Otimização de portfólio em investidores institucionais: Paridade de risco e longo prazo

Luís Eduardo Nunes[†, a]
André Luís da Silva Leite[‡, a]

[a]Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil

Resumo Este estudo investiga a integração de modelos de paridade de risco com objetivos de longo prazo de investidores institucionais, comparando-os a abordagens tradicionais de alocação de portfólio (2000-2024). Avaliamos sete estratégias, incluindo 60/40, mínima variância, pesos iguais, máximo Sharpe, paridade de risco tradicional, paridade de risco hierárquica (HRP) e paridade de risco com CVaR. Os resultados indicam que HRP e paridade de risco com CVaR oferecem melhor perfil risco-retorno, com menores drawdowns e maior resiliência em mercados de estresse. A inclusão moderada de ativos ilíquidos melhora retornos e métricas ajustadas ao risco. O estudo sugere que fundos de pensão, seguradoras, endowments e family offices podem se beneficiar de modelos avançados de paridade de risco como core portfolio, adaptando-se dinamicamente às condições de mercado.

Palavras-chave: Paridade de risco; Investidores institucionais; Otimização de portfólio; HRP; CVaR; Gestão de risco.

Códigos JEL: G11, C61, G32, G23, G12.

1. Introdução

A gestão de portfólios institucionais atravessa um período de profunda transformação metodológica e conceitual. Nas últimas duas décadas, a convergência entre baixos retornos esperados em ativos tradicionais, maior volatilidade nos mercados globais e crescente sofisticação dos investidores institucionais estimulou a busca por *frameworks*[1] alternativos de alocação estratégica de ativos. Nesse contexto, a paridade de risco (*risk parity*) emergiu como uma

Como citar: Nunes, L.E. & Leite, A.L. (2026). Otimização de portfólio em investidores institucionais: Paridade de risco e longo prazo. *Revista Brasileira de Finanças, 24*, e202608. https://doi.org/10.12660/rbfin.v24n1.2026.97825
Submetido em 17 de março de 2026. Publicado *on-line* em 16 de maio de 2026.
Editor responsável: Bruno Giovannetti.

[†]luis.nunes@ufsc.br
[‡]andre.leite@ufsc.br

[1]Frameworks são estruturas pré-definidas que fornecem uma base, ferramentas para desenvolver aplicações de forma mais rápida, segura e padronizada.

2026 – Os Autores, sob uma licença Creative Commons Attribution 4.0 International.

das abordagens mais influentes, propondo uma alocação de ativos baseada na equalização da contribuição de risco de cada classe de ativo ao portfólio total, em vez da tradicional alocação baseada em capital (Sullivan e Wey, 2025).

A paridade de risco fundamenta-se no princípio de que os portfólios tradicionais, especialmente o modelo 60/40 (60% renda variável e 40% renda fixa), apresentam concentração desproporcional de risco em renda variável, que frequentemente contribuem com 80% a 90% da volatilidade total do portfólio. Ao equalizar as contribuições de risco, o modelo de paridade de risco busca alcançar a diversificação do portfólio de forma mais efetiva aliado a um desempenho mais estável ao longo de diferentes regimes de mercado. Ray Dalio, fundador da Bridgewater Associates, popularizou essa abordagem com o fundo All Weather, que se tornou o maior *hedge fund*[2] do mundo, administrando aproximadamente US$ 250 bilhões em ativos (Sullivan e Wey, 2025).

Investidores institucionais — incluindo fundos de pensão, seguradoras, *endowments*[3] e *family offices*[4] — diferem fundamentalmente de investidores individuais em termos de escala, horizonte de investimento, obrigações de passivo específicas, restrições regulatórias e necessidades de liquidez variáveis (Qureshi et al., 2025). Atualmente, os investidores institucionais gerenciam valores expressivos globalmente, sendo que em nosso país os fundos de pensão controlam R$ 1,25 trilhão, seguradoras R$ 890 bilhões, e fundos mútuos R$ 3,42 trilhões (Bacen, 2025).

A complexidade crescente dos portfólios, com exposição importante a ativos ilíquidos (*private equity*[5] e *venture capital*[6]), exige abordagens mais sofisticadas de gestão de risco e alocação de portfólio, onde os investidores institucionais devem aliar os objetivos de longo prazo com as melhores práticas.

Dessa forma, a presente pesquisa busca fornecer uma análise empírica abrangente do desempenho de estratégias tradicionais e de paridade de risco

[2] Hedge funds são fundos de investimento privado com gestão ativa que buscam retornos elevados e consistentes ("alpha") em qualquer cenário de mercado (alta ou baixa). Utilizam estratégias flexíveis, como alavancagem, derivativos e vendas a descoberto, sendo voltados a investidores qualificados devido ao maior risco envolvido.

[3] Endowment é um fundo de investimento de caráter permanente, formado por doações, cujo capital principal é preservado enquanto os rendimentos gerados financiam de forma perene causas sociais, culturais ou educacionais.

[4] Family Office é uma estrutura criada exclusivamente para administrar o patrimônio e os interesses de famílias com elevado poder aquisitivo na busca por perpetuação intergeracional da riqueza.

[5] Private Equity são fundos que investem diretamente em projetos da economia real, como projetos de energia eólica, fotovoltaica, saneamento básico, rodovias, portos, aeroportos etc.

[6] Venture Capital são fundos que investem em empresas mais arriscadas e com alto potencial de retornos, como startups, projetos incipientes etc.

utilizando dados recentes (2000-2024) que incluem múltiplos regimes de mercado — crise financeira global (2008-2009), período de taxas de juros muito baixas (2010-2020), pandemia COVID-19 (2020-2021) e regime de alta inflação (2022-2024).

O desenvolvimento de um framework integrado que combina paridade de risco com técnicas avançadas de otimização carteira (Hierarchical Risk Parity, CVaR) e incorporação de ativos ilíquidos, área pouco explorada na literatura existente, oferece insights práticos para os investidores institucionais, contextualizando as descobertas dentro do ambiente regulatório e de mercado.

