Contributos para o desenvolvimento da teoria financeira

por J. J. Dias Curto

Este artigo pretende enquadrar no tempo alguns dos desenvolvimentos teóricos e estudos empíricos que mais contribuíram para a evolução da teoria financeira ao longo do Século XX, nomeadamente a Teoria da Carteira de Markowitz, o modelo CAPM de Sharpe, Lintner e Mossin, a teoria da eficiência dos mercados de Fama, a Teoria da Arbitragem de Ross, a fórmula de Black-Scholes, as distribuições leptocúrticas de Mandelbrot, os modelos ARCH de Engle.

Palavras-chave: *Análise Técnica, Análise Fundamental, Passeio Aleatório, Martingale, Eficiência dos Mercados, Teoria da Carteira, CAPM, APT, Black e Scholes, Curtose, Distribuições de Pareto Estáveis, ARCH, GARCH, EGARCH e Caos Determinístico*

Entre 1920 e 1950, os **fundamentalistas** e os **técnicos** eram os dois principais grupos de analistas dos mercados financeiros. Nos anos 50 emergiu um terceiro grupo: os **quânticos** ou **analistas quantitativos**, seguidores de Louis Bachelier. Este grupo, apesar de pôr em causa a validade das duas análises anteriores na previsão das taxas de rendibilidade dos activos financeiros, tinha mais afinidades com os fundamentalistas pelo facto de basear as suas análises no comportamento racional dos investidores.

Os primórdios da análise técnica

Para os analistas técnicos Dow (1900), Magee e Edwards (1954), é possível prever as variações futuras no preço dos títulos analisando de forma apropriada a informação passada sobre os preços e os volumes transaccionados: a variação do preço num período está relacionada com as variações ocorridas em períodos anteriores.

A análise técnica não tem fundamentos teóricos e alguns autores propõem vários tipos de justificação para este tipo de análise, de que se destacam os de natureza psicológica: as tendências existem por causa do instinto conformista dos investidores, que, uns após outros, decidem comprar uma acção cujo preço está a crescer, e eles próprios sustentam a tendência (Aftalion e Viallet, 1977).

Os primórdios da análise fundamental

Até aos anos 50, o paradigma teórico dominante da teoria financeira na avaliação de activos admitia a heterogeneidade das expectativas entre os investidores e valorizava a investigação sobre as variáveis determinantes do valor fundamental.

Para Graham e Dodd (1934) e Williams (1938), cujos trabalhos constituem um progresso na avaliação dos activos financeiros, o valor **intrínseco** ou **fundamental** de um título é igual à soma do valor actualizado dos *cash-flows* que o detentor do título deverá receber no futuro e o preço corrente dos títulos deverá variar em torno dos valores fundamentais. Um analista fundamental recomenda a compra (ou venda) de um título quando o preço está abaixo (ou acima) do seu valor fundamental, na expectativa de que o investidor possa realizar uma mais-valia quando o preço do título se aproximar do valor fundamental.

José Joaquim Dias Curto
Assistente convidado no Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa (ISCTE), Lisboa, Portugal.
E-mail: dias.curto@iscte.pt

Recebido em Maio de 2002 e aceite em Julho de 2002.

A versão passeio aleatório da eficiência dos mercados

Até meados da década de 60, a eficiência dos mercados estava associada à teoria do **passeio aleatório**: a teoria do passeio aleatório tornou-se, sob o impulso de Fama, a teoria dos mercados eficientes (Aftalion e Viallet, 1977). A partir de 1965 a eficiência dos mercados passou a estar associada ao modelo *martingale*.

Os primeiros trabalhos em favor do passeio aleatório foram realizados essencialmente por estatísticos nos anos 30, apresentando conclusões inesperadas: a sequência de variações sucessivas no preço das acções e das mercadorias analisadas tinha a natureza de um passeio aleatório, isto é, as variações eram aleatórias e independentes e, por conseguinte, não podiam ser antecipadas.

Para a teoria do passeio aleatório, os preços não têm memória: as variações nos preços dos activos financeiros devem ser totalmente imprevisíveis e, para Fama (1965), são variáveis aleatórias temporalmente independentes e identicamente distribuídas (IID).

Os primeiros trabalhos em favor do passeio aleatório foram realizados essencialmente por estatísticos (Cowles, 1933 e 1944, e Working, 1934), apresentando conclusões inesperadas: a sequência de variações sucessivas no preço das acções e das mercadorias analisadas tinha a natureza de um passeio aleatório, isto é, as variações eram aleatórias e independentes e, por conseguinte, não podiam ser antecipadas. Os resultados obtidos punham em causa a perspectiva tradicional de que os preços tinham ritmos, tendências e ciclos que podiam ser utilizados para prever o seu comportamento futuro. Contudo, nem economistas nem investidores deram grande ênfase aos resultados obtidos e a pesquisa neste campo não teve desenvolvimentos significativos até ao início da década de 50.

