Estimando Combinações de Risco e Retorno para Novos Fundos Derivativos

Ney O. Brito*
Alexandre Bona**
Affonso Taciro Jr.***

Resumo
Fundos administrados ativamente são tipicamente gerenciados por apostas em relação a um *benchmark* passivo bem definido. Neste contexto, quando se examina o desenvolvimento e a implantação de um novo fundo derivativos, com uma meta de retorno excessivo, em relação ao *benchmark*, definida e igual a μ, gerentes precisam estimar o nível de risco σ de taxas excessivas de retorno. Esta estimativa é crítica para avaliar se o produto é comercialmente viável e para definir os limites de risco para o gestor, se o produto for implantado.

Este trabalho prossegue para desenvolver a solução do problema de estimar o nível de risco σ, assumindo uma forma especial do modelo binomial, no contexto da estrutura de *market timing* desenvolvida por Merton (1981). O trabalho mostra que duas variáveis são relevantes para a solução do problema proposto. A primeira e mais relevante é o nível de habilidade do gestor. Um gestor mais habilidoso é capaz de operar um produto com menos risco para a mesma meta de retorno excessivo μ. A segunda variável relevante é a relação de troca entre risco e retorno determinada pelas oportunidades de investimento disponíveis no mercado. Quanto menores os acréscimos de exposição a risco necessários para obter um acréscimo em retornos excessivos, menos risco terá o produto.

Após resolver o problema sob suposições específicas, o trabalho prossegue para testar empiricamente sua validade usando uma amostra representativa de fundos derivativos – *hedge funds* – no mercado brasileiro. Os resultados empíricos apóiam estatisticamente a validade das suposições apresentadas.

Abstract
Active funds are typically managed by placing bets against a well defined passive benchmark. In this context, when examining the launching of a new actively managed fund with a target expected excess rate of return relative to the benchmark equal to μ, asset managers face the problem of estimating the risk σ of excess rates of return. This estimate is critical to examine whether the product is commercially feasible and to define risk limits for the manager, if the product is launched.

This paper proceeds to examine the solution to this problem assuming a special form of the binomial model, in the context of the market timing structure advanced by Merton (1981). The paper shows that two variables are relevant for the solution of the proposed problem.

Submetido em Junho de 2004. Revisado em Fevereiro de 2005. Os comentários de Karin Meerbaum e Ricardo Leal em versões anteriores foram relevantes no desenvolvimento deste trabalho. Os autores agradecem o apoio geral da Área de Mercado de Capitais do Banco Itaú.

*Sócio-diretor da Ney O. Brito & Associados e foi professor titular de Finanças na UFRJ-Universidade Federal do Rio de Janeiro.

**Gestor de fundos no Banco Pátria.

***Gestor de risco no Banco Itaú.

The first, and the most relevant, is the skill level of the manager. A more skilled manager is able to operate a less risky product with the same target excess rate of return μ. The second relevant variable is the trade-off between risk and return determined by existing investment opportunities in the market. The smaller the increases in risk exposure required to obtain an increase in excess returns, the less risky the product will be.

After solving the problem under specific assumptions, the paper proceeds to test empirically their validity using a representative sample of hedge funds in the Brazilian market. The empirical results strongly support the validity of the required assumptions.

***Palavras-chave*:** investimentos; gestão de investimentos; *market timing*.

Códigos JEL: G; G1; G11; G12.

1. Introdução

Fundos ativos são tipicamente geridos por apostas em relação a um *benchmark* passivo bem definido. Neste contexto, quando se examina o desenvolvimento de um novo fundo de derivativos com uma meta de retorno excessivo em relação ao *benchmark* igual a μ, gestores têm que resolver o problema de estimar o risco σ das taxas de retorno excessivo do fundo. Esta estimativa é crítica para determinar se o produto é comercialmente viável e para definir limites de risco para a atuação do gestor, se o produto for desenvolvido.

Este trabalho prossegue para examinar a solução deste problema. O trabalho mostra que duas variáveis são relevantes para a solução do problema proposto. A primeira e a mais relevante é o nível de habilidade do gestor. Um gestor mais habilidoso é capaz de operar um produto com menos risco para a mesma meta de retorno excessivo μ. A segunda variável relevante é a relação de troca entre risco e retorno determinada pelas oportunidades de investimento disponíveis no mercado. Quanto menores os acréscimos de exposição a risco necessários para obter um acréscimo em retornos excessivos, menos risco terá o produto.

A relevância de habilidade do gestor e de *market timing* na determinação do resultado de um produto de investimentos foi introduzida por Sharpe (1975) no contexto de um modelo binomial de dois estágios e foi, posteriormente, formalizada por Merton (1981) e Henriksson e Merton (1981). No caso especial em que o gestor do produto tem idêntica habilidade preditiva em mercados de alta e mercados de baixa, o modelo binomial de dois estágios pode ser reduzido a um modelo binomial simples. Após rever o modelo binomial geral de dois estágios na seção 2, o trabalho prossegue assumindo que gestores podem ser representados pelo modelo Modelo Binomial Simples (MBS).

Cabe aqui observar-se que a análise de performance no contexto de *market timing* tem sido objeto de artigos recentes – Bello e Janjigian (1997), Benning (1997) e Lee (1997). Entretanto, nenhuma destas análises fundamenta-se nos princípios inicialmente propostos por Merton (1981) em um ambiente restrito à seleção entre dois ativos: ações e *bonds*. Este trabalho propõe uma generalização do ambiente para seleção entre ativos e *benchmark* que permite novas análises.

