218	0,126	0,381
Média da variável dependente	0,216	1,094	4,729	1,052	30,08	−0,0577	1262
Desvio padrão de x	0,158	0,158	0,158	0,158	0,161	0,158	0,123
Média de x	0,307	0,307	0,307	0,307	0,305	0,307	0,239
Teste F	6,346	6,346	6,346	6,346	6,185	6,346	16,54
Painel B: Ensino Fundamental							
Δ Despesa per capita com educação	0,299	0,746	8,510	4,079	187,550	−0,251	1,157
	(1,245)	(2,391)	(13,345)	(4,801)	(190,838)	(0,474)	(0,810)
Observações	239	239	239	239	189	239	207
R^2	0,100	0,387	0,333	0,372	0,309	0,212	0,363
Média da variável dependente	−0,558	0,634	5,678	3,135	26,49	−0,0562	1279
Desvio padrão de x	0,158	0,158	0,158	0,158	0,164	0,158	0,124
Média de x	0,307	0,307	0,307	0,307	0,304	0,307	0,239
Teste F	6,346	6,346	6,346	6,346	5,573	6,346	16,57
Painel C: Ensino Infantil							
Δ Despesa per capita com educação	−1,166	75,147	−5,424	−1,465	−80,740	−21,762	5,765
	(4,019)	(228,478)	(16,726)	(3,192)	(88,351)	(17,328)	(11,185)
Observações	231	115	231	115	95	115	80
R^2	0,177	0,390	0,133	0,139	0,085	−1,028	−0,310
Média da variável dependente	1,660	34,96	5,280	−0,492	9,110	1,216	1078
Desvio padrão de x	0,160	0,151	0,160	0,151	0,175	0,151	0,127
Média de x	0,307	0,304	0,307	0,304	0,290	0,304	0,219
Teste F	6,649	1,137	6,649	1,137	4,719	1,137	0,298

Notas: A variável independente *despesa em educação per capita* se refere à variação entre a média da despesa no período 1998–2000 e a média da despesa no período 2008–2010. Utiliza-se a variação do valor da produção de petróleo como instrumento para a variação da despesa em educação. Todas as regressões incluem dummies de estado, controle para receita municipal per capita, população de 1 a 17 anos e taxa de analfabetismo da população adulta, percentual de matrículas na rede estadual e percentual de matrículas na rede privada. A variável *população de 1 a 17 anos* é a variação do log da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010. A *taxa de analfabetismo da população adulta em 2000* se refere à taxa de analfabetismo da população com 25 anos ou mais de idade no ano 2000. As variáveis *matrículas na rede estadual* e *matrículas na rede privada* referem-se ao ensino fundamental. As variáveis dependentes das colunas de 1 a 6 estão na forma da taxa de crescimento entre 1998 e 2010. *Na coluna 7, a variável *despesa em educação per capita* se refere à variação entre a média da despesa no período 2001–2003 e a média da despesa no período 2010–2012. O mesmo vale para as variáveis *receita municipal per capita*, *salário dos professores* e para o instrumento valor da produção. A variável *salário dos professores* se refere à remuneração média dos profissionais da rede municipal de educação. A redução na amostra é devido à disponibilidade de dados.

escolas per capita em relação aos outros municípios da costa brasileira que não receberam essas receitas. O mesmo vale para o número de professores per capita, número de professores por aluno, e percentual de professores com ensino superior e alunos por turma. O único efeito significativo encontrado é sobre salário de professores. Os municípios beneficiados com o aumento médio de royalties aumentaram os salários dos professores em R$ 140, o que equivale a 9% de aumento (em relação à média amostral de R$ 1.580,00).

A Tabela 7 analisa os indicadores disponíveis que refletem a infraestrutura das escolas. Os municípios beneficiados com o aumento médio de royalties apresentam uma variação percentual de escolas com biblioteca 8 pp menor. Não é possível identificar qualquer impacto do aumento das despesas com educação sobre a melhora dos outros indicadores apresentados.

Em suma, os resultados não indicam que o aumento de gastos associados ao recebimento de royalties decorrentes da produção de petróleo levou a uma melhora dos indicadores educacionais superior à verificada em municípios que não foram beneficiados com essas receitas. Os municípios não produtores tiveram os mesmos resultados que os municípios beneficiários dos royalties de petróleo mesmo não tendo recebido essa fonte extraordinária de receita.

Tabela 7. *Estimação do efeito do aumento da despesa de educação na provisão de recursos de infraestrutura na área da educação.*

Variável dependente: Δ 1998–2010	Computadores por aluno	Percentual de escolas com					
		Internet	Internet banda larga	Laboratório de ciências	Laboratório de informática	Biblioteca	Quadras
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Δ Despesa per capita com educação	6,574	−0,310	−0,069	0,180	−0,124	−0,953	−0,059
	(14,139)	(0,704)	(0,698)	(0,131)	(0,413)	(0,481) **	(0,357)
Observações	239	239	239	239	239	239	239
R^2	0,188	0,537	0,541	0,033	0,339	0,023	0,212
Média da variável dependente	1,097	0,164	0,135	0,0219	0,138	0,185	0,123
Desvio padrão de x	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158
Média de x	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307
Teste F	6,346	6,346	6,346	6,346	6,346	6,346	6,346

Notas: A variável independente *despesa em educação per capita* se refere à variação entre a média da despesa no período 1998–2000 e a média da despesa no período 2008–2010. Utiliza-se a variação do valor da produção de petróleo como instrumento para a variação da despesa em educação. Todas as regressões incluem dummies de estado, controle para receita municipal per capita, população de 1 a 17 anos e taxa de analfabetismo da população adulta, percentual de matrículas na rede estadual e percentual de matrículas na rede privada. A variável *população de 1 a 17 anos é* a variação do log da população de 1 a 17 anos entre 2000 e 2010. A *taxa de analfabetismo da população adulta em 2000* se refere à taxa de analfabetismo da população com 25 anos ou mais de idade no ano 2000. As variáveis dependentes estão na forma da variação entre 1998 e 2010.

6. CONCLUSÃO

Este estudo apresenta uma análise sobre a relação entre aumentos de despesa em educação e desempenho educacional. A análise que inclui mais de 4.000 municípios indica que aumentos de despesa em educação estão associados à melhora da cobertura educacional. A correlação positiva entre despesas em educação e indicadores como taxa de matrículas e percentual de crianças fora da escola não chega a ser surpreendente visto que a regra de financiamento da educação vigente no Brasil, que vincula transferências do governo federal para os municípios com base no número de matrículas, por si só garante uma relação entre as duas variáveis. Dessa forma, mais informativa é a indicação de que municípios que mais investiram em educação na última década conseguiram aumentar a expectativa de anos de estudo e reduzir o atraso escolar e a taxa de analfabetismo entre jovens. Entretanto, transformar esses investimentos e o aumento no tempo na escola em aprendizado é um desafio muito maior. As estimativas mostram que, na média, os municípios ainda não encontraram uma receita para transformar mais

recursos em maior aprendizado. A análise do impacto do aumento das despesas em educação proporcionado pelas compensações financeiras da atividade de petróleo dentro das fronteiras do município indica que o setor de educação não foi muito priorizado, pois 14% do aumento de receita de royalties foram convertidos em aumento de despesas em educação, o que fez com que os municípios beneficiados com royalties tivessem um aumento de despesas com educação 13% maior que seus municípios vizinhos da costa brasileira entre 2000 e 2010. O recebimento de royalties devido à produção de petróleo está associado apenas a um aumento de 9% no salário médio dos professores, mas não há indicação de que os municípios que aumentaram os salários tiveram melhor desempenho educacional.

A falta de relação entre maiores salários e melhora educacional está em linha com estudos recentes que mostram que mais recursos só conseguem transformar a capacidade da escola ensinar quando o dinheiro ajuda a modificar o que ocorre dentro de sala de aula (Murnane & Ganimian, 2014). Um possível canal pelo qual o dinheiro pode afetar o modo de ensinar é através da atração de professores mais qualificados para as escolas, pois esses são capazes de afetar positivamente o desempenho dos estudantes (Guimaraes, Sitaram, Jardon, Taguchi & Robinson, 2013; Metzler & Woessmann, 2012). No entanto, o aumento *incondicional* dos salários apesar de aumentar a oferta de professores não está associado à melhora da qualidade dos profissionais (Behrman et al., 2013; Manski, 1987). Assim, aumentos uniformes de salários sem estarem condicionados ao desempenho dos professores ou a mudanças diretas na forma de ensinar tendem a ser inócuos.

Os resultados aqui apresentados estão de acordo também com as conclusões de outros estudos que analisam sistemas educacionais em países em desenvolvimento e mostram que é muito mais fácil implementar políticas que aumentem a frequência escolar e o tempo de estudo do que melhorar a qualidade do ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Amaral, L. F. L. E. d., & Menezes-Filho, N. (2008). A relação entre gastos educacionais e desempenho escolar. In *Anais do XXXVI Encontro Nacional de Economia.* ANPEC—Associação Nacional dos Centros de Pós-graduação em Economia. Disponível em: http://www.anpec.org.br/encontro2008/artigos/200807201800160-.pdf

Bandiera, O., Prat, A. & Valletti, T. (2009). Active and passive waste in government spending: Evidence from a policy experiment. *American Economic Review*, *99*(4), 1278–1308. doi: 10.1257/aer.99.4.1278

Behrman, J. R., Tincani, M., Todd, P. E. & Wolpin, K. I. (2013, August). *The impact of school voucher systems on teacher quality in public and private schools: The case of Chile.* Disponível em: http://www.homepages.ucl.ac.uk/~uctpmt1/Behrman_Tincani_Todd_Wolpin_2013.pdf

Ferraz, C., Finan, F. & Moreira, D. B. (2012). Corrupting learning: Evidence from missing federal education funds in Brazil. *Journal of Public Economics*, *96*(9-10), 712–726. doi: 10.1016/j.jpubeco.2012.05.012

Ferraz, C., & Monteiro, J. (2015). *Learning to select: Resource windfalls and political accountability.*

Guimaraes, R., Sitaram, A., Jardon, L., Taguchi, S. & Robinson, L. (2013, April 11). The effect of teacher content knowledge on student achievement: A quantitative case analysis of six Brazilian states. In *Population Association of America 2013 Annual Meeting*, New Orleans, LA. Disponível em: http://paa2013.princeton.edu/abstracts/132044

Hanushek, E. A., & Kimko, D. D. (2000). Schooling, labor-force quality, and the growth of nations. *American Economic Review*, *90*(5), 1184–1208. doi: 10.1257/aer.90.5.1184

Hanushek, E. A., & Luque, J. A. (2003). Efficiency and equity in schools around the world. *Economics of Education Review*, *22*(5), 481–502. doi: 10.1016/S0272-7757(03)00038-4

Manski, C. F. (1987). Academic ability, earnings, and the decision to become a teacher: Evidence from the National Longitudinal Study of the High School Class of 1972. In D. Wise (Ed.), *Public sector payrolls* (cap. 11). Chicago: University of Chicago Press.

Menezes-Filho, N., & Pazello, E. (2007). Do teachers' wages matter for proficiency? Evidence from a funding reform in Brazil. *Economics of Education Review*, *26*(6), 660–672. doi: 10.1016/j.econedurev.2007.08.003

Metzler, J., & Woessmann, L. (2012). The impact of teacher subject knowledge on student achievement: Evidence from within-teacher within-student variation. *Journal of Development Economics*, *99*(2), 486–496. doi: 10.1016/j.jdeveco.2012.06.002

Murnane, R. J., & Ganimian, A. J. (2014, July). *Improving educational outcomes in developing countries: Lessons from rigorous evaluations* (Working Paper Nº 20284). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w20284

Rocha, F., Duarte, J., Gadelha, S. R. d. B., Oliveira, P. P. d. & Pereira, L. F. V. N. (2013). *Can education targets be met without increasing public spending? An analysis for Brazilian municipalities* (Textos para Discussão Nº 2013/15). Brasília–DF: Tesouro Nacional. Disponível em: http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/200113/TD_Artigo_Educao_Ingls.pdf

APÊNDICE.

A Tabela A-1 compara características sociais e demográficas da amostra formada pelos municípios da costa brasileira com a amostra formada por todos os municípios dos 15 estados analisados em 1997, ano anterior ao *boom* dos royalties. Observa-se que os municípios da costa são, em média, mais populosos e desenvolvidos, com uma renda per capita maior, população mais educada e com um menor percentual da sua população na faixa da pobreza. No aspecto da infraestrutura urbana, os municípios da costa possuem um maior percentual de domicílios com energia elétrica e maior percentual de domicílios com abastecimento de água. Essas diferenças sugerem que restringir a amostra apenas com municípios da costa é importante para a análise.

A Tabela A-2 apresenta resultados de regressões da variação da produção de petróleo entre 2000 e 2010 em características municipais em 2000, incluindo vários indicadores de nível educacional do município. Nenhuma das 18 características municipais analisadas é correlacionada com o aumento da produção de petróleo, indicando que os municípios que experimentaram grande crescimento de produção de petróleo não são sistematicamente diferentes dos demais municípios da costa brasileira. Esse resultado decorre do caráter geográfico da regra de pagamento de royalties.

Tabela A-1. Análise descritiva das características da totalidade dos municípios brasileiros e dos municípios da costa separadamente.

	Municípios da costa			Amostra completa		
	Não produtores de petróleo (1)	Produtores de petróleo (2)	Todos (3)	Não produtores de petróleo (4)	Produtores de petróleo (5)	Todos (6)
Número de municípios	184	55	239	3660	102	3762
População (100 mil)	1,10	0,83	1,04	0,29	0,56	0,30
% População urbana	0,63	0,67	0,64	0,48	0,65	0,48
Anos de estudo	3,54	3,40	3,51	3,02	3,14	3,02
% Analfabetos	36	38	36	37	41	37
Renda per capita	141	126	137	123	106	122
% População na faixa da pobreza	55,18	58,23	55,88	58,87	64,18	59,02
Gini	0,52	0,53	0,52	0,52	0,53	0,52
IDH	0,61	0,60	0,61	0,61	0,58	0,60
Mortalidade infantil	75,72	81,09	76,96	70,08	89,4	70,61
% Domicílios com energia elétrica	78,38	81,47	79,09	71,59	80,71	71,84
%Domicílios com abastecimento de água	55,30	54,50	55,10	54,70	48,40	54,50
Funcionários municipais per capita	19	18	19	23	22	23
Receita tributária municipal per capita	0,80	0,81	0,81	0,84	0,76	0,83
Fundo de Participação dos Municípios (FPM)	0,24	0,25	0,24	0,37	0,29	0,37
% Despesa em educação	0,25	0,25	0,25	0,27	0,26	0,27
% Despesa em saúde	0,15	0,13	0,14	0,15	0,14	0,15
Latitude	-15,20	-13,80	-14,90	-17,00	-11,80	-16,90
Longitude	41,90	40,20	41,50	45,20	38,90	45,00
Altitude	21	24	22	383	49	374
Distância para a capital	111	100	109	248	100	244

Notas: a tabela reporta características dos municípios brasileiros de acordo com sua localização geográfica (na costa ou no interior) e de acordo com a sua produção de petróleo. As variáveis apresentadas são medidas em 1991, 1996 e 1997, dependendo da disponibilidade dos dados.