Em 1953, o trabalho de Kendall abriu a era moderna da pesquisa na evolução dos dados de natureza financeira. Kendall analisou os registos semanais dos preços de dezanove acções entre 1928 e 1938, a média mensal dos preços do trigo no mercado de Chicago entre 1883 e 1934, os preços do algodão no New York Mercantile Exchange no período 1816-1951 e, para surpresa geral, não conseguiu detectar ritmos, tendências ou ciclos nos preços, tendo concluído que os valores das sucessões cronológicas analisadas pareciam ser gerados como se, nas suas palavras originais, *"... the Demon of chance drew a random number... and added it to the current price to determine the next... price"*. Ou seja, os preços pareciam comportar-se segundo um passeio aleatório.

Estes resultados, no entanto, já tinham sido antecipados por Louis Bachelier (um matemático francês) em 1900[1] na sua tese de doutoramento, apesar de só terem sido divulgados 60 anos mais tarde. Bachelier realizou um estudo empírico sobre as obrigações do Tesouro francês, tendo chegado à conclusão de que o comportamento dos preços era consistente com o modelo do passeio aleatório. Além disto, Bachelier desenvolveu muitas das propriedades matemáticas da contrapartida em tempo contínuo do passeio aleatório, hoje designada por movimento Browniano *(Brownian motion)*, que se pensava terem sido descobertas mais tarde na Física[2] por Albert Einstein num artigo de 1905.

Os estudos empíricos de Roberts (1959), Osborne (1959), Granger e Morgenstern (1963) e Fama (1965), bem como a compilação de trabalhos em Cootner (1964), contribuíram também para a validação da hipótese do passeio aleatório.

O trabalho de Fama (1965) foi sem dúvida o mais marcante, depois do contributo inicial de Bachelier. Fama analisou as cotações diárias dos trinta títulos do índice Dow Jones Industrial Average no período 1957-1962, tendo chegado a duas conclusões importantes, ambas em favor do passeio aleatório:

- As variações no logaritmo dos preços para intervalos de um, quatro, nove e dezasseis dias não evidenciavam relações de dependência estatisticamente significativas para a generalidade das acções, podendo admitir-se a hipótese da independência do modelo do passeio aleatório;
- As variações no logaritmo dos preços eram identicamente distribuídas, mas, ao contrário dos autores referidos anteriormente, e tendo em conta o carácter leptocúrtico das distribuições empíricas das acções analisadas, uma distribuição de Pareto estável com expoente característico

inferior a dois, tal como defendera Mandelbrot (1963), era mais adequada do que a distribuição normal[3] para descrever as variações no logaritmo dos preços das acções analisadas.

O trabalho de Fama foi tão importante entre os académicos que o modelo do passeio aleatório foi adoptado para descrever a generalidade dos preços dos activos financeiros.

A versão «martingale» da eficiência dos mercados

Até meados da década de 60, admitia-se que o comportamento do preço das acções e de outros preços especulativos podia ser bem explicado pelo modelo do passeio aleatório (Fama, 1965). Como consequência, entendia-se que, se um mercado fosse eficiente, isto é, se os preços reflectissem em cada momento toda a informação disponível, o comportamento dos preços dos títulos nele transaccionados deveria obedecer à lei do passeio aleatório.

Contudo, o princípio fundamental sobre o comportamento dos preços que estava subjacente nos estudos empíricos realizados (nomeadamente o de Bachelier) era o de que a especulação deveria ser um «jogo equilibrado»[4] e, por conseguinte, o valor esperado para o lucro de um especulador deveria ser nulo.

Com o desenvolvimento da teoria dos processos estocásticos, chegou-se à conclusão de que o processo implícito neste princípio era um *martingale* e não um passeio aleatório, tal como supuseram Kendall e outros: enquanto os economistas anteriores a Mandelbrot e Samuelson (ambos em 1965) tentavam fornecer justificações económicas para o passeio aleatório, o que os seus argumentos implicavam era um modelo mais geral (Fama, 1970). E, portanto, muita da evidência empírica na literatura sobre o passeio aleatório pode ser interpretada como testes ao modelo *martingale*[5].

Um dos factos estilizados das distribuições empíricas dos dados de natureza económica e financeira são os chamados *clusters* de volatilidade, isto é, a períodos de elevada (reduzida) volatilidade sucedem-se geralmente períodos de volatilidade semelhante, havendo uma tendência para a mesma se concentrar em certos períodos de tempo (Mandelbrot, 1963). Formalmente, pode-se representar este comportamento utilizando um modelo em que os valores sucessivos da variância condicionada das taxas de rendibilidade estão positivamente correlacionados.

Um dos factos estilizados das distribuições empíricas dos dados de natureza económica e financeira são os chamados «clusters» de volatilidade, isto é, a períodos de elevada (reduzida) volatilidade sucedem-se geralmente períodos de volatilidade semelhante, havendo uma tendência para a mesma se concentrar em certos períodos de tempo.

