

Medindo a Influência do Mercado Americano nas Interdependências Observadas na América Latina

Alba Regina Moretti*

Beatriz Vaz de Melo Mendes**

Resumo

A modelagem da estrutura de dependência entre os extremos pode ser feita via modelos paramétricos diferenciáveis que são classificados em duas famílias: logística e mista, que por sua vez contêm modelos simétricos e assimétricos. Os modelos bivariados são muito úteis em aplicações práticas da teoria de valores extremos, em particular na área financeira. Considerando a forte influência do mercado norte americano nos demais mercados financeiros, investigamos se a estrutura de dependência entre os mercados latino americanos se altera após a retirada dessa influência comum. Para isso, usamos um modelo de regressão polinomial com erros GARCH(1,1) e ajustamos modelos bivariados de valores extremos aos resíduos padronizados.

Abstract

The modeling of the extremal dependence structure can be made through parametric models classified in two families: Logistic and Mixed, which contain the symmetric and asymmetric models. The bivariate models are very useful in practical applications of the extreme value theory, in particular in the financial area. Considering the strong influence of the North American market on other financial markets, we investigate how does the dependence structure among the Latin American markets change after filtering the influence of the North American market. To remove that influence, we carry on a polynomial regression with GARCH(1,1) errors, and fit the bivariate extreme value models to the pairs of monthly maxima and minima of the standardized regression residuals.

Palavras-chave: teoria dos valores extremos; modelos bivariados; regressão polinomial; modelos GARCH.

Códigos JEL: C19; C51; G14.

Submetido em Abril de 2005. Revisado em Maio de 2005. As autoras agradecem ao Editor e ao Editor Associado da Revista Brasileira de Finanças, e ao revisor anônimo cujos comentários e sugestões foram contribuições importantes para a elaboração da versão final deste artigo.

*Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Email: albamoretti@uol.com.br; moretti@ufrj.br

**Departamento de Estatística, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Email: beatriz@im.ufrj.br; bmendes@visualnet.com.br. Endereço para correspondência: Rua Marques de Santos, 22, apt. 1204, Rio de Janeiro, 22221-080, RJ, Brasil.

1. Introdução

A teoria de valores extremos possui resultados importantes no caso univariado, como os obtidos por Fisher e Tippet (1928). Contudo, somente a partir dos anos 50 e 60 é que ocorreram avanços no caso bivariado através dos trabalhos de Gumbel (1954, 1958), Tiago de Oliveira (1958, 6263) e Sibuya (1960), entre outros. Em Tawn (1988) vemos o desenvolvimento de modelos bivariados de valores extremos, como os modelos logístico e misto assimétricos. Embrechts et alii (2000) abordam a modelagem de extremos multivariados.

Em análises de extremos bivariados pode-se modelar a estrutura de dependência entre os extremos através de modelos paramétricos ou não paramétricos (diferenciáveis ou não-diferenciáveis). Os modelos paramétricos diferenciáveis são classificados nas famílias logística e mista, que estão subdivididas em modelos simétricos e assimétricos. Em geral, a estimação dos parâmetros é feita via máxima verossimilhança. Smith (1985) e Tawn (1988) estudaram o comportamento assintótico dos estimadores de máxima verossimilhança, em particular, na fronteira relacionada com a independência.

Estudos sobre questões relacionadas à qualidade e precisão das estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros e de outras quantidades derivadas dos modelos bivariados de valores extremos podem ser encontrados em Moretti e Mendes (2003).

Aplicações práticas da teoria de valores extremos são encontradas em diversas áreas como, por exemplo, a relação entre o comportamento da grandeza da temperatura e níveis de colheita e o comportamento conjunto de ativos e índices compondo uma carteira. Starica (1999), faz aplicações da teoria de valores extremos em finanças. Em Mendes e Moretti (2002) investigamos quais modelos bivariados se ajustam aos pares de mercados financeiros formados pelos mercados norte americano e latino americanos: Brasil, Chile, Argentina e México.

Considerando que o mercado norte americano exerce forte influência na grande maioria dos mercados do mundo, isto nos leva a pensar se a estrutura de dependência observada entre os diversos mercados latino americanos mudaria se, de alguma forma, extraíssemos o efeito do mercado norte americano nos mesmos. Nosso objetivo é estudar o comportamento dos pares de mercados Brasil & Argentina, Brasil & México e Brasil & Chile, após ter sido retirado o efeito do mercado norte americano (NTHA). Para tanto, utilizamos os retornos diários dos mercados e fazemos uma regressão polinomial com erros GARCH(1,1), sendo o mercado norte americano a variável independente e os demais mercados as variáveis dependentes. Em seguida, ajustamos os modelos bivariados de valores extremos aos pares de máximos e mínimos mensais dos resíduos padronizados de cada regressão.

Na Seção 2 apresentamos os modelos paramétricos bivariados e suas propriedades. Na Seção 3 fazemos o primeiro ajuste dos modelos bivariados. Na Seção 4 fazemos uma breve apresentação do modelo de regressão polinomial. Na Seção 5, seguindo Martin et alii (1996), apresentamos um resumo do modelo

GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) utilizado em nossas aplicações. Para pesquisas mais aprofundadas sobre a metodologia e aplicações do modelo GARCH indicamos Bollerslev (1990), Bollerslev et alii (1992) e Bera e Higgins (1993). Na Seção 6 fazemos a especificação do modelo de regressão polinomial e as aplicações. Finalmente, na última seção apresentamos nossas conclusões.

2. Modelos Bivariados

O resultado fundamental em teoria de valores extremos, caso univariado, obtido por Fisher e Tippett (1928) estabelece a distribuição limite dos máximos coletados em blocos. No caso bivariado temos um resultado similar. Sejam (X_i, Y_i) , $i = 1, 2, \dots$, variáveis aleatórias (v.a.) independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) em $\mathbb{R}^2$ com função de distribuição (f.d.) bivariada $F(\cdot, \cdot)$. Definimos o par (M_{1n}, M_{2n}) sendo o par de máximos coletados em blocos de tamanho fixo n em cada componente, ou seja, $M_{1n} = \max\{X_i, i = 1, \dots, n\}$ e $M_{2n} = \max\{Y_i, i = 1, \dots, n\}$. Desta forma, conforme o resultado no caso univariado, se existirem seqüências de constantes normalizadoras $a_{in} > 0$, $b_{in} \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2$, tais que a f.d. conjunta

$$Pr\left\{\frac{M_{1n} - b_{1n}}{a_{1n}} \leq x, \frac{M_{2n} - b_{2n}}{a_{2n}} \leq y\right\} = F^n(a_{1n}x + b_{1n}, a_{2n}y + b_{2n}) \quad (1)$$

convirja em distribuição para uma f.d. não degenerada $W(x, y)$ quando $n \rightarrow \infty$, então $W(\cdot, \cdot)$ é uma distribuição bivariada de valores extremos. Neste caso cada marginal segue uma distribuição de valores extremos generalizada com as mesmas constantes normalizadoras.

No caso multivariado não existe uma família de distribuições paramétricas de dimensão finita para modelar a dependência entre os máximos. Porém, foram propostos na literatura vários modelos paramétricos (diferenciáveis e não-diferenciáveis) para modelar a dependência entre os máximos, sob a suposição da existência de uma função de dependência. Tiago de Oliveira (1958) e Sibuya (1960) estudaram os modelos para os casos mais simples de máximos bivariados. Já Pickands (1981) estabeleceu a relação de estabilidade para v.a. exponenciais e propôs modelos para a função de dependência. E Coles e Tawn (1991), de Haan e Resnick (1993) e Ledford e Tawn (1997) investigaram modelos para extremos multivariados e suas aplicações.

Os modelos a serem apresentados assumem que as distribuições marginais sejam exponenciais unitárias. Adotaremos as seguintes notações: Para qualquer f.d. F em $\mathbb{R}$, $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$ será a função de sobrevivência; M_1 e M_2 são os máximos (mínimos) coletados em cada componente e em blocos de tamanho fixo n . Para $i = 1, 2$, M_i segue uma distribuição de valores extremos generalizada, denotada por $H_{\xi_i, \mu_i, \sigma_i}$, ou H_i , com f.d. conjunta $W(\cdot, \cdot)$, e densidade conjunta $w(\cdot, \cdot)$, para maiores detalhes veja Mendes (2004).

Assumindo $U_i = T_i(M_i) = (1 + \xi_i \frac{(M_i - \mu_i)}{\sigma_i})^{-\frac{1}{\xi_i}}$, $i = 1, 2$, o máximo transformado em v.a. exponencial unitária, com f.d. G_i , $i = 1, 2$, f.d. conjunta $G(\cdot, \cdot)$, e densidade conjunta $g(\cdot, \cdot)$. Então, $\bar{G}_i(u_i) = \exp\{-u_i\}$, $u_i > 0$, e de acordo com a relação de max-estabilidade para $n \geq 1$, $(\bar{G}(u_1, u_2))^n = \bar{G}(nu_1, nu_2)$, onde $\bar{G}(u_1, u_2) = Pr\{U_1 > u_1, U_2 > u_2\}$. A densidade conjunta dos máximos originais (M_1, M_2) é $w(m_1, m_2) = g(u_1, u_2)|J|$, onde $u_i = T_i(m_i)$, $i = 1, 2$, J é o Jacobiano da transformação, $\mu_i \in \mathcal{R}$, $\sigma_i > 0$, $0 < \xi_i < 1$, e $1 + \xi_i \frac{(m_i - \mu_i)}{\sigma_i} > 0$. Notemos que as restrições em ξ_i são necessárias porque as transformações T_i valem apenas para $\xi_i > 0$, e os procedimentos de estimação são válidos apenas para $\xi_i < 1$ (Smith, 1985)).

A função de sobrevivência conjunta $\bar{G}(\cdot, \cdot)$ pode ser escrita na forma

$$\bar{G}(u_1, u_2) = \exp\{-(u_1 + u_2)A(\frac{u_2}{u_1 + u_2})\}, \quad u_1 > 0, u_2 > 0, \quad (2)$$

sendo que a função convexa $A(\cdot)$ deve satisfazer certas condições apresentadas em Pickands (1981) e Tawn (1988).