O modelo binomial simples é explorado empiricamente na seção 3, usando uma amostra representativa de fundos derivativos – *hedge funds* – no mercado brasileiro. A evidência empírica sugere a validade de uma forma ainda mais simples do MBS, na qual a distribuição de ganhos e perdas são idênticas. Este modelo é definido como o Modelo Binomial Reduzido (MBR) que é então usado para explorar o problema proposto. Uma solução fechada para o problema é derivada na seção 4 sob a suposição de uma relação de troca entre risco e retorno constante para ganhos no mercado. A seção 5 apresenta a evidência empírica que suporta esta última hipótese.

Alternativas para o projeto e operação de fundos derivativos são revistas na seção 6 e o trabalho se encerra com o sumário das principais conclusões na seção 7.

2. Modelagem de Market Timing

Merton (1981) desenvolveu um modelo básico conceitual para análise de *market timing*, onde o gestor do fundo, com base em sua capacidade de previsão, aloca recursos entre ações e títulos de renda fixa, de acordo com a sua previsão de superior desempenho. A habilidade do gestor é definida no contexto de probabilidades condicionais no modelo binomial em dois estágios, como apresentado na Figura 1.

No primeiro estágio, os investidores observam as probabilidades de que os títulos de renda fixa (R_F) irão ter um desempenho superior ao das ações (A) ou vice-versa. No segundo estágio, os investidores examinam a probabilidade de que o gestor irá prever corretamente se títulos de renda fixa ou ações irão oferecer um desempenho superior. Mais precisamente, representando-se as previsões do gestor em $(t-1)$ pela variável binominal $\delta(t)$ onde:

$\delta(t) = 1$ quando se espera que ações venham a oferecer desempenho superior em $t : A_t > R_{Ft}$;

$\delta(t) = 0$ quando se espera que títulos de renda fixa venham a oferecer um desempenho superior em $t : R_{Ft} \geq A_t$.

Então, as probabilidades condicionais podem ser definidas como:

$p_1(t) = prob\,[\delta(t) = 1 A_t > R_{Ft}]$ = a probabilidade de que o gestor corretamente prevê que ações iriam ter um desempenho superior aos títulos de renda fixa;

$p_2(t) = prob\,[\delta(t) = 0 R_{Ft} \geq A_t]$ = a probabilidade de que o gestor corretamente prevê que títulos de renda fixa terão um desempenho superior às ações.

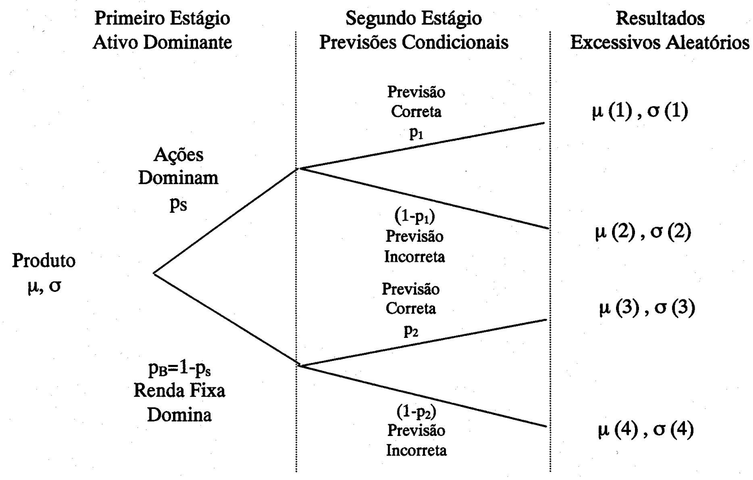


Figura 1
Modelo Binomial em Dois Estágios

Merton (1981) prossegue para mostrar uma condição necessária e suficiente para que a previsão do gestor tenha um valor positivo para os investidores:

$$p_1(t) + p_2(t) > 1 \quad (1)$$

Isto permite obter-se uma definição formal de habilidade do gestor como:

$$\text{Habilidade em } \textit{Market Timing} = p_1(t) + p_2(t).$$

Na Figura 1, os resultados excessivos aleatórios são expressos como ganhos de ações em relação à renda fixa, ou vice-versa, no caso de previsões corretas. No caso de previsões incorretas, os resultados incorretos representam perdas relativas.

Esta definição geral de habilidade em *market timing* permite a gestores terem diferentes capacidades de previsão em mercados de "alta" e em mercados de "baixa" ao utilizar probabilidades condicionais. Entretanto, se a capacidade de previsão do gestor é idêntica em mercados de "alta" e em mercados de "baixa", então $p_1(t) = p_2(t)$, o que implica que probabilidades condicionais não são relevantes. Neste caso, gestores podem ser modelados no contexto do Modelo Binomial Simples[1] representado na figura 2, onde:

$p =$ habilidade do gestor e probabilidade incondicional de uma previsão correta;

[1]O Modelo Binomial Simples como caso especial do modelo de dois estágios é discutido por Henriksson e Merton (1981) com foco em *performance* de investimentos. Eles desenvolvem um teste de performance baseado na suposição de ausência de habilidade na distribuição binomial ($p = 0.5$).

$\mu_G, \sigma_G =$ média e desvio padrão de ganhos quando a previsão do gestor está correta;

$\mu_E, \sigma_E =$ média e desvio padrão de perdas quando a previsão do gestor está incorreta.

Na Figura 2, os resultados excessivos representam os ganhos/perdas de ações em relação à renda fixa, ou vice-versa, no caso de acertos/erros do gestor.

No contexto do Modelo Binomial Simples da Figura 2, com suas probabilidades incondicionais, a condição de previsão racional e criação de valor – a relação (1) anterior – é reduzida a:

$$p > 0,5 \tag{2}$$

ou seja, para criar valor um gestor precisa acertar mais do que errar.