Tal situação é consistente com um modelo *martingale* mas é incompatível com o modelo do passeio aleatório, pois, além de exigir a independência no valor esperado condicionado das taxas de rendibilidade, o passeio aleatório pressupõe também a independência nos momentos condicionados de ordem superior a um. Quer isto dizer que apenas o modelo *martingale* admite a previsibilidade na variância condicionada das taxas de rendibilidade e isso não contradiz a natureza *martingale* de um mercado eficiente.

Por ser menos restritivo quanto à relação entre as observações geradas por um processo estocástico, e tendo em conta o comportamento observado das taxas de rendibilidade (em termos de volatilidade[6], por exemplo), considerou-se, depois do contributo de Samuelson em 1965, que o modelo *martingale* era mais adequado para descrever as taxas de rendibilidade dos activos financeiros.

A hipótese da eficiência dos mercados

Um mercado financeiro é eficiente se o preço corrente dos títulos nele transaccionados reflectir toda a informação disponível (acontecimentos que já tiveram lugar ou que é possível antecipar) num determinado momento e se o preço se ajustar rapidamente quando surgirem novas informações que não foi possível prever.

A **hipótese da eficiência informacional dos mercados** foi o suporte de toda a teoria financeira clássica e, apesar de já estar implícita no pensamento de alguns autores nas décadas anteriores (Kendall, Roberts, e Samuelson), apenas foi formalizada por Fama na década de 70.

Para Fama (e já antes Roberts), os mercados financeiros podem apresentar três formas de eficiência, dependentes do tipo de informação que os preços dos títulos reflectem em cada momento.

Assim:

- Na **forma fraca** da eficiência dos mercados, admite-se que a informação histórica sobre os preços e os volumes transaccionados de um qualquer título individual já está descontada no preço corrente e, como tal, não pode ser utilizada para elevar o ganho potencial de qualquer investidor;
- Na **forma semiforte** da eficiência dos mercados, os preços dos activos financeiros reflectem toda a informação pública disponível, inclusive os dados históricos sobre o título e a informação relevante publicada sobre a empresa (anúncio de resultados, *stock splits*, emissão de novas acções, etc.), sobre os seus concorrentes e sobre a economia em geral;
- Quando os preços dos títulos reflectem toda a informação existente no mercado, incluindo a informação privada que deixou de pertencer a um grupo restrito de investidores, fala-se em eficiência **forte** dos mercados.

Os modelos clássicos da teoria financeira

• A Teoria da Carteira

A dificuldade em desenvolver modelos teóricos operacionais que pudessem ser utilizados na determinação do valor fundamental dos activos financeiros e ser validados empiricamente contribuiu para o surgimento de modelos de avaliação baseados na hipótese da eficiência dos mercados. Assim, neste paradigma admite-se que as cotações já reflectem em cada momento a melhor expectativa quanto ao valor fundamental dos títulos e as decisões de investimento devem orientar-se para a tomada de posições diversificadas, minimizadoras do risco, e não para a tentativa de procurar imperfeições nas cotações de mercado.

O ponto de partida para o desenvolvimento de teorias no que concerne à relação entre o risco e a rendibilidade e baseadas na hipótese da eficiência dos mercados foi a Teoria da Carteira (TC), que teve origem no famoso artigo de Harry Markowitz, intitulado «Portfolio selection», publicado em 1952 no *Journal of Finance*.

A teoria pretendia ser um instrumento teórico e prático que permitisse aos investidores racionais e com aversão ao risco escolherem carteiras óptimas em termos de risco e de rendibilidade, no pressuposto de que esses investidores pretendem maximizar a rendibilidade esperada da carteira, sujeitos de forma consciente a um determinado nível de risco. A escolha óptima tem lugar na fronteira eficiente, onde para cada nível de risco é possível encontrar a carteira com a maior rendibilidade esperada (e vice-versa).

Para a aceitação da TC como teoria geral da escolha de activos, contribuíram ainda o artigo de James Tobin em 1958, «Liquidity preference as behaviour toward risk», o desenvolvimento do modelo CAPM (década de 60) e a formalização por Fama da hipótese da eficiência dos mercados (década de 70). A teoria de Markowitz explica por que razão a diversificação reduz o risco e o modelo CAPM explica como é que os investidores se devem comportar se forem racionais (Peters, 1996).

• O modelo "Capital Asset Pricing"

O desenvolvimento do *"Capital Asset Pricing Model"* (CAPM) costuma ser atribuído aos trabalhos independentes de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) e pretendia dar resposta à seguinte questão: se cada investidor gerisse os seus investimentos a partir da teoria da carteira de Markowitz e escolhesse uma das carteiras da fronteira eficiente, de que forma tal procedimento poderia afectar o preço (e a rendibilidade) dos títulos? Fama (1968) também costuma estar associado à criação do modelo, pois contribuiu para reconciliar os artigos de Sharpe e Lintner (Haugen, 1997).

O CAPM é o primeiro modelo proposto para explicar o preço dos activos financeiros e relaciona linearmente a rendibilidade esperada de um título (ou de uma carteira de títulos) com o risco sistemático, medido pelo coeficiente beta.