Assim, o presente artigo está organizado em diferentes seções para o melhor entendimento. A Seção 2 apresenta revisão de literatura sobre teoria de portfólio, paridade de risco e sua evolução, bem como práticas de investidores institucionais. Na Seção 3 tem-se a descrição da metodologia de pesquisa, incluindo fonte de dados, construção de portfólios e métricas de avaliação. A Seção 4 apresenta os resultados empíricos encontrados. A Seção 5 discute as implicações dos resultados para teoria e prática, bem como apresenta os principais achados, as conclusões e limitações da pesquisa.

2. Revisão de literatura

A teoria moderna de portfólio, desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, estabeleceu os fundamentos da gestão quantitativa de investimentos ao propor que os investidores deveriam considerar, simultaneamente, retorno esperado e risco (medido por variância) na construção de portfólios. O modelo de mínima variância (MV) de Markowitz assume que os investidores são avessos ao risco e buscam maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco, ou minimizar risco para um dado nível de retorno esperado (Prihatiningsih et al., 2025).

No processo de otimização de portfólio pelo modelo MV há a geração da fronteira eficiente de portfólios, que representa o conjunto de carteiras que oferecem o maior retorno esperado para cada nível de risco associado. Apesar de sua elegância teórica, o modelo de Markowitz enfrenta limitações práticas significativas. Primeiro, requer estimativas precisas de retornos esperados, variâncias e covariâncias, parâmetros notoriamente difíceis de estimar e sujeitos a erro fundamentais. Segundo, os portfólios ótimos resultantes são extremamente sensíveis a pequenas mudanças nos dados de entrada, levando a alocações instáveis e concentradas em muitos casos. Terceiro, o modelo assume que retornos seguem distribuição normal, o que não se verifica empiricamente, pois retornos de ativos financeiros muitas vezes exibem assimetria e curtose excessiva (Lee et al., 2025; Gubu e Hilmi, 2024).

O modelo de paridade de risco representa uma mudança fundamental de paradigma na construção de portfólios, deslocando o foco da alocação de capital para a alocação de risco. O princípio central é que, em um portfólio tradicional 60/40, embora apenas 60% do capital seja alocado em ativos de renda variável, esse segmento contribui com aproximadamente 90% da volatilidade total do portfólio devido à sua maior volatilidade individual (Sullivan e Wey, 2025).

A contribuição de risco de um ativo i em um portfólio pode ser definida como:

$$RC_i = w_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = w_i \frac{(\Sigma w)_i}{\sigma_p} \tag{1}$$

onde RC_i é a contribuição de risco do ativo i, w_i é o peso do ativo i, σ_p é a volatilidade do portfólio, e $(\Sigma w)_i$ é o i-ésimo elemento do vetor Σw.

Em um portfólio de paridade de risco pura, as contribuições de risco são equalizadas:

$$RC_1 = RC_2 = \cdots = RC_N = \frac{\sigma_p}{N} \tag{2}$$

Esta condição implica que:

$$w_i \propto \frac{1}{\sigma_i} \tag{3}$$

para ativos não correlacionados, ou mais geralmente:

$$w_i \propto \frac{1}{\text{contribuição marginal de risco}} \tag{4}$$

A implementação prática do modelo de paridade de risco frequentemente envolve o uso de alavancagem para alcançar níveis de retorno esperado comparáveis aos portfólios tradicionais, já que a equalização de risco tende a resultar em portfólios com maior alocação em ativos de baixa volatilidade (Rudin e Marr, 2016).

Já o modelo de paridade de risco hierárquica (Hierarchical Risk Parity - HRP) representa um avanço significativo sobre a paridade de risco tradicional, aplicando técnicas da teoria de grafos e machine learning para construir portfólios diversificados sem requerer a inversão da matriz de covariância (Palit e Prybutok, 2024). Desenvolvido por López de Prado (2016), o HRP endereça três problemas centrais associados a otimizadores quadráticos tradicionais:

instabilidade numérica, concentração excessiva em pequeno número de ativos, e desempenho fraco fora da amostra.

Estudos demonstram que um portfólio construído com HRP entrega um perfil risco-retorno mais suave, com menores *drawdowns*[7] e menores *tracking error*[8] (Deković e Šimović, 2025). O modelo mantém a robustez em diferentes regimes de mercado, com melhorias notáveis no controle de risco de cauda durante mercados em baixa.

Já o modelo paridade de risco com CVaR (Conditional Value-at-Risk - CVaR), representa uma medida de risco superior ao tradicional Value-at-Risk (VaR) para gestão de portfólio. Enquanto o VaR identifica o limiar de perda em um dado nível de confiança, CVaR mede a perda esperada condicional aos eventos que excedem esse limiar (Krokhmal et al., 2002). Estudos aplicados ao mercado brasileiro entre os anos de 2004 e 2013, trouxeram que a combinação de Mean Absolute Deviation (MAD) e CVaR na otimização de portfólios é superior aos modelos tradicionais (Silva et al., 2017).

Já estudos recentes, aplicaram o modelo com CVaR a portfólios com *safe-haven assets* (ativo de baixo risco) durante períodos de estresse de mercado. Essa estratégia de rebalanceamento dinâmico baseada em CVaR demonstrou capacidade superior de mitigar perdas extremas se comparadas a estratégias estáticas. Essa abordagem oferece uma orientação prática para investidores institucionais que gerenciam portfólios globalmente diversificados sobre como manter estabilidade do portfólio durante incertezas elevadas (Diseko et al., 2015).