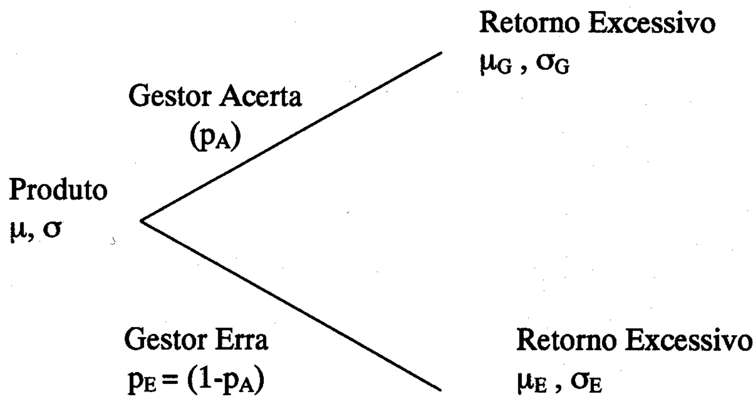


Figura 2
Estrutura Geral do Modelo Binomial Simples

Mais especificamente, este trabalho propõe-se a resolver o problema de estimar o retorno excessivo esperado sobre o *benchmark* μ e o risco σ de retornos excessivos de um fundo genérico administrado ativamente e operado por um gestor com habilidade de previsões p e modelado de acordo como Modelo Binomial Simples da Figura 2.[2] No caso de um novo fundo de gestão ativa, ou a meta de retorno excessivo esperado μ, ou o risco de retorno excessivos σ do fundo deve ser especificado e o problema é reduzido à estimação da outra variável, σ ou μ, respectivamente.

[2]Sharpe (1975) também assume que $p_1 = p_2 = p$ e prossegue para examinar o nível de habilidade necessário para se ganhar de uma estratégia de *buy and hold* em ações usando dados históricos. Observe que este é um problema diferente.

3. Evidência Empírica e Estrutura de Modelagem

O Modelo Binomial Simples (MBS) pode ser generalizado para examinar a habilidade do gestor de qualquer fundo ou carteira de ativos com um *benchmark* passivo claramente definido. Definindo-se:

$$\begin{aligned} r_{ft} &= \text{retorno do fundo no período} t; \\ r_{bt} &= \text{retorno do } \textit{benchmark} \text{ passivo no período} t. \end{aligned}$$

Então, a previsão do gestor do fundo para o período t pode ser classificada *ex-post* como correta ou incorreta:

$$\begin{aligned} r_{ft} > r_{bt} &\text{ implica uma previsão correta;} \\ r_{ft} \leq r_{bt} &\text{ implica uma previsão incorreta.} \end{aligned} \tag{3}$$

Aplicando-se as condições (3) para uma série temporal de retornos de uma carteira e do seu *benchmark*, pode-se prosseguir para que sejam estimadas todas as variáveis associadas com o Modelo Binomial Simples:

$$p = \text{ freqüência de previsões corretas;}$$

$$\left\{(r_{ft} - r_{bt})^{+}\right\} = \text{ conjunto de observações associado com ganhos em relação ao } \textit{benchmark} \text{ e previsões corretas;}$$

$$\left\{(r_{ft} - r_{bt})^{-}\right\} = \text{ conjunto de observações associadas a perdas em relação ao } \textit{benchmark} \text{ e previsões incorretas;}$$

$$\mu_G, \sigma_G = \text{ média e desvio padrão de } \left\{(r_{ft} - r_{bt})^{+}\right\};$$

$$\mu_L, \sigma_L = \text{ média e desvio padrão de } \left\{(r_{ft} - r_{bt})^{-}\right\}.$$

Neste estágio, parece relevante explorar-se a estrutura do MBS como instrumento de modelagem de fundos ativos e de seus gestores.[3] Com os conjuntos de ganhos e perdas $\{(r_{ft} - r_{bt})^{+}\}$ e $\{(r_{ft} - r_{bt})^{-}\}$, respectivamente, pode-se prosseguir para testar empiricamente as distribuições de ganhos e perdas sob o MBS. Particularmente, um teste estatístico relevante para examinar a estrutura do MBS é o teste de igualdade das distribuições dos valores absolutos de ganhos e perdas sob o modelo.

[3] Observe que p pode ser usado em testes de *performance* baseados na distribuição binomial sem habilidade, como proposto por Henriksson e Merton (1981). Previsões corretas são definidas em relação ao *benchmark* passivo.

Se as distribuições de ganhos e perdas em relação ao *benchmark* de um fundo ativo são simplesmente simétricas e têm o mesmo valor absoluto, o MBS pode ser simplificado para o Modelo Binomial Reduzido (MBR) apresentado na Figura 3. Como ficará claro na próxima seção, a matemática do Modelo Binomial Reduzido permite derivar-se resultados importantes.

Intuitivamente, pode ser argumentado que um gestor consistente conduzindo apostas do mesmo tamanho nos mercados existentes deve ganhar ou perder montantes iguais relativos ao seu *benchmark*. O fator determinante em sua *performance* deve ser sua habilidade em escolher o lado correto das apostas. Na realidade, o conceito de habilidade também deve ser generalizado para abranger tanto *market timing* como seletividade de ativos pelo gestor.

A suposição crítica da igualdade das distribuições de ganhos e perdas de um fundo ativo em relação a seu *benchmark* tem que ser testada. Ao se prosseguir para testes empíricos desta igualdade, parece ser razoável focar-se num segmento específico de fundos gerenciados ativamente. Neste estágio, o segmento dos fundos derivativos no mercado brasileiro foi selecionado para análise. Em particular, 32 *hedge funds* representativos e ativos no mercado brasileiro foram selecionados.[4] Todos tinham uma janela de 90 dias de negociação em 01 de outubro de 1999 e representavam mais de 90% dos ativos sob gestão no segmento de fundos derivativos naquela data. O segmento de fundos derivativos foi escolhido por duas razões fundamentais. Eles são os fundos com níveis de remuneração mais elevados e devem atrair os gestores com maior habilidade. Adicionalmente, eles são, em geral, os fundos mais voláteis e que apresentam maior dificuldade para previsões.