• O modelo de avaliação de opções de Black e Scholes

A primeira fórmula para avaliar opções de compra, quando o prémio respectivo pode ser descrito por um movimento geométrico browniano, foi desenvolvida por Bachelier em 1900 e pode ser considerada a precursora da fórmula de Black e Scholes (Shiryaev, 1999). Bachelier foi o primeiro a desenvolver uma análise matemática rigorosa sobre o preço das opções e forneceu argumentos em favor do investimento neste tipo de derivados. Contudo, a negociação em opções só foi institucionalizada com o desenvolvimento do modelo de Black e Scholes em 1973.

Foi possível criar uma posição isenta de risco «(hedging)» através de uma opção assumindo uma posição em ambos: na opção e no título de que a primeira derivava. Graças a este modelo, as opções aumentaram de forma significativa em termos de variedade e de volume de negociação.

Para estes teóricos era possível criar uma posição isenta de risco *(hedging)* através de uma opção assumindo uma posição em ambos: na opção e no título de que a primeira derivava. Graças a este modelo, as opções aumentaram de forma significativa em termos de variedade e de volume de negociação.

- **O modelo da Teoria da Arbitragem**

A *"Arbitrage Pricing Theory"* (APT) (Stephen Ross, 1976) é um modelo mais geral do que o CAPM, pois admite-se que as variações nos preços são explicadas por alterações inesperadas em vários factores, sejam eles específicos a uma determinada empresa ou sector ou tenham um carácter mais geral, podendo influenciar a performance de todas as empresas, como por exemplo as alterações na taxa de inflação, na produção industrial, nos prémios de risco e na estrutura de prazos das taxas de juros.

O aparecimento da APT quase que coincide com a crítica de Richard Roll (1977) ao modelo CAPM. Roll demonstrou que os testes empíricos ao CAPM dependem da *proxy* utilizada para a carteira de mercado e que, na versão original do modelo, essa carteira era constituída por todos os activos com risco e não apenas por acções. Apesar disso, nos testes habituais ao modelo CAPM considera-se um índice de acções para *proxy* da carteira de mercado. Roll defendeu que nunca se poderá testar empiricamente o CAPM, a menos que se considere a verdadeira carteira de mercado.

A APT, tal como o CAPM, pressupõe que os mercados são eficientes, isto é, que não existem oportunidades de arbitragem. Ao contrário do CAPM, não se consideram como pressupostos da APT a aversão ao risco e a homogeneidade das expectativas dos investidores. Além disto, a APT admite que a rendibilidade dos activos pode ser influenciada por vários factores e não apenas pelo risco de mercado dos títulos.

O excesso de curtose nas distribuições empíricas

- **Primeira alternativa de modelização – as distribuições de Pareto estáveis**

Um dos pressupostos da teoria financeira clássica é que as taxas de rendibilidade dos activos financeiros têm distribuição normal, e esta hipótese não foi posta em causa até surgirem os trabalhos de Mandelbrot na década de 60.

Para Mandelbrot (1963), a investigação científica anterior negligenciou a característica leptocúrtica da generalidade das distribuições empíricas dos dados de natureza monetária e financeira, subestimando a importância dos valores extremos quando se admite a hipótese da normalidade. Constatando uma maior massa de probabilidade nas abas e no centro da distribuição das variações logarítmicas no preço dos activos financeiros analisados, quando comparadas com a distribuição normal, Mandelbrot propôs pela primeira vez em 1963 uma família de distribuições leptocúrticas alternativas à distribuição normal (designadas distribuições de Pareto estáveis, de que a distribuição normal é um caso particular) para modelizar as variações dos preços dos activos financeiros.

Fama[7] (1965) admitiu também, com base no estudo empírico realizado, que uma distribuição de Pareto estável com expoente característico inferior a dois era mais adequada do que a distribuição normal para descrever as variações no logaritmo do preço das acções.

O carácter leptocúrtico da generalidade das distribuições empíricas dos dados de natureza monetária e financeira e o teorema do Limite Central Generalizado (Feller, 1966) constituem as duas principais razões para a utilização deste tipo de modelos (Nolan, 2000).

Ao longo do tempo têm surgido também vários desenvolvimentos teóricos em favor das distribuições de Pareto estáveis que contribuíram decisivamente para uma maior aceitação deste tipo de distribuições. De seguida referimos alguns dos contributos mais importantes.

DuMouchel (1971), na sua tese de doutoramento, apresentou pela primeira vez as tabelas estatísticas das distribuições de Pareto estáveis. Quanto à estimação dos parâmetros, referimos os trabalhos de Fama e Roll (1968), Hill (1975), Koutrouvelis (1980), McCulloch (1986) e Nolan (2002), que desenvolveu o programa STABLE[8] cuja versão

mais recente (3.04) data deste ano (09/02/02). Ghose e Kroner (1995) estabeleceram a relação entre as distribuições de Pareto estáveis e os modelos tipo ARCH. Os trabalhos de Samorodnitsky e Taqqu (1994), Janicki e Weron (1993), Embrechts, Klüppelberg e Mikosch (1999) e Rachev e Mittnik (2000) constituem monografias muito completas sobre este tipo de distribuições.

