Um Modelo de Fatores Latentes com Variáveis Macroeconômicas para a Curva de Cupom Cambial

Felipe Pinheiro*
Caio Almeida**
José Vicente***

Resumo
Recentemente, uma vasta classe de modelos fatoriais incluindo variáveis macroeconômicas têm sido propostos para estudar a curva de juros. Neste artigo, nós analisamos um modelo fatorial alternativo no qual os movimentos da estrutura a termo são capturados via polinômios de Legendre que reproduzem os movimentos estatisticamente identificados por Litterman e Scheinkman (1991). Nós estimamos o modelo com dados brasileiros de cupom cambial, adotando o filtro de Kalman, através de duas versões diferentes: a primeira usa fatores latentes e a segunda inclui variáveis macroeconômicas. Nós estudamos a capacidade preditiva fora da amostra dessas duas versões quando comparadas com um passeio aleatório. Nós também discutimos os resultados da função resposta a impulso das variáveis macroeconômicas.

***Palavras-chave*:** Modelos de fatores; modelos paramétricos de estrutura a termo; previsão da curva de juros; filtro de Kalman.

Códigos JEL: G10; G12; G13.

Abstract
Recently, a myriad of factor models including macroeconomic variables have been proposed to analyze the yield curve. We present an alternative factor model where term structure movements are captured by Legendre polynomials mimicking the statistical factor movements identified by Litterman e Scheinkman (1991). We estimate the model with Brazilian Foreign Exchange Coupon data, adopting a Kalman filter, under two versions: the first uses only latent factors and the second includes macroeconomic variables. We study its ability to predict out-of-sample term structure movements, when compared to a random walk. We also discuss results on the impulse response function of macroeconomic variables.

***Keywords*:** Factor models; parametric term structure models; yield curve forecasting and Kalman filter.

Submetido em Julho de 2007. Aceito em Julho de 2007. As opiniões expressas neste artigo são dos autores e não necessariamente refletem aquelas do Banco Central do Brasil e/ou do Banco Credit Suisse do Brasil. Este artigo é baseado na dissertação de mestrado do primeiro autor. Os autores agradecem os comentários de João Maurício de Souza Moreira.

*Banco Credit Suisse. E-mail: felipe.pinheiro@credit-suisse.com

**Fundação Getulio Vargas/EPGE. E-mail: calmeida@fgv.br

***Banco Central do Brasil. Autor correspondente. Av. Presidente Vargas, 730, 7º andar, Rio de Janeiro - RJ. E-mail: jose.valentim@bcb.gov.br

©2004 Sociedade Brasileira de Finanças

1. Introdução

A integração dos mercados financeiros internacionais ao longo das últimas décadas difundiu a prática de mensuração da taxa de retorno dos títulos de diferentes países em termos de uma moeda de referência internacional, em geral, o dólar americano. A taxa resultante, livre do risco de variações do câmbio, é conhecida como cupom cambial. Conhecer os determinantes do cupom cambial, e de sua estrutura a termo, é um exercício interessante sob muitos aspectos. As aplicações variam desde apreçamento de títulos atrelados ao dólar até a gestão de ativos e passivos de empresas com forte atuação no comércio internacional. Neste artigo nós analisamos a dinâmica da Estrutura a Termo do Cupom Cambial (ETCC) através de um modelo paramétrico em que a evolução dos fatores latentes é descrita sem e com a inclusão de variáveis macroeconômicas. Os resultados mostram que as variáveis macroeconômicas apesar de pouco contribuírem no exercício de previsão da taxa de juros em moeda estrangeira, revelam fatos importantes a respeito do comportamento do cupom cambial quando ocorrem choques na economia.

Nos últimos anos uma série de trabalhos foram desenvolvidos com o intuito de estudar Estruturas a Termo de Taxas de Juros (ETTJ). Uma abordagem bastante usada na literatura de finanças são os modelos afins livre de arbitragem (Duffie e Kan, 1996, Dai e Singleton, 2000). Nessa classe de modelos, a dinâmica da taxa de juros de curto prazo é definida como uma combinação linear de variáveis latentes não observadas que evoluem de acordo com um processo afim multidimensional. Duffee (2002) aponta que a correta especificação do prêmio de risco nos modelos afins é fundamental na atividade de previsão das taxas futuras. Ang e Piazzesi (2003) mostram que a combinação de variáveis macroeconômicas com a condição de não arbitragem dos modelos afins melhora substancialmente a capacidade preditiva desses modelos.[1]

Alternativamente, é possível modelar a ETTJ sem a restrição de não arbitragem. Essa classe de modelos tem sido comumente denominada na literatura de modelos estatísticos ou paramétricos, ou ainda, de fatores. Almeida et alii (2003) (modelo ADF daqui em diante) propõem um modelo polinomial para descrever o *spread* da curva de juros de países emergentes em relação a curva americana. Diebold e Li (2006) investigam a relação entre variáveis macroeconômicas e movimentos da ETTJ via o modelo exponencial de Nelson e Siegel (1987). Diebold e Li (2006) (modelo DL daqui em diante) extraem os fatores latentes da curva de juros regredindo o vetor de taxas observadas contra as exponencias do modelo de Nelson e Siegel (1987). Em seguida impõem uma dinâmica autoregressiva nos fatores extraídos e obtém resultados de previsão superiores a diversas técnicas econométricas tradicionais.