Tabela A-2. Correlações entre a variação da produção de petróleo entre 2000 e 2010 e características municipais em 2000.

Variável dependente: valor da produção de petróleo per capita	Coeficiente (1)	Desvio-padrão (2)	Observações (3)
% População urbana	-3,15	2,34	239
Renda per capita	-0,00	0,00	239
% População na faixa da pobreza	0,04	0,04	239
Gini	0,96	9,18	239
IDH	-6,46	8,77	239
Mortalidade	0,01	0,03	239
% Domicílios com energia elétrica	-0,02	0,05	239
% Domicílios com abastecimento de água	-0,00	0,03	239
Receita tributária per capita	-0,78	2,37	233
% Despesa em saúde	7,04	7,93	230
% Despesa em educação	-0,62	6,77	230
Receita do FUNDEF per capita	5,73	7,73	230
Anos de estudo	-0,30	0,36	239
% Analfabetos	0,02	0,05	239
% Crianças de 6 a 14 fora da escola	0,17	0,12	239
Latitude	-0,52	0,49	239
Longitude	0,61	0,63	239
Altitude	0,00	0,01	239
Distância para a capital	-0,00	0,01	239

Notas: A variável *valor da produção de petróleo per capita* se refere à variação entre 2000 e 2010. As variáveis *população urbana*, *renda per capita*, *população na faixa da pobreza*, *gini*, *IDH*, *mortalidade*, *domicílios com energia elétrica*, *domicílios com água encanada*, *anos de estudo* e *analfabetos* são referentes ao ano de 2000. A variável *analfabetos* representa as pessoas que são analfabetas aos 25 anos de idade. A variável *crianças de 6 a 14 anos fora da escola* indica a razão entre as crianças de 6 a 14 anos que não frequentam a escola e o total de crianças nessa faixa etária, multiplicado por 100. A variável *expectativa de anos de estudo* se refere à expectativa de anos de estudo aos 18 anos de idade.

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150023
Revista Brasileira de Economia, **69**(4), 489–502

Uma Nota Sobre a Oferta de EILD e Fechamento Vertical do Mercado de Banda Larga no Brasil

Carlos Baigorri,[*] Wilfredo L. Maldonado[†]

Sumário: **1. Introdução; 2. Estrutura do Mercado de Redes de Transporte de Telecomunicações no Brasil; 3. Evidências e impactos do fechamento vertical; 4. Conclusões; Apêndice.**

Palavras-chave: **Banda Larga, Estrutura de Mercado, Fechamento Vertical.**

Códigos JEL: **L13, L42, L86.**

O presente trabalho tem o objetivo de analisar a estrutura concorrencial do mercado de redes de transporte de telecomunicações, considerando a oferta de Exploração Industrial de Linhas Dedicadas (EILD). Para tal, são utilizadas informações municipais referentes à oferta de EILD e à demanda por serviços de banda larga em cada município. Após a avaliação da estrutura concorrencial é feita uma análise econométrica de dados referentes à demanda pelos serviços de banda larga em cada município de forma a avaliar a existência de evidências de fechamento vertical nesse mercado.

This work aims to analyze the competitive structure of the market for telecommunications transport networks, considering the supply of Leased Lines (EILD). To this end, local information concerning the provision of EILD and the demand for broadband services are used. After identifying the most suitable market structure at that level, we proceed to an econometric analysis of the broadband services demand in each municipality in order to assess the possibility of vertical foreclosure in those markets.

1. INTRODUÇÃO

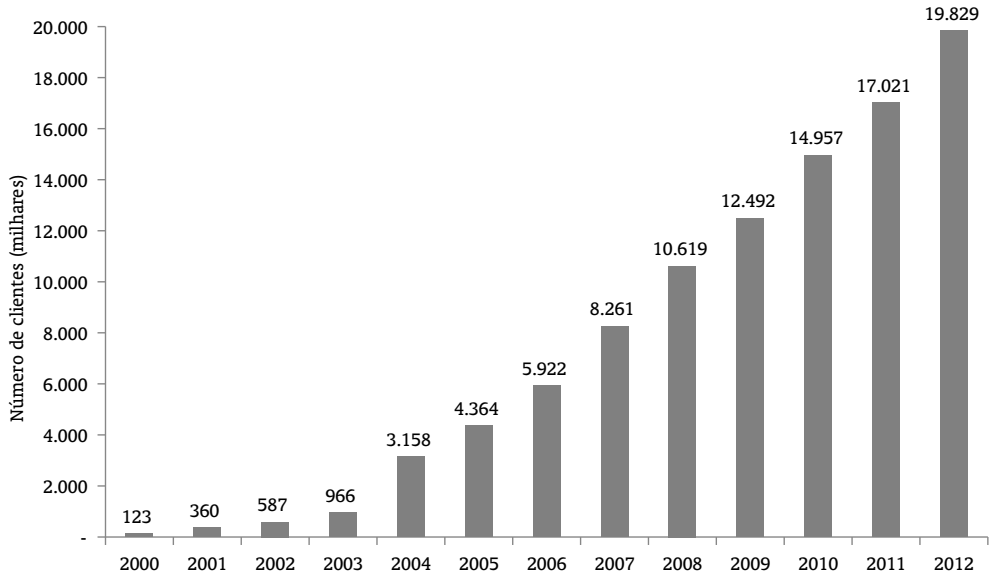
O Brasil tem observado nos últimos anos um crescimento acentuado da participação do acesso à internet em banda larga na vida dos seus cidadãos. Na Figura 1 observamos que entre 2000 e 2012 o crescimento médio do número de acessos em banda larga fixa no Brasil foi de 53% ao ano nos últimos 12 anos.

Apesar do vigoroso crescimento do acesso à internet em banda larga, dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), realizada pelo IBGE, indicam que em 2012 apenas 40,3% dos domicílios brasileiros possuíam acesso à internet. De maneira global, esse instrumento não apenas proporciona

[*] Agência Nacional de Telecomunicações – Anatel. E-mail: baigorri@anatel.gov.br

[†] Universidade Católica de Brasília, Escola de Graduação em Economia. Brasília – DF. E-mail: wilfredo@pos.ucb.br. O autor agradece o apoio financeiro do CNPq através dos processos 304844/2009-8 e 401461/2009-2.

Figura 1. Evolução da base de clientes de banda larga no Brasil.



Fonte: Anatel

lazer, mas desenvolvimento econômico. Diversos estudos mostram o impacto do uso da banda larga sobre crescimento do PIB (R. Crandall, Lehr & Litan, 2007; Czernich, Falck, Kretschmer & Woessmann, 2009; Koutroumpis, 2009; Qiang, Rossotto & Kimura, 2009; Thompson & Garbacz, 2008); outros focam nos impactos do uso da internet sobre a produtividade dos fatores da economia (Waverman, 2009). Finalmente, outros estudos mostram o impacto da adoção da internet na geração de emprego (Atkinson, Castro & Ezell, 2009; R. W. Crandall, Jackson & Singer, 2003; Liebenau, Atkinson, Kärrberg, Castro & Ezell, 2009).

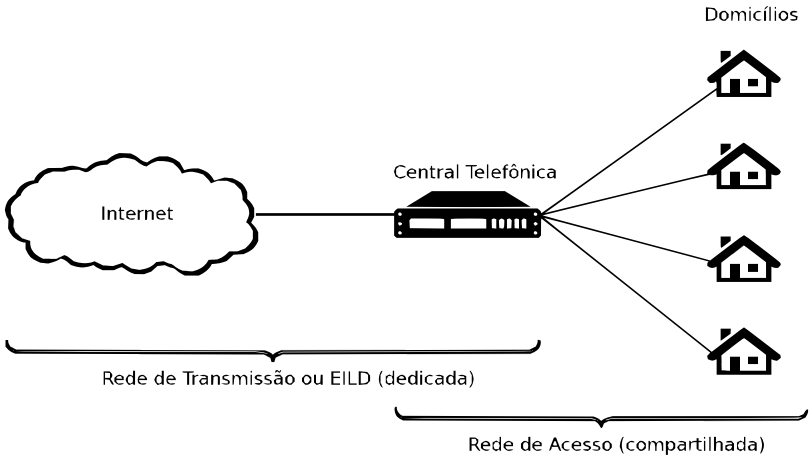
Tendo em vista os benefícios econômicos desse produto, muitos países desenvolveram planos nacionais de banda larga (OCDE, 2011). Seguindo a tendência mundial, em 12 de maio de 2010 o Governo Federal brasileiro publicou o Decreto nº 7.175, que institui o Programa Nacional de Banda Larga (PNBL).[1] Dentre as diversas ações contidas no PNBL, destacamos a proposta de atuação do Governo por meio de uma empresa estatal (Telebras) na oferta de infraestrutura de transporte (transmissão) para a promoção da democratização do acesso à banda larga no Brasil.

A oferta da capacidade de transmissão de dados no atacado, conhecida no mercado como Exploração Industrial de Linhas Dedicadas (EILD), é caracterizada como o serviço no qual uma empresa fornece insumos (linhas dedicadas) para constituição da rede de serviços desta última. Nesse sentido, o acesso à rede de transporte de uma empresa é um dos principais insumos necessários para levar o serviço até o usuário final (redes de acesso), conforme ilustramos na Figura 2.

Um dos argumentos para justificar a atuação governamental na oferta de capacidade de transmissão é a alta concentração desse mercado e a possível integração vertical entre as ofertantes de EILD e as ofertantes de banda larga. Esse tipo de prática anti-competitiva é conhecida na literatura como fechamento vertical (*foreclosure*). Em Rey & Tirole (2007) é feita uma ampla revisão da literatura sobre as formas e os efeitos do fechamento de mercados de produtos finais. Na mesma linha, Foros (2004) desenvolve um modelo de mercado de banda larga que prevê duas firmas no mercado de produto final adquirindo o insumo essencial de uma firma monopolista no mercado à montante, integrada verticalmente com uma das firmas.

[1] Disponível em `www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7175.htm`

Figura 2. Diagrama de funcionamento das redes de banda larga.



Com base nessa perspectiva de exercício de poder de mercado, o Governo brasileiro propôs a criação de uma empresa estatal (Telebras) para atuar no mercado de acesso à rede de transporte (EILD), reduzindo assim a capacidade de empresas estabelecidas realizarem o fechamento vertical. Nessa proposta, a estratégia anunciada consiste basicamente em ofertar EILD a um preço abaixo do praticado no mercado em uma grande quantidade de municípios.

Com o intuito de proporcionar subsídios para a implementação dessa estratégia por parte do Governo, no presente artigo avaliamos qual das duas estruturas de mercado, Cournot ou Bertrand, é a mais adequada para descrever o mercado de EILD. Finalmente avaliamos a existência de evidências de fechamento vertical do mercado banda larga por parte da posição dominante no mercado de EILD.

O presente trabalho está estruturado da seguinte forma: na seção 2 apresentamos as condições da oferta de EILD no Brasil e identificamos empiricamente qual a estrutura de concorrência imperfeita mais aderente aos dados disponíveis. Na seção 3 mostramos uma análise para avaliar evidências de fechamento vertical. Na seção 4 colocamos nossas considerações finais.

2. ESTRUTURA DO MERCADO DE REDES DE TRANSPORTE DE TELECOMUNICAÇÕES NO BRASIL

A exploração das redes de transporte de telecomunicações no Brasil é feita principalmente por meio da oferta de Exploração Industrial de Linhas Dedicadas (EILD). Nesta Seção descreveremos o produto EILD, as suas funcionalidades, os ofertantes de EILD, e utilizaremos um teste original de estrutura de mercado para identificar qual a estrutura concorrencial dessa oferta.

2.1. O produto EILD

A Exploração Industrial de Linhas Dedicadas (EILD) consiste basicamente em um insumo para prestação de serviços de telecomunicações. Esse insumo nada mais é que uma conexão de dados com características técnicas de garantia de taxas de transmissão diferenciadas em relação ao consumidor final. Quando a conexão é entre redes existentes, é necessário que ela tenha características técnicas de garantia contínua de conectividade. Esse tipo de conexão é chamado de linha dedicada, uma vez que não é compartilhada e está integralmente disponível a ambas as redes.

Assim, a EILD é um dos principais insumos para oferta do serviço de acesso à internet em banda larga. Dessa forma, os preços praticados na oferta de acesso à rede de transporte estarão intimamente

relacionados com os preços praticados na oferta de acesso banda larga (varejo).

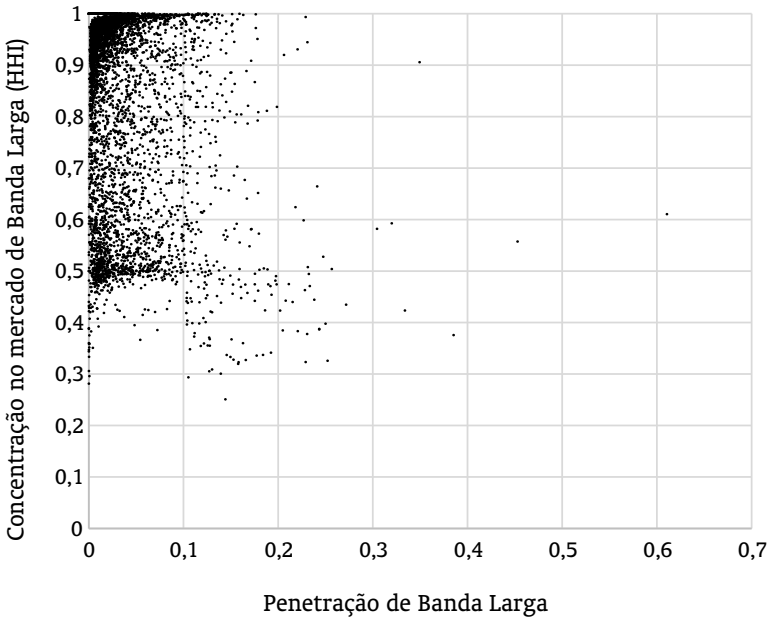
No mercado brasileiro tem existido demanda de elementos de rede de transporte para suporte às redes próprias e também a outros serviços prestados por estes operadores no varejo — Serviço Telefônico Fixo Comutado (STFC), Serviço Móvel Pessoal (SMP) e Serviço de Comunicação Multimídia (SCM). Nesse sentido, as empresas de telecomunicações optam por comprar capacidade de transporte, ao invés de terem que construir redes próprias. Atualmente, a oferta de EILD é feita na maior parte pelas concessionárias da telefonia fixa. Essas empresas são monopolistas na oferta de EILD na maioria das cidades brasileiras (87%), segundo informações da Anatel relativas a aproximadamente 100 mil contratos de EILD.