• Alternativa às distribuições estáveis – os modelos ARCH

Apesar de já anteriormente vários autores terem admitido que os momentos das distribuições de ordem superior ou igual a dois podiam variar ao longo do tempo (Mandelbrot, 1963 e Fama, 1965), só na década de 80 é que surgiram os primeiros modelos desenvolvidos explicitamente para descrever tal fenómeno.

Os modelos tipo ARCH *(Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)* são uma das ferramentas mais potentes para descrever o comportamento da variância das distribuições ao longo do tempo e constituem uma alternativa às distribuições leptocúrticas na modelização do excesso de curtose da maior parte das distribuições empíricas dos dados de natureza monetária e financeira.

O modelo ARCH foi desenvolvido por Engle em 1982 e, a partir daí, admitiu-se que o excesso de curtose das distribuições empíricas podia não ficar a dever-se à existência de uma distribuição leptocúrtica fixa ao longo de todo o período, tal como defendera inicialmente Mandelbrot, mas podia ser o resultado de uma distribuição condicionada, provavelmente normal, em que a variância se altera ao longo do tempo e daí a designação de modelos de heterocedasticidade condicionada.

O carácter inovador deste tipo de modelos está na distinção que propõem entre a variância condicionada e a variância não-condicionada e na forma como definem a primeira. Enquanto que os modelos econométricos convencionais e os modelos tradicionais de sucessões cronológicas admitem por hipótese que a variância dos erros é constante (homocedasticidade), nos modelos ARCH restringe-se tal hipótese à variância não-condicionada, admitindo-se que a variância condicionada pode variar ao longo do tempo e é uma função estocástica do seu passado, devendo por isso ser considerada a medida mais correcta para avaliar o risco dos activos financeiros.

O desenvolvimento teórico mais significativo, depois do artigo de Engle em 1982, foi o modelo GARCH, proposto por Bollerslev em 1986, que pretendia dar resposta a um dos maiores problemas do modelo ARCH: a necessidade de considerar um desfasamento muito elevado para se poder capturar a memória longa dos processos. Bollerslev considerou um parâmetro adicional, integrando também como factor explicativo a variância condicionada de períodos anteriores, permitindo capturar a memória a partir de um reduzido número de desfasamentos.

O modelo EGARCH[9] (Nelson, 1991), que constituiu outro dos desenvolvimentos significativos para os modelos de volatilidade estocástica, pretendia ser a solução para dois problemas dos modelos GARCH.

Por um lado, o modelo GARCH apenas considera a magnitude das variações sobre a volatilidade e não o respectivo sinal. Devido à constatação empírica (Black, 1976) de que as rendibilidades negativas predizem uma volatilidade mais elevada do que as rendibilidades positivas da mesma magnitude, Nelson introduziu no modelo um factor que permitisse distinguir o impacte de variações de sinal contrário na variância condicionada.

Por outro lado, o modelo GARCH impunha restrições de não-negatividade aos parâmetros que as estimativas obtidas nos estudos realizados nem sempre verificam. Ao considerar-se o logaritmo da variância condicionada, não é necessário impor restrições ao sinal dos parâmetros para assegurar a não-negatividade da variância.

Ao longo do tempo foram surgindo outros modelos: AARCH, NARCH, PARCH, STARCH, SWARCH, TARCH, Component ARCH, etc., aos quais fazemos apenas referência devido ao grande número e à forte relação com os três modelos anteriores[10].

Desenvolvimentos mais recentes

Nos últimos anos, o paradigma linear, baseado na hipótese da eficiência dos mercados, tem sido afrontado pelas conclusões de vários estudos empíricos que remetem para a existência de estruturas não-lineares nos mercados financeiros.

Em termos gerais podemos enquadrar os estudos mais recentes em quatro grandes grupos de conclusões:

- Os que continuam a admitir como válida a hipótese da eficiência dos mercados: Fama (1991), Willey (1992) e Pandey *et al.* (1998);
- Os que admitem que as taxas de rendibilidade dos activos financeiros evidenciam dependências não-lineares que podem ser explicadas em grande parte pela presença de heteroscedasticidade condicionada e que os modelos tipo ARCH conseguem capturar: Abhyankar *et al.* (1995 e 1997), Philippatos *et al.* (1993), Hsieh (1989, 1991) e Brock *et al.* (1987, 1996). Neste grupo enquadram-se ainda os autores que propõem distribuições alternativas à distribuição normal para modelizar o efeito ARCH. As primeiras distribuições propostas foram a *t*-Student (Bollerslev, 1986) e a *Generalized Error Distribution* (GED) (Nelson, 1991). Mais recentemente, Mittnik e Paolella (2002) e Mittnik *et al.* (1998) concluíram, com base nos resultados empíricos obtidos, que uma distribuição de Pareto estável é mais adequada do que as três distribuições anteriores para modelizar a distribuição condicionada dos erros nos modelos de volatilidade estocástica;
- Os que consideram que as relações não-lineares existem e que as taxas de rendibilidade podem ter sido geradas por alguma forma de caos determinístico, argumentando que os modelos de volatilidade estocástica tipo ARCH são incapazes de capturar toda a dinâmica não-linear das taxas de rendibilidade: Eldridge e Coleman (1993), Scheinkman e LeBaron (1989), Frank e Stengos (1989) e Hinich e Patterson (1989);
- Os que admitem que a rejeição da hipótese IID pode ser atribuída às alterações estruturais na distribuição das taxas de rendibilidade, nomeadamente ao nível da variância não-condicionada e à consequente não-estacionaridade das sucessões cronológicas: de Lima (1997), Loretan e Phillips (1994) e Hsu, Miller e Wichern (1974).