Investidores institucionais (fundos de pensão, seguradoras, endowments e family offices) veem ao longo de décadas utilizando alguns modelos de alocação de ativos. Todavia, não há um consenso sobre a melhor forma de alocação dado a especificidade de cada ente. Os fundos de pensão e seguradoras enfrentam dificuldades similares no processo de alocação de ativos, pois os mesmos buscam garantir que os ativos investidos tenham retornos suficientes para cobrir as obrigações necessárias futuras (Asset-Liability Matching - ALM). Dessa forma, muitos fundos de pensão e seguradoras tomam como norte o processo de investimentos chamado *Liability-Driven Investing* (LDI)[9]

[7] Drawdown (DD) é a queda percentual do pico máximo ao vale mínimo de um investimento antes de uma nova recuperação, medindo o risco histórico e a volatilidade do ativo.

[8] Tracking Error é uma medida estatística que indica o quão bem um portfólio replica o desempenho de seu índice de referência (benchmark). Ele quantifica o desvio entre os retornos do portfólio e o benchmark ao longo do tempo, sendo um indicador de volatilidade e aderência da gestão, onde um valor baixo significa maior fidelidade ao benchmark e um valor alto indica maior descolamento.

[9] Liability-Driven Investing (LDI) é uma estratégia de gestão de ativos focada em garantir recursos suficientes para cobrir obrigações financeiras futuras (passivos), minimizando riscos como oscilações de juros. Busca equilibrar o fluxo de caixa dos ativos com o dos passivos.

(Qureshi et al., 2025).

Endowments e family offices caracterizam-se por horizonte de investimento perpétuo e missão de transferência de riqueza intergeracional. Diferentemente de fundos de pensão, não possuem passivos claramente definidos, mas enfrentam pressão para gerar retornos suficientes para suportar gastos operacionais enquanto preservam o poder de compra do capital. O "Modelo de Yale" revolucionou a gestão de investimentos de endowments ao enfatizar a alocação significativa em investimentos alternativos e ilíquidos (private equity, hedge funds, imóveis). Esse modelo busca maximizar retornos focando em parcerias com gestores excepcionais que podem aproveitar mercados ineficientes e capitalizar a natureza de longo prazo dessas instituições (Swensen, 2009).

O uso de ativos alternativos/ilíquidos, particularmente private equity (PE) e venture capital (VC), têm se tornado parcelas importantes na construção de portfólios institucionais. Esses ativos oferecem potencial de retornos superiores, diversificação e acesso a oportunidades de investimento não disponíveis em mercados líquidos. Entretanto, a incorporação de ativos ilíquidos em estratégias de paridade de risco apresenta desafios importantes. Primeiro, private equity e venture capital não possuem preços de mercado observados diariamente, tornando difícil calcular a volatilidade e a correlação com precisão. Segundo, esses ativos têm chamadas e distribuições de capitais imprevisíveis ao longo de anos, complicando a gestão de liquidez. Terceiro, PE e VC tipicamente requerem *lock-ups*[10] de 7 a 12 anos, limitando rebalanceamento da carteira (Nguyen, 2025). Ang et al. (2014) desenvolveram um modelo de escolha de portfólio com ativos ilíquidos, demonstrando que investidores com horizontes longos devem alocar substancialmente a esses ativos apesar da iliquidez momentânea.

3. Metodologia

Essa pesquisa utilizou dados históricos de múltiplas fontes cobrindo o período de janeiro de 2000 a dezembro de 2024 (25 anos), incluindo diversos regimes de mercado, tais como:

- Bolha da Internet e Recessão (2000-2002);
- Recuperação e Expansão (2003-2007);
- Crise Financeira Global (2008-2009);

[10] O lock-up é um mecanismo de mercado que proíbe temporariamente determinados investidores, de venderem suas posições em determinados ativos por um período específico.

- Recuperação Pós-Crise e Era de Taxas Baixas de Juros (2010-2019);
- Pandemia do COVID-19 (2020-2021);
- Regime de Alta Inflação e Aumento de Taxas de Juros (2022-2024);

Já as classes de ativos e índices incluídas na análise foram:

- Ações Globais: MSCI World Index, S&P 500, MSCI Emerging Markets;
- Renda Fixa: Bloomberg Barclays Global Aggregate Bond Index, Bloomberg Barclays U.S. Aggregate Bond Index, Títulos Soberanos Brasileiros;
- Ativos Reais: Bloomberg Commodity Index, FTSE EPRA/NAREIT Global Real Estate Index;
- Alternativos/Ilíquidos: Índices representativos de PE e VC (utilizando dados da Cambridge Associates, Preqin e fontes locais brasileiras para PE/VC);

Para o mercado brasileiro especificamente, utilizamos:

- Ibovespa (ações brasileiras);
- IMA-B (títulos públicos indexados à inflação);
- CDI (taxa interbancária de curto prazo);

A construção dos portfólios contemplou sete estratégias principais:

1. **Portfólio 60/40:** Benchmark tradicional alocando 60% do capital em ações globais e 40% em renda fixa.
2. **Portfólio de Mínima Variância (Markowitz):** Otimização quadrática clássica que busca o portfólio com menor volatilidade global, com restrições de não-negatividade e sem alavancagem de posição. Estimação de parâmetros (inputs) em janelas móveis de 60 meses.
3. **Portfólio de Pesos Iguais (1/N):** Alocação igual entre todas as classes de ativos e com relançamento trimestralmente.
4. **Portfólio de Paridade de Risco Tradicional:** Contribuição igualitária de risco por classe de ativo no portfólio. Matriz de covariância estimada usando janelas móveis de 60 meses com shrinkage de Ledoit-Wolf[11].

[11] O shrinkage de Ledoit e Wolf (2012) é um método estatístico avançado para regularizar a estimativa da matriz de covariância, minimizando o erro quadrático médio (MSE) entre a matriz estimada e a real.

5. **Portfólio de Paridade de Risco Hierárquica (HRP):** Implementação do algoritmo HRP de López de Prado (2016).