Duas são as principais componentes do custo fixo das redes de transmissão: o comprimento a capilaridade da rede. Devido à ampla cobertura regional, no Brasil, as redes de transmissão de longa distância são exploradas em monopólio ou duopólio. Analogamente, a necessidade cobertura da rede para diversos pontos aumenta o valor dos investimentos na construção de pontos de agregação de redes. Essa situação é especialmente delicada no Brasil, uma vez que as redes de transmissão chegam a todos os 5.565 municípios brasileiros. A construção de tais redes foi feita na época em que a exploração do serviço era feita pelo Estado. Estes altos custos fixos acompanhados de baixos custos marginais na oferta desse produto fazem com que as redes de transmissão possuam características de monopólio natural no Brasil.

A existência de grupos atuando tanto na rede de transmissão quanto na oferta de banda larga gera condições para um potencial fechamento vertical nesses mercados. Evidência disto é a presença de monopólio na oferta varejista de banda larga em mais de 4.500 municípios brasileiros (aproximadamente de 33% da população brasileira).

A Figura 3 mostra as consequências desta situação concorrencial. Nele apresentamos a relação entre penetração de banda larga e concentração de mercado em cada um dos 5.565 municípios brasileiros. Como podemos observar, há uma grande quantidade de municípios na região do gráfico associada a uma grande concentração de mercado e uma baixa penetração do serviço.

Figura 3. Dispersão de municípios entre concentração de mercado e penetração de banda larga.



Fonte: Anatel

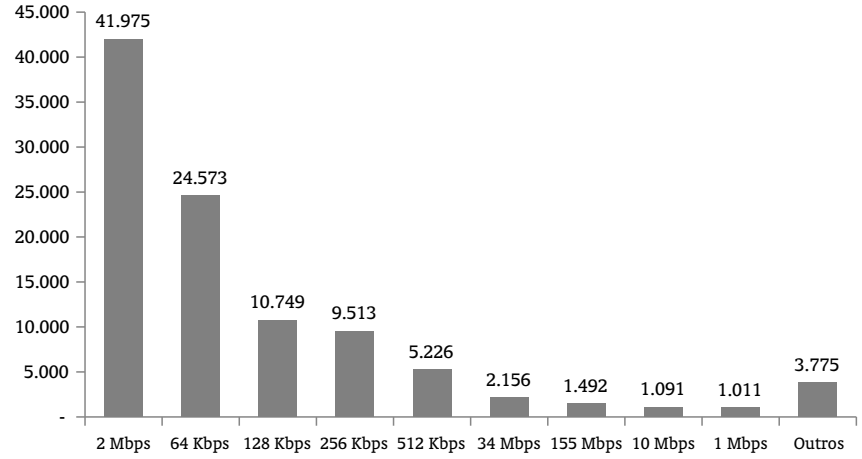
2.2. Ofertantes de EILD

Por questões históricas vindas do processo de privatização, a demanda tem sido suprida, principalmente, pelas concessionárias do STFC. Contudo, existem outros grupos que ofertam de forma integrada com operações de varejo (GVT, Net Serviços, etc.), e também empresas especializadas na venda desse insumo em relações de atacado (Level 3, Copel Telecomunicações, etc.).

Os preços de EILD variam em função da velocidade contratada e da distância entre as redes que se busca conectar. A Figura 4 mostra a distribuição de contratos por taxas de transmissão e a Figura 5 a distribuição de contratos por distância geográfica entre as redes que irá conectar (vão de D0, distância até 5 km, até D8, distância superior a 1.000 km).

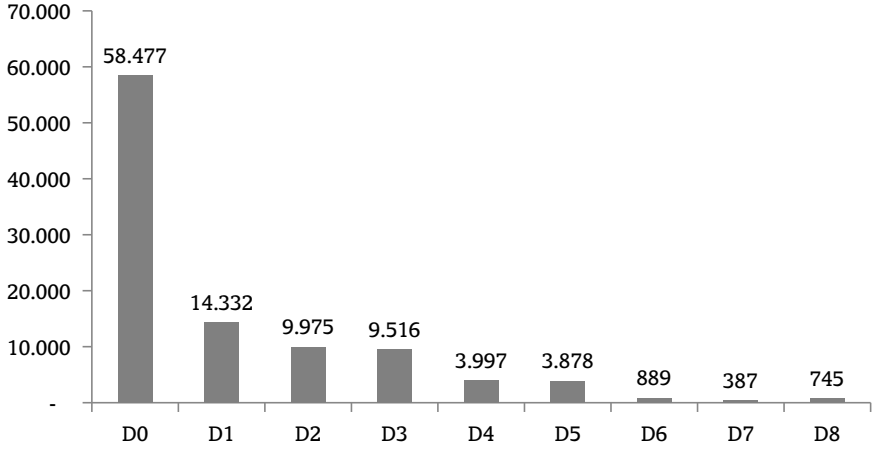
Assim, os contratos mais comercializados de EILD são os de 2 Mbps (41.975 contratos) e os de distância D0 (58.477 contratos).

Figura 4. Distribuição dos contratos de EILD em taxas de transmissão.



Fonte: Anatel

Figura 5. Distribuição dos contratos de EILD em degraus.



Fonte: Anatel

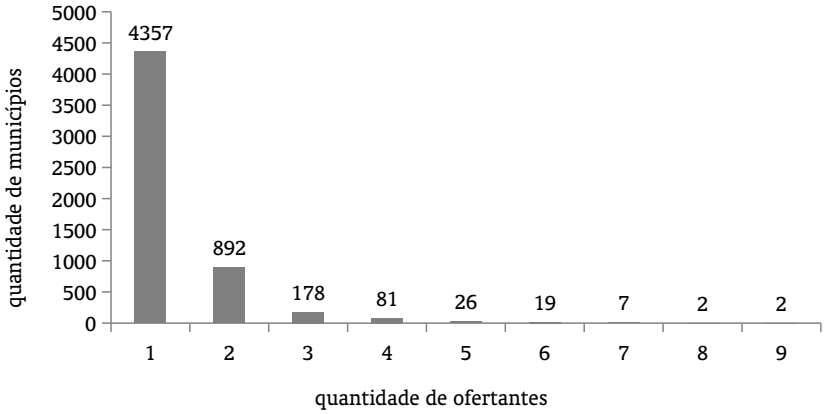
2.3. Estrutura de mercado

Nesta subseção iremos analisar qual a estrutura de mercado que mais se adequa à competição no nível de EILD no Brasil. Tal análise se justifica em primeiro lugar pois há barreiras econômicas naturais de entrada, dadas pelos altos custos fixos incluídos na construção de redes de transporte.

Logo após a abertura do mercado, a sucessora da estatal privatizada que integrava o Sistema Telebras, dispôs de uma carteira de clientes, de uma marca, e de uma posição já firmada no mercado. Assim, essa vantagem pôde ser aproveitada pelas concessionárias de telefonia fixa (Grupo Oi, Grupo Telefônica e Grupo Embratel). Essas empresas detêm hoje praticamente todas as redes de transporte para oferta de EILD no Brasil. Tanto é assim que essas empresas foram definidas como detentoras de poder de mercado significativo pela Agência Nacional de Telecomunicações.

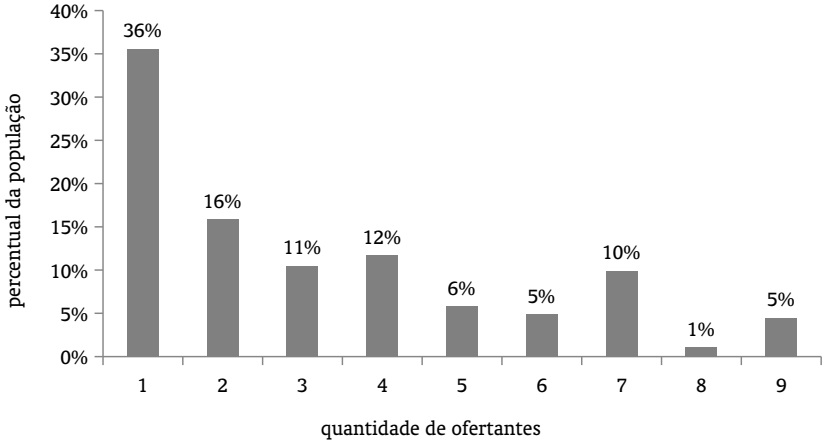
A Figura 6 mostra que em 78% dos municípios a oferta de EILD é feita em uma estrutura de monopólio. Ainda, em 16% dos municípios a estrutura de mercado é de duopólio. Já a Figura 7 mostra que 35,6% da população brasileira está submetida ao regime de monopólio, e 15,9% submetida ao regime de duopólio. Assim, concluímos que a competição é mais acirrada nos municípios mais populosos.

Figura 6. Distribuição dos municípios em função da quantidade de ofertantes de EILD.



Fonte: Anatel

Figura 7. Distribuição da população em função da quantidade de ofertantes de EILD.



Fonte: Anatel

Por outro lado, a quantidade de ofertantes em um mercado não necessariamente é um indicador de eficiência nele. Se a concorrência imperfeita for *à la* Cournot, a ineficiência diminui à medida que novos ofertantes entram no mercado. Entretanto, em uma concorrência imperfeita *à la* Bertrand com custos simétricos, o nível máximo de eficiência é alcançado com apenas dois ofertantes. Assim, iremos avaliar quais dessas duas estruturas é mais aderente ao mercado de EILD no Brasil.

Outras estruturas de mercado podem ser analisadas, entretanto, a modelagem de fechamento vertical de Rey & Tirole (2007) prevê apenas essas estruturas nos mercados de insumos. Nessa linha, modelos específicos para o setor de telecomunicações consideram que a oferta de insumos é feita em uma estrutura de Cournot (Faulhaber & Hogendorn, 2000; Foros, 2004).

Para avaliar a estrutura concorrencial mais aderente ao mercado brasileiro de EILD iremos utilizar como variável explicada p_j o preço médio dos contratos da EILD de 2 Mbps local (D0) nos municípios em que existem informações relativas a essas ofertas. Como vimos anteriormente, estes são os contratos mais representativos.

Como variáveis explicativas para esse preço da EILD iremos considerar as seguintes. O número de competidores no mercado, que será a quantidade de ofertantes no município (N_j) ou uma variável binária (B_j) assumindo o valor 1 se o município é atendido por monopólio e 0 em outro caso. A renda das famílias ($X_{2,j} \equiv m_j$), cuja *proxy* será o PIB per capita, segundo informações do IBGE. O parâmetro de elasticidade de substituição ($X_{3,j} \equiv \delta_j$), a ser calculado no Apêndice. O "tamanho" do mercado ($X_{4,j} \equiv A_j$) dado pelo número de domicílios urbanos permanentes no município, também reportado pelo IBGE. O custo marginal de oferta de EILD, que terá duas componentes: a primeira terá como *proxy* a área urbana do município ($X_{5,j} \equiv R_j$) e a segunda será a alíquota do ICMS cobrado no município ($X_{6,j} \equiv I_j$).

Portanto, iremos estimar dois modelos, alterando tão somente a abordagem referente à quantidade de ofertantes, para averiguar qual explica melhor os dados disponíveis. Assim, caso N_j tenha melhor capacidade explicativa em relação a B_j, teremos então que o modelo de Cournot se adequa melhor, e vice-versa. A fundamentação teórica se baseia em que no modelo de Cournot o preço de equilíbrio depende da quantidade de ofertantes no mercado. Já no modelo de Bertrand, o preço de equilíbrio converge para o preço de equilíbrio em concorrência perfeita quando há dois ou mais ofertantes.

Posto isso, iremos estimar os dois modelos seguintes:

$$\ln p_j = \alpha_0 + \alpha_1 N_j + \sum_{i=2}^{5} \alpha_i \ln X_{i,j} + \epsilon_j \tag{1}$$

$$\ln p_j = \beta_0 + \beta_1 B_j + \sum_{i=2}^{5} \beta_i \ln X_{i,j} + \nu_j \,. \tag{2}$$

Utilizando dados da Anatel e do IBGE referentes aos 5.565 municípios em 2010 e utilizando o método de mínimos quadrados ordinários (MQO) com correção para heteroscedasticidade, obtemos os resultados na Tabela 1.

A pouca variabilidade da alíquota do ICMS (pois é constante para todos os municípios de uma mesma UF) fez com que essa variável resulte pouco significativa nas duas regressões. Assim, testamos também um modelo sem a inclusão dessa variável.

No Modelo 1, os parâmetros apresentaram sinal de acordo com o modelo de Cournot. Em particular, os preços tendem a ser menores em cidades com maior demanda (coeficientes dos logaritmos de m, δ e A). A entrada de um novo competidor no mercado tem uma redução esperada de 3,7% no preço da EILD. Quanto à *proxy* de custo, os resultados indicam que a dimensão geográfica dos municípios impacta positivamente no preço da EILD. Observa-se que o modelo especificado se adapta razoavelmente bem aos dados disponíveis ($R^2 = 0{,}617$). Neste e no modelo 2 a heteroscedasticidade foi corrigida pela utilização de erros-padrão robustos e comprovou-se normalidade dos resíduos em todos os quatro modelos estimados utilizando o teste χ^2 de Pearson.

Tabela 1. Resultados das estimativas considerando o modelo de Cournot e de Bertrand.