Para concluir importa referir que alguns autores advogam a necessidade de um novo paradigma (Peters, 1996) argumentando que os processos geradores dos dados de natureza económica e financeira são caracterizados por padrões de dependência não-linear (Barnett *et al.*, 1998).

Contudo, e devido aos resultados pouco consensuais dos estudos empíricos, e uma vez que a dependência na variância é compatível com o modelo *martingale* e com a hipótese

O paradigma linear, baseado na hipótese da eficiência dos mercados, tem sido afrontado pelas conclusões de vários estudos empíricos que remetem para a existência de estruturas não-lineares nos mercados financeiros.

da eficiência dos mercados, os partidários da não-linearidade (tipo caos) ainda não constituem um grupo coeso e suficientemente alargado de académicos e de profissionais para poder emergir como novo paradigma, depondo a hipótese da eficiência dos mercados. ■

Notas

1 Extractos da tese são apresentados em Cootner (1964).

2 Para Mandelbrot (1997), o primado histórico da física sobre as finanças vigorou até ao início da década de 60. Com a redescoberta do trabalho de Bachelier, deu-se início ao primado das finanças sobre a física.

3 Em 1965, Fama admite afastar-se do quadro da distribuição normal, ao qual regressaria, no entanto, no início da década de 70.

4 *Fair game*.

5 Para Samuelson (1965) e LeRoy (1989), os modelos *martingale* e «jogo equilibrado» são dois nomes para a mesma caracterização de equilíbrio nos mercados financeiros.

6 A volatilidade das variações dos preços num período está relacionada com a volatilidade ocorrida em períodos anteriores (Mandelbrot, 1963; Fama, 1965 e Engle, 1982).

7 Por curiosidade refira-se que Mandelbrot foi o orientador da tese de doutoramento de Fama (1965) e que Fama orientou, entre outros, Blume (1968) e Roll (1970).

8 Este *software* está disponível no sítio na Web do professor John Nolan: *http://www.cas.american.edu/~jpnolan*.

9 Exponential GARCH.

10 Palm (1997) e Gourieroux (1997) constituem os *surveys* mais recentes dos modelos tipo ARCH. O livro de Engle (1995) é uma colecção dos artigos integrais e mais importantes que foram escritos sobre os modelos tipo ARCH.

Bibliografia

ABHYANKAR, L.S. (1995), COPELAND, L.S. e WONG, W., «Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: evidence from the United Kingdom», *The Economic Journal*, 105, pp. 864-880.

ABHYANKAR, L.S. (1997), COPELAND, L.S. e WONG, W., «Uncovering nonlinear structure in real-time stock-market indexes: the S&P 500, the DAX, the Nikkei 225 and the FTSE-100», *The Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 15, nº 1, pp. 1-14.

AFTALION, F. e VIALLET, C. (1977), **Theorie du Portefeuille**, editado por Presses Universitaires de France.

BACHELIER, Louis, Theory of Speculation, *in* P. Cootner, ed., **The Random Character of Stock Market Prices**, editado por Cambridge, MA: MIT Press, 1964. (Originalmente publicado em 1900).

BARNETT, William A. e SERLETIS, Apostolos (1998), «Martingales, nonlinearity and chaos», *Journal of Economic Dynamics and Control*.

BLACK, Fischer (1976), «Studies in stock prices volatility changes», Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association, pp. 177-181.

BLACK, Fischer e SCHOLES, Myron (1973), «The pricing of options and corporate liabilities», *Journal of Political Finance*, Maio-Junho.

BOLLERSLEV, Tim (1986), «Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity», *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.

BROCK, W.A., DECHERT, W.D., SCHEINKMAN, J.A. e LeBARON, B. (1996), «A test for independence based on the correlation dimension», *Econometric Reviews*, 15 (3), pp. 197-235.

COOTNER, Paul H. (1964), **The Random Character of Stock Market Prices**, editado por Cambridge: MIT Press.

COWLES, A. (1933), «Can stock market forecasters forecast», *Econometrica*, 1, pp. 309-324.

COWLES, A. (1944), «Stock market forecasting», *Econometrica*, 12, nº 3/4, pp. 206-214.

De LIMA, Pedro J.F. (1997), «Nonlinearities and nonstationarities», *Journal of Business & Economic Statistics*, Abril 1998, vol. 16, nº. 2.