6. **Portfólio de Máximo Sharpe Ratio (Índice de Sharpe):** Otimização de portfólio que busca maximizar o índice de Sharpe, levando em consideração a taxa livre de risco (taxa CDI[12] e taxa das letras do tesouro americano de 3 anos).

7. **Portfólio de Paridade de Risco com CVaR:** Abordagem híbrida combinando princípios de paridade de risco com otimização via CVaR. Há restrição de que contribuições de risco sejam aproximadamente equalizadas (dentro de $\pm 20\%$ da média).

Para incorporar os ativos ilíquidos (PE e VC) na análise, foram realizados alguns procedimentos:

- **Estimação de Retornos e Volatilidade:** Utilizamos índices *Public Market Equivalent*[13] (PME) que replicam retornos de PE e VC ajustados por tempo de fluxos de caixa. Para o Brasil, utilizamos dados trimestrais da ABVCAP.

- **Modelagem de Fluxos de Caixa:** Simulamos chamadas de capital e distribuição de capital por meio de um modelo estocástico calibrado em dados históricos:

  - Chamada de capital segue distribuição beta ao longo dos primeiros 3 a 5 anos;
  - Distribuições de capital começam após ano 3 e atingem pico entre os anos 5 e 8;
  - Curva Jota (período de investimentos/chamada de capital) modelada explicitamente.

- **Restrições de Liquidez:** Implementamos restrições sobre a necessidade de liquidez, que reduzem a alocações a PE e VC.

[12] O Certificado de Depósito Interbancário (CDI) é uma taxa de juros de curtíssimo prazo (um dia útil) cobrada em empréstimos entre bancos, usada como referência principal para a renda fixa no Brasil.

[13] O Public Market Equivalent (PME) é uma metodologia usada para avaliar o desempenho de fundos de private equity ou venture capital em relação a um índice de mercado público. Ele simula os fluxos de caixa do fundo (chamadas de capital e distribuições) como se fossem investidos no mercado de ações, permitindo comparar se a gestão gerou retorno acima do mercado ou se seria melhor ter investido em ações públicas.

Implementamos três regimes de rebalanceamento ao longo do tempo de análise:

- **Rebalanceamento Fixo:** Trimestral ou anual em calendário fixo;
- **Rebalanceamento Baseado em Limite (Threshold-Based):** Rebalanceamento ocorre quando o desvio de qualquer peso excede $\pm$200 bps do alvo, com destino de 175 bps;
- **Rebalanceamento Dinâmico por Volatilidade:** Ajusta os pesos quando a volatilidade de 30 dias excede 1,5 vezes a volatilidade histórica de longo prazo;

A avaliação do desempenho dos portfólios é baseada nas seguintes métricas: Retorno Anualizado, Volatilidade Anualizada, Sharpe Ratio, Sortino Ratio, Value-at-Risk (VaR 0,95), Conditional Value-at-Risk (CVaR), Maximum Drawdown (MDD), Turnover[14] do Portfólio, Tracking Error e Calmar Ratio.

Para avaliar desempenho em diferentes condições de mercado, classificou-se os meses em regimes usando as métricas abaixo:

- **Retorno do Mercado:** Alta (top 25%), Baixa (bottom 25%), Moderado (25% a 75%);
- **Volatilidade Realizada:** Alta (top 25%), Baixa (bottom 25%), Moderada (25% a 75%);
- **Ciclo Econômico:** Expansão vs. Recessão (datação do NBER[15] para EUA e Codace[16] para Brasil);
- **Choques de Mercado:** Identificados como meses em que o VIX[17] > 25 ou retorno do S&P 500 < -10%. Calculamos todas as métricas de desempenho separadamente para cada regime e testamos diferenças estatísticas usando testes t e bootstrap.

[14] Turnover em portfólios é o mesmo que rotatividade de portfólio. Medida de frequência com que os ativos de um portfólio são comercializados em um período e essa medida é expressa como uma porcentagem do patrimônio total.

[15] National Bureau of Economic Research (NBER) é uma organização privada americana de pesquisa focada na análise econômica de alto nível, é reconhecida como a autoridade oficial que define o início e o fim das recessões nos EUA.

[16] Comitê de Datação de Ciclos Econômicos (Codace) tem como finalidade estabelecer cronologias de referência para os ciclos econômicos brasileiros.

[17] VIX (sigla para volatility index) é um índice de volatilidade, calculado pela Bolsa de Valores de Chicago. Esse indicador reflete o desempenho das ações das empresas que compõem o S&P 500 por 30 dias seguidos.

Foram aplicados alguns testes para verificar a robustez da análise: Sensibilidade, Backtesting Fora da Amostra, Bootstrap por Bloco e Testes de Estresse.

4. Resultados

A Tabela 1 sintetiza o desempenho comparativo entre as sete estratégias de portfólio no período completo de análise (2000-2024).

Tabela 1
Desempenho comparativo das estratégias de portfólio (2000-2024)

Estratégia	Retorno Anual	Vol. Anual	Sharpe Ratio	Sortino Ratio	Max. Drawdown	Calmar Ratio
RP Tradicional	6,8%	11,2%	0,42	0,58	−28,50%	0,24
Portfólio 60/40	8,1%	12,4%	0,52	0,71	−32,10%	0,25
HRP	7,4%	10,1%	0,56	0,76	−22,80%	0,32
Pesos Iguais	7,2%	13,6%	0,41	0,55	−35,20%	0,20
Maximum Sharpe	9,2%	14,8%	0,54	0,68	−29,40%	0,31
MV (Markowitz)	8,5%	12,9%	0,55	0,73	−30,70%	0,28
RP com CVaR	7,6%	10,5%	0,59	0,81	−20,20%	0,38

Os resultados revelam padrões importantes. Primeiro, o portfólio Maximum Sharpe gerou o maior retorno absoluto (9,2% a.a.), mas à custa de volatilidade elevada (14,8%) e drawdown considerável (−29,4%). Segundo, estratégias baseadas em paridade de risco (HRP e Paridade de Risco com CVaR) demonstraram perfil risco-retorno superior em termos de volatilidade controlada e menor drawdown.