No Brasil, Silveira (2005) desenvolve um modelo fatorial novo-Keynesiano para a ETTJ com variáveis macroeconômicas e restrição de não arbitragem. Sousha (2005) mostra que variáveis cíclicas (hiato do produto, inflação e taxa de

[1] Outros trabalhos que conciliam variáveis macroeconômicas com não arbitragem são Hördahl et alii (2005) e Wu (2001).

câmbio nominal) explicam 53% da variabilidade das taxas de juros e atribui o restante a fatores não observados, tais como aversão ao risco internacional e variações na expectativa de inflação. Almeida e Vicente (2006) estudam os movimentos da curva de juros através de um modelo afim estimado usando dados de bônus e de opções. Matsumura e Moreira (2006) utilizam um modelo de não arbitragem para estudar a interação entre variáveis macro e a ETTJ no Brasil. Varga (2007) replica o modelo DL para o Brasil.

Apesar deste recente avanço no estudo da curva de juros em reais, pouca atenção tem sido a modelagem da curva de cupom cambial. O objetivo deste artigo é analisar os determinantes da evolução da ETCC no mercado brasileiro utilizando um modelo de fatores polinomial conforme proposto por Almeida et alii (2003). A evolução dinâmina dos fatores latentes é determinada por um vetor autoregressivo (VAR) que pode incluir endogenamente variáveis macroeconômicas. A estimação dos parâmetros é feita usando um filtro de Kalman otimizado por máxima verossimilhança. O estudo presente estende o modelo ADF em duas dimensões. Em primeiro lugar há uma inovação metodológica uma vez que Almeida et alii (2003) estimam seu modelo em dois estágios, exatamente como Diebold e Li (2006), enquanto que aqui nós usamos um único estágio via o filtro de Kalman. Em segundo lugar nós inserimos variáveis macroeconômicas na descrição da curva de cupom cambial.

O restante deste artigo está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 descreve a mecânica operacional do contrato de cupom cambial e a base de dados usada neste estudo. A Seção 3 apresenta o modelo polinomial ADF e suas variantes dinâmicas com e sem variáveis macroeconômicas. Na Seção 4 é feita uma análise do resultados obtidos. Por fim, a Seção 5 conclui o artigo.

2. Análise da Base de Dados

O cupom cambial é a taxa de juro obtida a partir da diferença entre a acumulação da taxa de juros em reais e a variação da taxa de câmbio dólar/real entre duas datas. Em outras palavras, o cupom cambial é a taxa de juros para aplicações em dólares no Brasil. Sejam $r_t(\tau)$ e $y_t(\tau)$ a taxa de juros para aplicações em reais e o cupom cambial, respectivamente, de prazo τ negociados na data t capitalizados continuamente. Sejam ainda E_t o dólar à vista em t e $E_t(\tau)$ o dólar futuro negociado em t com prazo τ. Então, por condições de não arbitragem temos

$$y_t(\tau) = r_t(\tau) - \frac{1}{\tau} \ln \left(\frac{E_t(\tau)}{E_t} \right)$$

Diversos ativos no Brasil tem por remuneração o cupom cambial. Por exemplo, a Nota do Tesouro Nacional série D (NTN-D) é um título público federal cuja a rentabilidade nada mais é que o cupom cambial calculado pela diferença entre a taxa Selic[2] e a variação cambial. A Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F)

[2]A taxa Selic é a média das taxas das operações compromissadas de 1 dia cursadas no âmbito do

oferece a seus participantes o contrato Futuro de Cupom Cambial (conhecido como DDI) que negocia a taxa de juros definida como a diferença entre a acumulação da taxa DI,[3] no período compreendido entre a data de operação, inclusive, e a data de vencimento, exclusive, e a variação da taxa de câmbio observada entre o dia útil anterior a data da operação, inclusive, e a data de vencimento do contrato (primeiro dia útil do mês), exclusive. Como é utilizada a cotação do dólar do dia útil anterior à negociação, a taxa do DDI não espelha a verdadeira variação cambial negociada e por isso é denominada cupom cambial sujo. Alternativamente a BM&F oferece o contrato FRA (*Forward Rate Agreement*) de cupom cambial ou FRC que permite a negociação de cupom cambial sem a distorção causada pela variação da taxa de câmbio do dia anterior para o dia da operação, conhecido como cupom cambial limpo. O FRC consiste na realização simultânea de duas outras operações: a primeira para o primeiro vencimento do DDI e a segunda, de natureza inversa, para o vencimento do DDI idêntico ao vencimento negociado no FRC. O mercado caracteriza cada contrato FRC pelo mês de vencimento. A BM&F divulga a cotação do contrato FRC na forma de taxa de juro, expressa em percentual ao ano, linear, base 360 dias corridos.[4]