DuMOUCHEL, W. (1983), «Estimating the stable index in order to measure tail thickness: a critique», *Annals of Statistics*, 11, pp. 1019-31.

ELDRIDGE, R.M. e COLEMAN, M.P. (1993), «The British FTSE-100 Index: chaotically deterministic or random?», *working paper* editado por Fairfield University, School of Business.

EMBRECHTS, Paul, KLÜPPELBERG, Claudia e MIKOSCH, Thomas (1999), **Modeling Extremal Events**, 2ª edição, editado por Springer.

ENGLE, Robert F. (1982), «Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation», *Econometrica*, 50/4, pp. 987-1006.

FAMA, E. (1970), «Efficient capital markets: a review of theory and empirical work» *Journal of Finance*, 25, pp. 383-417.

FAMA, Eugene F. (1965), «The behavior of stock prices», *Journal of Business*, XXXVIII (1), Janeiro, pp. 34-105.

FAMA, Eugene F. (1968), Risk, return and equilibrium: some clarifying comments, Journal of Finance, March.

FAMA, Eugene F. (1991), «Efficient capital markets: II», *Journal of Finance*, XLVI, 5, Dezembro, pp. 1575-1617.

FAMA, Eugene F. e ROLL, Richard (1968), «Some properties of symmetric stable distributions», *Journal of The American Statistical Association*, vol. 63, nº 323, Setembro, pp. 817-37.

FELLER, W. (1966), **An Introduction to Probability Theory and Its Applications**, editado por John Wiley & Sons, Nova Iorque.

FRANK, M. e STENGOS, T. (1989), «Measuring the strengeness of gold and silver rates of return», *Review of Economic Studies*, 56, pp. 169-176.

GHOSE, Devajyoti e KRONER, Kenneth F. (1995), «The relationship between GARCH and symmetric stable processes: finding the source of fat tails in financial data», *Journal of Empirical Finance*, 2, pp. 225-251.

GOURIEROUX (1997), **Arch Models and Financial Applications**, editado por Springer, Nova Iorque.

GRAHAM, Benjamin e DODD, David L. (1934), **Security Analysis**, Nova Iorque: McGraw-Hill.

GRANGER, Clive W.J. e MORGENSTERN, Oskar (1963), «Spectral analysis of New York stock market prices», em Cootner (1964), pp. 162-88.

HAUGEN, Robert A. (1997), **Modern Investment Theory**, 4ª edição, editado por Prentice-Hall, New Jersey.

HILL, B.M. (1975), «A simple approach to inference about the tail of a distribution», *Annals of Statistics*, 3, pp. 1163-74.

HINICH, M. e PATTERSON, D. (1989), «Evidence of nonlinearity in the trade-by-trade stock market return generating process», *in* **Economic Complexity: Chaos, Transport, Bubbles and Nonlinearity**, eds. BARNETT, W., GWEKE, J. e SCHELL, K., publicado por Cambridge UK: Cambridge University Press, pp. 383-409.

HSIEH, D.A. (1989), «The statistical properties of daily foreign exchange rates: 1974-1983», *Journal of International Economics*, 24, pp. 129-145.

HSIEH, D.A. (1991), «Chaos and nonlinear dynamics: applications to financial markets», *Journal of Business*, 46, pp. 1839-77.

HSU, D.A., MILLER, R.B. e WICHERN, D.W. (1974), «On the stable paretian behavior of stock market prices», *Journal of the American Statistical Association*, 69, pp. 1008-13.

JANICKI, A., WERON, A. (1994), **Simulation and Chaotic Behavior of Stable Stochastic Processes**, editado por Marcel Dekker, Nova Iorque.

KENDALL, M. (1953), «The analysis of economic time series, Part 1. Prices», *Journal of Royal Statistical Society*, 96, pp. 11-25.

KOUTROUVELIS, I.A. (1980), «Regression-type estimation of the parameter of stable laws», *Journal of the American Statistical Association*, 75, pp. 918-28.

LINTNER, John (1965), «Security prices, risk and maximal gains from diversification», *Journal of Finance*, 20, pp. 587-615.

LORETAN, M. e PHILLIPS, P.C.B. (1994), «Testing the covariance stationarity of heavy-tailed time series», *Journal of Empirical Finance*, 1, pp. 211-48.

MAGEE, John e EDWARDS, Davis (1954), **Technical Analysis of Stock Trends. Stock Trend Service**.

MANDELBRODT, Benoit B. (1963), «The variation of certain speculative prices», *The Journal of Business*, 36, pp. 394-419.

MANDELBRODT, Benoit B. (1966), «Forecasts of future prices, unbiased markets, and martingale models», *The Journal of Business*, 39 (suplemento especial, Janeiro), pp. 242-55.

MANDELBRODT, Benoit B. (1997), **Fractals and Scaling in Finance**, editado por Springer, Nova Iorque.

MARKOWITZ, H.M. (1952), «Portfolio selection», *Journal of Finance* (Dezembro).

McCULLOCH, John H. (1986), «Simple consistent estimators of stable distribution parameters», *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 15, pp. 1109-1136.