Particularmente notável é o desempenho da paridade de risco com CVaR, que alcançou o maior Sharpe Ratio (0,59), Sortino Ratio (0,81) e Calmar Ratio (0,38), com drawdown máximo de apenas −20,2%. Isso confirma a hipótese de que a integração de medidas de risco de cauda podem melhorar significativamente perfis risco-retorno dos portfólios.

HRP demonstrou o segundo melhor Sharpe Ratio (0,56) com volatilidade mais baixa (10,1%) entre todas as estratégias, validando sua capacidade de construir portfólios diversificados sem requerer inversão da matriz de covariância. Essa estratégia apresenta maximum drawdown relativamente moderado de −22,8%, sugerindo maior resiliência durante períodos de crises de mercado.

Surpreendentemente, o portfólio 60/40 superou o modelo tradicional de paridade de risco em retorno absoluto (8,1% vs 6,8%), alinhando-se com descobertas recentes de que a paridade de risco tem subperformado portfólios tradicionais, especialmente em períodos recentes. O Sharpe Ratio do portfólio 60/40 (0,52) também excedeu o do modelo tradicional de paridade de risco

(0,42), embora com drawdown máximo maior (−32,1% vs −28,5%).

Já para avaliar como cada estratégia performou sob diferentes condições de mercado, segmentamos o período de análise em regimes distintos e comparamos via retornos anualizados.

Tabela 2
Retorno anualizado por regime de mercado

Estratégia	Expansão	Recessão	Mercado de Alta	Mercado de Baixa	Alta Vol.
RP Tradicional	11,2%	−8,50%	4,2%	8,5%	−2,10%
Portfólio 60/40	13,8%	−12,40%	2,8%	10,2%	−3,80%
HRP	12,4%	−6,20%	5,8%	9,1%	0,50%
Pesos Iguais	12,8%	−10,10%	3,5%	9,4%	−2,90%
Maximum Sharpe	15,2%	−13,80%	3,1%	11,5%	−4,20%
MV (Markowitz)	14,1%	−11,70%	4,0%	10,8%	−3,50%
RP com CVaR	12,6%	−5,80%	6,2%	9,3%	1,20%

Os resultados evidenciam claramente que diferentes estratégias exibem desempenho superior em diferentes regimes. Durante mercados de alta, Maximum Sharpe e portfólios orientados a retorno (MV e 60/40) dominam, gerando retornos de 13,8% e 15,2% anualizados. Entretanto, durante mercados de baixa, essas mesmas estratégias sofrem perdas mais acentuadas (−11,7% e −13,8%).

Em contrapartida, HRP e paridade de risco com CVaR demonstraram resiliência superior durante períodos de estresse. Em mercados de baixa, o HRP perdeu apenas −6,2% anualizado, enquanto a paridade de risco com CVaR registrou −5,8%, muito melhor que o portfólio 60/40 (−12,4%). Durante períodos de alta volatilidade, a paridade de risco com CVaR gerou retorno positivo de 6,2%, o melhor entre todas as estratégias.

Particularmente revelador é o desempenho durante recessões. Enquanto a maioria das estratégias registraram retornos negativo, o HRP e a paridade de risco com com CVaR mantiveram desempenho positivo de +0,5% e +1,2%, respectivamente. Isso destaca o valor de abordagens que priorizam controle de risco de cauda e diversificação hierárquica durante choques econômicos.

A composição ótima de ativos varia consideravelmente entre as estratégias e ao longo do tempo. A Tabela 3 apresenta alocações médias para cada estratégia durante o período completo de 2000 à 2024.

O modelo de paridade de risco tradicional e a paridade de risco com CVaR alocaram preponderantemente mais em renda fixa (48% e 42%) se comparados ao portfólio 60/40 (35%), refletindo o princípio de equalização de contribuições de risco. Ações, sendo mais voláteis, recebem menor alocação de capital (28% e 32%), mas contribuem com aproximadamente 50% do risco total do portfólio.

Tabela 3
Alocação média de ativos por estratégia (2000-2024)

Estratégia	Ações	Renda Fixa	Commod.	Imóveis	PE/VC*	Cash
RP Tradicional	28%	48%	15%	6%	0%	3%
Portfólio 60/40	60%	35%	0%	0%	0%	5%
HRP	35%	38%	12%	10%	0%	5%
Pesos Iguais	25%	25%	25%	15%	5%	5%
Maximum Sharpe	65%	18%	8%	6%	0%	3%
Mean-Variance	52%	32%	8%	5%	0%	3%
RP com CVaR	32%	42%	14%	8%	0%	4%

*Alocações médias em PE e VC foram excluídas na maioria das estratégias devido as restrições de liquidez no período base.

Já o HRP demonstrou alocações mais balanceadas entre as classes de ativos (35% ações, 38% renda fixa, 12% commodities, 10% imóveis), refletindo sua abordagem hierárquica de diversificação que considera a estrutura de correlação entre ativos. Commodities e imóveis recebem alocações significativas em HRP devido o seu papel de diversificadores em diferentes clusters hierárquicos.

Adaptação dinâmica a condições de mercado voláteis revelam a evolução mutante das alocações dos portfólios ao longo do tempo. Durante a crise financeira de 2008-2009, estratégias dinâmicas (HRP, paridade de risco com CVaR) aumentaram alocações em renda fixa e reduziram exposições em ações, enquanto portfólios estáticos (60/40) mantiveram pesos fixos. Em períodos de taxas muito baixas (2010-2020), a paridade de risco aumentou alocações em ativos alternativos (commodities, imóveis) buscando fontes adicionais de retorno e diversificação.

A capacidade de adaptar-se dinamicamente a mudanças de volatilidade e correlações é crucial para gestão efetiva de risco. Implementamos quatro modelos de rebalanceamento e comparamos seus impactos no desempenho dos portfólios.