Os dados de cupom cambial usados neste estudo foram extraídos de contratos FRC no período compreendido entre 02/01/2003 e 30/06/2006.[5] Optamos, embora não fosse necessário, por trabalhar com as maturidades fixas de 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 e 24 meses. Assim, em cada dia, caso a taxa para uma dessas maturidades não estivesse disponível, interpolamos linearmente as taxas para os prazos adjacentes efetivamente negociadas. Os dados entre 02/01/2003 e 30/12/2005 foram usados para estimação dos parâmetros do modelo e são considerados por isso dados dentro da amostra. O restante da base foi usado para testar a capacidade preditiva dos modelos, constituindo assim a base fora da amostra.

Na Tabela 1 são apresentadas algumas estatísticas descritivas da ETCC no período dentro da amostra. Já a Figura 1 ilustra a evolução da ETCC no mesmo período. A partir das estatísticas apresentadas, nota-se que a ETCC média é positivamente inclinada e tem desvio padrão crescente com a maturidade. Os menores cupons concentram-se em 2004 e os maiores no início de 2003. A análise de componentes principais do cupom cambial para a base de taxas dentro da amostra revela que a primeira componente explica 97,3% variância do conjunto de taxas. Já a segunda e a terceira explicam, respectivamente, 2,5% e 0,1%. Ou seja, a maior parte da variância (99,8%) é explicada por apenas duas fontes de incerteza.

Sistema Especial de Liquidação e Custódia (Selic).

[3] A taxa DI é a taxa de depósitos interfinanceiros de um dia (DI), calculada pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos (Cetip).

[4] Para maiores detalhes sobre os contratos derivativos negociados no Brasil, veja, por exemplo, Bessada et alii (2005).

[5] A escolha do contrato FRC como referência para o cupom cambial deve-se basicamente a boa liquidez desse instrumento.

Tabela 1
Estatísticas descritivas do cupom cambial

Prazo meses	Média	Desvio padrão	Mínimo	Dia mínimo	Máximo	Dia máximo
3	3,12	2,45	-0,35	28/05/04	18,37	02/01/03
6	3,66	2,67	1,12	30/04/04	18,06	27/01/03
9	4,06	2,78	1,75	30/04/04	17,79	27/01/03
12	4,39	2,81	2,08	03/11/04	17,59	27/01/03
15	4,72	2,87	2,38	12/11/04	17,73	27/01/03
18	5,03	2,93	2,60	12/11/04	18,02	27/01/03
21	5,31	2,98	2,87	19/11/04	18,32	27/01/03
24	5,58	3,02	3,14	19/11/04	18,64	27/01/03

Nota: esta tabela apresenta as estatísticas descritivas (média, desvio padrão, máximo e mínimo) da base diária de cupom cambial entre as datas 02/01/2003 e 30/12/2005. Os números estão em formato percentual.

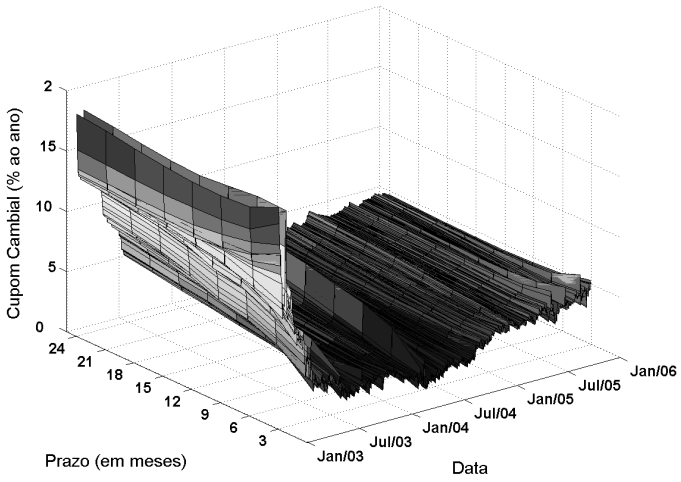


Figura 1
Evolução temporal da ETCC
Esta figura apresenta a ETCC ao longo do período compreendido entre 02/01/03 e 30/12/05. Todas as taxas estão expressas em percentuais na forma contínua.