MITTNIK, Stefan e PAOLELLA, Marc S. (2002), «Prediction of financial downside-risk with heavy-tailed conditional distributions», a publicar em **Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance**, North-Holland.

MITTNIK, Stefan, PAOLELLA, Marc S. e RACHEV, Svetlozar T. (1998), «Unconditional and conditional distributional models for the Nikkei Index», *Asia-Pacific Financial Markets 5*, pp. 99-1281.

MOSSIN, Jan (1968), «Optimal multi period portfolio policies», *Journal of Business*, 41, pp. 215-229.

NELSON, Daniel B. (1991), «Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach», *Econometrica*, 59/2, pp. 347-370.

NOLAN, John P. (2002), «Stable distributions models for heavy tailed data», cap1, a publicar em Janeiro de 2003.

OSBORNE, M.F.M. (1959), «Brownian motion in the stock market», *Operations Research*, 7, pp. 145-173.

PALM, F.C. (1997), «GARCH models of volatility», *in* MADDALA, G. e RAO, C., (edit.), *Handbook of Statistics*, vol. 14. Elsevier Science.

PANDEY, Vivek, KOHERS, Theodor e KOHERS, Gerald (1998), «Deterministic nonlinearity in the stock returns of major European equity markets and the United States», *The Financial Review*, 33, pp. 45-64.

PETERS, Edgar E. (1996), **Chaos and Order in The Capital Markets**, 2ª edição, publicado por John Wiley & Sons, USA.

PHILIPPATOS, George C. (1993), PILARINU, Efi e MALLIARIS, A.G., «Cahotic behavior in prices of European equity markets: a comparative analysis of major economic regions», *The Journal of Multinational Financial Management*, vol. 3, nº. 3/4, pp. 5-24.

RACHEV, Svetlozar e MITTNIK, Stefan (2000), **Stable Paretian Models in Finance**, editado por John Wiley & Sons, Nova Iorque.

ROBERTS, H. V. (1959), «Stock market 'patterns' and financial analysis: methodological suggestions», *Journal of Finance*, nº 14, pp. 1-10.

ROLL, Richard (1977), «A critique of the asset pricing theory's tests», *Journal of Financial Economics*, nº 4, pp. 129-176.

ROSS, Stephen (1976), «The arbitrage theory of capital asset pricing», *Journal of Economic Theory*, nº 13, pp. 341-360.

SAMORODNITSKY, G. e TAQQU, M.S. (1994), **Stable non--Gaussian Random Processes. Stochastic Models with Infinite Variance**, editado por Chapman and Hall, Londres.

SAMUELSON, Paul A. (1965), «Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly», *Industrial Management Review*, nº 6, pp. 41-49.

SCHEINKMAN, J. e LeBARON, B. (1989), «Nonlinear dynamics and stock returns», *Journal of Business*, nº 62, pp. 331-337.

SHARPE, William. F. (1964), «A theory of market equilibrium under conditions of risk», *Journal of Finance*, nº 19, pp. 425-442.

SHIRYAEV, Albert N. (1999), **Essentials of Stochastic Finance**, editado por World Scientific, Londres.

TOBIN, J. (1958), «Liquidity preference as behavior toward risk», *Review of Economic Studies* (Fevereiro).

WILLEY, Thomas (1992), «Testing for nonlinear dependence in daily stock indices», *Journal of Economics and Business*, vol. 44, nº 1, pp. 63-76.

WILLIAMS, J.B. (1938), **The Theory of Investment Value**, editado por Harvard University Press, Cambridge.

WORKING, H. (1934), «A random-difference series for use in the analysis of time series», *Journal of American Statistical Association*, nº 29, pp. 11-24.

ESTAMOS HABILITADOS A RESPONDER À SUA NECESSIDADE DE COMUNICAR

c3im

CONSULTURIA DE INFORMAÇÃO, INOVAÇÃO, INTERNET E MULTIMÉDIA, LDA

oficina gutenberg

Concepção e coordenação de projectos, design, redacção e fotografia

telefone: (351) 21 497 15 22

fax: (351) 21 497 15 22

c3im@janelanaweb.com

www.c3im.pt

Gabinete Gráfico

Paginação electrónica e tratamento de imagem

telefone: (351) 21 497 15 22

fax: (351) 21 497 15 22

gabinetegrafico@netcabo.pt

*S*omos um grupo de empresas, sediado em Lisboa, experiente e experimentado na produção de todo o tipo de informação destinada a ser veículada através do papel impresso.

*E*stamos preparados para concepcionar o seu suporte informativo desde o conteúdo até à sua imagem final.

*S*e pretende criar uma imagem editorial para a sua instituição ou alterar a sua actual, e veiculá-la para o exterior, consulte-nos.

*R*evistas institucionais, técnicas e científicas, Livros, Logotipos, Deplians, Brochuras, Catálogos, Cartazes, Folhetos, Newsletters institucionais e de empresa, e todos os mais variados suportes informativos são a nossa especialidade.