Tabela 4
Impacto do regime de rebalanceamento (HRP, 2000-2024)

Rebalanceamento	Retorno Anual	Vol. Anual	Sharpe Ratio	Turnover Anual	Custos de Transação
Fixo Anual	7,1%	10,5%	0,52	18%	0,09%
Fixo Trimestral	7,3%	10,2%	0,55	42%	0,21%
Baseado em Limite	7,4%	10,1%	0,56	35%	0,18%
Dinâmico por Vol.	7,6%	9,8%	0,60	48%	0,24%

Rebalanceamento dinâmico baseado em volatilidade gerou o melhor desempenho ajustado ao risco (Sharpe Ratio de 0,60) ao custo de maior turnover

(48% anual) e custos de transação de 0,24%. Nos períodos de alta volatilidade (2008-2009, 2020, 2022), esse regime desencadeou rebalanceamentos mais frequentes que ajustaram exposições a risco, resultando em volatilidade do portfólio 3% menor (9,8% vs 10,2% para trimestral fixo) e retorno líquido superior.

O rebalanceamento baseado em limite teve um bom desempenho em relação aos custos transação, alcançando Sharpe Ratio de 0,56, com turnover moderado (35%) e custos de 0,18%. A abordagem de rebalanceamento baseada em limite é a mesma adotada pela gestora Vanguard em seus *target-date funds*[18], permitindo que executem transações menores durante mercados voláteis, resultando em economias reais de custos para o portfólio.

A análise de correlações revela que a adaptação dinâmica é particularmente valiosa durante períodos de mudança de correlação entre ativos. Durante 2022, quando correlação entre ações e renda fixa tornou-se fortemente positiva (+0,65, comparado a média histórica de −0,15), estratégias dinâmicas reduziram a exposição combinada de ações e renda fixa e aumentaram alocações em commodities e outros ativos reais (ativos alternativos). Portfólios estáticos são incapazes de ajustarem suas posições de forma dinâmica e acabam por sofrerem perdas maiores em comparação com portfólios adaptáveis.

A inclusão de private equity e venture capital apresenta desafios e oportunidades únicas. Conduzimos análise separada incluindo PE e VC em portfólios HRP e paridade de risco com CVaR para investidores institucionais com horizontes de longo prazo e necessidades limitadas de liquidez.

Tabela 5
Impacto da inclusão de PE/VC (2010-2024)*

Portfólio	Aloc. PE/VC	Retorno Anual	Vol.	Sharpe Ratio	Calmar Ratio	Liquidez (% Ativos)
HRP – Base	0%	8,2%	9,5%	0,68	0,35	95%
HRP + PE/VC Mod.	10%	8,9%	9,8%	0,73	0,41	85%
HRP + PE/VC Agr.	20%	9,6%	10,2%	0,78	0,47	75%
RP CVaR – Base	0%	8,5%	9,2%	0,72	0,42	96%
RP CVaR + PE/VC Mod.	12%	9,3%	9,5%	0,77	0,48	84%
RP CVaR + PE/VC Agr.	22%	10,1%	10,0%	0,82	0,53	74%

*Período 2010-2024 selecionado devido a disponibilidade de dados confiáveis de PE/VC.

Os resultados demonstraram que a inclusão moderada de PE e VC (10% a 12%) melhorou retornos anualizados em 70-80 bps sem aumentar a volatilidade (apenas +30 bps). Os Sharpe Ratios melhoraram de 0,68 para 0,73 (HRP) e de

[18] Os Target-Date Funds (Fundos de Data-Alvo ou Fundos de Ciclo de Vida) são veículos de investimento projetados para simplificar o planejamento financeiro, especialmente para a aposentadoria.

0,72 para 0,77 na paridade de risco com CVaR, enquanto os Calmar Ratios aumentaram ainda mais (+17% e +14%, respectivamente).

Alocações agressivas em PE e VC (20% a 22%) geraram retornos superiores (9,6% e 10,1% anual) e métricas ajustadas ao risco ainda melhores (Sharpe Ratio 0,78 e 0,82), mas reduziram bastante a liquidez do portfólio para 74% a 75%. Para investidores institucionais com necessidades de gasto previsíveis e estáveis (como endowments e family offices), essa redução de liquidez pode ser aceitável. Entretanto, para fundos de pensão com pagamentos de benefícios variáveis ou seguradoras enfrentando potenciais picos de sinistros, alocações agressivas podem apresentar riscos operacionais consideráveis.

A modelagem estocástica de chamada e distribuição de capital sugere que os investidores devem manter um colchão de liquidez equivalente a pelo menos 8% a 12% do portfólio total para acomodar compromissos de PE e VC sem forçar vendas indesejadas de ativos líquidos durante condições de mercado desfavoráveis.

Dada a importância dos dados recentes, examinamos detalhadamente o desempenho das estratégias no período 2020 a 2024, que inclui a pandemia COVID-19 e alta de inflação (regime de mercado).

Tabela 6
Desempenho detalhado 2020-2024

Estratégia	Retorno Anual	Vol.	Sharpe Ratio	Max DD	CVaR 95%
RP Tradicional	2,1%	12,4%	0,17	−22,5%	−8,2%
Portfólio 60/40	6,5%	11,5%	0,57	−18,3%	−6,8%
HRP	5,8%	10,8%	0,54	−15,2%	−5,5%
Pesos Iguais	4,2%	14,1%	0,30	−19,7%	−7,4%
Maximum Sharpe	7,9%	13,2%	0,60	−14,8%	−6,1%
MV – Markowitz	7,1%	12,5%	0,57	−17,5%	−6,5%
RP com CVaR	6,2%	11,0%	0,56	−14,5%	−5,2%

O período de 2020 a 2024 foi particularmente desafiador para o modelo de paridade de risco tradicional, pois gerou retorno de apenas 2,1% anual com Sharpe Ratio de 0,17, um resultado consistente com os recentes estudos a respeito do tema que apontam para um fraco desempenho do modelo. Em contraste, o portfólio 60/40 registrou retorno robusto de 6,5% com Sharpe Ratio de 0,57, superando a paridade de risco tradicional em todos os métricas.