Uma das contribuições deste estudo é a inclusão de variáveis macroeconômicas na modelagem do cupom cambial. Se por um lado o uso de dados em freqüência diária é mais adequado ao exercício de previsão para horizontes curtíssimos (até um mês), por outro lado limita o conjunto de variáveis macroeconômicas que podem ser utilizadas no modelo, uma vez que os dados de atividade econômica são disponíveis, na melhor das hipóteses, mensalmente. Devido a essa limitação, o espaço de informações macroeconômicas consiste de uma medida de expectativa de inflação e outra medida de risco país.

Em cada dia t a expectativa de inflação foi obtida a partir de dois contratos de

swap negociados na BM&F.[6] O primeiro deles é o *swap* `Pré x DI` que é comumente usado para montar a ETTJ em reais. O segundo é o *swap* `INPC x DI` que indica a diferença entre a taxa de inflação medida pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) e a taxa de juros flutuante observada até o vencimento do contrato. A diferença entre as taxas capitalizadas continuamente desses dois *swaps* para um mesmo prazo é uma medida da expectativa de inflação.[7] A Figura 2 apresenta a expectativa de inflação e o cupom cambial de 3 meses para o período dentro da amostra. Note que ao longo dos anos de 2003 e 2004, cupom cambial e expectativa de inflação são diretamente correlacionados, já em 2005 ocorre o oposto.

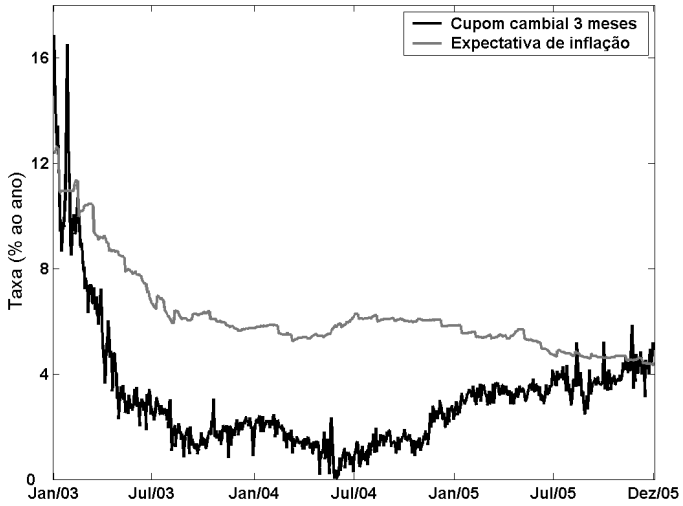


Figura 2
Expectativa de inflação e cupom cambial de 3 meses
Esta figura apresenta o cupom cambial de 3 meses e a expectativa de inflação entre 02/01/03 e 30/12/05. Todas as taxas estão expressas em percentuais na forma contínua.

O risco país foi tomado como sendo o EMBI Global (*Emerging Markets Bond Index Global*). A Figura 3 apresenta a evolução do cupom cambial de 3 meses e do EMBI Global entre 02/01/2003 e 30/12/2005. Na primeira parte da amostra (até meados de 2004) o EMBI Global e o cupom cambial estão positivamente correlacionados, ambos apresentando um comportamento declinante; já na parte final da amostra a associação é inversa: o risco país continua em queda mas o cupom cambial passa por um movimento ascendente.

[6] O método de extração da expectativa de inflação é baseado em Matsumura e Moreira (2006).

[7] Mais precisamente, deveríamos eliminar da diferença entre as taxas dos *swaps* o prêmio de risco. Para tornar mais simples o procedimento, vamos supor que esse prêmio de risco é constante o que nos permite desconsiderá-lo.

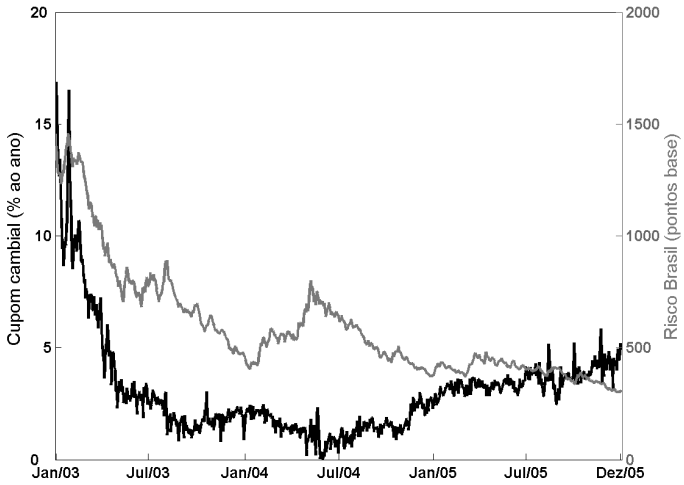


Figura 3
Risco Brasil e cupom cambial de 3 meses
Esta figura apresenta o cupom cambial de 3 meses (linha negra) e o risco Brasil (linha cinza), representado pelo EMBI Global, entre 02/01/03 e 30/12/05. Os cupons cambiais estão expressos em percentuais na forma contínua. O risco Brasil está expresso em pontos base.