A função $A(\cdot)$ possui, entre outras, as propriedades: $A(0) = A(1) = 1$ e $\max(v, 1 - v) \leq A(v) \leq 1$, $0 \leq v \leq 1$, para v.a. absolutamente contínuas; $A(\cdot)$ é a função de dependência das v.a. positivamente associadas U_1 e U_2 e $A(\cdot)$ é simétrica em torno de $1/2$ se e somente se os máximos U_1 e U_2 são permutáveis.

O coeficiente de correlação linear (positiva) entre U_1 e U_2 é dada por $\rho = \int_0^1 \frac{dv}{(A(v))^2} - 1$. Importante ressaltar que ρ se refere aos extremos transformados U_1 e U_2 e pode ser ligeiramente diferente para os extremos originais M_1 e M_2 , tendo em vista que o coeficiente linear não é invariante sob transformação não-linear.

Uma medida alternativa para dependência é $\tau = 2[1 - A(1/2)]$, $0 \leq \tau \leq 1$, sendo que quando $\tau = 0$ temos independência e quando $\tau = 1$ temos dependência completa. Esta medida fornece a dependência existente nos altos quantis (quantis associados com probabilidades perto de um) da distribuição bivariada dos extremos.

Apresentamos a seguir os modelos aqui utilizados para modelar a função de dependência $A(\cdot)$. Conforme a literatura, os modelos que mais se destacam são os modelos simétricos misto e logístico propostos por Gumbel (1960), e suas extensões assimétricas propostas por Tawn (1988).

1. Modelo misto simétrico: $A_1(v) = \theta v^2 - \theta v + 1$, $0 \leq \theta \leq 1$. Independência corresponde a $\theta = 0$. O coeficiente de correlação é $\rho = (1 - \frac{\theta}{4})^{-3/2} \theta^{-1/2} [\sin^{-1}(\frac{1}{2} \theta^{1/2}) - \frac{1}{2} \theta^{1/2} (1 - \frac{\theta}{4})^{1/2} (1 - \frac{\theta}{2})]$ e $\tau = \frac{\theta}{2}$. A função de sobrevivência conjunta é dada por:

$$\bar{G}_1(u_1, u_2) = \exp\left\{-(u_1 + u_2) + \frac{\theta u_1 u_2}{u_1 + u_2}\right\} \quad (3)$$

2. Modelo logístico simétrico: $A_2(v) = [(1-v)^r + v^r]^{1/r}$, $r \geq 1$. O valor $r = 1$ corresponde à independência e $r = +\infty$ à dependência completa. Aqui $\rho = \frac{1}{r}[\Gamma(\frac{2}{r})]^{-1}[\Gamma(\frac{1}{r})]^2 - 1$ e $\tau = 2 - 2^{1/r}$. A função de sobrevivência conjunta é dada por

$$\bar{G}_2(u_1, u_2) = \exp \left\{ -(u_1^r + u_2^r)^{\frac{1}{r}} \right\} \quad (4)$$

3. Modelo misto assimétrico: $A_3(v) = \phi v^3 + \theta v^2 - (\theta + \phi)v + 1$; onde $\theta \geq 0$, $\theta + \phi \leq 1$, $\theta + 2\phi \leq 1$, $\theta + 3\phi \geq 0$. Se $\phi = 0$ teremos o modelo simétrico. Independência corresponde à $\theta = \phi = 0$. Aqui, $\tau = \frac{2\theta+3\phi}{4}$. A função de sobrevivência conjunta é dada por

$$\bar{G}_3(u_1, u_2) = \exp \left\{ -(u_1 + u_2) + \frac{u_1 u_2 [u_1(\theta + \phi) + u_2(\theta + 2\phi)]}{(u_1 + u_2)^2} \right\} \quad (5)$$

4. Modelo logístico assimétrico: $A_4(v) = [\theta^r(1-v)^r + \phi^r v^r]^{1/r} + (\theta - \phi)v + 1 - \theta$, para $0 \leq \theta, \phi \leq 1$, $r \geq 1$. Este é um modelo flexível que contém outros modelos. Se $\theta = \phi = 1$ temos novamente o modelo simétrico. Independência corresponde à $\theta = 0$ ou $\phi = 0$ ou $r = 1$. Dependência completa corresponde à $\theta = \phi = 1$ e $r = +\infty$. Aqui $\tau = \theta + \phi - (\theta^r + \phi^r)^{1/r}$. A função de sobrevivência conjunta é dada por

$$\bar{G}_4(u_1, u_2) = \exp \left\{ -(1-\theta)u_1 - (1-\phi)u_2 - (u_1^r \theta^r + u_2^r \phi^r)^{\frac{1}{r}} \right\} \quad (6)$$

O modelo misto assimétrico é bastante simples, mas tem a grande vantagem de possuir um parâmetro ϕ associado com a assimetria ou a permutabilidade dos dois máximos. Por outro lado, o modelo logístico assimétrico pode resultar em um ajuste melhor, mas apresenta problemas de identificabilidade, os quais podem ser contornados se fixarmos $\phi = 1$ ou $\theta = 1$.

3. Ajuste dos Modelos Bivariados

Em nossa análise, utilizamos os mesmos dados usados em trabalhos anteriores, Moretti (2002) e Moretti e Mendes (2003), para que seja possível uma comparação. Desta forma, consideramos um conjunto de índices representando os mercados financeiros do Brasil, Argentina, Chile, México e o norte americano (NTHA) cobrindo o período de Março/1995 a Março/2000. Trabalhamos com amostras de máximos e mínimos mensais de tamanho $m = 60$, coletados em blocos de tamanho $n = 22$.

Começamos obtendo os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros marginais e de dependência para os quatro modelos bivariados: logístico simétrico, misto simétrico, logístico assimétrico ($\phi = 1$) e misto assimétrico. Para todos os pares de índices, e sob todos os quatros modelos, as estimativas sugeriram dependência. O teste formal para independência, usando a estatística escore, foi realizado confirmando a dependência entre os pares de índices selecionados. Passamos, então, a investigar qual o melhor modelo que se ajusta a cada par de índices. Procedemos o teste gama (veja Tawn (1988)) para a escolha da família (simétrica) logística ou mista e em seguida aplicamos o teste padrão do logaritmo da razão de verossimilhanças para decidir, dentro de cada família, se o modelo é simétrico ou assimétrico, estes testes são encontrados em Moretti (2002).

As estimativas de máxima verossimilhança do parâmetro de forma das marginais são todas positivas, caracterizando uma distribuição Fréchet para os extremos, e uma distribuição com caudas pesadas para os retornos diários. As estimativas de máxima verossimilhança com os erros padrões dos modelos bivariados para os pares de índices selecionados, bem como as estimativas de máxima verossimilhança do coeficiente de correlação ρ e da medida de dependência τ , obtidos em Moretti e Mendes (2003), seguem na tabela abaixo.

Tabela 1

Modelos bivariados (4) e (6) para os máximos e mínimos mensais dos pares de índices, coletados no período de Março/1995 a Março/2000.

Máximos mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	Modelo	r (ep)	θ (ep)	ϕ (ep)	ρ (ep*)	τ (ep*)
Brasil & Argentina	LASS	2.051 (0.464)	0.574 (0.163)	1.000	0.306 (0.028)	0.429 (0.027)
Brasil & Chile	LS	1.468 (0.175)	—	—	0.351 (0.023)	0.396 (0.022)
Brasil & México	LS	1.588 (0.191)	—	—	0.413 (0.016)	0.453 (0.014)
Mínimos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	Modelo	r (ep)	θ (ep)	ϕ (ep)	ρ (ep*)	τ (ep*)
Brasil & Argentina	LS	1.778 (0.213)	—	—	0.495 (0.092)	0.523 (0.078)
Brasil & Chile	LS	1.679 (0.201)	—	—	0.455 (0.013)	0.489 (0.011)
Brasil & México	LASS	2.142 (0.456)	0.858 (0.250)	1.000	0.542 (0.099)	0.569 (0.090)

Notações da tabela: LS = Logístico Simétrico, LASS = Logístico Assimétrico
ep*= erro padrão obtido via *bootstrap*, n é o tamanho do bloco e m é o tamanho da amostra de extremos.

Como já dito na introdução, nosso objetivo é estudar o comportamento dos pares de mercados Brasil & Argentina, Brasil & México e Brasil & Chile, após ter sido retirado o efeito do mercado norte americano (NTHA). Para extraírmos o efeito do mercado norte americano desses mercados podemos realizar uma regressão polinomial com erros GARCH(1,1), considerando o mercado norte americano a variável independente e os demais mercados as variáveis dependentes.

3.1 Modelo de regressão polinomial

Suponhamos que a variável Y dependa dos valores assumidos por r variáveis independentes $X_1, X_2, \dots, X_r$, através de um modelo de regressão linear múltipla

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_r X_{ri} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

onde α e β_j , $j = 1, \dots, r$ são os parâmetros e ε_i são os erros aleatórios.

Considere um caso especial do modelo (7) quando tomamos $X_{ji} = X_i^j$, $j = 1, \dots, r$. Neste caso temos

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \dots + \beta_r X_i^r + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (8)$$

O modelo (8) é chamado de modelo de regressão polinomial de grau r .

3.2 Modelo GARCH

Suponha uma série temporal Y_t , $t = 1, 2, \dots$, onde

$$Y_t = c + \varepsilon_t \quad (9)$$

e onde c é uma constante e o erro ε_t segue um modelo GARCH. A forma comum do modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), assume que a distribuição condicional de ε_t dado os valores passados $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ é Gaussiana com média zero e variância σ_t^2 , ou seja, $\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, \sigma_t^2)$.

Embora a distribuição normal seja frequentemente usada na modelagem GARCH, também podemos usar uma distribuição com cauda mais pesada, como a distribuição t-Student com ν graus de liberdade (g.l.).

A variância condicional de um modelo GARCH de ordens p e q , denotado por GARCH(p, q), é dada por

$$\sigma_t^2 = a + \sum_{i=1}^p a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q b_i \sigma_{t-i}^2 \quad (10)$$

sendo $a > 0$, a_i e b_i coeficientes não negativos com $\sum_{i=1}^p a_i + \sum_{i=1}^q b_i < 1$.

Iremos ajustar o modelo GARCH(1,1), isto é,

$$\sigma_t^2 = a + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (11)$$

sendo $a > 0$ e $a_1 + b_1 < 1$.

4. Especificação do Modelo e Aplicações

4.1 Modelo polinomial simples

Para especificar o modelo de regressão polinomial que melhor se ajusta aos dados, iniciamos com o modelo

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \beta_4 X^4 + \varepsilon \quad (12)$$

sendo que X e Y representam, respectivamente, os retornos logarítmicos diários percentuais do índice do mercado americano e de outro mercado (Brasil, Argentina, México, Chile).

Consideramos três situações de ajuste:

- i) com erros i.i.d., fazendo um ajuste clássico (mínimos quadrados),
- ii) um ajuste robusto com MM-estimadores,
- iii) um ajuste com erros GARCH(1,1), com distribuição condicional normal e t-Student com ν g.l.

Após a análise desses ajustes, incluindo testes de significância para os coeficientes de regressão, concluímos que o melhor modelo de regressão polinomial, para os dados em estudo, é

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (13)$$

com erros GARCH(1,1) considerando a distribuição condicional t-Student com o número de graus de liberdade ν variando para cada ajuste.

Ajustamos o modelo (13) aos pares de mercados Brasil & NTHA, México & NTHA, Argentina & NTHA e Chile & NTHA. A Tabela 2 mostra as estimativas obtidas para o melhor modelo ajustado, onde verificamos a significância das estimativas através dos p-valores.

Tabela 2

Estimativas dos parâmetros da regressão polinomial $y = \alpha + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$, com erros GARCH(1,1)(t-Student com ν g.l.), para os retornos diários dos índices do Brasil, Argentina, México e Chile coletados no período de Março/1995 a Março/2000.

GARCH - Distribuição t-Student com ν g.l.							
Índice	ν	α (ep)	β_1 (ep)	β_2 (ep)	a (ep)	a_1 (ep)	b_1 (ep)
Brasil	3	0.1025 (0.042)	0.7068 (0.042)	-0.0588 (0.018)	0.0767 (0.027)	0.1489 (0.025)	0.8437 (0.022)
p-valor		7.54e-003	0.00e+000	6.22e-004	2.39e-003	1.77e-009	0.00e+000
Argentina	7	0.0726 (0.038)	0.6931 (0.034)	-0.0646 (0.013)	0.1708 (0.051)	0.1478 (0.029)	0.8033 (0.035)
p-valor		3.05e-002	0.00e+000	3.49e-007	4.15e-004	2.74e-007	0.00e+000
México	4	0.0639 (0.042)	0.8378 (0.036)	-0.0653 (0.013)	0.2066 (0.055)	0.1579 (0.028)	0.7764 (0.035)
p-valor		6.63e-003	0.00e+000	1.36e-006	1.02e-004	1.46e-008	0.00e+000
Chile	5	-0.0522 (0.027)	0.3287 (0.024)	-0.0279 (0.007)	0.0486 (0.015)	0.1306 (0.023)	0.8353 (0.026)
p-valor		3.07e-002	0.00e+000	1.23e-004	9.89e-004	1.43e-008	0.00e+000

Considerando os resíduos padronizados resultantes da regressão selecionamos os máximos e mínimos mensais dessas séries em blocos de tamanho $n = 22$, formando amostras de tamanho $m = 60$, para cada extremo.

Efetuamos todo o processo de ajuste dos modelos bivariados, passando pela estimação simultânea dos parâmetros, testes de independência e de escolha dos modelos. Os resultados das estimativas de máxima verossimilhança e dos ajustes finais dos modelos bivariados, as medidas de dependência ρ (coeficiente de correlação) e τ (dependência na cauda), estando ρ e τ definidas no sexto parágrafo da Seção 3, são apresentados nas tabelas 4 e 7.

Observamos que para os pares de mercados sob análise, ocorreram mudanças nos modelos bivariados, principalmente nas medidas de dependência. Ou seja, comparando as tabelas 1 e 4, verificamos que os valores das medidas de dependência diminuíram em média 37% nos mínimos mensais e 12% nos máximos mensais, exceto para o par de índices Brasil & México que sofreu um pequeno aumento nas medidas de dependência. Sendo assim, podemos concluir que uma parcela da interdependência observada entre os mercados latino americanos é devida à presença do mercado americano.

Nas tabelas que seguem e na Figura 1, usamos as siglas T3, T4, T5, T7 e T9 para representar a Distribuição t-Student com ν g.l, usadas na regressão.

Tabela 3

Estimativas (e erros padrões) dos parâmetros marginais, modelos (3) e (4), dos máximos e mínimos mensais dos resíduos padronizados de três pares de mercados, coletados no período de Março/1995 a Março/2000.

Máximos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	μ_1 (ep)	σ_1 (ep)	ξ_1 (ep)	μ_2 (ep)	σ_2 (ep)	ξ_2 (ep)
Brasil & Argentina Garch-T3-T7	1.6295 (0.074)	0.5641 (0.051)	0.0266 (0.008)	1.6172 (0.081)	0.5973 (0.058)	0.0683 (0.002)
Brasil & México Garch-T3-T4	1.6016 (0.075)	0.5477 (0.056)	0.0469 (0.005)	1.6941 (0.102)	0.7019 (0.080)	0.0388 (0.011)
Brasil & Chile Garch-T3-T5	1.7255 (0.102)	0.6704 (0.123)	0.1273 (0.012)	1.8819 (0.119)	0.7631 (0.113)	0.0720 (0.009)
Mínimos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	μ_1 (ep)	σ_1 (ep)	ξ_1 (ep)	μ_2 (ep)	σ_2 (ep)	ξ_2 (ep)
Brasil & Argentina Garch-T3-T7	1.6326 (0.092)	0.6182 (0.073)	0.1764 (0.042)	1.5325 (0.098)	0.6469 (0.078)	0.1229 (0.034)
Brasil & México Garch-T3-T4	1.6722 (0.095)	0.6408 (0.077)	0.0483 (0.002)	1.5539 (0.080)	0.5679 (0.058)	0.0568 (0.018)
Brasil & Chile Garch-T3-T5	1.6284 (0.093)	0.6187 (0.075)	0.2495 (0.031)	1.5004 (0.091)	0.6244 (0.063)	0.0906 (0.009)

Tabela 4

Modelos bivariados (3) e (4) para os máximos e mínimos mensais dos resíduos padronizados de três pares de mercados, coletados no período de Março/1995 a Março/2000.

Máximos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	Modelo	r (ep)	θ (ep)	ϕ (ep)	ρ (ep*)	τ (ep*)
Brasil & Argentina Garch-T3-T7	MS	—	0.8049 (0.113)	—	0.352 (0.131)	0.402 (0.130)
Brasil & México Garch-T3-T4	MS	—	0.9114 (0.142)	—	0.415 (0.132)	0.455 (0.124)
Brasil & Chile Garch-T3-T5	LS	1.3609 (0.104)	—	—	0.288 (0.097)	0.336 (0.103)
Mínimos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	Modelo	r (ep)	θ (ep)	ϕ (ep)	ρ (ep*)	τ (ep*)
Brasil & Argentina Garch-T3-T7	MS	—	0.5872 (0.173)	—	0.237 (0.103)	0.296 (0.120)
Brasil & México Garch-T3-T4	LS	1.4084 (0.152)	—	—	0.317 (0.105)	0.364 (0.114)
Brasil & Chile Garch-T3-T5	LS	1.4456 (0.127)	—	—	0.339 (0.097)	0.385 (0.091)

Notações da tabela: $T\nu$ = Distribuição t-Student com ν g.l., n é o tamanho do bloco e m é o tamanho da amostra de extremos, LS = Logístico Simétrico, MS = Misto Simétrico.

A Figura 1 mostra os retornos diários originais e os resíduos padronizados dos pares de mercados Brasil & Argentina, Brasil & México e Brasil & Chile.

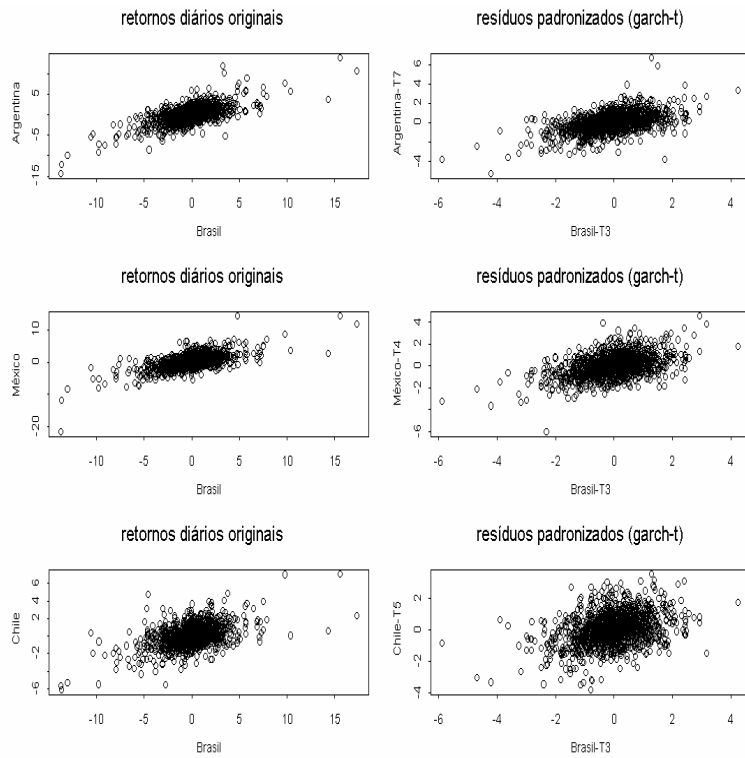


Figura 1
Retornos diários originais e os resíduos padronizados dos pares de índices Brasil & Argentina, Brasil & México e Brasil & Chile

4.2 Modelo polinomial conjunto

Uma outra possibilidade para verificar o comportamento de pares de mercados, no caso, Brasil & Argentina, Brasil & México e Brasil & Chile seria retirar a influência do mercado americano de forma conjunta, isto é, numa única regressão. Para isso, podemos considerar uma regressão polinomial com erros GARCH(1,1), com duas variáveis dependentes. Ou seja, consideremos o vetor $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_i^{(1)}, \mathbf{Y}_i^{(2)})'$ representando os mercados (1) e (2) e $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_i)'$, $i = 1, \dots, n$ o vetor da variável independente (mercado americano), então

$$\mathbf{Y} = \alpha + \beta_1 \mathbf{X} + \beta_2 \mathbf{X}^2 + \varepsilon, \quad (14)$$

com erros GARCH(1,1) considerando a distribuição condicional t-Student com ν graus de liberdade. Desta forma, cada par de mercados poderá ser avaliado sob a mesma estrutura, ou seja, mesmo grau de liberdade na distribuição condicional t-Student e mesmos coeficientes de regressão. A Tabela 5 mostra as estimativas dos parâmetros do modelo (14), com os respectivos p-valores confirmando a significância das estimativas.

As tabelas 6 e 7 mostram as estimativas de máxima verossimilhança e dos ajustes finais dos modelos bivariados.

Os resultados da Tabela 7 mostram que ocorreram algumas alterações nas estimativas dos modelos finais e também nas medidas de dependência, em relação aos resultados obtidos na Tabela 1, Moretti e Mendes (2003), e em relação aos resultados da Tabela 4. Por exemplo, considerando os mercados Brasil e Chile, verificamos no ajuste feito na Tabela 1 que as medidas de dependência foram $\rho = 0,351$ e $\tau = 0,396$. No segundo ajuste após usar o modelo (13), verificamos que $\rho = 0,288$ e $\tau = 0,336$ e na Tabela 7 observamos que $\rho = 0,239$ e $\tau = 0,286$, mostrando que ocorreu queda no grau de dependência entre os mercados Brasil e Chile.

Desta forma, considerando as alterações ocorridas entre as tabelas 1 e 7, observamos que as medidas de dependência sofreram uma queda média de 15% nos máximos mensais e uma queda média de 35% nos mínimos mensais. Comparando com a Tabela 4, essas medidas tiveram uma queda média de 8% nos máximos mensais e um pequeno aumento nos mínimos mensais, exceto para o par de mercados Brasil & Chile que apresentou uma queda média de 20%.

Portanto, ao considerarmos o ajuste do modelo (14), constatamos a tendência de ocorrer diminuição do grau de dependência entre os mercados latino americanos.

Tabela 5

Estimativas (ajuste conjunto) dos parâmetros da Regressão Polinomial $\mathbf{Y} = \alpha + \beta_1 \mathbf{X} + \beta_2 \mathbf{X}^2 + \varepsilon$, com erros GARCH(1,1)(t-Student), para os retornos diários dos índices do Brasil, Argentina, México e Chile, coletados no período de Março/1995 a Março/2000

GARCH - Distribuição t-Student com ν g.l.							
Índice 1 & Índice 2	ν	α (ep)	β_1 (ep)	β_2 (ep)	a (ep)	a_1 (ep)	b_1 (ep)
Brasil & Argentina	9	0.0894 (0.028)	0.7095 (0.026)	-0.0644 (0.010)	0.1241 (0.026)	0.1543 (0.019)	0.8185 (0.020)
p-valor		8.89e-004	0.00e+000	3.90e-010	1.79e-006	1.33e-015	0.00e+000
Brasil & México	6	0.0824 (0.030)	0.7777 (0.027)	-0.0629 (0.011)	0.1271 (0.026)	0.1550 (0.018)	0.8166 (0.019)
p-valor		3.05e-003	0.00e+000	1.02e-008	1.24e-006	0.00e+000	0.00e+000
Brasil & Chile	3	0.0068 (0.023)	0.4181 (0.021)	-0.0352 (0.006)	0.0349 (0.009)	0.1239 (0.014)	0.8685 (0.013)
p-valor		3.84e-003	0.00e+000	2.13e-007	7.79e-005	0.00e+000	0.00e+000

Tabela 6

Estimativas (e erros padrões) dos parâmetros marginais, modelos (3) e (4), dos máximos e mínimos mensais dos resíduos padronizados de três pares de mercados (ajuste conjunto), coletados no período de Março/1995 a Março/2000

Máximos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	μ_1 (ep)	σ_1 (ep)	ξ_1 (ep)	μ_2 (ep)	σ_2 (ep)	ξ_2 (ep)
Brasil & Argentina Garch-T9	1.6146 (0.071)	0.5084 (0.046)	0.0329 (0.004)	1.5494 (0.070)	0.4998 (0.042)	0.0586 (0.015)
Brasil & México Garch-T6	1.6428 (0.078)	0.5610 (0.057)	0.0798 (0.002)	1.6639 (0.104)	0.7034 (0.081)	0.0925 (0.013)
Brasil & Chile Garch-T3	1.9033 (0.108)	0.6524 (0.150)	0.2908 (0.021)	1.7299 (0.121)	0.6972 (0.109)	0.0944 (0.011)
Mínimos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	μ_1 (ep)	σ_1 (ep)	ξ_1 (ep)	μ_2 (ep)	σ_2 (ep)	ξ_2 (ep)
Brasil & Argentina Garch-T9	1.8628 (0.127)	0.8065 (0.094)	0.0588 (0.004)	1.7293 (0.105)	0.6615 (0.080)	0.099 (0.011)
Brasil & México Garch-T6	1.7839 (0.104)	0.7504 (0.091)	0.0514 (0.003)	1.6157 (0.090)	0.6403 (0.069)	0.0554 (0.006)
Brasil & Chile Garch-T3	1.6461 (0.096)	0.6398 (0.078)	0.2418 (0.021)	1.4638 (0.081)	0.5565 (0.057)	0.0759 (0.006)

Notações da tabela: $T\nu$ = Distribuição t-Student com ν g.l., n é o tamanho do bloco e m é o tamanho da amostra de extremos.

Tabela 7

Modelos bivariados (3) e (4) para os máximos e mínimos mensais dos resíduos padronizados de três pares de mercados (ajuste conjunto), coletados no período de Março/1995 a Março/2000

Máximos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	Modelo	r (ep)	θ (ep)	ϕ (ep)	ρ (ep*)	τ (ep*)
Brasil & Argentina Garch-T9	MS	–	0.7974 (0.073)	–	0.347 (0.056)	0.398 (0.050)
Brasil & México Garch-T6	MS	–	0.8720 (0.171)	–	0.391 (0.045)	0.436 (0.038)
Brasil & Chile Garch-T3	LS	1.2862 (0.058)	–	–	0.239 (0.021)	0.286 (0.019)
Mínimos Mensais ($n = 22, m = 60$)						
Índice 1 & Índice 2	Modelo	r (ep)	θ (ep)	ϕ (ep)	ρ (ep*)	τ (ep*)
Brasil & Argentina Garch-T9	MS	–	0.6352 (0.120)	–	0.261 (0.051)	0.317 (0.052)
Brasil & México Garch-T6	MS	–	0.8999 (0.179)	–	0.408 (0.027)	0.449 (0.022)
Brasil & Chile Garch-T3	LS	– (0.056)	–	–	0.267 (0.032)	0.315 (0.027)

Notações da tabela: MS = Misto Simétrico, LS = Logístico Simétrico, $T\nu$ = Distribuição t-Student com ν g.l., ep = erro padrão, ep* = erro padrão obtido via *Bootstrap*, n é o tamanho do bloco e m é o tamanho da amostra de extremos.

5. Conclusão

Neste artigo verificamos se a estrutura de dependência entre alguns pares de mercados latino americanos se modifica ao se retirar a influência que o mercado norte americano tem sobre os mesmos.

Para tanto, trabalhamos com dois modelos de regressão polinomial com erros GARCH(1,1), com a distribuição condicional t-Student. A partir dos resíduos padronizados de cada regressão ajustamos modelos bivariados de valores extremos.

Comparando com os resultados anteriores que não consideravam a influência do mercado norte americano, observamos que ocorreram mudanças nos modelos bivariados e que o grau de dependência entre estes mercados agora é menor. Concluimos que uma parcela das interdependências observadas entre os mercados latino americanos é resultante da influência do mercado americano.

Referências

- Bera, A. K. & Higgins, M. L. (1993). ARCH models: Properties, estimation and testing. *Journal of Economic Surveys*, 7:305–366.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. *Review of Economics and Statistics*, 72:498–505.
- Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modelling in finance: A review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, 52:5–52.
- Coles, S. G. & Tawn, J. A. (1991). Modelling extreme multivariate events. *Royal Statistic Society B*, 53:377–392.
- de Haan, L. & Resnick, S. I. (1993). Estimating the limit distribution of multivariate extremes. *Stochastic Models*, 9:275–309.
- Embrechts, P., de Haan, L., & Huang, X. (2000). Modelling multivariate extremes. In Embrechts, P., editor, *Extremes and Integrated Risk Management*, pages 59–67. RISK Books.
- Fisher, R. A. & Tippett, L. H. C. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24:180–190.
- Gumbel, E. J. (1954). Statistical theory of extreme values and some practical applications. *National Bureau of Standards Applications Mathematics Series*, 33:1–51.
- Gumbel, E. J. (1958). *Statistics of Extremes*. Columbia Press, New York.
- Gumbel, E. J. (1960). Bivariate exponential distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 55:698–707.
- Ledford, A. W. & Tawn, J. A. (1997). Modelling dependence within joint tail regions. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 59:475–499.

- Martin, R. D., Gao, H. Y., Zhan, Y., & Ding, Z. (1996). *S+Garch, User's Manual*. MathSoft. Version 1.0.
- Mendes, B. V. M. (2004). *A Teoria Dos Valores Extremos e Aplicações Em Finanças*. E-papers editora.
- Mendes, B. V. M. & Moretti, A. R. (2002). Improving financial risk assessment through dependency. *Statistical Modelling, an International Journal*, 2:103–122.
- Moretti, A. R. (2002). Valores extremos bivariados: Modelagem e estimação. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- Moretti, A. R. & Mendes, B. V. M. (2003). Sobre a precisão das estimativas de máxima verossimilhança nas distribuições bivariadas de valores extremos. *Revista Pesquisa Operacional*, 23(2):1–20.
- Pickands, J. (1981). Multivariate extreme value distributions. *Bulletin of the International Statistical Institute*, pages 859–878.
- Sibuya, M. (1960). Bivariate extreme statistics. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 11:195–210.
- Smith, R. L. (1985). Maximum likelihood estimation in a class of nonregular cases. *Biometrika*, 72:67–90.
- Tawn, J. (1988). Bivariate extreme value theory: Models and estimation. *Biometrika*, 75(3):397–415.
- Tiago de Oliveira, J. (1958). Extremal distributions. *Revista da Faculdade Ciências*, VII. Lisboa, 2 série A, Matemática.
- Tiago de Oliveira, J. (1962/63). Structure theory of bivariate extremes, extensions. *Estudos de Matemática, Estatística e Econometria*, 7:165–195.