Variáveis	Modelo 1 – Cournot		Modelo 2 – Bertrand	
Constante	6,81683***	6,76260***	7,01466***	7,00742***
	(6,45E−91)	(4,31E−106)	(7,14E−101)	(2,63E−127)
m	−0,10357***	−0,105331***	−0,12148***	−0,121693***
	(0,0022)	(0,0013)	(0,0002)	(0,0001)
δ	−0,945658***	−0,943970***	−0,944521***	−0,944320***
	(4,26E−52)	(1,02E−52)	(3,74E−50)	(1,73E−50)
A	−0,162861***	−0,163174***	−0,194065***	−0,194090***
	(2,06E−12)	(1,65E−12)	(2,68E−19)	(2,18E−19)
N	−0,0384736***	−0,0379252**	–	–
	(0,009)	(0,0094)	–	–
B	–	–	0,0296608	0,0299084
	–	–	(0,4318)	(0,4206)
I	0,0619748	–	0,00800243	–
	(0,7191)	–	(0,9624)	–
R	0,0397998*	0,0406847*	0,0418908*	0,0420043*
	(0,0756)	(0,0643)	(0,0555)	(0,05)
R^2 (adj.)	0,6161	0,6168	0,6097	0,6106
F	72,478	87,116	70,767	85,079
	(4,98E−61)	(5,53E−62)	(5,84E−60)	(6,39E−61)
Observações	406	406	406	406

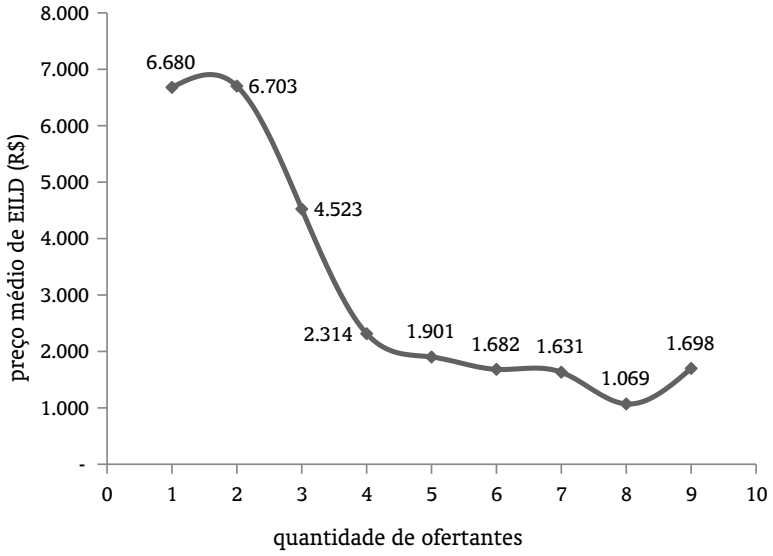
Notas: Valores entre parênteses representam o p-valor das estimativas. ***, ** e * indicam estimativas significantes ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Em relação ao Modelo 2, todos os parâmetros estimados apresentaram sinal coerente com o modelo de Bertrand. Também aqui os resultados indicam que os preços tendem a ser menores em cidades com maior demanda (coeficientes dos logaritmos de m, δ e A). Por outro lado, a estimativa dos efeitos da competição (coeficiente de B) apresenta sinal de acordo do esperado, porém sem significância estatística. Novamente, o modelo especificado se adapta razoavelmente bem aos dados disponíveis ($R^2 = 0{,}611$).

Comparando os resultados dos dois modelos concluímos que a competição no mercado de EILD apresenta uma estrutura competitiva mais aderente ao modelo de Cournot. Essa conclusão faz sentido se temos em vista que a EILD é oferecida por meio de redes de telecomunicações e que a capilaridade dessa rede (e portanto, a dimensão geográfica) acaba sendo um fator determinante. Assim, a decisão de cada firma está associada à quantidade de endereços que podem ser atendidos, gerando-se uma competição mais aderente à de Cournot.

A Figura 8 corrobora empiricamente a conclusão acima. Nele o preço máximo para EILD é função da quantidade de ofertantes em cada município. Há uma evidente redução do preço da EILD quando aumenta a quantidade de competidores, observando-se uma certa estabilidade a partir da entrada do sexto ofertante.

Figura 8. Relação entre quantidade de ofertantes e preços de EILD.



Fonte: Anatel

3. EVIDÊNCIAS E IMPACTOS DO FECHAMENTO VERTICAL

Nesta seção iremos avaliar evidências de fechamento vertical nos mercados de EILD e de banda larga através de um aprimoramento da análise feita por Macedo & Carvalho (2010). Na Figura 9 podemos observar que tanto a concentração no mercado de banda larga quanto o preço praticado pelos contratos de EILD estão negativamente correlacionados com o número de competidores no mercado de EILD. Isto é uma forte evidência de fechamento vertical entre esses mercados.

Conforme podemos observar, os níveis de concentração do mercado de banda larga (*downstream*) tendem a ser maiores nos municípios em que não há competição na oferta de EILD (*upstream*), ou seja, nas cidades em que a rede de transporte é um gargalo para os ofertantes de banda larga. Isto está de acordo com o previsto na literatura sobre fechamento vertical (Rey & Tirole, 2007).

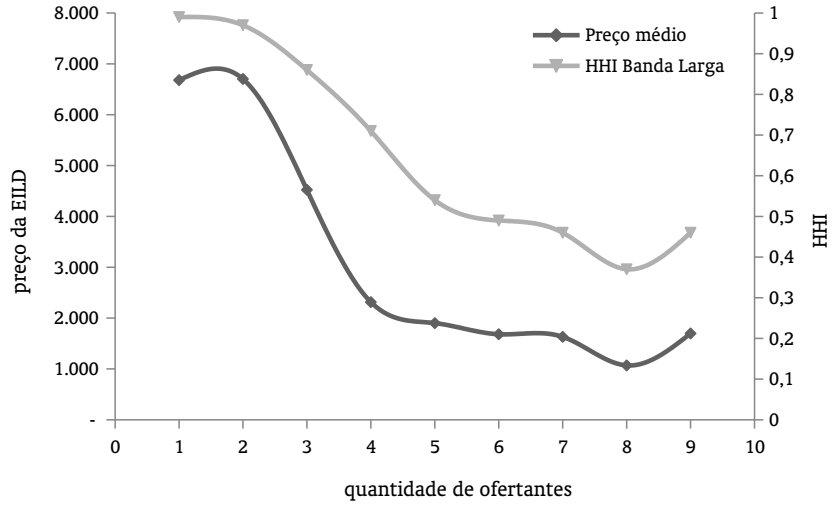
A prática do fechamento vertical pode ter um efeito sobre a penetração do serviço de banda larga nos municípios. O poder de mercado na oferta de EILD é trasferido ao mercado do produto final, gerando assim uma quantidade demandada pela banda larga que está aquém daquela num cenário sem o fechamento vertical.

Os determinantes da penetração da banda larga nos municípios brasileiros foram investigados em Macedo & Carvalho (2010). Usando dados municipais, eles identificam quais os possíveis determinantes da penetração da banda larga. Nesse contexto, utilizaram como variáveis explicativas o nível de concentração do mercado de banda larga, bem como o nível de competição entre diferentes plataformas tecnológicas, conforme Distaso, Lupi & Manenti (2006).[2]

A conclusão de Macedo e Carvalho (Macedo & Carvalho, 2010, p.26) é que "quanto maior for a disponibilidade de tecnologias de prestação do serviço de banda larga no município, maior será a competição, o que terá influência positiva sobre o aumento da penetração do serviço." Entretanto, destacam os autores que:

[2]Eles consideram dois tipos de tecnologia de transmissão: as redes DSL que proporcionam banda larga por meio da rede de telefonia convencional e as redes HFC que o fazem por meio de redes de TV a cabo.

Figura 9. *Relação entre quantidade de ofertantes, preços de EILD e concentração de mercado.*



Fonte: Anatel

> […] houve resultados que não corresponderam ao esperado. As análises de regressão, neste caso específico, utilizando-se este conjunto de dados disponíveis em particular, não indicaram um relacionamento positivo entre aumento da competição entre empresas e aumento da penetração do serviço. Talvez isto se explique pelo alto grau de concentração econômica na exploração do serviço ao nível do município. (Macedo & Carvalho, 2010, p.26)

Assim, iremos avaliar evidências de fechamento vertical entre o mercado de EILD e o de banda larga incorporando ao modelo Macedo & Carvalho (2010) a quantidade de ofertantes de EILD e o preço médio da EILD nos municípios, como variáveis explicativas. Faremos isto utilizando dados mais atuais dos municípios (dados de 2010).

Especificamente, sejam X_i o conjunto de variáveis de controle; estimaremos os seguintes modelos:

$$\ln \text{Penet}_j = \alpha_0 + \alpha_i \ln X_i + \beta_1 \ln \text{HHI}_{\text{emp},j} + \epsilon_j \quad \text{(Modelo 1)}$$

$$\ln \text{Penet}_j = \alpha_0 + \alpha_i \ln X_i + \beta_1 \ln HHI_{\text{tec},j} + \epsilon_j \quad \text{(Modelo 2)}$$

$$\ln \text{Penet}_j = \alpha_0 + \alpha_i \ln X_i + \beta_1 \ln \text{HHI}_{\text{emp}} + \beta_2 \ln \text{HHI}_{\text{tec},j} + \epsilon_j \quad \text{(Modelo 3)}$$

$$\ln \text{Penet}_j = \alpha_0 + \alpha_i \ln X_i + \beta_1 N_j + \epsilon_j \quad \text{(Modelo 4)}$$

$$\ln \text{Penet}_j = \alpha_0 + \alpha_i \ln X_i + \beta_1 \ln \text{EILD}_j + \epsilon_j \quad \text{(Modelo 5)}$$

$$\ln \text{Penet}_j = \alpha_0 + \alpha_i \ln X_i + \beta_1 \ln \text{EILD}_j + \beta_2 \ln \text{HHI}_{\text{tec},j} + \epsilon_j \quad \text{(Modelo 6)}$$

Na Tabela 2 apresentamos a definição de cada variável dos modelos e as fontes, incluindo as variáveis de controle utilizadas em Macedo & Carvalho (2010).

A Tabela 3 apresenta os resultados das estimações. Por causa da disponibilidade de dados referentes a preços de EILD, os modelos 5 e 6 foram rodados com 406 amostras e os outros com 5.312. Todos os modelos foram estimados utilizando correção para heteroscedasticidade.

Como em Macedo & Carvalho (2010), as estimativas dos parâmetros associados à competição entre empresas têm sinais contrários aos esperados nos modelos 1 e 3. Já as estimativas referentes à concentração de mercado entre plataformas tecnológicas têm o sinal esperado nos modelos 2, 3 e 6. Entretanto, no modelo 6, quando incluímos informações sobre preços de EILD percebemos que esse parâmetro não tem significância estatística. Dessa forma, o modelo 6 indica que a competição entre plataformas não é

Tabela 2. Descrição das variáveis utilizadas.

Variável	Definição	Fonte
Penet	Penetração da banda larga no município	Anatel
%Agro	Percentual do PIB do município decorrente de atividades agropecuárias	IBGE
%Ind.	Percentual do PIB do município decorrente de atividades industriais	IBGE
%Serv.	Percentual do PIB do município decorrente de atividades de prestação de serviços	IBGE
IFDM_Edu	Índice FIRJAN de desenvolvimento da educação	FIRJAN
IFDM_Emp	Índice FIRJAN de desenvolvimento do emprego e renda	FIRJAN
IFDM_Saude	Índice FIRJAN de desenvolvimento da saúde	FIRJAN
DPPU	Quantidade de Domicílios Permanentes Urbanos	IBGE
PIBpc	PIB per capita	IBGE
HHI_empresas	HHI do mercado de banda larga	Anatel
HHI_tecnologias	HHI entre as tecnologias DSL e HFC	Anatel
N	Quantidade de ofertantes de EILD	Anatel
EILD	Preço médio da EILD	Anatel

Tabela 3. Resultados das estimativas dos modelos 1 a 6.

Variáveis	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Constante	−10,2549***	−10,1962***	−10,2368***	−9,88881***	−3,46345***	−3,37006***
	(1,53E−120)	(3,50E−121)	(1,40E−121)	(1,97E−116)	(6,00E−4)	(9,00E−4)
%Agro	0,00245631	0,0087553	0,00579605	0,0212209	−0,0031397	−0,00407076
	(0,8658)	(0,5445)	(0,6899)	(0,1427)	(0,8381)	(0,7976)
%Ind.	0,154058***	0,162405***	0,158383***	0,190167***	−0,0472566	−0,0424913
	(1,09E−8)	(1,52E−9)	(4,29E−9)	(2,37E−12)	(4,82E−1)	(5,32E−1)
%Serv.	0,788711***	0,798151***	0,795391***	0,829030***	0,130174	0,146609
	(1,45E−20)	(3,19E−21)	(4,95E−21)	(1,07E−23)	(3,30E−1)	(2,80E−1)
IFDM_Edu	1,87253***	1,85183***	1,84210***	1,93866***	2,49634***	2,44814***
	(5,98E−51)	(4,19E−50)	(2,07E−49)	(6,07E−55)	(1,19E−12)	(1,58E−11)
IFDM_Emp	0,111263**	0,107457**	0,110792**	0,0937472**	0,452417***	0,448770***
	(0,0206)	(0,0248)	(0,0208)	(0,0482)	(0,0027)	(0,003)
IFDM_Saude	0,561779***	0,560605***	0,570675***	0,458523***	1,67362**	1,65823**
	(0,0001)	(0,0001)	(7,88E−5)	(1,40E−3)	(0,0145)	(0,0169)
DPPU	0,191696***	0,187367***	0,191251***	0,154155***	0,122469***	0,110775***
	(2,74E−34)	(2,67E−34)	(3,13E−34)	(4,08E−22)	(0,0000591)	(0,0021)
PIBpc	0,786242***	0,785919***	0,786087***	0,765480***	0,305879***	0,303634***
	(2,94E−61)	(5,61E−62)	(5,20E−62)	(2,22E−61)	(1,10E−3)	(1,20E−3)
HHI_empresas	−0,156712	–	0,229399	–	–	–
	(0,11)	–	(0,1431)	–	–	–
HHI_tecnologias	–	−0,604683***	−0,825877***	–	–	−0,125352
	–	(2,45E−10)	(3,25E−6)	–	–	(0,3298)
N	–	–	–	0,177779***	–	–
	–	–	–	(3,03E−25)	–	–
EILD	–	–	–	–	−0,175981***	−0,172258**
	–	–	–	–	(0,01)	(0,0132)
R^2 (adj.)	0,5067	0,5079	0,508	0,5145	0,5727	0,5724
F	741,675	905,602	810,49	842,467	39,015	51,436
	(0)	(0)	(0)	(0)	(1,82E−49)	(2,08E−65)
Observações	5312	5312	5312	5312	406	406

Notas: Valores entre parênteses representam o p-valor das estimativas. ***, ** e * indicam estimativas significantes ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

um fator determinante da penetração da banda larga, mas que o preço da EILD sim. Isto está em linha com a hipótese de fechamento vertical.

Quando avaliamos a utilização dos preços médios de EILD, identificamos que nos modelos 5 e 6 as estimativas têm sinal de acordo com o esperado, além de terem significância estatística. Assim, podemos concluir que a reduzida quantidade de ofertantes de redes de transporte e o consequente elevado preço da EILD afeta de forma negativa a adoção da banda larga pelas famílias brasileiras.

Assim, a Figura 9 junto com os resultados dos modelos econométricos (em especial, do modelo 6) trazem indícios de que há prática de fechamento vertical no mercado de telecomunicações. Além disso, nos permite mensurar os impactos da elevação do preço da EILD sobre a penetração da banda larga na população.

4. CONCLUSÕES

Os altos custos fixos associados à construção de redes de transporte de dados tornam o mercado de banda larga um mercado com alta concentração. Dessa forma, é fundamental a identificação da estrutura de concorrência nesse mercado para poder definir políticas efetivas de massificação do acesso à banda larga.

Por outro lado, a EILD é um insumo essencial para prestação de serviços de banda larga, e na maioria das cidades há um monopólio na oferta desse produto. Como empresas que ofertam EILD também podem atuar no mercado final de banda larga, temos as condições propícias para a prática de fechamento vertical.

Neste trabalho propomos uma análise econométrica da estrutura de mercado de banda larga; especificamente, analisamos qual das duas estruturas de mercado, Cournot ou Bertrand, é a mais aderente aos dados levantados dos 5.565 municípios brasileiros. Os resultados indicam que a estrutura de Cournot é a mais adequada para modelar esse mercado. A identificação dessa estrutura concorrencial está alinhada com as características técnicas do provimento do produto da EILD. De fato, tendo em vista que a oferta da EILD é uma oferta que envolve a construção de uma infraestrutura, é de se esperar que a estrutura concorrencial seja mais aderente a uma onde empresas escolhem a quantidade a ofertar (i.e. o tamanho de suas redes) e não o preço do seu produto.

Finalmente realizamos uma análise dos determinantes da penetração do serviço de banda larga nos municípios brasileiros e encontramos que o preço do produto gerado pelo mercado à montante (EILD) é um determinante que afeta negativamente a penetração da banda larga na economia. Isto é uma evidência (embora não uma prova contundente) do fechamento vertical destes dois mercados.

Desta maneira, fica clara a necessidade de políticas públicas que evitem a possibilidade do fechamento vertical, ou que minimizem os seus efeitos sobre o mercado. Uma possibilidade é a atuação do Estado gerando um oligopólio misto na oferta de EILD e na promoção do uso da banda larga. Fica ainda esse desafio, dada a ausência de consenso na literatura internacional sobre a forma mais eficaz de intervir nesse mercado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atkinson, R. D., Castro, D. & Ezell, S. J. (2009, January). *The digital road to recovery: A stimulus plan to create jobs, boost productivity and revitalize America* (Relatório técnico). Washington, DC: The Information Technology and Innovation Foundation (ITIF). Disponível em: http://www.areadevelopment.com/article_pdf/id9806_roadtorecovery.pdf

Crandall, R., Lehr, W. & Litan, R. (2007, July). *The effects of broadband deployment on output and employment: A cross-sectional analysis of U.S. data* (Issues in Economic Policy Nº 6). The Brookings Institution. Disponível em: http://www.brookings.edu/research/papers/2007/06/labor-crandall

Crandall, R. W., Jackson, C. L. & Singer, H. J. (2003, September). *The effect of ubiquitous broadband adoption on investment, jobs, and the U.S. economy* (Relatório técnico). Washington, DC: Criterion Economics L.L.C.

Czernich, N., Falck, O., Kretschmer, T. & Woessmann, L. (2009, December). *Broadband infrastructure and economic growth* (CESifo Working Paper N^0 2861). CESifo (Center for Economic Studies and Ifo Institute for Economic Research). Disponível em: www.ifo.de/DocCIDL/cesifo1_wp2861.pdf

Distaso, W., Lupi, P. & Manenti, F. M. (2006). Platform competition and broadband uptake: Theory and empirical evidence from the European Union. *Information Economics and Policy*, *18*(1), 87–106. doi: 10.1016/j.infoecopol.2005.07.002

Faulhaber, G. R., & Hogendorn, C. (2000). The market structure of broadband telecommunications. *The Journal of Industrial Economics*, *48*(3), 305–329. doi: 10.1111/1467-6451.00125

Foros, Ø. (2004). Strategic investments with spillovers, vertical integration and foreclosure in the broadband access market. *International Journal of Industrial Organization*, *22*(1), 1–24. doi: 10.1016/S0167-7187(03)00079-1

Koutroumpis, P. (2009). The economic impact of broadband on growth: A simultaneous approach. *Telecommunications Policy*, *33*(9), 471–485. doi: 10.1016/j.telpol.2009.07.004

Liebenau, J., Atkinson, R., Kärrberg, P., Castro, D. & Ezell, S. (2009, April). *The UK's digital road to recovery* (Relatório técnico). London School of Economics and Political Science (LSE) and the Information Technology and Innovation Foundation (ITIF). Disponível em: http://www.itif.org/files/digitalrecovery.pdf

Macedo, H. R., & Carvalho, A. X. Y. d. (2010). *Análise de possíveis determinantes da penetração do serviço de acesso à internet em banda larga nos municípios brasileiros* (Textos Para Discussão N^0 1503). Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas – IPEA. Disponível em: http://hdl.handle.net/11058/2978

OCDE. (2011). *National broadband plans* (OECD Digital Economy Papers N^0 181). OCDE (DSTI/ICCP/CISP). doi: 10.1787/5kg9sr5fmqwd-en

Qiang, C. Z.-W., Rossotto, C. M. & Kimura, K. (2009). Economic impacts of broadband. In T. W. Bank (Ed.), *Information and communications for development 2009: Extending reach and increasing impact* (pp. 35–50). The World Bank. Disponível em: http://go.worldbank.org/NATLOH7HV0

Rey, P., & Tirole, J. (2007). A primer on foreclosure. In M. Armstrong & R. Porter (Eds.), *Handbook of industrial organization* (Vol. 3, pp. 2145–2220). Elsevier. doi: 10.1016/S1573-448X(06)03033-0

Thompson, H., & Garbacz, C. (2008). *Broadband impacts on state GDP: Direct and indirect impacts.* Canada. (Paper apresentado no International Telecommunications Society 17th Biennial Conference)

Waverman, L. (2009). *Economic impact of broadband: An empirical study*. London: LECG.

APÊNDICE.

Calibragem da elasticidade de substituição do serviço de banda larga

A utilidade da n-ésima família do município i é

$$u_{n,i}(x,m) = \left[\alpha_n x^{\delta_i} + (1-\alpha_n)m^{\delta_i}\right]^{1/\delta_i},$$

onde $x \in \{0,1\}$ é a decisão de contratação de serviços de banda larga e $m \geq 0$ representa os outros gastos. A elasticidade de substituição entre serviços de banda larga e renda é $(1-\delta_i)^{-1}$ e α_n é o peso do gasto com serviços de banda larga no orçamento da família.

Para calibrar o parâmetro δ_i procedemos da seguinte maneira: Utilizando dados da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF), ordenamos as famílias de maneira decrescente na renda. Utilizando dados da Anatel, calculamos a última família mais rica no município que contrata serviços de banda larga. Seja $m_{n,i}$ a renda dessa família e p_i o preço da banda larga no município i. Então calbramos o parâmetro δ_i como aquele que satisfaz $u_{n,i}(1, m_{n,i} - p_i) = u_{n,i}(0, m_{n,i})$, ou seja, o que resolve a equação

$$\frac{\alpha_n}{1-\alpha_n} = m_{n,i}^{\delta_i} - (m_{n,i} - p_i)^{\delta_i}.$$

Assim, o parâmetro que define a elasticidade é aquele que deixa indiferente entre ter e não ter esse serviço à última família mais rica que contrata o serviço. A seguir, mostramos a existência e unicidade da solução à equação acima.

Existência: Seja $f(x) = a^x - b^x$, onde $a > b > 1$. Em nosso caso $a = m_{n,i}$ e $b = m_{n,i} - p_i$. Como $f(x) = b^x\left[(ab^{-1})^x - 1\right]$, então $f(0) = 0$ e $f(+\infty) = +\infty$. Portanto sempre existe x_0 tal que $f(x_0) = \alpha/(1-\alpha)$.

Unicidade: A derivada $f'(x) = a^x \ln a - b^x \ln b$ é estritamente positiva para todo $x > 0$. Para verificar isto basta ver que $(a/b) > 1$ e $\frac{\ln b}{\ln a} < 1$; então $(a/b)^x > \frac{\ln b}{\ln a}$ e portanto $f'(x) > 0$.

Para calibrar α_n na cidade i utilizamos informações da POF para calcular o percentual da renda das famílias gasto com serviço de telecomunicações. O parâmetro tem dimensão geográfica (associada à região do município) e dimensão de classe de renda. A Tabela A-1 mostra os valores considerados.

Tabela A-1. *Parâmetro α_n para cada classe de renda e região geográfica.*

	Classe de renda					
Região	F	E	D	C	B	A
Sul	0,20%	0,20%	0,40%	0,70%	0,80%	0,70%
Sudeste	0,10%	0,20%	0,50%	0,70%	1,00%	0,80%
Centro-Oeste	0,30%	0,30%	0,40%	0,70%	0,90%	0,80%
Nordeste	0,10%	0,10%	0,10%	0,40%	0,70%	0,50%
Norte	0,10%	0,10%	0,10%	0,30%	0,60%	0,40%

Fonte: IBGE

Assim, com os valores de α_n, $m_{n,i}$ e p_i resolvemos numericamente a equação acima que define o parâmetro de elasticidade de substituição.

ERRATA:

No artigo "Uma Nota Sobre a Oferta de EILD e Fechamento Vertical do Mercado de Banda Larga no Brasil", com número de DOI 10.5935/0034-7140.20150023, publicado no periódico *Revista Brasileira de Economia*, vol. 69(4):489–502, nas páginas 490 e 501:

Na página 490, onde se lia:

"Thompson & Garbacz, 2018"

leia-se:

"Thompson & Garbacz, 2008"

E na página 501, onde se lia:

"Thompson, H., & Garbacz, C. (2018)"

leia-se:

"Thompson, H., & Garbacz, C. (2008)"

r b e

ISSN 0034-7140
DOI 10.5935/0034-7140.20150024
Revista Brasileira de Economia, **69**(4), 503–517

Auctioning off Prizes for Agricultural Product Flow under a Policy of Minimum Prices*

Wilson da Cruz Vieira†

Contents: **1. Introduction; 2. Program for Product Flow: Description and Data; 3. Model; 4. Results; 5. Concluding comments.**

Keywords: **Auctions, Agricultural Policy, Price Support, Brazil.**

JEL Code: **D44, Q11, Q18.**

In this article, we analyze the use of descending clock auctions in the implementation of a minimum pricing policy. This type of auction has been used by the Brazilian government policy of support for agricultural prices. We propose a clock auction model along the lines used by the Brazilian government and derive its main implications. Based on data from auctions already held and implications of the theoretical model, we conclude that the following factors are crucial to minimize the costs of implementing a minimum price policy via auctions: the choice of product to be auctioned, amount auctioned, reserve price (maximum prize), and auction rules.

Analisa-se, neste artigo, o uso de leilões-relógio descendentes na implementação de uma política de preços mínimos. Este tipo de leilão tem sido utilizado pelo governo brasileiro em sua política de garantia de preços mínimos. Propõe-se um modelo de leilão-relógio nos moldes utilizado pelo governo brasileiro e derivam-se suas principais implicações. Baseado em dados de leilões já realizados e nas implicações do modelo teórico, conclui-se que os seguintes fatores são cruciais para minimizar os custos de implementação de uma política de preços mínimos via leilões: a escolha do produto a ser leiloado, a quantidade leiloada, o preço de reserva (prêmio máximo) e as regras do leilão.

1. INTRODUCTION

The auctions are fairly common mechanisms to allocate goods and have been used for centuries. They have been used to sell goods as diverse as antiques, art objects, fresh flowers, tobacco, fish, gold, real estate properties, securities, and natural resource exploitation rights. Cassady (1967) provides a relatively complete list of goods that are sold through auctions. Over time, the list of these goods has increased substantially. More recently, auctions have been used to allocate contracts for environmental services

*This research received support from Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). In addition to this institution, the author would like to thank Rafael Lima and an anonymous referee for their valuable comments and suggestions.

†Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Economia Rural. Viçosa–MG, Brazil. Email: E-mail: wvieira@ufv.br

(see, for example, Latacz-Lohmann & Van der Hamsvoort, 1997, and Ajayi, Jack, & Leimona, 2012), electricity supply (see, for example, Fabra, von der Fehr, & Harbord, 2006, and Ciarreta & Espinosa, 2010), spectrum licenses (see, for example, Grimm, Riedel, & Wolfstetter, 2003, and Cramton & Sujarittanonta, 2010), emission permits (see, for example, Sunnevåg, 2003, and Betz, Seifert, Cramton, & Kerr, 2010), among others. Since 1997 auctions have also been used by the Brazilian government in its agricultural price support policy.

In Brazil, the agricultural price support policy is based on a system of guaranteed minimum prices and consists of several programs. This article focuses on the Program for Product Flow (Prêmio para Escoamento de Produto, PEP), which is implemented through a descending clock auction. This program was created in 1996 in a reformulation of the price support policy in order to give more flexibility to the policy of minimum prices in a context of fiscal resource constraints and economic liberalization.

In the PEP, public auctions are used to set a prize for agricultural product flow from a region with excess supply to another where there is shortage of this product. This prize is a subsidy (subvention) paid by the federal government to the winning bidders who agree to purchase the product by the reference price (minimum price) in a given region, directly from producers (or cooperatives), and flow it off to a previously established consumer region. Whenever there is excess supply in a given region and the market price is below the minimum price, the government announces the auction, indicating the amount of product that will be auctioned and the maximum prize that it is willing to pay. In a successful auction, producers (or cooperatives) receive the minimum price per unit of product (above the market price) and prices in the destination region tend to fall due to increased supply. Thus, the agricultural price dispersion is reduced throughout the year and market prices tend to converge to the minimum prices set by the government.

Since the inception of the PEP, various agricultural products have been included. Initially, the auctions focused on cotton, corn and wheat. Later, other products were included, such as rice, beans, soybeans, sisal, fresh milk and wine. However, in terms of volume of government spending with prizes and frequency of the auctions, the main products covered by this program are corn and wheat.

Three results have usually emerged from these auctions. First, the auction is announced by the government and is not held for lack of bidders. Second, the auction is held and the whole or only part of the amount made available for transfer between regions is acquired by the bidders and the government pays the maximum prize announced at the beginning of the auction (reserve price). Third, the total amount of the product announced by the government is acquired by the winning bidders for transfer between regions and the competition between them leads to reduction of the initial prize.

Although the auctions of the PEP have already been carried out for more than 15 years, there are no studies aiming to analyze them more deeply.[1] In this article, the study concentrates on these auctions. The main objective is to propose an auction model and derive its implications in order to explain the results mentioned above. Then, based on the implications of the theoretical model and available data from auctions of the PEP already held, identify factors that are crucial to reduce the costs of implementing a minimum price policy via auctions.[2]

The results obtained in this article suggest that the following factors are crucial to minimize the costs of implementing a minimum price policy via auctions. First, the government should select agricultural commodities with large number of buyers and sellers; agricultural products with these characteristics tend to attract more participants to the auctions. Second, the value of the maximum prize (reserve price) must cover at least the cost of product transfer between regions and eventually allow some margin gains to bidders in order to encourage participation and/or competition between them. Third, the amount

[1] Most studies only describe the PEP as an instrument of the Policy on Guaranteed Minimum Price of the Brazilian government (see, for example, Bel Filho & Bacha, 2005). The study carried out by Pereira & Vieira (2009) is an exception, since it analyzed the auctions of the PEP, although superficially.

[2] Note that the analysis developed in this article (cost minimization for the auctioneer) contrasts with that typically developed in auction theory that seeks to identify auction formats that maximize the expected revenue for the auctioneer.

of the product being auctioned should be based on accurate estimates of excess supply in the region of origin and excess demand in the region of destination. Fourth, the auction rule that allows the purchase of only part of the auctioned product for transfer between regions may hinder the effective implementation of the policy of minimum prices.

In the next section of this article, we describe the PEP in more detail and provide some data on the types of products auctioned and the prizes (subsidies) that the federal government has paid since the creation of this program. In the third section, we model the public auctions of the PEP, i.e., we model a descending clock auction along the lines used by the Brazilian government. The fourth section derives the implications of the clock auction model of the previous section and discusses the results. Finally, in the fifth and last section, we present some concluding comments.

2. PROGRAM FOR PRODUCT FLOW: DESCRIPTION AND DATA

As previously mentioned, the Program for Product Flow (PEP) aims at promoting the transfer of agricultural products from a production region to a region of consumption, following a minimum price policy. This program is implemented through public auctions where winning bidders receive a prize (subsidy) to purchase the auctioned product directly from producers (or cooperatives) and to flow it to the region of consumption. The government does not buy the product and winning bidders must purchase the product in the region of origin and allocate it in the target region to receive the prize.

This program is run by the National Supply Company (CONAB), an agency of the Ministry of Agriculture, Livestock and Food Supply (MAPA), whenever the market price of the agricultural product falls below the minimum price set by the Brazilian government. The initial prize or the maximum prize that the government is willing to pay (reserve price) is calculated by the Office of Agricultural Policy (SPA), an agency also linked to the MAPA. The amount of agricultural products to be auctioned is defined by CONAB and the SPA, based on estimates of excess supply in the region with market price below the minimum price set by the government.

The auction is announced by CONAB in advance of five days by a Specific Notice. This notice contains information such as date and time of the auction, agricultural product and quantity to be auctioned, maximum prize (reserve price), region of origin, region of destination and conditions for participating in the auction. This is accomplished through the CONAB Electronic Trading System, together with various Commodities Exchange and/or Cereals Exchange. Those willing to participate should meet the requirements of the Specific Notice and appoint a broker related to one of these Commodities Exchange and/or Cereals Exchange to make bids. In other words, the interested parties do not participate directly in the auction and are not obliged to be present during its implementation.

These auctions may have three results. First, the auction is announced by the government and is not held due to the lack of bidders. Second, the auction is held and the quantity of the product demanded for transfer between regions is less than or equal to the amount announced by the government; in this case, the auction ends and the final prize is the one announced at the start of the auction (maximum prize). Third, the auction is held and the sum of the bidders' demands for transfer between regions is greater than the quantity announced by the government; in this case, the auctioneer reduces the initial prize and the bidders announce their new demands. If excess demand at current prize continues, the prize will continue being reduced by the auctioneer until the quantity demanded by bidders is fit to the quantity supplied for transfer between regions.

There is no fixed proportion for prize reduction when there is excess demand for transfer between regions. The auctioneer can decide on this reduction in accordance with market conditions at the time of the auction. Higher excess demands may lead to higher proportional reductions of the prize, compared to smaller excess demands. The duration of the auction ranges from half an hour to a day, i.e., there is no fixed time for ending the auction. When the auction ends, the prize is defined per unit of product payable to the winning bidders. The total prize to be paid by the government to each winning bidder is proportional to its quantity demanded for transfer from the region of origin to the region of destination

at the time of auction closing.

When the auction ends, the winning bidder must search for the producer or cooperative in the region of origin indicated in the Specific Notice to purchase the auctioned agricultural product at the minimum price set by the government. Besides the minimum price per unit of product, the winning bidder has to pay a number of taxes before receiving the prize.[3] These costs include payments to the broker of the Commodities Exchange and/or Cereals Exchange, costs to identify producers (or cooperatives) willing to sell products at the minimum price, payment of taxes and fees, costs with transportation to take the product from the region of origin to the region of destination and transaction costs to market the product in the target region (if the winning bidder is a wholesaler). Therefore, it is interesting that CONAB announces the maximum prize (reserve price) in advance so that the interested parties can evaluate the profit opportunities and decide whether they will participate or not in the auction announced by the government.

The Specific Notice related to the auction of the PEP contains much more information, besides the provided above. It indicates, for example, the class/type/harvest of the agricultural product that will be auctioned and the penalties that winning bidders are subject in the case of non-fulfillment of their obligations under the PEP. Payments to producers or cooperatives in the region of origin must be made through the Banco do Brasil. Finally, CONAB is not responsible for any problems related to the quantity or quality of the product which is the object of the transaction between the winning bidder and the producer or cooperative, but it can oversee the entire operation.

Other two aspects related to the auctions of the PEP should also be mentioned. First, once the amount of the product being auctioned is estimated, CONAB can hold a single auction or conduct several auctions at intervals ranging from one week to a fortnight; in the latter case, it can supervise the evolution of prices in the regions of origin and destination and decide whether new auctions will be performed. Second, depending on the characteristics of the market, CONAB can perform auctions targeted to specific interested parties, similarly to a recent auction of corn, of which only breeders of birds, pigs, cattle, goats and sheep could participate, as well as representatives of industries of human and animal food, but not wholesalers and tradings.

Tabela 1 shows details of the operations of the PEP for the period 2005–2012. We considered only the main products traded via auctions in this period, i.e., wheat, corn, rice and wine. Note that, in this period, they were also held auctions of cotton, beans, fresh milk, soybeans and sisal; however, the quantities traded of these products were much smaller and/or occurred sporadically. In the case of soybeans, for example, auctions were implemented only in 2006, when they were auctioned 5,194,575 tons of this product. In the case of fresh milk, the auctions took place only in 2009, having been auctioned 169,500 tons of this product. Over the past three years of this period, the Brazilian government has held several auctions of sisal, having been auctioned 57,468 tons of this product in 2010, 93,619 tons in 2011 and 7,175 tons in 2012.

Wheat and corn are by far the main products covered by the PEP in terms of both quantities auctioned and prizes paid by the government (see Tabela 1). Rare are the years in which there are no auctions of these products. The amounts auctioned of these products vary between years in accordance with the excess supply and excess demand between regions. In the period 2005–2012, they were auctioned 9,729,773 tons of wheat and 21,916,242 tons of corn, and the prizes (subsidies) paid by the Brazilian government were R$ 1,496,378.21 and R$ 1,763,167.13, respectively. Two other important products covered by the Program for Product Flow are rice and wine whose auctions have been implemented with some regularity. In the period 2005–2012, they were auctioned 2,298,788 tons of rice and 89,734 tons of wine, and the corresponding prizes paid by the Brazilian government were R$ 312,630.62 and R$ 60,987.12, respectively.

[3]The winning bidder receives the award for a period of up to 5 business days after delivering to CONAB the documentation evidencing the purchase of the product in the region of origin and its allocation in the target region, as determined in the Specific Notice.

Table 1. Program for Product Flow — auction results of selected products, 2005–2012.

Year	Wheat		Corn		Rice		Wine	
	Quantity (ton)	Prize* (1,000 R$)	Quantity (ton)	Prize (1,000 R$)	Quantity (ton)	Prize (1,000 R$)	Quantity (ton)	Prize (1,000 R$)
2005	1,192,250	335,716.77	759,999	87,917.79	0	0.00	0	0.00
2006	2,395	62,382.65	3,278,213	330,779.17	459,825	81,559.75	552	5,064.46
2007	0	0.00	1,183,297	92,327.40	1,575	21,542.55	0	0.00
2008	309	64,576.09	590,688	30,494.88	0	0.00	26,667	23,193.67
2009	2,878,023	530,867.70	4,875,112	392,868.53	0	0.00	3,672	28,685.48
2010	2,667,317	296,482.01	11,228,933	828,779.37	14,326	10,998.38	20,827	4,043.51
2011	849,646	60,739.15	0	0.00	1,538,203	198,529.95	0	0.00
2012	1,594,037	145,613.84	0	0.00	0	0.00	0	0.00
Total	9,729,773	1,496,378.21	21,916,242	1,763,167.13	2,298,788	312,630.62	89,734	60,987.12

Notes: Exchange rate in October 2012: R$/US$ 2.03. *Prizes (subsidies) are corrected for inflation using the IGP-DI index of Getulio Vargas Foundation (2012 base year).
Source: CONAB (2012).

Tabela 2 shows the results of six auctions of the PEP implemented in 2005. This is a small sample to illustrate the results that have emerged from these auctions. Note that these auctions are implemented throughout the year and that the quantities of agricultural products made available by the government vary between auctions and for the same product. Another aspect that should be highlighted is that the government prioritizes the region of origin when deciding for implementing the auction. This region of origin, in general, is a specific state, while the destination region, in general, is represented by some states, a region of the country or the country itself.

Table 2. Results of specific auctions of the Program for Product Flow, 2005

Month	Product	Origin	Destination	Quantity (1,000 Kg)		Prize (R$/Kg)	
				Initial	Auctioned	Initial	Final
January	Wheat	PR	NO/NE	60,000	0	0.000	0.000
January	Wheat	RS	NO/NE	310,000	97,000	0.132	0.132
February	Corn	BA	NO/NE	16,000	16,000	0.054	0.041
September	Corn	MT	NE	56,000	30,410	0.097	0.097
February	Cotton	MT	BR	22,350	22,350	0.420	0.420
April	Cotton	SP	BR	7,500	3,199	0.336	0.336

Source: CONAB (2012).

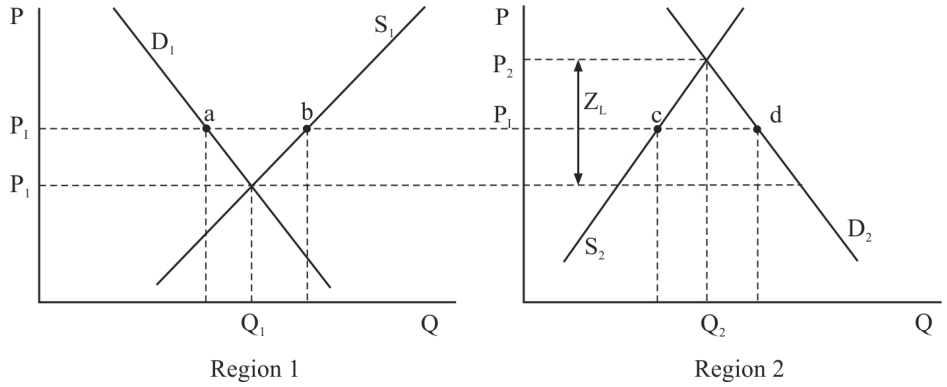
One of the two wheat auctions held in January 2005 had no interested bidders; the Brazilian government has provided 60,000 tons of this product for transfer between regions, being the state of Paraná (South region) the region of origin and the regions North and Northeast, the region of destination. In another auction of wheat, 310,000 tons were made available by the government and auctioned only 97,000 tons at the maximum prize of R$ 0.132/Kg. A similar situation occurred with the corn in a September 2005 auction, in which 56,000 tons were offered and were auctioned only 30,410 tons at the maximum prize of R$ 0.097/Kg. Tabela 2 shows also two situations, corn and cotton auctions held in February 2005, when they were auctioned off all the amounts made available by the government and the competition between bidders led to the reduction of the maximum prizes, being this reduction more pronounced in the case of the cotton.

3. MODEL

The theoretical model developed in this section takes into account aspects of the Program for Product Flow (PEP) of the Brazilian government, mainly the definitions of the initial prize (maximum prize) and the amount of agricultural product to be auctioned as part of a minimum price policy. Figura 1 shows the operation of the program (market conditions). For the purpose of simplification, only two regions with a large number of buyers and sellers of a homogeneous agricultural product were considered: Region 1 (region of origin) and region 2 (region of destination). The analysis developed below is not affected if one region of origin and more than one region of destination are considered.

In region 1 (left side of Figura 1), P_1 and Q_1 refer to the price and quantity of equilibrium resulting from the interaction between the curves of supply (S_1) and demand (D_1) of the agricultural product under analysis. In turn, P_2 and Q_2 refer to the price and quantity of equilibrium resulting from the interaction between the curves of supply (S_2) and demand (D_2) of the product in region 2 (right side of Figura 1). We assume throughout this article that the supply curves are positively sloped and the demand curves are negatively sloped. Let us assume that the government establishes a minimum price per unit of product equal to P_1. Note that, at this level of price, there is excess supply in region 1 equal to the difference $b - a$ and excess demand in region 2 equal to the difference $d - c$. Note that this excess

Figure 1. Market conditions in two different regions.



supply in region 1 may differ from excess demand in region 2; however, we assume initially that they are equal, i.e., $b - a = d - c = K$.[4]

The government promotes a public auction to favor product flow from region 1 (region of origin) to region 2 (region of destination). In this auction, the government defines both the initial prize (reserve price), which is the maximum prize per unit of product that it is willing to pay for the product flow from region 1 to region 2, as well as the amount to be auctioned. Figura 1 clearly shows that the quantity to be auctioned is equal to K. In the case of maximum prize, the definition of its value is not as trivial and may affect the government spending, with direct impact on the cost of the PEP. From the social standpoint, it is important to minimize these costs.

Regardless of the realization of the auction, there are transfer costs (transportation costs, fees, taxes, etc.) that need to be covered so that the product can flow from region 1 to region 2. Assuming that there is arbitrage by market participants between regions 1 and 2, these transfer costs for product flow between these two regions are equal to the difference between their market prices, namely, $P_2 - P_1 = Z_{\mathrm{L}}$ (see Figura 1). Thus, the prize that emerges at the close of the auction should cover at least the usual transfer costs besides the cost of brokerage, since participants have to pay a broker related to a Commodities Exchange and/or Cereals Exchange to represent them during the auction.

Considering that not all markets for agricultural products are perfectly competitive markets, and that the prize (subsidy) offered by the government should cover at least the transfer cost plus cost of brokerage, the maximum prize (reserve price) per unit of product set by the government must be greater than Z_{L}. The following question is raised: how much greater must this value be? The official documents of the Brazilian government on the auctions of the PEP do not clearly state the criteria used to calculate the maximum prize. Thus, in this article we consider that the maximum prize, denoted by Z_{H}, is equal to Z_{L}, plus 10% of this value (see examples given below). Thus, the prize that emerges at the close of the auction shall be in the interval $Z \in (Z_{\mathrm{L}}, Z_{\mathrm{H}}]$.[5]

After the definition of the maximum prize (reserve price) and the amount of agricultural product to be auctioned, we are ready to model the auction. Public auctions of the PEP are classified as of multiple units (homogeneous product) and uniform price. These auctions are conducted via electronic systems. Therefore, they are also known as clock auctions, though of the descending type, since the

[4]If differences are observed between the excess supply in the region of origin and excess demand in the region of destination, the government may consider more than one region of origin and more than one region of destination to adjust the quantities supplied and demanded at minimum price and establishes different prizes for pairs of distinct regions.

[5]The government should expect to pay a prize greater than Z_{L} because no bidder will participate in an auction unless he expects to get a positive payoff. The KZ_{L} value represents the minimum expenditure (benchmark) of government in each auction considering a situation of perfect competition.

prize decreases after each round of the auction. These auctions can be modeled as sealed-bid uniform-price auctions or through a dynamic approach using backward induction. According to Milgrom (2004, p.284), depending on the assumptions adopted, both modelings show strategic equivalence.

We decided to use a dynamic approach of a multi-unit uniform-price auction (descending clock auction). Milgrom (2004, p.284–287) presents a basic model of clock auction and illustrates the use of backward induction based on a simple symmetric model. An alternative model of multi-unit uniform-price clock auction is used by Ausubel & Schwartz (1999). These authors model the auction as an extensive game with perfect information and alternate bids. In this article, auctions are modeled as an extensive game with perfect information and simultaneous bids, which is the form of implementation of the auctions of the PEP.

Before the start of the auction of the PEP, participants are informed about the amount of agricultural product to be auctioned (which should be transferred to the destination region by the winning bidders) and the maximum prize (reserve price). After the auction starts, the only public information is the current prize that is placed into digital clock by the auctioneer (in this case, CONAB), i.e., the displayed prize summarizes all public information at any time during the auction. This is a desirable aspect of the auction, since, according to Milgrom (2004), it reduces the chances of collusion between participants. In each round, the auctioneer lowers the prize decrementally whenever the amount that bidders are willing to transfer exceeds supply announced by the government. The auction ends when the sum of the amounts that winning bidders wish to flow to the region of destination is greater than or equal to the quantity supplied.

The clock auction model presented below is an adaptation of the basic model of clock auction developed by Milgrom (2004) already mentioned. Instead of an ascending auction with fixed supply, we consider a descending auction with fixed demand (amount of agricultural product that should be placed in the region of destination). We also adjusted the payoff function of typical bidders and noted that the analysis is not done in isolation, i.e., focusing only on the auction itself, but it considers the effects of the auction results in implementing the minimum price policy.

Let us consider a descending clock auction with N bidders and the amount K of a perfectly divisible product. If the total amount K is auctioned and the winning bidder j agrees to transfer q units from the region of origin to the region of destination at prize Z, then its payoff function is given by $\pi^j = Zq - C^j(q) + (P_{\mathrm{F}} - P_{\mathrm{I}})q$, where $C^j(q)$ is the transfer cost function and P_{F} is the final price in the region of destination after the allocation of the amount of the product auctioned in this region. It is assumed that the function $C^j(q)$ is continuous and strictly convex and that the winning bidder j buys the product in the region of origin at the minimum price established by the government, P_{I}, and allocates it in the region of destination. Note that, if excess supply in the region of origin is equal to excess demand in the region of destination at the minimum price established by the government, and both are equal to K, then $P_{\mathrm{F}} = P_{\mathrm{I}}$ if all amount K is auctioned and transferred to the region of destination; otherwise, in general, $P_{\mathrm{F}} \neq P_{\mathrm{I}}$. Note also that the price P_{F} varies with the total amount of product placed in the target region and therefore it depends on the strategies adopted by the auction's participants.

The transfer function of the product from the region of origin to the region of destination associated to the payoff function of the winning bidder j is given by

$$q^{*j}(Z) = \underset{x \in R_+}{\arg\max} \left\{ Zx - C^j(x) + (P_{\mathrm{F}} - P_{\mathrm{I}})\, x \right\}.$$

If the sum of the bidders' demands for product transfer between regions is lower than the total amount K announced by the government, then the auction ends in the first round at the initial prize Z_{H}. In this case, the payoff of the winning bidder j changes to $\pi^j = Z_{\mathrm{H}}q - C^j(q) + (P_{\mathrm{F}} - P_{\mathrm{I}})\, q$. Note that, according to market conditions, especially if excess supply differs from excess demand at the minimum price established by the government and auction rule allows to transfer less than K, payoffs may have distinct values, which may lead bidders to adopt distinct bid functions (strategies) aiming to take advantage of it.

The clock starts at some maximum prize Z_{H} (reserve price) and decreases at small increments round after round. Each bidder announces the amount of the product he wishes to flow from the region of origin to the region of destination at current prize. If, in the first round, the sum of the bidders' demands for product transfer between regions is less than or equal to the amount K announced by the government, the auction ends, and the current prize is the maximum prize Z_{H}. Otherwise, the auction ends when the sum of the bidders' demands for product transfer between regions is greater than or equal to the total amount K announced by the government. When the auction ends, the prize per unit of product that the winning bidder will receive after the transfer of the product is equal to Z_{H}, in the first case, and $Z_{\mathrm{L}} < Z < Z_{\mathrm{H}}$, the current price shown on the clock, in the second case.

Given the market conditions of the agricultural product in the regions of origin and destination and the rules of the auction, bidders define their strategies. Thus, bidders will not participate in the auction when the maximum prize is lower than the total cost of transfer (including brokerage cost) per unit of product from the region of origin to the region of destination. Otherwise, each bidder will use the following non-decreasing strategy, $q : (Z_{\mathrm{L}}, Z_{\mathrm{H}}] \rightarrow (0, K]$, which maps possible prizes in the interval $(Z_{\mathrm{L}}, Z_{\mathrm{H}}]$ at bids of amounts of the agricultural product in the interval $(0, K]$. Since those interested in participating in the auction must pay a broker related to the Commodities Exchange and/or Cereals Exchange to make bids, it is assumed that they will attempt to acquire a strictly positive amount $q > 0$ to avoid negative payment in the end of the auction.

4. RESULTS

The descending clock auction model described in the previous section is an extensive-form game with perfect information and simultaneous bids. Since it is an extensive-form game with finite horizon, it is possible to use backward induction to find its possible equilibria (Osborne & Rubinstein, 1994). The strategies adopted by bidders (bid functions) are continuous and represented by the non-decreasing function $q(Z)$ that maps prizes at bids of amounts of product to be transferred from one region to another. In the case of the auctions of the PEP, the Brazilian government announces in advance the total amount of the agricultural product to be transferred from the region of origin to the region of destination and the maximum prize that it is willing to pay per unit of product transferred.

Before presenting and discussing the equilibria of the game of the descending clock auction described in the previous section, we will consider the following additional assumptions.

Assumption 1. *In the homogeneous agricultural product market under analysis, there is a large number of buyers and sellers and arbitrage occurs only between the region of origin (region 1) and the region of destination (region 2), i.e., there is no influence from other regions on the prices and quantities of equilibrium in these two regions.*

Assumption 1 avoids complications in the analysis due to considerations that other regions may affect the prices and quantities of equilibrium of the agricultural product in the regions 1 and 2. This is a simplification which aims to facilitate the analysis. As previously mentioned, it is easy to extend the analysis to consider, for example, one region of destination and two regions of origin. In this case, after the calculations of excess supply/excess demand in the three regions at the minimum price set by the government, the amounts to be transferred and the maximum prizes between pairs of regions would be established. The auctions would be implemented for pairs of regions.

Assumption 2. *The auction ends immediately if the sum of the bidders' demands for product transfer between regions (aggregated transfer function) at the maximum prize is lower than or equal to the amount of the agricultural product K made available by the government, and M, $0 < M \leq K$, is the minimum amount to be transferred.*

Auctions of the PEP implemented by CONAB ends immediately when the sum of the bidders' demands at the maximum prize is lower than or equal to the amount of agricultural product made available by

the government for transfer between regions. As already mentioned, bidders can take advantage of this auction rule to increase their gains.

The main results of this article are derived from the clock auction model described in the previous section and the assumptions above. In the first result (Proposition 1), weakly dominated strategies are identified and eliminated. This first result is an adaptation of the Theorem 7.6 presented in Milgrom (2004, p.286) in order to consider a descending clock auction with fixed demand. In the second result (Proposition 2), it is assumed that bidders are symmetric, and the symmetric Nash equilibria of the clock auction game are characterized. Proposition 2 was inspired by the Theorem 7.7 of Milgrom (2004, p.286–287), and the novelty is that we explicitly considered the characteristics of the auctions of the PEP implemented by the Brazilian government.

Proposition 1. *Suppose that a descending clock auction with fixed demand $K > 0$ and prizes in the interval $0 < Z < \infty$ is implemented with $N \geq 2$ bidders. Let $q(Z)$ be any strategy (bid function) used by a bidder and let us assume that $q^{\#}(Z) = \min\{q(Z), q^{*}(Z)\}$. If $q \neq q^{\#}$, then $q^{\#}$ dominates q weakly.*

Proof. Let us assume that $q \neq q^{\#}$. Observe that these strategies lead to different prizes in the end of the auction. Therefore, it is sufficient to show that whenever the results corresponding to these strategies are different, $q^{\#}$ generates a payoff strictly higher than q. Let us assume that the results $(Z, q(Z))$ and $(Z^{\#}, q^{\#}(Z^{\#}))$, arising from the adoption of the strategies q and $q^{\#}$, respectively, are different. Given that $q^{\#} \leq q$ for any level of prize, then $Z^{\#} > Z$. By the definition of q^{*} and the fact that $Z^{\#}$ is not a market clearing prize for the transfer function q, then $(Z^{\#}, q^{\#}(Z^{\#})) = (Z^{\#}, q^{*}(Z^{\#}))$. Note that a bidder prefers $(Z^{\#}, q^{*}(Z^{\#}))$ rather than the result $(Z, q^{*}(Z))$ because both are prize-taking transfer functions and the latter result has a lower prize. Observe that the result $(Z, q^{*}(Z))$ is weakly more profitable for a bidder than $(Z, q(Z))$. Thus, bidders prefer $(Z^{\#}, q^{\#}(Z^{\#}))$ rather than $(Z, q(Z))$. □

For the next proposition, we assume that bidders are symmetric and therefore adopt the same bidding strategy q and have the same transfer cost function $C(q)$, which is assumed to be strictly convex and continuously differentiable. Backward induction will be used to identify the equilibria of the descending clock auction game. Given the symmetry assumption in this game, it is assumed that the parameters M and K, $M \leq K$, previously defined, are equal, respectively, to the following expressions: $M = mN$ and $K = kN$, with $m = k$, only if $M = K$. In this case K refers to the excess demand in the region of destination at the minimum price set by the government, which is equal or different to the excess supply in the region of origin. The payoff functions π will be indexed according to the amount of agricultural product auctioned, i.e., M or K.

Proposition 2. *Suppose that a descending clock auction with fixed demand $K > 0$ and finite maximum prize ($Z_H > 0$) is implemented with any number N of bidders.*

(i) If the marginal cost of transfer of the agricultural product from the region of origin to the region of destination $C'(q)$ is such that $C'(q) > Z_H$, then the strategy $q(Z_H) = 0$ is a symmetric Nash equilibrium of the descending clock auction game;

(ii) If the marginal cost of transfer is in the interval $Z_L < C'(q) < Z_H$, the auction rule allows transferring a quantity M, $0 < M \leq K$, and the payoff of bidders is such that $\pi_M > \pi_K$, then the strategy $q(Z_H) = \min\{m, q^{*}(Z)\}$ is a symmetric Nash equilibrium of the descending clock auction game; otherwise, i.e., if the payoff of bidders is such that $\pi_M < \pi_K$, then the strategy $q(Z_H) = \min\{k, q^{*}(Z)\}$ is a symmetric Nash equilibrium of the descending clock auction game.

Proof. (i) This is an obvious result, since if the maximum prize does not cover the marginal costs of transfer of the agricultural product from the region of origin to the region of destination, no bidder will be interested in participating in the auction; thus, the auction is not effectively implemented due to lack of bidders;

(ii) If each bidder adopts the strategy indicated, then no bidder will want to transfer more than m. Therefore, the bids are immediately interrupted at the maximum prize Z_{H} and each bidder will be committed to transfer $\min\{m,q^*(Z)\}$ units from the region of origin to the region of destination at prize Z_{H}. Among the possibilities of deviation, it is observed that purchasing an amount smaller than m for subsequent transfer is not feasible because of Assumption 2. On the other hand, if there is any profitable deviation, it must be such that the deviator accepts transferring $q^{\#} > m \leq k$ at prize Z_{H} only if $q^{\#} = k$ provided that $\pi_M < \pi_K$. For $q^{\#} > k$ and some prize $Z^{\#}$, $Z_{\mathrm{L}} < Z^{\#} < Z_{\mathrm{H}}$, we can use the Proposition 1 and assume, without generality loss, that $q^{\#} \leq q^*$. These inequalities imply that at the prize $Z^{\#}$, the $N-1$ bidders who do not deviate will acquire each one of them for transfer between regions $\min\{k,q^*(Z)\} = k$. Therefore, the total amount of the product purchased for transfer is $q^{\#} + (N-1)k > K$, which demonstrates that the market cannot clear.

□

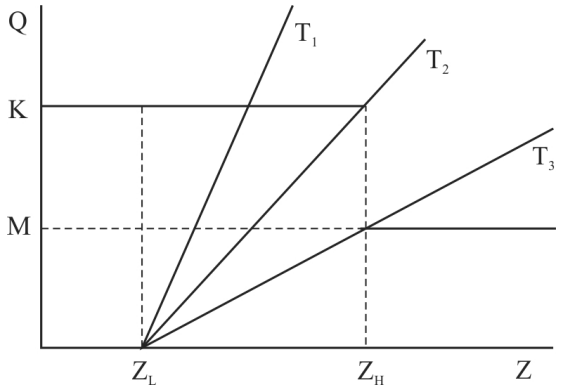
When the excess demand in the region of destination is less than the excess supply in the region of origin at the reference price (minimum price), and assuming that the amount K is equal to the excess supply, the quantity of the agricultural product auctioned is often lower than the total amount provided by the government. If the excess demand is greater than the excess supply at the minimum price set by the government, then the entire amount K (equal to the excess supply) is auctioned off at the maximum prize or value less than the maximum prize if competition among bidders leads to the reduction of this prize. Note also that, if the excess demand is less than the excess supply, the gains of the bidders (payoffs) may be higher if they demand an amount to transfer between regions smaller than the quantity K provided by the government at the beginning of the auction. The following examples illustrate these two situations.

Example 1. Consider the following simple market model of a homogeneous agricultural product. In region 1 (region of origin), demand is represented by the function $P = 7 - Q$ and supply is represented by the function $P = -3 + Q$, where P and Q denote price and quantity, respectively. In region 2 (region of destination), demand is represented by the function $P = 11 - Q$ and supply is represented by the function $P = -1 + Q$. The ordered pairs $(Q_1^*,P_1^*) = (5,2)$ and $(Q_2^*,P_2^*) = (6,5)$ denote quantities and prices of equilibrium in the regions 1 and 2, respectively. Suppose that the government set a minimum price per unit of product equal to 4. At this intervention price, excess supply in region 1 is equal to 4 and excess demand in region 2 is equal to 2. Suppose further that the government announces the maximum prize $Z_{\mathrm{H}} = 3.3$ and that the amount to be transferred from region 1 to region 2 is in the interval $3.5 = M \leq 4 = K$. In this example, bidders will prefer transfer 3.5 instead of 4. Taking $N = 2$, the payoff of each symmetrical bidder is equal to \$ 2.60 for $M = K = 4$ and equal to \$ 2.93 for $M = 3.5$, using the payment function $\pi = Z_{\mathrm{H}}q - C(q) + (P_{\mathrm{F}} - P_{\mathrm{I}})q$ with $q = M/2$, and the transfer cost function $C(q) = \frac{1}{2}q^2$. Note that, for $M = K = 4$, $P_{\mathrm{F}} = 3$, and for $M = 3.5$, $P_{\mathrm{F}} = 3.25$.

Example 2. Let a simple market model of a homogeneous agricultural product with functions of supply and demand in region 1 (region of origin) identical to those of Example 1. In region 2 (region of destination), demand is represented by the function $P = 11 - Q$ and supply is represented by the function $P = 3 + Q$, with equilibrium given by the ordered pair $(Q_2^*,P_2^*) = (4,7)$. At the intervention price $P_{\mathrm{I}} = 4$, excess supply in region 1 is equal to 4 and excess demand in region 2 is equal to 6. In this case, all the excess supply of region 1 is transferred to the region 2 and the maximum payoff that the symmetrical bidder gets is equal to \$ 11.00, if you consider the same parameters of Example 1, i.e., $N = 2$, payoff function $\pi = Z_{\mathrm{H}}q - C(q) + (P_{\mathrm{F}} - P_{\mathrm{I}})q$ with $q = M/2$, and transfer cost function $C(q) = \frac{1}{2}q^2$. Note that, for $M = 4$, $P_{\mathrm{F}} = 5$.

Figura 2 shows the results of item (ii) of the Proposition 2. The intersection between the aggregate transfer curve T_3 and the fixed demand curve M, $0 < M < K$ generates the equilibrium (Z_{H},M), and the intersection between the aggregate transfer curve T_2 and the fixed demand curve K generates the

Figure 2. Illustration of the results of item (ii) of the Proposition 2.



equilibrium (Z_{H},K). Both results are commonly observed in public auctions of the PEP implemented by the CONAB, i.e., the auction ends immediately at the maximum prize when the sum of the amounts demanded by the winning bidders is lower or equal to the total amount of the agricultural product made available by the government for transfer between regions.

Item (i) of the Proposition 2 explains another result that has emerged from the auctions of the PEP, i.e., the auction is announced but is not effectively implemented due to the absence of interested bidders. In item (i) of the Proposition 2, we claim that bidders will not participate in auctions if they are not offered opportunities of gains. The decision about whether they will participate or not in an auction is taken by potential bidders when they compare their marginal cost on product transfer between regions with the maximum prize (subsidy) announced by the government. Whenever the maximum prize is lower than the marginal cost for transfer of products between regions, no one will be interested in participating in the auction.

Another possible result for the descending clock auction is close to perfect competition, when bidders compete for transferring a product from the region of origin to the region of destination and accept a prize Z such that $Z_{\mathrm{L}} \leq C'(q) < Z < Z_{\mathrm{H}}$, i.e., bidders accept a prize close to the marginal cost of transfer. This result, which has been observed in some auctions of the PEP, is represented in Figura 2, for example, by the point where the aggregate transfer curve T_1 intercepts the fixed demand curve K. It may be explained by both the type of bidders participating in the auction and the excess demand greater than excess supply at the intervention price. Bidders who are not wholesalers and use agricultural products as a raw material in agro-industrial processing will be less likely to behave strategically in an auction when compared to a typical wholesaler. Their main interest is to purchase agricultural raw material at the minimum price set by the government, which may be achieved through participation in auctions. The Brazilian government itself has directed some auctions of the PEP for bidders who are non-wholesalers and use agricultural products in the region of destination for agro-processing.

In announcing the auction, suppose now that the government tells the maximum prize and the maximum amount to be transferred of the agricultural product from the region of origin to the destination region without imposing a minimum amount to be transferred (Assumption 2). The decision on the total amount to be transferred between regions would be taken by the bidders through the choice of their strategies. This situation occurs frequently in the auctions of the PEP implemented by the Brazilian government. We can take this into account and extending the result of part (ii) of Proposition 2 in the following corollary.

Corollary. *Suppose that a descending clock auction with maximum fixed demand $K > 0$ and finite maximum prize ($Z_H > 0$) is implemented with any number of bidders and that excess supply (equal to K) in the region of origin is greater than excess demand in the region of destination at the intervention price (P_I). If the auction rule*

allows transferring any quantity M, $0 \leq M \leq K$, *then the strategy* $q(Z_H) = \max\{\pi_M = Z_H q - C(q) + (P_F - P_I)q : 0 \leq M \leq K\}$ *is a symmetric Nash equilibrium of the descending clock auction game.*

Proof. Note that the maximization problem has a solution because the objective function (payoff function) is continuous and the constraint set, $M \in [0,K]$, is compact. This solution is obtained by solving the following nonlinear programming problem: $\max \pi_M$ subject to $0 \leq M \leq K$; i.e., maximizing the following Lagrangian function: $L = Z_H(\frac{M}{N}) - C(\frac{M}{N}) + (P_F(M) - P_I)(\frac{M}{N}) + \lambda(K - M)$, where $q = M/N$ and λ is the Lagrange multiplier. The solution of this problem provides the amount M^* to be transferred between regions since the transfer cost functions, and the functions of supply and demand of the destination region for the calculation of the final price (P_F) are known. □

Using information from Example 1 and proceeding according to the above Corollary, we obtain $M^* = 2.87$ as the quantity to be transferred from the region of origin to the region of destination. In this case, the gain of each symmetrical bidder equals $ 3.08, higher than those calculated in Example 1 for $M = 3.5$ and $M = 4$. The transfer of $M^* = 2.87$ from region 1 to the region 2 will reduce the equilibrium price in the region 2 from 5 to 3.57, i.e., a value lower than the intervention price which is equal to 4. Note that the transfer of $M^* = 2.87$ between regions, although optimal from the standpoint of bidders is not the most appropriate from the point of view of implementing the minimum price policy, since a region with excess demand turns in a region with excess supply.

The results obtained in this article, especially those of Proposition 2 and its Corollary, and the data available on the auctions of the PEP already held, provide insights that may be useful to minimize the costs of the Brazilian government in the implementation of a policy of minimum prices via auctions. The first one concerns the two basic auction parameters: the amount of agricultural product made available for auctioning and the maximum prize (subsidy). The amount of agricultural product made available for being auctioned must be based on accurate estimates of excesses supply and demand of key regions at the minimum price set by the government. The auction of amounts inconsistent with the excesses of supply and demand of regions may seriously compromise the effective implementation of the minimum price policy, thus increasing its costs. Maximum prizes, as already pointed out, should cover at least the marginal cost of product transfer between regions and eventually provide a small margin gains for bidders. Maximum prizes well above the marginal transfer cost may increase the costs of implementing the minimum price policy due to the strategic behavior of the bidders who will try to maximize their gains.

If the government does not have accurate estimates of excess supply and excess demand between regions at the reference price (minimum price), it should hold more than one auction to observe the behavior of prices of agricultural products in the regions of origin and destination and infer about the need for implementing new auctions. The Brazilian government already does this, i.e., it implements several auctions usually between intervals of one week. It is recommended, in this case, the implementation of few auctions (no more than two or three) and the entire amount made available for auctioning must be purchased by bidders for transfer between regions. The government should prohibit the purchase of amounts smaller than those allocated for transfer between regions; otherwise, as observed in item (ii) of Proposition 2 and its Corollary, the bidders can take advantage of it, which would lead to increased costs of implementing the minimum price policy. Finally, products with large numbers of producers and sellers tend to attract more participants to the auctions and, with this, increase the chance of bidders being more aggressive in their bids. At the starting of the auction, it is desirable to get a situation of excess demand greater than excess supply such that the competition between bidders leads to the reduction of the initial prize announced by the government in advance.

5. CONCLUDING COMMENTS

In this article we analyzed the use of auctions in implementing a minimum price policy. This analysis was based on the implications of a theoretical descending clock auction model and on data available

from auctions of this kind implemented by the Brazilian government in its Program for Product Flow (Prêmio para Escoamento de Produto, PEP). The Brazilian policy of supporting agricultural prices is based on a system of guaranteed minimum prices and public auctions implemented by the government are important mechanisms for implementing this policy.

The results of the analysis developed in this article allow recommending the following actions in order to minimize the expenses in implementing that policy via auctions. First, the maximum prize (subsidy) must be defined in such a way to cover the marginal costs of agricultural product transfer between regions and, eventually, provide some margin gains to bidders in order to encourage participation and/or competition between them; maximum premiums well above the marginal cost of transfer increase the costs of implementing the minimum price policy due to the strategic behavior of the bidders who try to maximize their gains. Second, the amount of agricultural product made available by the government in announcing the auction must be based on accurate estimates of excess supply and excess demand of key regions at the intervention price; auction quantities inconsistent with these excesses of supply and demand can undermine the effective implementation of the minimum price policy and, consequently, increase its costs. Third, the government should prioritize the destination region when setting the amount of product to be transferred between regions; with this, it is possible to restrict the scope for bidders' gains by not allowing them to auction quantities below to that offered by the government. Finally, agricultural products with large numbers of buyers and sellers tend to attract more participants to the auctions and, therefore, increase the chances of competition for products auctioned.

The analysis developed in this article focused on two regions: region of origin and region of destination. This analysis can be extended to consider a region of origin and several destination regions or several regions of origin and several destination regions. A general equilibrium approach would be necessary to estimate accurately the excesses of supply and demand of key regions at the minimum price set by the government. With this information, the key parameters of the auctions would be more easily defined, i.e., maximum premiums (subsidies) and amounts to be auctioned between pairs of regions. A broad program with use of auctions could then be used to implement a minimum pricing policy.

REFERENCES

Ajayi, O. C., Jack, B. K., & Leimona, B. (2012). Auction design for the private provision of public goods in developing countries: Lessons from payments for environmental services in Malawi and Indonesia. *World Development*, *40*(6), 1213–1223. doi: 10.1016/j.worlddev.2011.12.007

Ausubel, L. M., & Schwartz, J. A. (1999). *The ascending auction paradox*. Retrieved from http://www.marketdesign.com/files/ausubel-schwartz-ascending-auction-paradox.pdf

Bel Filho, E. D., & Bacha, C. J. C. (2005). Avaliação das mudanças na política de garantia de preços mínimos: Período de 1997 a 2004. *Revista de Economia e Agronegócio*, *3*(1), 51–76. Retrieved from http://www.revistarea.ufv.br/index.php/rea/article/view/50

Betz, R., Seifert, S., Cramton, P., & Kerr, S. (2010). Auctioning greenhouse gas emissions permits in Australia. *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, *54*(2), 219–238. doi: 10.1111/j.1467-8489.2010.00490.x

Cassady, R., Jr.. (1967). *Auctions and auctioneering*. Berkeley: University of California Press.

Ciarreta, A., & Espinosa, M. P. (2010). Market power in the Spanish electricity auction. *Journal of Regulatory Economics*, *37*(1), 42–69. doi: 10.1007/s11149-009-9102-7

CONAB. (2012). *Resumo dos leilões da CONAB por ano – Resumo Anual de 2012*. Retrieved October 2012, from http://www.conab.gov.br/conteudos.php?a=1374&t=2

Cramton, P., & Sujarittanonta, P. (2010). Pricing rule in a clock auction. *Decision Analysis*, *7*(1), 40–57. doi: 10.1287/deca.1090.0161

Fabra, N., von der Fehr, N.-H., & Harbord, D. (2006). Designing electricity auctions. *The RAND Journal of Economics*, *37*(1), 23–46. doi: 10.1111/j.1756-2171.2006.tb00002.x

Grimm, V., Riedel, F., & Wolfstetter, E. (2003). Low price equilibrium in multi-unit auctions: The GSM spectrum auction in Germany. *International Journal of Industrial Organization*, *21*(10), 1557–1569.

Latacz-Lohmann, U., & Van der Hamsvoort, C. (1997). Auctioning conservation contracts: A theoretical analysis and an application. *American Journal of Agricultural Economics*, *79*(2), 407–418. doi: 10.2307/1244139

Milgrom, P. (2004). *Putting auction theory to work*. New York: Cambridge University Press.

Osborne, M. J., & Rubinstein, A. (1994). *A course in game theory*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Pereira, M. W. G., & Vieira, W. d. C. (2009). Análise da política de garantia de preços mínimos: O caso do Prêmio para Escoamento do Produto. *Revista de Política Agrícola*, *18*(2), 6–17. Retrieved from https://seer.sede.embrapa.br/index.php/RPA/article/view/368

Sunnevåg, K. J. (2003). Auction design for the allocation of emission permits in the presence of market power. *Environmental and Resource Economics*, *26*(3), 385–400. doi: 10.1023/B%3AEARE.0000003583.49609.c7