3. O Modelo Polinomial

A abordagem paramétrica permite reduzir o número de fontes de incerteza de um conjunto de taxas de juros para diferentes maturidades em um número menor de fatores não observados sem perda significante de informação. Desde o trabalho seminal de Litterman e Scheinkman (1991) tem sido comum a modelagem da curva de juros através de três fatores que podem ser interpretados como o nível (L), a inclinação (S) e a curvatura (C) da ETTJ. Seguindo essa linha, Almeida et alii (1998) propõem o ajuste da ETTJ via uma combinação linear dos três primeiros polinômios de Legendre. Cada um desses polinômios pode ser associado a um tipo de movimento da curva de juros (nível, inclinação e curvatura). Conforme visto na Seção 2 as duas primeiras componentes principais explicam 99,8% da variabilidade total do conjunto das taxas de cupom cambial no Brasil. Com isso em mente, especificamos a ETCC como uma combinação linear dos dois primeiros polinômios de Legendre:[8]

$$y_t(\tau_i) = \theta_{Lt} L(\tau_i) + \theta_{St} S(\tau_i) + \nu_t(\tau_i) \tag{1}$$

onde $y_t(\tau_i)$ é a taxa do cupom cambial em t para o prazo τ_i; θ_{Lt} e θ_{St} são os fatores latentes em t associados com o nível e a inclinação, respectivamente; $\nu_t(\tau_i)$

[8]Outras bases de funções poderiam ser usada, como por exemplo a base exponencial do modelo Nelson e Siegel (1987). Optamos pela forma polinomial devido a sua simplicidade e facilidade de associar os polinômios de Legendre aos movimentos da curva de juros.

é o erro em t para a maturidade τ_i (normalmente distribuído com média zero); e $L(\cdot)$ e $S(\cdot)$ são os dois primeiros polinômios de Legendre definidos no intervalo $[0, \ell]$, isto é, $L(\tau_i) = 1$ e $S(\tau_i) = \frac{2\tau_i}{\ell} - 1$ com ℓ representando a maior maturidade das taxas na amostra.

A Equação 1 pode ser reescrita na forma matricial como

$$y_t = F_\theta \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, V) \tag{2}$$

onde y_t é um vetor-coluna $n \times 1$ contendo as taxas de cupom cambial para as n diferentes maturidades na data t, v_t é um vetor $n \times 1$ de erros idiossincráticos com média zero e matriz de covariância V, θ_t é um vetor coluna formado por θ_{Lt} e θ_{St}, e F_θ é uma matriz $n \times 2$ definida por

$$F_\theta = \begin{bmatrix} L(\tau_1) & S(\tau_1) \\ \vdots & \vdots \\ L(\tau_n) & S(\tau_n) \end{bmatrix} \tag{3}$$

Note que o primeiro polinômio de Legendre é uma reta paralela ao eixo horizontal, o que permite associá-lo com mudanças no nível da curva. O segundo polinômio é também uma reta mas com inclinação $2/\ell$, de forma que podemos associá-lo com movimentos da curva de juros relacionados a mudanças na inclinação.

A dinâmica dos fatores latentes obedece um processo VAR (vetor autoregressivo) de primeira ordem,[9] segundo duas versões distintas: uma apenas com variáveis latentes (versão SM daqui em diante) e outra com variáveis macro (versão CM daqui em diante).

A versão dinâmica SM do modelo de Legendre é especificada pela Equação 2 mais o seguinte processo VAR:

$$\theta_{t+1} = G_\theta + G_{\theta\theta}\theta_t + w_t \tag{4}$$

onde G_θ é um vetor 2×1 e $G_{\theta\theta}$ é uma matriz 2×2. O erro w_t é não correlacionado com v_t e obedece uma distribuição normal com média zero e matriz de covariância W.

Uma maneira usual de incorporar variáveis macroeconômicas consiste em aumentar o espaço de variáveis de estado (veja Ang e Piazzesi (2003)). Seja M_t o vetor 2×1 formado pelo risco país e pela expectativa de inflação no dia t, então a versão dinâmica CM do modelo de Legendre é definida pela Equação 2 mais o seguinte processo VAR:

$$\begin{bmatrix} M_{t+1} \\ \theta_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_M \\ G_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{MM} & G_{M\theta} \\ G_{\theta M} & G_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_t \\ \theta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_t^M \\ w_t^\theta \end{bmatrix} \tag{5}$$

[9] Usar apenas uma defasagem, além de facilitar substancialmente o problema de estimação, é uma regra recorrente na literatura de modelos de previsão de ETTJ (veja Matsumura e Moreira (2006) ou Diebold e Li (2006)).