Já o HRP e a paridade de risco com CVaR demonstraram resiliência relativa. Embora seus retornos (5,8% e 6,2%) ficassem abaixo do portfólio 60/40, exibiram controle de risco superior. O HRP teve um máximo drawdown de apenas −15,2% (comparado a −18,3% para 60/40) e $CVaR_{95\%}$ de −5,5% (vs −6,8% para 60/40). A paridade de risco com CVaR alcançou o menor CVaR

entre todas as estratégias (−5,2%), validando a eficácia de otimização focada em risco de cauda.

Durante o choque inicial da COVID-19 (fevereiro-março 2020), quando o S&P 500 registrou −34% do pico ao vale, o HRP limitou perdas a −18,5% enquanto a paridade de risco com CVaR perdeu apenas −16,2%. A recuperação subsequente foi mais lenta para essas estratégias ser comparadas ao portfólio 60/40, refletindo menor exposição a ações que se recuperaram fortemente pós a grande queda.

Em 2022 tanto ações quanto renda fixa caíram simultaneamente devido à inflação alta e aumento de taxas de juros. A correlação entre os ativos tornou-se positiva, quebrando pressuposto fundamental de paridade de risco. Durante esse ano, o modelo tradicional de paridade de risco caiu −19,5%, subperformando o portfólio 60/40 que registrou −16,1%. Já o HRP demonstrou maior resiliência, limitando perdas a −12,0% e a paridade de risco com CVaR registrou −11,8%, demonstrando o valor de incorporar medidas de risco de cauda que antecipam e mitigam cenários atípicos e extremos.

Os custos de transação e implementação podem corroer significativamente retornos, especialmente para estratégias que requerem rebalanceamentos frequentes. Avaliamos impacto de custos em diferentes estratégias.

Tabela 7
Análise de custos de implementação (2000-2024)

Estratégia	Retorno Bruto	Turnover	Custos Est.	Retorno Líquido
RP Tradicional	6,8%	52%	0,26%	6,54%
Portfólio 60/40	8,1%	12%	0,06%	8,04%
HRP	7,4%	35%	0,18%	7,22%
Pesos Iguais	7,2%	28%	0,14%	7,06%
Maximum Sharpe	9,2%	68%	0,34%	8,86%
MV – Markowitz	8,5%	58%	0,29%	8,21%
RP com CVaR	7,6%	44%	0,22%	7,38%

*Custos estimados assumindo 5 bps por operação (10 bps por operação completa).

As estratégias baseadas em otimização (Maximum Sharpe e MV) incorreram nos maiores custos de transação (0,29% e 0,34% anualmente) devido ao turnover elevado (58% e 68%). Esses custos reduziram os retornos brutos em aproximadamente 30 a 34 bps. O portfólio 60/40, com seu baixo turnover (12%), incorreu custos mínimos de apenas 6 bps, representando vantagem significativa em termos de retorno líquido.

Já o HRP e a paridade de risco com CVaR exibiram custos intermediários (0,18% e 0,22%), refletindo uma necessidade de rebalanceamento mais frequente que o modelo 60/40, mas ainda assim menor que estratégias de otimização tradicional.

Para investidores institucionais de grande escala com acesso a mercados de balcão e capacidade de realizar operações internamente, os custos reais podem ser muito menores. Entretanto, para alocações em PE e VC, os custos são significativamente maiores, tipicamente 2% ao ano em taxas de gestão e administração e com 20% de taxa de performance sobre o que exceder o benchmark.

Por último, buscando a validação da robustez dos resultados, conduzimos análises de sensibilidade variando parâmetros chaves.

- **Janela de Estimação:** variou-se a janela de estimação para matriz de covariância de 36 a 120 meses e os resultados permaneceram qualitativamente similares, com o HRP e a paridade de risco com CVaR mantendo os Sharpe Ratios superiores em praticamente todas as janelas.
- **Frequência de Rebalanceamento:** variação entre mensal, anual e trimestral. O rebalanceamento trimestral ofereceu melhor performance.
- **Bootstrap por Bloco:** geração de 1000 amostras bootstrap. Apenas as diferenças em máximo drawdown foram mais robustas.
- **Análise Fora da Amostra:** a divisão da amostra demonstrou que não teve overfitting a dados históricos.
- **Stress Test:** a paridade de risco com CVaR teve maior resiliência, limitando perdas a −18,2% se comparado a −24,5% para o modelo 60/40.

5. Conclusão

Esta pesquisa investigou sistematicamente a integração de modelos de paridade de risco com objetivos de longo prazo de investidores institucionais para melhor a gestão de portfólio e os resultados já evidenciados anteriormente revelaram insights importantes.

A composição ótima de portfólio para os investidores institucionais varia substancialmente entre as estratégias. Entretanto, o modelo hierárquico de paridade de risco (HRP) tem a alocação mais balanceada entre todas as classes de ativos. Já levando em consideração as condições de mercados há um leque de estratégias que performa melhor ou pior, dado a conjuntura. Isso sugere que nenhuma estratégia é dominante — a escolha ótima depende de horizonte de investimento, tolerância ao risco e regime de mercado.

Outro ponto importante foi que portfólios com rebalanceamento dinâmico e que verificam mudanças em volatilidade e correlações melhora significativamente o perfil de risco-retorno da carteira. A inclusão de ativos ilíquidos

(private equity e venture capital) em até 12% do portfólio, melhorou os retornos anualizados e os Sharpe Ratios sem aumentarem substancialmente a volatilidade.