Seguindo uma prática comum no mercado brasileiro, a taxa interbancária – o CDI – foi especificada como *benchmark* passivo para todos os fundos derivativos. Aplicando-se os procedimentos descritos anteriormente, todas as variáveis associadas ao Modelo Binomial Simples foram estimadas para cada fundo, considerando os 90 pregões anteriores e incluindo 01 de outubro de 1999.[5] A amostra de fundos e os resultados são apresentados na Tabela 1. Na Tabela 1 p representa a freqüência de previsões corretas e as definições de (μ_G, σ_G) e (μ_L, σ_L) são apresentadas na págima anterior. O par (μ, σ) corresponde ao retorno excessivo médio e ao desvio padrão de todas as observações da janela para cada fundo.

[4]Fundos derivativos não se distinguem legalmente dos fundos mútuos no Brasil, eles são registrados normalmente na CVM. Entretanto, eles eram classificados separadamente pela ANBID na época por envolverem alavancagem via derivativos. Por estas características eles são semelhantes ao conceito de *hedge funds* no mercado internacional.

[5]A vida de um *hedge fund* no mercado brasileiro é bastante volátil, como também é em mercados internacionais. A duração da vida de alguns fundos pode ser menor do que seis meses. Uma janela de 90 pregões – cerca de quatro meses e meio de dados diários – foi selecionada para se obter uma amostra representativa dos fundos disponíveis no mercado.

Tabela 1
Estimativas de variáveis básicas para amostra de fundos derivativos (Período: 90 pregões até 1º de outubro de 1999 - *Benchmark* Passivo: CDI)

Fundo	p	$1-p$	μ_G	μ_L	σ_G	σ_L	μ	σ
Frances Derivativos	87.8%	12.2%	0.006%	0.016%	0.015%	0.034%	0.009%	0.000%
Intrepid Fif	80.0%	20.0%	0.036%	0.035%	0.039%	0.068%	0.036%	0.000%
Itaú Strategy II Fif	94.4%	5.6%	0.010%	0.000%	0.022%	0.000%	0.010%	0.000%
Societe Derivativos	94.4%	5.6%	0.002%	0.002%	0.001%	0.003%	0.002%	0.000%
Agf Fif 60 mix	41.1%	58.9%	0.010%	0.005%	0.009%	0.006%	0.007%	0.000%
Atico Hedge 60	46.7%	53.3%	0.093%	0.106%	0.067%	0.136%	0.100%	0.000%
Atico Leverage	37.8%	62.2%	0.349%	0.229%	0.331%	0.366%	0.275%	0.001%
Boston Priv. Port. II	52.2%	47.8%	0.091%	0.051%	0.096%	0.058%	0.072%	0.000%
Boston Priv. Strategy	57.6%	42.2%	0.157%	0.179%	0.151%	0.310%	0.166%	0.001%
Garantia High Yield	48.9%	51.1%	0.100%	0.076%	0.110%	0.104%	0.069%	0.000%
Garantia Port. Plus	52.2%	47.8%	0.042%	0.030%	0.043%	0.042%	0.036%	0.000%
Hedging Griffo Top 60	56.7%	43.3%	0.153%	0.143%	0.167%	0.140%	0.149%	0.000%
Hedging Griffo Verde	52.2%	47.8%	0.345%	0.369%	0.277%	0.269%	0.356%	0.001%
HSBC Bam. Priv. Der.	70.0%	30.0%	0.409%	0.551%	0.427%	0.892%	0.451%	0.004%
Icatu Advanced	53.3%	46.7%	0.010%	0.007%	0.011%	0.006%	0.009%	0.000%
Ip Gap Hedge	54.4%	45.6%	0.043%	0.029%	0.036%	0.022%	0.037%	0.000%
Liberal Dinamico	61.1%	38.9%	0.158%	0.177%	0.171%	0.300%	0.166%	0.001%
Liberal High Yield	60.0%	40.0%	0.237%	0.254%	0.241%	0.389%	0.244%	0.001%
Liberal Moderado 60	60.0%	40.0%	0.115%	0.124%	0.130%	0.219%	0.118%	0.000%
Lloyds Mix	56.7%	43.3%	0.034%	0.052%	0.043%	0.074%	0.042%	0.000%
Matrix K2	48.9%	51.1%	0.206%	0.151%	0.226%	0.137%	0.179%	0.000%
Matrix Leverage Fif 60	44.4%	55.6%	0.034%	0.023%	0.036%	0.022%	0.028%	0.000%
Modal Advanced	71.1%	28.9%	0.107%	0.202%	0.194%	0.456%	0.134%	0.001%
Opportunity Deriv. Moderado	48.9%	51.1%	0.016%	0.017%	0.024%	0.016%	0.017%	0.000%
Opportunity Plus	51.1%	48.9%	0.006%	0.006%	0.006%	0.006%	0.006%	0.000%
Pactual Hedge 60	73.3%	26.7%	0.016%	0.014%	0.015%	0.017%	0.015%	0.000%
Patrimonio Dynamic Special	40.0%	60.0%	0.225%	0.215%	0.211%	0.206%	0.219%	0.000%
Pictet Modal	48.9%	51.1%	0.011%	0.007%	0.016%	0.006%	0.009%	0.000%
Plural Extra de Inv. Fin.	50.0%	50.0%	0.093%	0.081%	0.084%	0.118%	0.087%	0.000%
Sul Am. Crescimentum	50.0%	50.0%	0.038%	0.035%	0.043%	0.066%	0.037%	0.000%
Sul Am. Proventum	48.9%	51.1%	0.077%	0.065%	0.093%	0.138%	0.071%	0.000%
Unibanco Derivativo	54.4%	45.6%	0.021%	0.009%	0.046%	0.013%	0.016%	0.000%