onde G_M e G_θ são vetores 2×1; G_{MM}, $G_{M\theta}$, $G_{\theta M}$ e $G_{\theta\theta}$ são matrizes 2×2 e o vetor de erros $[w_t^M \; w_t^\theta]$ é não correlacionado com v_t e obedece uma distribuição normal com média nula e matriz de covariância 4×4 definida por:

$$\begin{bmatrix} W_M & W_{\theta M} \\ W_{\theta M}^{\perp} & W_\theta \end{bmatrix}$$

4. Resultados

Os pares de Equações 2 e 4 (para a versão SM do modelo polinomial) e 2 e 5 (para a versão CM do modelo polinomial) constituem-se na representação em espaço de estado da dinâmica do cupom cambial. Para estimar o vetor de hiperparâmetros $\Psi_{SM} = (F_\theta, G_\theta, G_{\theta\theta}, V, W)$ (versão SM) ou $\Psi_{CM} = \big(F_\theta, G_M, G_\theta, G_{MM}, G_{M\theta}, G_{\theta M}, G_{\theta\theta}, V, W_M, W_{\theta M}, W_\theta\big)$ (versão CM) nós usamos o algoritmo do filtro de Kalman (veja Hamilton (1994)). A base de dados inclui informações do período entre 02/01/2003 e 30/12/2003.[10]

A Tabela 2 apresenta a matriz de covariância entre as variáveis macroeconômicas e os fatores latentes nível e inclinação da versão CM do modelo. Observe que o nível e a inclinação da curva apresentam maior correlação com o risco Brasil do que com a expectativa de inflação. Analisando pela outra dimensão da matriz, ambas as variáveis macroeconômicas são mais fortemente correlacionas com o nível do que a inclinação. A Figura 4 apresenta a série temporal dos fatores latentes para a versão CM do modelo.

Tabela 2
Matriz de covariância entre as variáveis macroeconômicas e os fatores latentes da versão CM

	EMBI	Inflação esperada	Nível	Inclinação
EMBI	1.00	0.65	0.82	0.72
Inflação esperada	0.65	1.00	0.61	0.39
Nível	0.82	0.61	1.00	0.33
Inclinação	0.72	0.39	0.33	1.00

Nota: esta tabela apresenta a matriz de covariância entre as variáveis macroeconômicas e os fatores latentes da versão CM do modelo polinomial.

[10] Para mais detalhes do processo de estimação, tais como as condições de inicialização do filtro e a forma funcional das verossimilhanças, veja Pinheiro (2006).

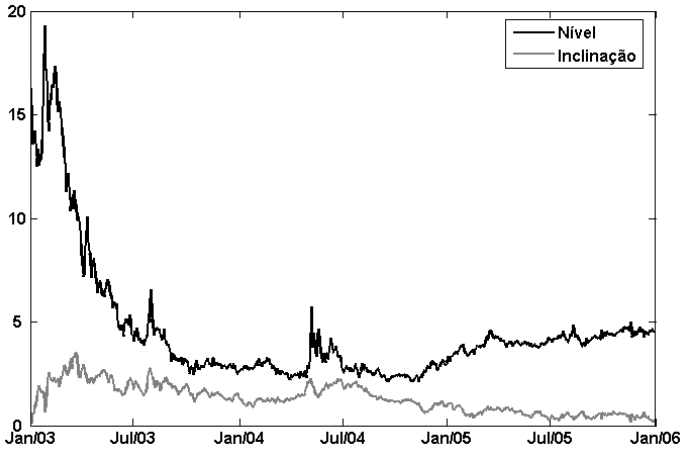


Figura 4
Fatores latentes nível e inclinação da ETCC
Esta figura apresenta a série temporal dos fatores latentes correspondentes ao nível e a inclinação entre 02/01/03 e 30/12/05.

Passemos à análise da capacidade preditiva dos modelos. O período de teste compreende os dias entre 02/01/2006 e 30/06/2006. As previsões foram feitas através da atualização do filtro de Kalman usando os parâmetros estimados por máxima verossimilhança a partir da base dentro da amostra.[11] A Tabela 3 apresenta o erro médio quadrático de previsão 1 (1 dia), 5 (1 semana) e 20 (aproximadamente 1 mês) passos à frente para as versões SM e CM, bem como a razão entre o erro médio quadrático do modelo e o erro médio quadrático de um passeio aleatório (estatística Theil-u). De modo geral, ambas as versões apresentam desempenho em termos preditivos inferiores ao passeio aleatório. No entanto, para as taxas de curtíssimo prazo o modelo polinomial apresentou resultados em média melhores que o passeio aleatório. Comparando diretamente a versão SM com a CM, nota-se claramente que a primeira apresenta desempenho superior para as maturidades longas enquanto a segunda se destaca para as taxas curtas. Isso se deve muito provavelmente ao fato de dados macroeconômicos de alta freqüência apresentarem ruídos que perturbam a previsão da parte longa da curva de juros.