Com o período completo (2000-2024), o modelo de paridade de risco tradicional teve retornos menores que carteiras construídas tradicionalmente. Entretanto, abordagens de paridade de risco mais complexas — particularmente paridade de risco com CVaR e paridade de risco hierárquica (HRP) — superaram modelos tradicionais e demonstram que inovações metodológicas podem endereçar limitações de paridade de risco tradicional.

5.1 Implicações teóricas

Primeiro, validam as críticas à paridade de risco tradicional, demonstrando que simplesmente equalizar contribuições de risco não garantem desempenho superior a modelos tradicionais de portfólio. Segundo, os resultados destacaram a validade de incorporar o CVaR no processo de otimização de carteira. Terceiro, mostrou-se a capacidade da paridade de risco hierárquico de alcançar menor variância fora da amostra do que o modelo MV. Quarto, os resultados enfatizam a importância de considerar custos de transação e restrições de implementação.

5.2 Implicações práticas para investidores institucionais

Os fundos de pensão devem considerar a integração de elementos de paridade de risco em sua carteira de gestão ativa. As seguradoras podem beneficiar-se da paridade de risco com CVaR devido a característica de minimizar perdas de cauda. Endowments estão bem posicionados para alocar agressivamente em ativos ilíquidos. Os family offices podem implementar versões mais sofisticadas de paridade de risco, incluindo rebalanceamento dinâmico.

Reflexão final

A paridade de risco, em suas formas tradicional e aprimoradas, representa ferramenta valiosa, mas não a panaceia para gestão de portfólio institucional. Os resultados desta pesquisa demonstram que abordagens avançadas (HRP e CVaR) podem oferecer perfis de risco-retorno superiores, especialmente durante períodos de estresse de mercado. Investidores institucionais devem adotar uma abordagem pragmática, reconhecendo que diferentes estratégias possuem vantagens comparativas em diferentes regimes de mercados.

Agradecimentos Esta pesquisa foi financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC).

Conflito de interesses Os autores declaram não haver conflito de interesses.

Inteligência Artificial Esta pesquisa utilizou ferramentas de IA para auxiliar na análise de dados, redação do manuscrito e geração de figuras. Todo o conteúdo gerado por IA foi revisado criticamente e validado pelos autores para garantir a precisão e o alinhamento com a integridade científica do estudo. O uso de IA seguiu as diretrizes éticas, garantindo transparência e conformidade com os padrões acadêmicos. Quaisquer vieses ou limitações inerentes às ferramentas de IA foram cuidadosamente considerados na interpretação dos resultados. Os autores afirmam que as ferramentas de IA não comprometeram a originalidade ou integridade do trabalho.

Disponibilidade de dados Todos os dados utilizados neste estudo estão disponíveis mediante solicitação razoável ao autor correspondente.

Referências

Ang, A., Papanikolaou, D. e Westerfield, M. M. (2014). Portfolio choice with illiquid assets, *Management Science*, *60*(11), 2737–2761.

Bacen (2025). Relatório de estabilidade financeira, *v. 24 n. 2*, Banco Central do Brasil, Brasília, DF.

Deković, D. e Šimović, P. P. (2025). Hierarchical risk parity: Efficient implementation and real world analysis, *Future Generation Computer Systems*, *167*, 107744.

Diseko, N. V., Bonga-Bonga, L. e Manguzvane, M. M. (2015). Dynamic portfolio rebalancing with safe-haven assets, *MPRA Paper 123408*, Munich Personal RePEc Archive. Posted 22 Jan. 2025.

Gubu, L. e Hilmi, M. R. (2024). Beyond mean-variance Markowitz portfolio selection: A comparison of mean-variance-skewness-kurtosis model and robust mean-variance model, *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, *58*(1/2024), 298–313.

Krokhmal, P., Palmquist, J. e Uryasev, S. (2002). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints, *Journal of Risk*, *4*(2), 43–68.

Ledoit, O. e Wolf, M. (2012). Nonlinear shrinkage estimation of large-dimensional covariance matrices, *The Annals of Statistics*, *40*(2), 1024–1060.

Lee, J., Jeon, H., Bae, H. e Lee, Y. (2025). Return prediction for mean-variance portfolio selection: How decision-focused learning shapes forecasting models, *Proceedings of the 6th ACM International Conference on AI in Finance*, ICAIF '25, Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, p. 114–122.

López de Prado, M. (2016). Building diversified portfolios that outperform out of sample, *The Journal of Portfolio Management*, *42*(4), 59–69.

Nguyen, M. D. (2025). Advanced investing with deep learning for risk-aligned portfolio optimization, *PLoS One*, *20*(8), e0330547.

Palit, D. e Prybutok, V. R. (2024). A study of Hierarchical Risk Parity in portfolio construction, *Journal of Economic Analysis*, *3*(3), 37–48.

Prihatiningsih, P., Early, Q. R. e Rois, M. (2025). Portfolio optimization: A comparative analysis a single index and Markowitz model, *Journal of Finance and Business Digital*, *4*(1), 259–278.

Qureshi, F., Qureshi, S., Ismail, I. e Yarovaya, L. (2025). Unlocking economic insights: ESG integration, market dynamics and sustainable transitions, *Energy Economics*, *145*, 108407.

Rudin, A. e Marr, W. M. (2016). Investor views, drawdown-based risk parity, and hedge fund portfolio construction, *The Journal of Alternative Investments*, *19*(2), 63–69.

Silva, L. P. d., Alem, D. e Carvalho, F. L. d. (2017). Portfolio optimization using mean absolute deviation (MAD) and conditional value-at-risk (CVaR), *Production*, *27*, e20162088.

Sullivan, R. N. e Wey, M. (2025). Risk parity and its discontents, *Working Paper 5165202*, Darden Business School.

Swensen, D. F. (2009). *Pioneering portfolio management: An unconventional approach to institutional investment, fully revised and updated*, Simon and Schuster, New York.