Com os conjuntos de ganhos e perdas obtidos no estágio anterior, este trabalho prosseguiu para conduzir os testes de igualdade das distribuições. Em geral, as distribuições dos valores absolutos de ganhos e perdas não devem ser consideradas como normais. Para testar a igualdade das duas distribuições, deve-se prosseguir utilizando testes não paramétricos. O teste não paramétrico de Kolmogorov Smirnov parece o mais adequado para esta proposição. Este trabalho prosseguiu, então, para testar a igualdade de distribuições de ganhos e perdas de todos os 32 fundos brasileiros de derivativos na janela de 90 pregões anteriores e incluindo 01 de outubro de 1999.

Os valores p, associados à aceitação da hipótese nula de igualdade nos testes de Kolmogorov Smirnov, são todos extremamente elevados e superiores a 99%. A Tabela 2 apresenta os valores de (1-p-value de igualdade), ou seja, a probabilidade de rejeitar a hipótese nula de igualdade. Pode-se observar que as probabilidades de rejeitar-se a hipótese nula são infinitesimais para todos os fundos na amostra. O maior valor de probabilidade de rejeição da hipótese de igualdade é 9,62E-17. A hipótese de igualdade das distribuições de ganhos e perdas em relação ao *bench-*

mark dos fundos ativos é fortemente apoiada pelos resultados dos testes empíricos.

Este artigo prosseguirá, então, para resolver o problema proposto para fundos derivativos, assumindo que eles podem ser adequadamente modelados pelo Modelo Binomial Reduzido, com distribuições idênticas – e não necessariamente normais – dos valores absolutos de ganhos e perdas em relação ao seu *benchmark* passivo.

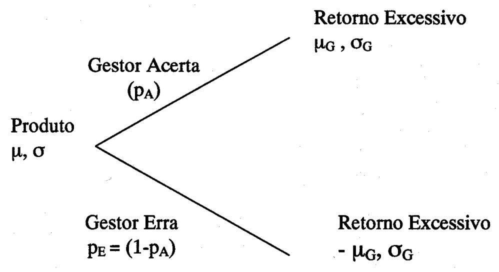
Tabela 2
Testes da igualdade das distribuições de ganhos e perdas de fundos derivativos (período de 90 pregões até 1^o de outubro de 1999

Fundo	Kolmogorov-Smirnov (1 $-$ p-value de igualdade*)
Frances derivativos	4,13179E-74
Intrepid fif	1,5909E-56
Itaú strategy II fif	1,00177E-95
Societe Derivativos	8,50741E-41
AGF fif 60 mix	1,83927E-21
Atico hedge 60	3,22335E-32
Atico leverage	6,02935E-32
Boston priv. port II	3,62347E-38
Boston priv. strategy	3,81861E-34
Garantia high yield	3,26413E-27
Garantia port. plus	5,53575E-29
Hedging griffo top 60	1,2423E-36
Hedging griffo verde	1,1717E-33
HSBC Bam. Priv. Der.	1,09734E-38
Icatu Advanced	3,28727E-19
IP Gap Hedge	3,22335E-32
Liberal Dinamico	9,82091E-40
Liberal High Yield	9,82091E-40
Liberal Moderado 60	9,82091E-40
Lloyds Mix	3,26413E-27
Matrix K2	9,57317E-32
Matrix Leverage FIF 60	6,3757E-26
Modal Advanced	2,04036E-42
Opportunity Deriv. Moderado	1,19243E-42
Opportunity Plus	1,55287E-26
Pactual Hedge 60	5,10646E-65
Patrimonio Dynamic Special	7,53157E-22
Pictet Modal	3,05904E-22
Plural Extra de Inv. Fin.	3,85538E-37
Sul Am. Crescimentum	6,3757E-26
Sul Am. Proventum	3,26413E-27
Unibanco Derivativo	9,62207E-17

Probabilidade de aceitar a hipótese nula de igualdade.

4. Fundamentos da Solução do Problema Proposto

Esta seção será focada no problema proposto de estimar o risco de retornos excessivos σ de um novo fundo de derivativos com uma meta de retornos excessivos esperados μ, administrado por um gestor com nível de habilidade p e supondo que o produto pode ser modelado no contexto do Modelo Binomial Reduzido da Figura 3. Os retornos excessivos são medidos em relação ao *benchmark* passivo do produto.



Médias e desvios padrão são obtidos a partir de retornos excessivos em relação ao *benchmark passivo*.

Figura 3
Modelo Binomial Reduzido para um Fundo Gerido Ativamente

As estimativas de μ e σ para o produto podem ser obtidas da matemática básica do modelo binomial:

$$\mu = \mu_G(2p - 1) \tag{4}$$

$$\sigma^2 = \sigma_G^2 + 4p\mu_G^2(1 - p) \tag{5}$$

Estas relações são derivadas no Apêndice para distribuições genéricas de ganhos e perdas. Em particular, estes resultados não dependem da suposição de normalidade das distribuições. Em nosso problema básico, a taxa meta de retorno μ e o nível de habilidade p são conhecidos mas todas as outras variáveis das relações (3) e (4) $(\mu_G, \sigma_G \text{ e } \sigma)$ são desconhecidas.

É interessante observar-se a relevância do nível de habilidade na determinação da combinação de risco e retorno do produto. Como mostrado no Apêndice, para um gestor racional que crie valor (habilidade $p > 0,5$), as derivadas parciais satisfazem as seguintes condições:

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} > 0 \text{ e } \frac{\partial \sigma^2}{\partial p} < 0$$

Pode-se observar que o nível de habilidade eleva o nível de retorno excessivo μ e reduz o risco σ do produto.

Para resolver o problema básico é preciso obter-se μ_G e σ_G para se obter σ, a solução final, pela relação (4). O primeiro estágio da solução é obter μ_G , a partir da relação (3):

$$\mu_G = \left[\frac{1}{(2p-1)}\right]\mu \tag{6}$$

Observe que para um gestor que não seja um perfeito previsor $(p < 1)$ a relação $[1/(2p-1)]$ é maior do que 1 e pode ser definida como um fator de alavancagem de habilidade.[6] Quanto menor o nível de habilidade p, maior o fator de alavancagem de habilidade. Gestores menos hábeis procuram compensar sua falta de habilidade com apostas mais arriscadas ou maior alavancagem para atingir a taxa meta de retornos excessivos μ.

Na realidade, μ_G é o nível de taxa de retorno esperada ajustada para o nível de habilidade do gestor. Dadas as oportunidades de investimentos existentes e as expectativas do gestor, ele determinará o tamanho das apostas ativas e o nível de alavancagem da carteira necessário para atingir a taxa de retorno esperada ajustada para o seu nível de habilidade – μ_G.

Neste caso, quando os gestores selecionam o tamanho das apostas ativas e o nível de alavancagem na carteira a ser utilizado para atingir o retorno esperado μ_G, então o mesmo tamanho de apostas ou fator de alavancagem selecionado deverá determinar o nível de desvio padrão e risco de ganhos σ_G. Mais ainda, se os gestores estão alavancando ou aumentando as apostas nas mesmas oportunidades de investimentos disponíveis no mercado, então é razoável esperar que a relação entre os ganhos esperados μ_G e o desvio padrão de ganhos σ_G seja idêntica para todos os fundos ativos de derivativos do mercado:

$$\frac{\sigma_{Gi}}{\mu_{Gi}} = a_1 \text{ para qualquer fundo ativo } i. \tag{7}$$

onde σ_{Gi} = desvio padrão dos ganhos do fundo i; μ_{Gi} = ganhos esperados do fundo i; a_1 = coeficiente de variação de ganhos, idênticos para todos os produtos ativos no mercado.

Na próxima seção, este trabalho irá examinar empiricamente a validade da condição (6) e de suas suposições implícitas. Aqui é suficiente observar que se a condição (6) vigora, então:

$$\sigma_G = a_1 \mu_G \tag{8}$$

e, substituindo-se a relação (5) na relação (7), obtém-se:

[6] Na realidade, a suposição é que o gestor não é um perfeito previsor $(p < 1)$ mas é um gestor que adiciona valor $(p > 0,5)$. Estas suposições implicam que $2p \geq 1$, com isto o denominador da relação de alavancagem é positivo e a relação é maior do que 1.

$$\sigma_G = \frac{a_1 \mu}{(2p-1)} \tag{9}$$

Mais ainda, substituindo-se (5) e (8) na relação (4), pode-se obter a estimativa de risco do novo fundo ativo:

$$\sigma^2 = \frac{\mu^2}{(2p-1)^2}\left[a_1^2 + 4p(1-p)\right] \tag{10}$$

Esta é a solução final do problema proposto.

Apesar da relação (9) representar uma solução fechada para o problema proposto, é conveniente pensar-se nela como um processo que se desenvolve em três estágios:

- Primeiro Estágio – Definir μ_G e o nível de alavancagem a ser utilizado: neste estágio, o gestor define a partir da relação (5) a taxa de retorno excessiva ajustada μ_G e prossegue para selecionar o tamanho adequado de apostas e o nível de alavancagem da carteira necessário para atingi-lo.

- Segundo Estágio – Obter o nível de risco implícito σ_G: o tamanho selecionado de apostas e o nível de alavancagem da carteira definido no estágio anterior, implicitamente, definem, pela relação (6), o desvio padrão de ganhos σ_G.

- Terceiro Estágio – Obter o risco σ do produto: na realidade, o tamanho selecionado de apostas e o nível de alavancagem implicitamente determinam tanto σ_G quanto σ. Entretanto, tecnicamente dado μ_G e σ_G, pode-se prosseguir para estimar $\sigma-$ o nível de exposição a risco necessário para obter a taxa meta de retorno excessivo $\mu-$ pela relação (9).

5. Evidência Empírica na Relação de Troca entre Risco e Retorno para Fundos de Derivativos

A validade da relação (9), para estimar o risco de um novo produto derivativo com uma taxa meta de retorno excessivo μ, é criticamente dependende da validade da relação (6). Torna-se, então, relevante examinar empiricamente a validade desta última relação.

Reorganizando e expressando a relação (6) de uma forma empiricamente testável, pode-se obter:

$$\sigma_{Gi} = a_0 + a_1 \mu_{Gi} + \epsilon \tag{11}$$

onde μ_{Gi}, σ_{Gi} = média e desvio padrão de ganhos do i-ésimo fundo ou produto; ϵ = erro residual com as propriedades usuais de ruído branco.

A relação (10) pode ser ajustada e testada, usando-se procedimentos de mínimos quadrados ordinários. Os testes empíricos de significância dos coeficientes a_1 e a_0 são testes da validade da relação (6).

Para se prosseguir para testes empíricos da relação (6), temos que obter as melhores estimativas de σ_{Gi} e μ_{Gi} para cada um dos 32 fundos da amostra. Estimativas de σ_{Gi}, σ_{Li}, μ_{Gi} and μ_{Li} para todos os fundos são apresentados na Tabela 1, considerando uma janela de 90 pregões antes e incluindo 01 de outubro de 1999. Entretanto, como a suposição básica é de que $\sigma_{Gi} = \sigma_{Li}$ e $\mu_{Gi} =$ (unknown char) μ_{Li} (unknown char), isto é, as distribuições de ganhos e perdas são idênticas, então as melhores estimativas do desvio padrão e da média de ganhos são:

$$\sigma^*_{Gi} = \frac{\sigma_{Gi} + \sigma_{Li}}{2} \quad \text{e} \quad \mu^*_{Gi} = \frac{\mu_{Gi} + |\mu_{Li}|}{2}$$

Os testes empíricos podem, então, prosseguir usando uma versão revista da relação (10):

$$\sigma^*_{Gi} = a_0 + a_1\mu^*_{Gi} + \epsilon \tag{12}$$

Os resultados dos testes são apresentados na Figura 4. A estimativa do intercepto é muito pequena – $a_0 = 4.51$ E-05 – e não significante com valor $t_o = 0.43$. Entretanto, a estimativa do coeficiente angular – $a_1 = 1.197$ – é significante com valor $t_1 = 17.55$.

Estes resultados são totalmente consistentes e apóiam fortemente a validade da relação (6). Como implicação natural, os resultados apóiam fortemente a validade dos conceitos fundamentais associados à solução proposta para o problema, representada pela relação (9). No caso específico discutido, em 02 de outubro de 1999, poder-se-ia prosseguir para estimar o risco de um novo fundo alavancado e de derivativos no mercado brasileiro como a meta alvo de retorno excessivo μ e administrado por um gestor com nível de habilidade p, assumindo-se uma relação de troca entre risco e retorno de $a_1 = 1.197$ e usando a relação (9). É claro que isso envolverá a suposição implícita de que o gestor do novo fundo pode ser representado pelo Modelo Binomial Reduzido com distribuições idênticas de ganhos e perdas.

ao	a1	to	t1	po	p1	R2	# Obs.
4,51E-05	1,1968	0,4338	17,55	0,6675	2,52E-17	0,9083	32

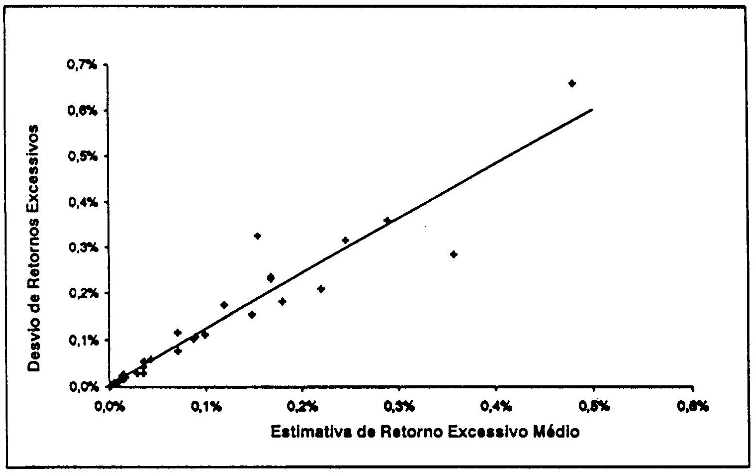


Figura 4
Resultados da Regressão

6. Alternativas para Projeto e Operação de Fundos Geridos Ativamente

A relação (9) estabelece uma relação bem definida entre a taxa de retorno excessivo esperado μ e o risco σ de taxas de retornos excessivas de fundo derivativos no mercado brasileiro. Ao se projetar um novo fundo de derivativos gerenciado ativamente, essa relação pode ser usada de duas formas possíveis:

(i) Estimar-se o risco σ do novo fundo com uma taxa meta de retorno excessivo igual μ ou;

(ii) Estimar a taxa de retorno excessiva μ que pode ser obtida para um novo fundo com risco σ de taxas de retorno excessivas.

Observe que o nível de habilidade do gestor p e a relação de troca entre risco e retorno do mercado a_1, deverão variar em geral ao longo do tempo nos mercados. Isto implica que a relação entre μ e σ para qualquer fundo de derivativos ativo é dinâmica e também deverá variar ao longo do tempo.

A natureza dinâmica da relação (9) sugere que existem duas formas possíveis de operar fundos derivativos. A primeira forma possível é fixar a taxa meta de retorno excessivo μ e revisar as estimativas de risco σ do produto ao longo do tempo com a variação do nível de habilidade p e da relação de troca a_1. Isto implica que limites de risco para a gestão do produto também deveriam variar ao longo do tempo.

A segunda forma possível de operar um fundo derivativos é fixar o nível de risco σ do produto e os limites de risco para a gestão do produto. Neste caso, a taxa de retorno excessiva esperada do produto μ deverá ser revista ao longo do tempo à medida em que o nível de habilidade p e a relação de troca a_1 variam. Como a maior parte dos gestores de fundos derivativos são focados em risco e limite de risco, esta pode ser a forma mais natural de operar estes fundos.

7. Conclusões

Este trabalho examinou o problema de estimar o risco σ de retornos excessivos de um novo fundo de derivativos gerido ativamente e com uma meta de taxa de retorno excessiva μ. Retornos excessivos são medidos em relação ao benchmark passivo do produto. Uma solução fechada é derivada para o problema, assumindo-se uma forma reduzida do Modelo Binomial Simples. O risco σ pode ser obtido como função não só de μ, mas também do nível de habilidade p do gestor e da relação de troca entre risco e retorno a_1 associada às alternativas de investimento disponíveis no mercado.

As parciais da solução indicam que o nível de habilidade gerencial p do gestor é crítico na determinação do retorno excessivo e do risco de um produto ativo. Quanto maior o nível de habilidade do gestor, maior o retorno excessivo esperado e menor o nível de risco do produto. Quanto maior a exposição a risco necessária para atingir um determinado nível de retorno excessivo – quanto maior a relação a_1 – maior será o risco do produto.

Como existe uma relação bem definida entre o nível de risco σ e o retorno excessivo esperado μ de um produto derivativo ativo, então existem duas formas possíveis para se operar este produto: fixar μ e obtendo-se o valor do risco σ compatível ou vice-versa. Como o nível de habilidade p do gestor e a relação de troca entre risco de retorno a_1, associada às condições do mercado, deverão variar ao longo do tempo, selecionar uma das duas alternativas é relevante por razões comerciais e operacionais. Se a taxa de retorno excessiva esperada μ é fixada, então σ e os limites de risco para o gestor precisarão ser revistos ao longo do tempo com as variações do nível de habilidade p da relação de troca a_1. Inversamente, se o risco σ e os níveis de limite de risco do gestor são constantes ao longo do tempo, então a taxa de retorno excessiva esperada μ deverá ser revista ao longo do tempo à medida em que o nível de habilidade p e a relação de troca a_1 variam. Investidores em fundos ativos e de derivativos devem estar claramente conscientes da forma como o produto é operado.

Referências

Bello, Z. & Janjigian, V. (1997). A reexamination of the market timing and security selection performance of mutual funds. *Financial Analysts Journal*, 53:24–30.

Benning, C. (1997). Prediction skills of real – world market timers. *Journal of Portfolio Management*, 53(2).

Henriksson, R. & Merton, R. (1981). On market timing and investment performance. II. statistical procedures for evaluating forecasting skills. *Journal of Business*, 54(4):515–533.

Lee, W. (1997). Market timing and short term interest rates. *Journal of Portfolio Management*, 23(3):35–46.

Merton, R. (1981). On market timing and investment performance. I. an equilibrium theory of value for market forecasts. *Journal of Business*, 54(3):363–406.

Sharpe, W. (1975). Likely gains from market timing. *Financial Analysts Journal*, pages 60–69.

Apêndice

Propriedades Básicas do Modelo Binomial Reduzido

O modelo assume que distribuições de ganhos e perdas são idênticas. Isto implica em que elas tenham médias simétricas e desvios padrões idênticos. Para facilitar as derivações, assumindo-se distribuições discretas, pode-se definir:

$\{(X_{gi}, p_{gi}); i = 1, k\} =$ ganhos X_{gi} e probabilidades que p_{gi} definem a distribuição discreta de ganhos;

$\{(-X_{gi}, p_{gi}); i = 1, k\} =$ ganhos $-X_{gi}$ e probabilidades que definem a distribuição discreta de perdas;

$k =$ número de observações simétricas de ganhos e perdas.

Se p denota a probabilidade de uma previsão correta, então a taxa de retorno excessiva esperada μ do produto pode ser obtida como:

$$\mu = \sum_{i=1}^{k} p p_{gi} X_{gi} + \sum_{i=1}^{k} (1-p) p_{gi}(-X_{gi}) =$$
$$p\mu_G + (1-p)(-\mu_G) = \mu_G(2p-1) \tag{A.1}$$

Da definição de variância, a variância dos retornos excessivos do produto é:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} p p_{gi}(X_{gi} - \mu)^2 + \sum_{i=1}^{k}(1-p)p_{gi}(-X_{gi} - \mu)^2 =$$
$$= p \sum_{i=1}^{k} p_{gi}(X_{gi} - \mu)^2 + (1-p) \sum_{i=1}^{k} p_{gi}(-X_{gi} - \mu)^2 \tag{A.2}$$

Expandindo-se cada um dos termos interiores, pode-se obter:

$$\sum_{i=1}^{k} p_{gi}(X_{gi} - \mu)^2 = \sigma_G^2 + (\mu_G - \mu)^2 \tag{A.3}$$

$$\sum_{i=1}^{k} p_{gi}(-X_{gi} - \mu)^2 = \sigma_G^2 + (-\mu_G - \mu)^2 \tag{A.4}$$

Substituindo-se (A.1), (A.3) e (A.4) na relação (A.2), obtém-se:

$$\sigma^2 = \sigma_G^2 + 4p\mu_G^2(1-p) \tag{A.5}$$

Observe que as equações (A.1) e (A.5) foram derivadas assumindo-se uma distribuição genérica discreta. Elas representam, então, resultados genéricos que não dependem de suposições distribucionais. Elas não dependem da suposição de normalidade de distribuições de ganhos e de perdas.

O impacto da habilidade do gestor no retorno excessivo esperado do produto pode ser examinado pela derivada parcial de (A.1) em relação à p:

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = 2\mu_G \tag{A.6}$$

Como μ_G é positivo por definição, então a habilidade do gestor é positivamente relacionada com o retorno excessivo esperado do produto.

O impacto da habilidade do gestor no risco do produto pode ser examinado através das duas primeiras parciais de (A.5) em relação à p:

$$\frac{\partial^2}{\partial p} = 4\mu_G^2(1-2p)$$

$$\frac{\partial^2 \sigma^2}{\partial p^2} = -8\mu_G^2 < 0, \text{ para qualquer } p \tag{A.7}$$

Para gestores que criam valor $(p > 0,5)$, a primeira parcial é negativa, isto é, para um gestor que cria valor para o produto, habilidade é inversamente relacionada ao risco do produto. Mais ainda, a relação entre o risco do produto e a habilidade do gestor tem uma concavidade negativa.