[11] As previsões do filtro de Kalman são produzidas pela projeção linear de θ_{t+1} no conjunto de informações disponíveis até t via um algoritmo recursivo (veja Hamilton (1994) para mais detalhes).

Tabela 3
Erro médio quadrático das previsões fora da amostra

Passos	Versão CM							
	Prazos das taxas							
	3	6	9	12	15	18	21	24
1	0,58	0,30	0,22	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10
	(0,88)	(0,90)	(0,95)	(0,99)	(1,05)	(1,08)	(1,03)	(1,00)
5	0,62	0,36	0,28	0,23	0,22	0,21	0,19	0,17
	(0,86)	(0,92)	(0,99)	(1,03)	(1,13)	(1,15)	(1,15)	(1,11)
20	0,69	0,43	0,35	0,31	0,31	0,30	0,29	0,29
	(0,88)	(1,02)	(1,08)	(1,17)	(1,35)	(1,44)	(1,51)	(1,54)
	Versão SM							
1	0,59	0,31	0,22	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10
	(0,88)	(0,91)	(0,96)	(0,99)	(1,04)	(1,04)	(1,00)	(1,00)
5	0,65	0,39	0,30	0,24	0,21	0,19	0,16	0,15
	(0,90)	(1,00)	(1,05)	(1,06)	(1,08)	(1,04)	(0,99)	(0,96)
20	0,92	0,67	0,53	0,43	0,35	0,27	0,20	0,16
	(1,17)	(1,58)	(1,66)	(1,61)	(1,52)	(1,29)	(1,04)	(0,87)

Nota: esta tabela apresenta o erro médio quadrático para as previsões fora da amostra (entre 02/01/2006 e 30/06/2006) das versões CM e SM do modelo polinomial. A coluna "Passos" indica o número de passos à frente da previsão. Os valores entre parênteses correspondem a estatística Theil-u (razão entre o erro quadrático do modelo proposto e o erro quadrático de um passeio aleatório).

Algumas conjecturas podem ser postuladas para explicar a baixa capacidade preditiva das versões SM e CM. A ausência de restrições de não arbitragem é uma possível razão. Conforme demonstrado por Almeida e Vicente (2007) a condição de não arbitragem diminui significativamente os erros nas previsões da curva de juros de um modelo polinomial. Nessa mesma linha, Favero et alii (2007) apontam que em um modelo paramétrico a combinação de variáveis macroeconômicas com a condição de não arbitragem é bastante efetiva na atividade de previsão das taxas de juros futuras. Uma outra razão estaria vinculada à escolha das variáveis. Como podemos notar pela Tabela 2, existe uma forte correlação entre EMBI, nível e inclinação. Essa correlação pode ser um indício de que o risco país agrega pouca informação relevante ao modelo. Ou seja, questões referentes a multicolinearidade tornariam essa variável sem significância. Finalmente, a não reestimação dos parâmetros dia a dia pode ter contribuído para a deficiência dos resultados obtidos, principalmente na parte final do período fora da amostra.

Apesar dos resultados não muito animadores em termos preditivos, a função resposta a impulso da versão CM, apresentada na Figura 5, gerou resultados interessantes e intuitivos. O efeito de um choque na expectativa de inflação sobre o nível e a inclinação da ETCC, apesar de pequeno, é positivo, como esperado. Um choque no risco país tem o mesmo efeito. Note que um choque na expectativa de inflação, apesar de gerar uma resposta inferior no nível e na inclinação do cupom, é mais persistente que um choque no EMBI Global. Interessante observar também que um choque no risco país tem uma resposta negativa sobre a expectativa de inflação.

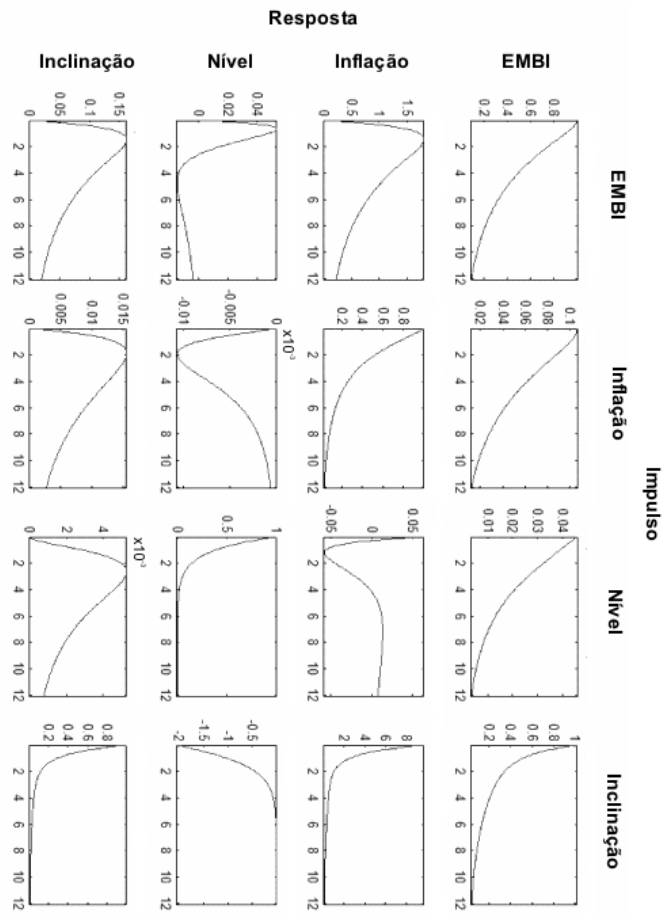


Figura 5
Função resposta a impulso
Esta figura apresenta a função resposta a impulso da versão CM do modelo polinomial. Cada gráfico representa a resposta de umaa variável em relação a choques em outra variável, onde variável pertence ao conjunto *Nível*, *Inclinação*, *Expectativa de Inflação*, *EMBI*. O eixo das abscissas representa o tempo medido em meses.

5. Conclusão

Neste artigo, propusemos um modelo fatorial de polinômios de Legendre para analisar a ETCC no Brasil. Duas versões do modelo polinomial foram estudadas. A primeira usando apenas fatores latentes para descrever a taxa de juros. A segunda incorpora diretamente informações macroeconômicas via duas variáveis: o risco país e a expectativa de inflação. Em termos de capacidade preditiva, ambas as versões apresentaram-se na média inferiores ao passeio aleatório. Por outro

lado, a comparação dos resultados antes e após a introdução das variáveis macroeconômicas revelou que estas contribuem positivamente para a eficiência da previsão na parte curta da curva de juros e negativamente na parte longa. Um segundo exercício interessante é a análise via resposta a impulso. Os efeitos de choques na expectativa de inflação e no risco país sobre o nível e a inclinação da ETCC são ambos positivos. No entanto, a resposta de um choque na expectativa de inflação sobre os fatores latentes é inferior, porém mais persistente que a resposta a um choque no EMBI Global sobre esses mesmos fatores.

Referências

Almeida, C., Duarte, A., & Fernandes, C. (1998). Decomposing and simulating the movements of term structures in emerging eurobonds markets. *Journal of Fixed Income*, 1:21–31.

Almeida, C., Duarte, A., & Fernandes, C. (2003). A generalization of principal components analysis for non-observable term structures in emerging markets. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 6:885–903.

Almeida, C. & Vicente, J. (2006). Term structure movements implicit in option prices. Working Paper, 128, Banco Central do Brasil.

Almeida, C. & Vicente, J. (2007). The role of no-arbitrage on forecasting: Lessons from a parametric term structure model. Working Paper EPGE, Fundação Getúlio Vargas.

Ang, A. & Piazzesi, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary Economics*, 50(4):745–787.

Bessada, O., Barbedo, C., & Araújo, G. (2005). *Mercado de Derivativos No Brasil: Conceitos, Operações e Estratégias.* Editora Record.

Dai, Q. & Singleton, K. (2000). Specification analysis of affine term structure models. *Journal of Finance*, LV(5):1943–1977.

Diebold, F. & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130:337–364.

Duffie, D. & Kan, R. (1996). A yield factor model of interest rates. *Mathematical Finance*, 6(4):379–406.

Favero, C., Niu, L., & Sala, L. (2007). Term structure forecasting: No-arbitrage restrictions vs. large information set. Working Paper IGIER, Bocconi University.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis.* Princeton University Press.

Hördahl, P., Tristani, O., & Vestin, D. (2005). A joint econometric model of macroeconomic and term-structure dynamics. *Journal of Econometrics*, 131:405–444.

Litterman, R. & Scheinkman, J. (1991). Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income*, 1:54–61.

Matsumura, M. & Moreira, A. (2006). Effect of macro shocks over the Brazilian yield curve with no arbitrage models. Texto para Discussão 1210, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA).

Nelson, C. & Siegel, A. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, 60(4):473–489.

Pinheiro, F. (2006). Modelos de previsão da estrutura a termo do cupom cambial. Dissertação de Mestrado, Ibmec-RJ.

Silveira, M. (2005). Modelo fatorial linear macroeconômico de estrutura a termo da taxa de juros: Aplicação para a economia brasileira. Texto para Discussão 1097, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA).

Sousha, S. (2005). Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio.

Varga, G. (2007). Brazilian (local) term structure forecast in a factor model. VII Encontro Brasileiro de Finanças.

Wu, T. (2001). Monetary policy and the slope factor in empirical term structure estimations. Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper.